EL PROBLEMA DE LA DESESTACIONALIZACION DE LAS SERIES ECONOMICAS

Métodos utilizados y su interpretación

Por ANTONI ESPASA (*)

I. EL CONCEPTO DE ESTACIONALIDAD

La "estacionalidad" es un término muy utilizado pero del que raramente se da una definición precisa. Como señala Nerlove (1964), con dicho término se quiere hacer referencia a los movimientos "casi regulares" que se observan en las series mensuales (1) dentro de cada año. Así, por ejemplo, nuestro índice de producción industrial muestra un movimiento intra-anual que va de un descenso en su nivel durante los meses de verano, especialmente agosto, a un subsiguiente aumento en el otoño; el consumo de energía eléctrica muestra una oscilación anual que tiene su punto máximo en los meses de invierno y su mínimo en los de verano; el efectivo en manos del público muestra dos picos dentro del año en los meses de julio y diciembre; etc. Este tipo de oscilaciones intra-anuales se da, en mayor o menor grado, en gran parte de las series económicas y son debidas principalmente a las estaciones climáticas, fiestas religiosas, costumbres institucionales, etc. No obstante, estas oscilaciones no son perfectamente regulares, pues las condiciones climáticas no se repiten exactamente de año a año, la fecha de ciertas fiestas y el número de días festivos dentro de un mes varían, las costumbres evolucionan, etc. Ahora bien, como observa Nerlove (1964), es precisamente esta cercanía a la regularidad sin llegar a ser perfecta, lo que hace difícil la definición de estacionalidad, ya que si tales oscilaciones intra-anuales fueron irregulares la estacionalidad no apa-

* Este trabajo ha sido realizado en el Servicio de Estudios del Banco de España. Las ideas que aquí se expresan no tienen por qué coincidir con las de dicho Servicio de Estudios.

(1) La estacionalidad va referida a toda serie con período de observación inferior al año: trimestre, semana, día... Por ser las series mensuales las más utilizadas, nos referiremos a ellas en este trabajo, pero ello no implica pérdida alguna de generalidad en la exposición.

recería y si fueran perfectamente regulares se definiría como dichas regularidades.

Dado que, como hemos visto, la estacionalidad hace referencia a movimientos cíclicos intra-anuales, Nerlove (1964) recurre al concepto del espectro para definir la estacionalidad como "aquella característica de una serie temporal que ocasiona unos picos en el espectro en las frecuencias estacionales" (pág. 262). Esta definición tiene el inconveniente de referirse a una estacionalidad estacionaria y en la literatura no hay acuerdo sobre si el aspecto tendencial de la estacionalidad debe incluirse en la tendencia de la serie o en la estacionalidad. Así pues, siguiendo a Thomas y Wallis (1971) podemos definirla —quizá con más imprecisión— como "aquellos movimientos intra-anuales y sistemáticos, aunque no necesariamente regulares, en las series temporales económicas que con frecuencia vienen causados por fenómenos no económicos, tales como los cambios climáticos y la regularidad de las fechas religiosas".

II. METODOS PARA EL TRATAMIENTO DE LA ESTACIONALIDAD

Habiendo centrado, más o menos, el concepto de estacionalidad podemos ocuparnos de su tratamiento. Advertimos que éste será distinto según el objetivo del estudio en cuestión. Así, en tareas de construcción de modelos econométricos, la variación estacional de las series ha de tenerse en cuenta y ha de ser explicada por el modelo en su conjunto, pero el estimar dicho componente estacional separadamente del resto de los componentes de las series no es un objetivo. Por ello, en la especificación del modelo se intentará introducir todos los factores económicos y no económicos que influyen en la determinación de las variables dependientes, pero no habrá preocupación alguna de saber en qué medida un factor es causa de la variación estacional de las variables endógenas. Así, la estacionalidad de éstas vendrá explicada por un conjunto de factores (variables artificiales, variables económicas, variables endógenas retardadas, etc.) que a su vez contribuirán a explicar otros aspectos como el tendencial, cíclico, etc., sin ser posible, en general, el separar en qué medida explican uno u otros. Es más, conviene advertir que en la especificación de modelos econométricos deben, normalmente, utilizarse variables originales y no variables que han sido previamente desestacionalizadas, ya que este último procedimiento puede distorsionar la relación de las variables en el modelo (2).

El problema del tratamiento estacional aparece realmente cuando se quiere extraer de una serie su variación estacional para obtener así una evolución de la misma en la que se aprecia más claramente los movimientos tendenciales y cíclicos. En el resto de este trabajo nos referiremos únicamente a este tipo de tratamiento. Señalemos, sin embargo, que toda la problemática de la desestacionalización que veremos a continuación sólo es de importancia cuando la estimación del componente estacional es el objetivo primordial, pero cuando el objetivo sea la construcción de modelos econométricos o la predicción económica dicha problemática desaparece. En estos casos habrá que tener en cuenta la estacionalidad, pero su tratamiento será en función de que aquélla no distorsione las estimaciones estructurales o las predicciones. *Este modo de proceder, de tratar la estacionalidad de forma específica según el problema que se quiera abordar, es muy recomendable, mientras que la actitud de desestacionalizar las series económicas previamente a cualquier tipo de estudio y con independencia del contexto del mismo puede ser peligrosa.*

En la extracción del componente estacional (S_t) de una serie (z_t) para obtener así una serie desestacionalizada ($z_t - S_t$) se han seguido principalmente procedimientos empíricos de carácter univariante. En ellos se concibe a la serie temporal como la suma de dos componentes, el estacional y no estacional (T_t), y este último se descompone a su vez en un componente de tendencia-ciclo (p_t) y en un componente irregular (e_t).

Así pues, $$z_t = T_t + S_t = p_t + S_t + e_t. \qquad [I]$$

Otro esquema empleado es el multiplicativo donde

$$z_t = T_t S_t = p_t S_t e_t. \qquad [II]$$

(2) Sobre este punto véase Wallis (1974).

Para las series que muestran un crecimiento exponencial el esquema multiplicativo será en principio más apropiado. Ahora bien, el modelo aditivo se puede derivar del multiplicativo tomando logaritmos. Así, de la expresión anterior tenemos

$$z_t^* = p_t^* + S_t^* + e_t^*, \qquad [III]$$

donde el asterisco indica logaritmo de la variable original. En este trabajo nos referiremos al modelo aditivo, bien entendido que en el caso de que el modelo requerido sea el multiplicativo las variables vendrán en logaritmos.

Los métodos de ajuste estacional se pueden clasificar en dos grandes categorías:

— métodos de regresión, y

— métodos de medias móviles.

El primer método se ha desarrollado, principalmente, para casos en que la estacionalidad es *determinística*, es decir, puede predecirse sin error a partir de la estacionalidad anterior. Sin embargo, el segundo contempla, especialmente, una estacionalidad *estocástica*, es decir, capaz de ser representada por un proceso estocástico y, en consecuencia, no es predecible sin error.

Otra clasificación de la estacionalidad es en *fija* y *cambiante*. En el primer caso, el factor estacional en un determinado mes no varía de año a año, pero en el segundo caso sí. La estacionalidad fija es necesariamente determinística, pero los métodos de regresión pueden explicar también una estacionalidad cambiante de tipo determinístico (véase, por ejemplo, Espasa (1971), págs. 57 y 58).

La mayor parte de los métodos de ajuste estacional utilizados en la práctica son univariantes, es decir, tratan el ajuste de una serie independientemente de otras. La consideración multivariante sería más adecuada para las series económicas, pues los fenómenos económicos aparecen interrelacionados entre sí. Sin embargo, las aplicaciones en el campo multivariante son escasas, ya que su complejidad aumenta considerablemente el coste de su realización. Para un enfoque multivariante remitimos al lector a Box et. al. (1976), sección cuarta. En este trabajo, para simplificar la exposición, nos referiremos únicamente a un contexto univariante.

III. UN MODELO ESTOCASTICO PARA LAS SERIES ECONOMICAS

Tanto los métodos de regresión como los de medias móviles no son fruto de una teoría sobre la causa de la estacionalidad, sino que, más bien, han tenido un desarrollo empírico, en el sentido de que la experiencia que se ha ido adquiriendo en el tratamiento de las series temporales es la que ha orientado la evolución y perfeccionamiento de los métodos de ajuste. Box et. al. (1976) hacen especial hincapié en la necesidad de conjugar el acercamiento empírico con el teórico o, en su terminología, con el basado en modelos. En efecto, un enfoque teórico, para que sea válido, ha de postular una clase o tipo de modelos que correspondan a la realidad, y ese tipo de modelos se pueden obtener del análisis empírico, escogiendo aquellos que hayan mostrado tener un comportamiento satisfactorio. Con ello, las ideas contenidas en el enfoque empírico son criticadas y generalizadas por la teoría, con lo que ésta pasa a ofrecer al investigador empírico un instrumento más útil que el inicial.

Esta conjunción de teoría y práctica ha llevado a la proposición de los modelos ARIMA como un tipo de modelos bastante adecuado para las series temporales que se observan en Economía. En efecto, en el intento de explicar cierto comportamiento cíclico que aparece en las series temporales, Yule (1927) y Slutzky (1937) observaron que la suma o acumulaciones de impactos aleatorios pueden generar un comportamiento periódico como el que se da en las series económicas. Este fenómeno es conocido con el nombre de "efecto de Slutzky y Yule". En particular, Yule (1927) proponía el modelo autorregresivo (AR) de segundo grado, $AR(2)$,

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t \qquad [1]$$

donde a_t es una serie de perturbaciones del tipo ruido blanco, es decir, sus distintas realizaciones son independientes unas de otras y siguen una distribución normal con media cero y varianza σ^2, $N(O, \sigma^2)$. Utilizando el operador lineal de retardos L, que cumple la condición

$$L^j z_t = z_{t-j} , \qquad [2]$$

el modelo [1] se puede representar de la siguiente forma:

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2) z_t = a_t. \qquad [3]$$

Los resultados de Yule y Slutzky promovieron gran interés en el estudio de procesos estocásticos estacionarios, en particular del modelo $AR(p)$

$$(1 - \phi_1 L - \ldots\ldots - \phi_p L^p) z_t = a_t \qquad [4]$$

y del modelo de medias móviles (MA) de orden q, $MA(q)$

$$z_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \ldots\ldots - \theta_q L^q) a_t. \qquad [5]$$

Con posterioridad, Wold (1954) demostraba que todo proceso estocástico estacionario, z_t, se podía representar como la suma de dos procesos independientes

$$z_t = z_{1t} + z_{2t}$$

donde $\{z_{1t}\}$ es un proceso puramente determinístico y

$$z_{2t} = \sum_{j=o}^{\infty} \theta_j a_{t-j} \qquad [6]$$

$$\sum_{j=o}^{\infty} \theta_j^2 < \infty . \qquad [7]$$

Si z_t no tiene elementos periódicos determinísticos, $z_t = z_{2t}$ y su representación viene dada por [6], que es un proceso MA de orden infinito.

Si en [4] —véase Box y Jenkins (1970), sección 3.2— las raíces del polinomio

$$\Phi(b) = 1 - \phi_1 b - \ldots\ldots - \phi_p b^p$$

donde b es una variable artificial cuya potencia j ($j = 1, \ldots, p$) es el coeficiente de ϕ_j, están fuera del círculo unitario, el proceso $AR(p)$ es estacionario. En tal caso

$$z_t = \Phi(L)^{-1} a_t = \psi(L) a_t = \qquad [8]$$
$$= (1 - \psi_1 L - \psi_2 L^2 - \ldots\ldots) a_t,$$

donde los coeficientes ψ cumplen [7] (3).

(3) Obsérvese que si $AR(p)$ no es estacionario se puede representar también según [8], pero entonces los coeficientes ψ no cumplen (7).

Asimismo, si en [5] las raíces del polinomio

$$\theta(b) = 1 - \theta_1 b - \ldots\ldots - \theta_q b^q,$$

están fuera del círculo unitario (véase Box-Jenkins (1970), sección 3.3) el proceso es invertible, es decir,

$$\theta(L)^{-1} z_t = a_t$$

$$(1 - \pi_1 L - \pi_2 L^2 - \ldots\ldots) z_t = a_t \text{ (4)} \qquad [9]$$

Tenemos, pues, que bajo ciertas condiciones en los polinomios $\Phi(b)$ y $\theta(b)$, los procesos $AR(p)$ y $MA(q)$ son estacionarios y pueden representarse respectivamente por un proceso MA y un proceso AR de orden infinito. Es decir, tanto $AR(p)$ como $MA(q)$ son casos particulares de [6].

La descomposición de Wold es muy importante, pero no es operativa, pues el número de parámetros en [6] es infinito. No obstante, [6] se puede aproximar a un nivel de exactitud fijado de antemano mediante el modelo

$$(1 - \phi_1 L - \ldots\ldots - \phi_p L^p) z_t = (1 - \theta_1 L - \ldots\ldots - \theta_q L^q) a_t \qquad [10]$$

dando a p y q los valores necesarios. El modelo [10] se denomina autorregresivo y de medias móviles —*ARMA* (p, q)— y es operativo.

Hasta ahora hemos hablado de procesos estacionarios, sin embargo, la necesidad de predecir series económicas no estacionarias llevó al diseño de métodos de predicción basados en el alisado exponencial de las series (véase Espasa (1977), sección II). Estos métodos dan una predicción óptima —es decir, que minimiza la suma de los cuadrados de los errores— si la serie en cuestión viene generada por procesos del tipo [10] en los que alguna de las raíces de Φ (b) es la unidad. Es decir, viene generada por procesos del tipo:

$$(1 - \phi_1 L - \ldots - \phi_p L^p) \Delta(L) z_t = (1 - \theta_1 L - \ldots - \theta_q L^q) a_t \qquad [11]$$

donde el polinomio Δ (L) es un operador de diferencias de la forma (5)

(4) Obsérvese que el proceso $MA(q)$ es estacionario siempre que los coeficientes θ sean finitos.

(5) Esta terminología está tomada de Pierce (1976).

$$\triangle (L) = \prod_{j=1}^{D} \triangle_{k_j}^{d_j}, \qquad [12]$$

en el que $\triangle_s = (1 - L^s)$.
Utilizando

$$\triangle (L)\, z_t = W_t, \qquad [13]$$

[11] se puede escribir de la siguiente forma:

$$(1 - \phi_1 L - \ldots - \phi_p L^p)\, W_t = (1 - \theta_1 L - \ldots - \theta_q L^q) a_t \qquad [14]$$

Si $\triangle (L) = 1$, [11] representa un proceso estacionario *ARMA* (p, q). Si $\triangle (L) \neq 1$, al proceso representado en [11] se le denomina "integrado, autorregresivo y de medias móviles" (*ARIMA*), donde la palabra integrado hace referencia a que la variable z_t se define (a partir de [13]) como la suma de variables W. Obsérvese que si z_t viene generada por un proceso *ARIMA* (p, q), W_t viene generada por un proceso estacionario *ARMA* (p, q). Es decir, sucesivas diferenciaciones de las variables económicas (z_t) no estacionarias, las convierten generalmente en variables estacionarias (W_t).

Modelos del tipo [11] son suficientemente generales para representar series económicas con variación estacional (6). En particular el método de predicción Holt-Winters para series con estacionalidad aditiva es óptimo si la serie viene generada por (véase Granger y Newbold (1977), sección 5.3)

$$(1 - L)^2 (1 - L^s)\, z_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \theta_s L^s - \theta_{s+1} L^{s+1} - \\ - \theta_{s+2} L^{s+2})\, a_t, \qquad [15]$$

donde s es el retardo estacional, que para series mensuales es normalmente doce.

No obstante, formas especiales de [11] que tienen un menor número de parámetros se han manifestado también muy útiles para representar las series económicas estacionales. En efecto, en dichas series las observaciones de un mes concreto estarán relacionadas entre sí de un año a otro. Si por el momento suponemos que esa es la única relación entre las observaciones de la serie, es decir, sucesivos valores de la misma están relacionados entre sí y solamente si distan uno de

(6) En la práctica muchos de los coeficientes ϕ_i y θ_k son cero.

otro un número $K \cdot 12$ ($K = 1, 2, \ldots$) de meses, la serie vendría generada por un proceso *ARMA* [7] *puramente estacional* del tipo:

$$(1 - \phi'_1 L^{12} - \phi'_2 L^{24} - \ldots - \phi'_{p1} L^{p_1 12}) W_t = (1 - \theta'_1 L^{12} - \\ - \theta'_2 L^{24} - \ldots - \theta'_{q1} L^{q_1 12}) e_t, \qquad [16]$$

Obviamente la serie no será puramente estacional, sino que observaciones de distintos meses estarán también relacionadas entre sí. En dicho caso los residuos (e_t) de [16] se mostrarán dependientes de un mes a otro y si suponemos que se pueden relacionar mediante el modelo

$$(1 - \phi_1 L - \ldots - \phi_{p2} L^{p_2}) e_t = (1 - \theta L - \ldots - \theta_{q2} L^{q2}) a_t, \quad [17]$$

y sustituimos [17] en [16] y utilizamos [13] obtenemos el modelo *ARIMA* multiplicativo estacional

$$(1 - \phi'_1 L^{12} - \ldots - \phi'_{p1} L^{p_1 12}) (1 - \phi_1 L - \ldots - \phi_{p2} L^{p_2}) \triangle(L) z_t = \\ = (1 - \theta'_1 L^{12} - \ldots - \theta'_{q1} L^{q_1 12}) (1 - \theta_1 L - \ldots - \\ \theta_{q2} L_{q2}) a_t \qquad [18]$$

Este modelo es un caso particular de [11] que en vez de tener $p_1\ p_2$ parámetros autorregresivos y $q_1\ q_2$ parámetros de medias móviles sólo tiene $(p_1 + p_2)$ y $(q_1 + q_2)$ respectivamente.

En esta modelación multiplicativa la serie e_t es la versión desestacionalizada de W_t y ε_t, definida en

$$\triangle^{12}(L)\, \varepsilon_t = e_t, \qquad [19]$$

donde $\triangle^{12}(L)$ recoge las diferencias estacionales contenidas en $\triangle(L)$, la versión desestacionalizada de z_t.

Un modelo del tipo [18] que se ha mostrado útil para describir las series económicas es

$$(1 - L)(1 - L^{12}) z_t = (1 - \theta_1 L)(1 - \theta'_1 L^{12}) a_t. \qquad [20]$$

IV. EL METODO X-11 Y SU RELACION CON CON EL MODELO ESTOCASTICO

Obteniendo un modelo —[18]— suficientemente general y capaz de explicar las series económicas como realizaciones de

(7) Estamos suponiendo que previamente se ha aplicado [13] para convertir la serie en estacionaria.

procesos estocásticos conviene relacionar los métodos de ajuste estacional por medias móviles y en particular el método X-11 del "Bureau of the Census" (véase Shiskin et. al. (1967)), con ese modelo.

Aparte de ciertos detalles como la corrección de valores atípicos, la corrección de los totales anuales y el tratamiento de los extremos de la serie, el método X-11 obtiene la serie ajustada (z_t^a) mediante la aplicación de un esquema (filtro) de medias móviles simétricas

$$z_t^a = \sum_{j=-m}^{m} \alpha_j z_{t-j} \qquad (\alpha_j = \alpha_{-j}). \qquad [21]$$

Este filtro es el resultado de una serie de etapas que siguiendo a Wallis (1974), pág. 19, podemos resumir así:

a) "Calcular las diferencias entre la serie original y una media móvil centrada de doce términos (una media móvil 2 × 12, es decir, un promedio de dos términos que a su vez son promedios de 12 términos) como una primera estimación de los componentes estacional e irregular.

b) Calcular una media móvil ponderada de 5 términos (una media móvil 3 × 3) para cada mes por separado, para obtener así una estimación del componente estacional.

c) Ajustar estos componentes estacionales para que sumen cero (aproximadamente) en cualquier período de 12 meses, sustrayéndoles una media móvil centrada de 12 términos.

d) Restar a la serie original el componente estacional ajustado, para obtener así una serie preliminar ajustada de estacionalidad.

e) Calcular una media móvil de Henderson de 9—, 13— ó 23 términos a la serie ajustada de estacionalidad y restar esta serie de tendencia-ciclo resultante de la serie original para obtener una segunda estimación de los componentes estacional e irregular.

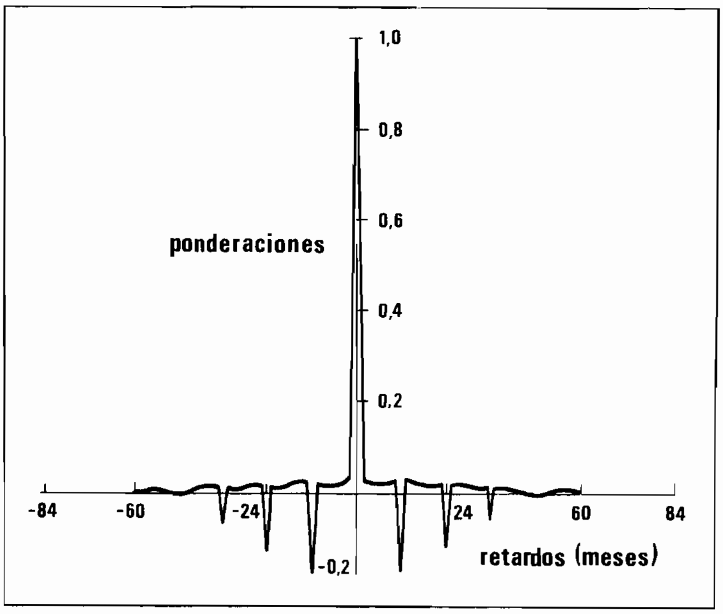
f) Calcular una media móvil ponderada de siete términos (una media móvil 3×5) a cada mes por separado, para obtener una segunda estimación del componente estacional.

g) Ajustar estos componentes estacionales para que sumen cero (aproximadamente) en cualquier período de 12 meses, sustrayéndoles una media móvil centrada de 12 términos.

h) Restar estas últimas estimaciones del componente estacional a la serie original, para obtener la serie ajustada de estacionalidad".

El resultado de estas etapas es z_t^a descrita en [21] donde $m = 82$, 84 u 89 según el valor escogido en la etapa *e*. Los coeficientes α_j de [21] para $m = 84$ se calculan en Wallis (1974). Su representación gráfica se encuentra en el gráfico 1 que ha sido tomado de Wallis (1974), pág. 19.

Gráfico 1



El método X-11 se ha ido elaborando y perfeccionando a lo largo del tiempo sin hacer referencia, al parecer, a ningún tipo de modelo que sirviese para representar las series económicas. Pero en el diseño del método se fueron teniendo en cuenta las peculiaridades más importantes que se observaban en las series temporales, como la de una tendencia y estacionalidad cambiantes. Por ello —como observa Pierce (1976), pág. 6— no es mera coincidencia que procedimientos del tipo X-11 sean óptimos, en el sentido de que minimizan la suma de los cuadrados de los errores en la estimación de S_t, para un tipo de modelos *ARIMA*. Vemos de este modo también que la recomendación de Box et. al. (1976) de conjugar los enfoques empíricos y teóricos sobre series temporales es de gran interés.

El tipo de modelos *ARIMA* para los que el método X-11 es óptimo ha sido estudiado por Cleveland y Tiao (1976) y la exposición que sigue se basa en dicho trabajo. Supongamos que la z_t sigue el esquema aditivo y que

$$\Phi_{p1}(L)\, p_t = \theta_{q1}(L)\, a_{1t} \qquad [22]$$

$$\Phi_{p2}(L)\, S_t = \theta_{q2}(L)\, a_{2t}, \qquad [23]$$

donde $\Phi_{p1}, \theta_{q1}, \Phi_{p2}$ y θ_{q2} son polinomios reales del operador L del orden $p1$, $q1$, $p2$ y $q2$ respectivamente. Supongamos también que las raíces de $\theta_q\ (L)$ y $\theta_{q2}\ (L)$ están fuera del círculo unitario, y que las raíces de Φ_{p1} y Φ_{p2} están en o fuera del círculo unitario y que en [1], [22] y [23] e_t, a_{1t} y a_{2t} son procesos independientes del tipo ruido blanco con distribuciones normales con medias cero y varianzas σ^2_e, σ^2_{a1} y σ^2_{a2} respectivamente. Entonces los estimadores que minimizan el error cuadrático medio son la esperanza matemática de p_t y S_t condicional al vector de observaciones $\underset{\sim}{z}$, $E(p_t \mid \underset{\sim}{z})$ y $E(S_t \mid \underset{\sim}{z})$. Cleveland y Tiao (1976) demuestran que $E(p_t \mid \underset{\sim}{z})$ y $E(S_t \mid \underset{\sim}{z})$, para valores de t que no están próximos a los extremos de las series, se pueden aproximar mediante medias móviles simétricas sobre $\underset{\sim}{z}$. En consecuencia, dichos autores argumentan: "...si se puede encontrar un modelo en el que las esperanzas condicionales den las mismas ponderaciones que las de un filtro particular de medias móviles simétricas, se podrá decir que tal modelo representa una estructura estocástica para dichos filtros". En particular, para el filtro simétrico aplicado en el método X-11 (en el caso de medias de Henderson de 13 elementos) Cleveland y Tiao (1976) encuentran que una estructura estocástica que soporte dicho filtro es

$$(1 - L)^2 p_t = (1 + .49\, L - .49\, L^2)\, a_{1t}, \qquad [24]$$

$$(1 - L^{12})\, S_t = (1 + .64\, L^{12} + .83\, L^{24})\, a_{2t} \qquad [25]$$

con $\sigma^2_{a2} / \sigma^2_{a1} = 1.3$ y $\sigma^2_{e} / \sigma^2_{a1} = 14.4$

Una comparación de las ponderaciones que se obtienen con [24] y [25] para obtener los componentes tendenciales y estacionales con las que supone el método X-11 se dan en los gráficos 2 y 3 que han sido tomados de Cleveland y Tiao (1976), pág. 582.

Gráfiço 2

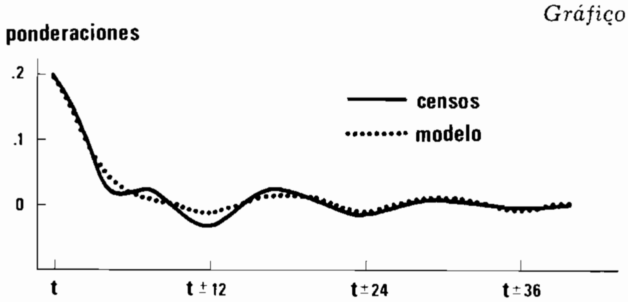
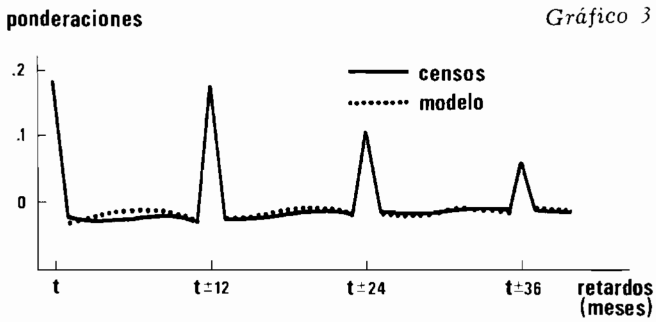


Gráfico 3



Combinando [I] con [24] y [25] el modelo general que se obtiene es:

$$
\begin{aligned}
(1 - L)(1 - L^{12})\, z_t = (1 - .337L &+ .144L^2 + .141L^3 + .139L^4 + \\
&+ .135L^5 + .131L^6 + .125L^7 + .117L^8 + \\
&+ .106L^9 + .093L^{10} + .077L^{11} - .417L^{12} + \\
&+ .232L^{13} - .001L^{20} - .003L^{21} - .004L^{22} + \\
&+ .006L^{23} + .035L^{24} + .021L^{25})\, a_t. \qquad [26]
\end{aligned}
$$

Las autocorrelaciones que se obtienen para

$$W_t = (1 - L)(1 - L^{12})\, z_t$$

a partir de [26] se dan en el cuadro 1, tomado de Cleveland y Tiao (1976), pág. 583.

Cuadro 1

k	ρ_k									
1 - 10	—.25	.13	.12	11	-.09	.08	.07	.05	0.4	.03
11 - 20	.18	—.35	.16	0	0	0	0	0	0	0
21 - 25	0	0	—.01	.03	—.01	$k = 0$, ($k > 25$).				

En el modelo [26] los coeficientes de valor absoluto mayor corresponden a los retardos 1, 12 y 13; vemos, pues, que [26] es un modelo bastante próximo a [20] que, como decíamos antes, se muestra útil para representar gran número de series económicas estacionales (véase, por ejemplo, Box. et. al. (1976). Podemos ver ahora los méritos e inconvenientes del método X-11. En la medida que el procedimiento se aplica a series económicas que pueden considerar como generadas por procesos estocásticos similares a [26], el método X-11 estará cerca del óptimo, en el sentido descrito anteriormente. Así, al aplicar Cleveland y Tiao (1976) el X-11 a la serie temporal de pasajeros de líneas aéreas, recogida en Box-Jenkis (1970) capítulo 9, obtienen resultados aceptables en el sentido de que el correlograma de los residuos, $y_t - \hat{p}_t - \hat{S}_t$, parece indicar que éstos no siguen ningún modelo, es decir, pueden tomarse como ruido blanco. Este resultado es explicable, pues Box-Jenkins (1970) identifican para dicha serie el modelo *ARIMA* [20] con $\theta_1 = .4$ y $\theta_1' = .6$, que es un modelo con la misma estructura *AR* que [26] y con una estructura *MA* relativamente próxima a la de [26].

Por el contrario, al aplicar Cleveland y Tiao (1976) el X-11 a la serie de desconexiones telefónicas recogida en Thompson y Taio (1971) obtienen unos residuos cuyo correlograma muestra una estructura cíclica muy marcada señalando que el método X-11 no es adecuado en tal caso, ya que no ha extraído toda la estacionalidad de la serie. Estos resultados se comprenden plenamente, al observar que el modelo *ARIMA* que Thompson y Tiao (1971) identifican para dicha serie es:

$$(1-.49L^3)(1-1.005L^{12})z_t = (1-.23L^9-.334L^{12}-.17L^{13}), \quad [27]$$

que contiene una estructura *AR* muy distinta a la de [26].

Asimismo, observa Pierce (1976), pág. 9, en el caso en que el aspecto estacional no estacionario de la serie sea determinístico más bien que estocástico, el método X-11 sobreajustará la serie. En efecto, si la estacionalidad no estacionaria es determinística, al tomar diferencias estacionales como $(1 - L^{12})$ se introduciría autocorrelación negativa en dichos retardos (compárese con Chan et. al. (1977)) y el X-11 producirá normalmente un ajuste excesivo. Esta observación de que los métodos de ajuste estacional por medias móviles puede remover de la serie más variación que la puramente estacional se hacía ya en Nerlove (1964).

V. CONCLUSION

Podemos concluir, pues, diciendo que las series económicas se pueden representar adecuadamente como realizaciones de procesos *ARIMA* y en muchos casos por procesos similares a [20]. Los métodos de ajuste estacional por medias móviles y en concreto el método X-11, son óptimos (en el sentido descrito en el texto) para series generadas por procesos *ARIMA* del tipo [26], que es similar a [20], y esto explica que tal método funcione bien para gran número de casos. No obstante, para series en las que las periodicidades estacionales como las de tres y seis meses sean muy marcadas, es previsible esperar que el método X-11 no elimine de la serie original toda la variación estacional. Por el contrario, en series en las que el componente estacional no estacionario tenga una estructura determinística (y no estocástica como supone el X-11) es previsible esperar que el método X-11 estime series ajustadas en las que se haya eliminado algo más que la pura variación estacional. Por ello, enfoques como el de Pierce (1976) en las que se combina una estructura determinística con una estocástica se muestran de gran interés.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Box, G.E.P., S.C. Hillmer y G.C. Tiao (1976), «Analysis and Modelling of Seasonal Time Series», ponencia presentada a la *Conferencia sobre «Seasonal Analysis of Economic Time Series»*, Washington, septiembre.

Box, G.E.P. y G.M. Jenkins (1970), *Time Series Analysis Forecasting and Control, Holden-Day*, San Francisco.

Cleveland, W.P. y G.C. Tiao (1976), «Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census X-11 Program», *Journal of the American Statistical Association*, V. 7, n. 355, septiembre, págs. 581-587.

Chan, K.H., J.C. Hayya y J.K. Ord (1977), «A Note on Trend Removal Methods: The Case of Polynomial Regression Versus Variate Differencing», *Econométrica*, V. 45, n. 3, abril, págs. 737-744.

Espasa, A (1971), «Variables artificiales estacionales y mínimos cuadrados bietápicos», *Moneda y Crédito, n. 119, diciembre, págs.* 53-66.

Espasa, A. (1977), «La predicción económica», Banco de España, Servicio de Estudios, junio, trabajo no publicado.

Granger, C.W.J. y P. Newbold (1977), *Forecasting Economic Time Series, Academic Press, New York.*

Nerlove, M. (1964), «Spectral Analysis of seasonal Adjustment Procedures», *Econométrica*, V. 32, n. 3, julio, pás. 241-285.

Pierce, D.A. (1976), «Seasonal Adjustment when both deterministic and stochastic seasonality are present», ponencia presentada en la *Conferencia sobre «Seasonal Analysis of Economic Time Series»*, Washington, septiembre.

Shiskin, J., A.H. Young y J.C. Musgrave (1967), «The X-11 variant of the Census Method-II Seasonal Adjustment Program», *Technical Paper*, n. 15, U.S. Bureau of the Census, febrero.

Slutzky, E. (1973), «The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes», *Econométrica*, V. 5, abril, págs. 105-146.

Thomas, J.I. y K.F. Wallis (1971), «Seasonal Variation in Regression Analysis», *Journal of the Royal Statistical Society*, serie A, págs. 57-72.

Thompson, H.E. y G.C. Tiao (1971), «Analysis of telephone data: a case study of forecasting Seasonal Time Series», *The Bell Journal of Economics and Management Science*, n. 2, págs. 515-541.

Wallis, KF. (1974), «Seasonal Adjustment and Relations Between Variables», *Journal of the American Statistical Association*, V. 69, n. 345, marzo, págs. 18-31

Wold, H.O. (1954), *A Study in the Analysis of stationary Time Series*, 2.ª ed., Almqvist y Wieksell, Upsala.

Yule, G.U. (1927), «On a Method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to Wolfer's numbers», *Philosophical Transactions* (A), págs. 267-298.

* * *

RESUMEN

El problema de la estacionalidad de las series económicas debe tratarse de forma específica según el problema que se quiera abordar. El tratamiento al que se refiere este artículo contempla el caso en el que se quiere descomponer la serie como la suma de tres componentes: tendencia-ciclo, estacional y errático. Los métodos de estimación de dicho componente estacional se pueden agrupar en dos tipos: métodos de regresión y métodos basados en medias móviles. De entre estos últimos cabe destacar el procedimiento X-11. Ahora bien, si consideramos las series económicas como realizaciones de procesos estocásticos, los procesos ARIMA multiplicativos estacionales parecen mostrarse como un tipo de modelo bastante útil para el análisis de tales series. Por ello, conviene estudiar la relación del procedimiento de ajuste estacional X-11 con dichos modelos. En este documento se recogen los resultados de Cleveland y Tiao (1976) sobre ese punto. En concreto, se resalta el tipo de modelo ARIMA (ecuación (26), del texto), que implica el X-11 y se señala cómo dicho modelo está muy próximo a otro más simple (ecuación (20) del texto) que diversos estudios confirman como bastante adecuado para representar un gran número de series económicas. Esto explica el éxito del procedimiento X-11, y sirve, también, para apuntalar cuáles son sus limitaciones.

SUMMARY

Problems arising from the seasonal fluctuations to which economical series are subjected, should be dealt with in a specific manner according to the type of problem in hand. The procedure this article refers to is that which could be applied in a case where it is desired to break down the series into the sum of three components: trend-cycle the seasonal component, and the erratic component. The methods for estimating the seasonal component may be classified into two kinds: regression methods, and methods based on moving averages. From among these latter, the X-11 procedure is to be noted. However, if economical series are considered as being the result of estocastical processes, then the ARIMA seasonal multiplicative processes would appear to be a positively useful model for the purpose of analysing such series. For this reason, it is of interest to study the relationship of the X-11 seasonal adjustment procedure with these models.

The article here carries the results reached by Cleveland and Tiao (1976) on this matter. In particular, emphasis is given to the ARIMA model (equation (26) in the text), that the X-11 procedure involves, and it is shown how this model is very close to another simpler one (equation (20) in the text), which is confirmed in a number of different investigations as being adequate enough for the purpose of representig a large number of economical series. This then, is seen to be the explanation of the success enjoyed by the X-11 procedure, and it also shows where its limitations lie.