UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

DEPARTAMENTO DE
TEORÍA DE LA SEÑAL Y COMUNICACIONES

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

PROYECTO FIN DE CARRERA

ANÁLISIS Y DISEÑO ELECTROMAGNÉTICO DE DETECTORES KID PARA APLICACIONES ESPACIALES A FRECUENCIAS DE THZ

Autor: Beatriz Blázquez Valles
Tutora: Eva Rajo Iglesias
Directora: Nuria Llombart Juan

Leganés, 7 de abril de 2011

Agradecimientos

Ante todo me gustaría dar las gracias a Nuria Llombart, por la oportunidad que me ha brindado al poder realizar este proyecto final de carrera con ella, gracias a lo cual he aprendido mucho y espero seguir aprendiendo. Gracias por la infinita paciencia que ha demostrado conmigo, explicándome las cosas todas las veces que ha hecho falta.

Quiero agradecerle a mi familia, en especial a mis padres, por esforzarse siempre en darme la mejor educación posible, y por estar a mi lado en todos los momentos de mi vida, fáciles, difíciles, alegres y tristes. Gracias, creo que al final he salido una persona de provecho y es, principalmente, gracias a vosotros. Y a mi hermana Laura, porque, a pesar de nuestras riñas, es uno de los pilares de mi vida, y se que está tan orgullosa de mi como yo de ella.

Aunque ya no esté entre nosotros, quiero acordarme de mi abuelo, porque estoy convencida de que le habría hecho muchísima ilusión verme terminar la carrera. Y gracias a mi abuela, por ser fuerte y mantenerse en pie en los momentos tan difíciles que ha pasado últimamente, para mi es un ejemplo de valentía y fortaleza.

Raúl, creo que no tendría páginas suficientes para darte las gracias. Me considero una persona afortunada por haberte conocido y por poder compartir mi vida contigo. Tengo muchas cosas que agradecerte, pero en este momento me gustaría destacar la ayuda incondicional que me has prestado desde que empecé este proyecto, hasta el último día. Y por tener siempre las palabras justas en los momentos más bajos.

Por supuesto gracias a mis amigas, las de siempre Rosa y Ale, me alegra teneros cerca siempre que termina una etapa y comienza otra.

Y por último a todos mis amigos/as y compañeros/as de la universidad. En especial a Natalia, me llevo una amiga, y a mi otra "*family*", Elena y compañía, por los buenos momentos que me han hecho pasar y las cosas que hemos compartido juntos. Me llevo muy buenos recuerdos de mi etapa en la universidad, y es en gran parte gracias a todos ellos.

Resumen

La banda submilimétrica, o del infrarrojo lejano, es la porción del espectro electromagnético de la que menos información se tiene. La investigación de esta banda se ha convertido en un tema importante y de gran alcance tanto para aplicaciones espaciales como terrestres. Hasta la fecha, los dispositivos criogénicos eran los detectores más sensibles que existían para muchas de estas aplicaciones. Sin embargo, la siguiente generación de instrumentos astronómicos requiere de grandes campos de visión directa con cámaras de millones de píxeles para permitir la medición simulatánea de un gran número de bandas espectroscópicas en una amplia zona del cielo. La dificultad de los dispositivos criogénicos para ser integrados en estos grandes arrays, ha hecho que sea necesario buscar otras opciones. Los recién desarrollados MKIDs (*Microwave Kinetic Inductance Detectors*) tienen el potencial necesario para la creación de estas matrices de gran tamaño. El principio de funcionamiento de estos dispositivos se basa en el incremento en la población de cuasipartículas y el correspondiente incremento de la inductancia cinética, producida dentro del volumen de un superconductor al incidir en él fotones o fonones con una energía superior a la energía vinculante que une los pares de Cooper del superconductor. Esta pequeña variación en la inductancia puede medirse por medio de un circuito resonante de microondas con un alto factor de calidad. La absorción de un fotón modifica la inductancia del circuito y hace variar ligeramente la frecuencia de resonancia.

El objetivo final de este proyecto es realizar un estudio práctico sobre los detectores de tipo KID, y sobre la absorción, en la banda de los terahercios, que son capaces de proporcionar. Nos centraremos únicamente en el análisis y diseño electromagnético de la parte inductiva del circuito.

Se realizará un desarrollo analítico de la impedancia de la estructura, así como la validación del mismo. Con esto facilitaremos el diseño posterior del sistema. El modelo analítico desarrollado nos permitirá, entre otras cosas, poder realizar un estudio en frecuencia del detector, y comparar las diferentes situaciones que se van a considerar.

Tras haber validado este modelo, se realizará el diseño de dos absorbedores KID, el primero recibirá una única polarización, y el segundo será capaz de recibir las dos. Para ambos se realizará un estudio de la eficiencia de absorción de la banda submilimétrica que son capaces de proporcionar.

Abstract

The submillimeter band, or Far InfraRed, is the last portion of the electromagnetic spectrum where sky emission is poorly known. The investigation of this band has become an important and powerful issue for both space and terrestrial applications. To date, cryogenic devices have been the most sensitive detectors for many of these applications. However, the next generation of astronomical instruments requires large field of view cameras with millions of pixels for allowing simultaneous measurements of a large number of spectroscopic bands over a wide area of the sky. The difficult integration of cryogenic devices into these large arrays, has made it necessary to seek other options. The newly developed Microwave Kinetic Inductance Detectors (MKIDs) have the necessary potential to create these large arrays. The operation of these devices is based on the increase in the quasiparticle population and the corresponding increase in the kinetic inductance within the volume of a superconducting film upon absorption of photons or phonons with energies above the binding energy of a superconducting electron pair (Cooper pair). This small change in inductance can be measured by a microwave resonant circuit with a high quality factor. The absorption of a photon modifies the inductance of the circuit and changes the resonant frequency slightly.

The ultimate goal of this project is to conduct a practical study on MKID detectors and the absorption that are able to provide in the terahertz band. We will focus solely on the electromagnetic analysis and design of the inductive circuit.

There will be an analytical development of the impedance of the structure, as well as its validation. This will facilitate the subsequent design of the system. The analytical model developed allows us to conduct a detector frequency study and compare the different situations to be considered.

After validating this model, we will design two MKID absorbers. The first one will receive a single polarization, and the other one will be able to get both polarizations. There will be a study of the absorption efficiency in the submillimeter band.

Índice general

Índice general vii

Índice de figuras xi

Índice de tablas xv

1. Introducción 1

1.1. Motivación del proyecto 1

1.2. Objetivos 2

1.3. Contenido de la memoria 3

2. Estado del arte 5

2.1. Introducción 5

2.2. MKIDs 6

2.2.1. Principio de funcionamiento 7

2.3. LEKIDs 8

3. Modelo analítico de la impedancia de un array periódico 11

3.1. Modelo analítico de la corriente eléctrica generada en un dipolo 12

3.2. Modelo analítico de la corriente generada en un array periódico 15

3.3. Impedancia de un array de dipolos periódico 20

3.4. Función de Green en medios estratificados 20

3.4.1. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos 23

3.4.2. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos con plano metálico 24

4. Validación del modelo analítico de la impedancia 27

4.1. Aproximación de bajas frecuencias. Incidencia normal 28
4.1.1. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos 28
4.1.2. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos con plano metálico 34
4.2. Caso general 36
4.2.1. Incidencia normal 38
4.2.2. Incidencia oblicua 42
4.3. Cálculo de la resistencia óptima 45
4.4. Análisis en frecuencia 46
4.5. Conductor 48

5. Diseño del absorbedor KID iluminado por una lente de silicio 49
5.1. Diseño del absorbedor 49
5.2. Análisis y diseño de la lente elíptica 52
5.2.1. Cálculo analítico de la eficiencia de absorción de la lente 56
5.3. Detector iluminado por la lente de silicio 62
5.3.1. Validación del patrón de radiación 62
5.3.2. Cálculo de la potencia de entrada al absorbedor 67
5.3.3. Cálculo y validación de la eficiencia de absorción 68
5.4. Cálculo de la eficiencia de absorción real 73

6. Diseño del absorbedor KID con estructura de meandro 77
6.1. Diseño de la estructura 77
6.1.1. Estructura situada en silicio 82
6.1.2. Conductor 83
6.2. Estructura iluminada con la lente de silicio 83
6.2.1. Cálculo de la eficiencia de absorción 84
6.2.2. Eficiencia de absorción real 85

7. Conclusiones y trabajos futuros 87
7.1. Conclusiones 87
7.2. Líneas futuras 88

A. Presupuesto 91

A.1. Costes de personal 91
A.2. Costes de material 91
A.3. Presupuesto total 92

Bibliografía **93**

Índice de figuras

1.1. Dispositivo LEKID para recibir una polarización, a la izquierda, y para recibir las dos polarizaciones, a la derecha 2

2.1. Ilustración del principio de detección de los MKIDs, [22]. a) Los fotones con $h\nu > 2\Delta$ los absorbe una fina película de material superconductor enfriada a una temperatura $T << T_c$, rompiendo los pares de Cooper (C) y creando un número determinado de cuasipartículas, N_{qp}. b) Este aumento de la población de cuasipartículas cambia la impedancia de superficie del material, principalmente su inductancia, que forma parte de un circuito resonador. c) Esta variación de L_k y R_s produce un cambio en la amplitud, y la fase, d), de la señal de microondas trasmitida a través del circuito . . . 7

2.2. Esquemático de un dispositivo LEKID, a la derecha, y su circuito equivalente, a la izquierda, [4] 9

2.3. A) Esquema del sistema integrado del detector formado por un array de superconductores y sus respectivas lentes de silicio. B) y C) Vistas lateral y superior, respectivamente, del sistema detector, [1] 9

3.1. Dipolo orientado a lo largo del eje x, con sección transversal w y situado en un medio estratificado 12

3.2. Array de dipolos con periodo d_y, orientados a lo largo del eje x, con sección transversal w y situado en un medio estratificado 16

3.3. Campo total radiado por el array de dipolos de periodo d_y, con sección transversal w y situado en un medio estratificado 17

3.4. Modelo equivalente en líneas de transmisión (arriba) de un medio estratificado cualquiera, y su simplificación (abajo) 22

3.5. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos (a la izquierda), y su modelo equivalente en líneas de transmisión (a la derecha) 23

3.6. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos con plano metálico trasero (a la izquierda), y su modelo equivalente en líneas de transmisión (a la derecha) 25

4.1. Ondas de potencia del modelo en líneas de transmisión del array situado entre dos dieléctricos 29

4.2. Evolución de la eficiencia de absorción en función de la resistencia R, para el array en el vacío 30

4.3. Evolución de la eficiencia de absorción en función de la resistencia R, para el array situado entre silicio y el vacío 33

4.4. Ondas de potencia del modelo en líneas de transmisión del array situado entre dos dieléctricos con plano reflector trasero 34

4.5. Evolución de la eficiencia de absorción en función de la resistencia R, para el array en vacío con plano metálico trasero 36

4.6. Estructuras de CST para los dos casos estudiados, dos dieléctricos homogéneos con y sin plano metálico (derecha e izquierda respectivamente) . 37

4.7. Estructura de CST de la celda única, a la izquierda. A la derecha se muestra la estructura que simula un array periódico en CST 38

4.8. Proceso de optimización de la parte real de la impedancia (a la izquierda), y de la parte imaginaria (a la derecha), para el array situado en el vacío, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$, (arriba) y entre silicio y el vacío, $\varepsilon_{r1} = 11{,}9$ y $\varepsilon_{r2} = 1$, (abajo), para $w = 5\mu m$ 39

4.9. Proceso de optimización de la parte real de la impedancia (a la izquierda), y de la parte imaginaria (a la derecha), para el array situado en el vacío, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$ con plano metálico, para $w = 5\mu m$ 41

4.10. Parte real (a la izquierda) e imaginaria (a la derecha) de la impedancia óptima calculada mediante CST (línea azul) y analíticamente (línea roja), del array situado en el vacío, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$ con plano metálico, para un valor de $w = 5\mu m$. Arriba se muestran los resultados en el caso de $\phi = 0°$ y abajo para $\phi = 90°$ 43

4.11. Variación de la eficiencia de absorción con los ángulos θ y ϕ, para $f_0 = 1{,}125THz$. A la izquierda el modo TM y a la derecha el TE 44

4.12. Optimización de la resistencia R_{in} para el array de elementos conductores situado en el vacío 45

4.13. Evolución de la eficiencia de absorción para los tres casos estudiados, a la derecha los resultados obtenidos con CST, y a la izquierda los obtenidos con el modelo analítico 47

4.14. Evolución de la eficiencia de absorción analítica para los tres casos estudiados, para una banda de frecuencias de $0{,}1THz$ a $2{,}2THz$ 47

4.15. Eficiencia de absorción en el rango de frecuencias de trabajo, para diferentes valores de h 48

5.1. Absorbedor KID formado por elementos conductores 49

5.2. Eficiencia de absorción del detector en función de la frecuencia, obtenida analíticamente (línea roja) y simulada con CST (línea azul), para $\phi = \theta = 0°$ 51

5.3. Evolución de la eficiencia de absorción del detector en función de los ángulos de incidencia θ y ϕ, para la frecuencia central, $f_0 = 1{,}125THz$. En azul $\phi = 0°$ y en rojo $\phi = 90°$ 52

5.4. Geometría de la elipse. A y B son los semiejes, mayor y menor respectivamente, y F_1 y F_2 los focos de la elipse 53

5.5. Geometría de la lente. Vista lateral, a la izquierda, y superior, a la derecha 54

5.6. Adaptador $\frac{\lambda}{4}$ 54

5.7. Variación de la longitud del adaptador $\frac{\lambda_m}{4}$ 55

5.8. Evolución de la eficiencia de absorción analítica de la lente. Los casos representados son para incidencia normal $\theta_{max} = 0°$ (negro), los casos $\theta_{max} = 15°$ (rojo), $\theta_{max} = 30°$ (azul) y para un ángulo $\theta_{max} = 50°$ (verde) 61

5.9. Estructura de las lentes diseñadas en CST. Arriba el caso de $\theta_{max} = 15°$ y abajo $\theta_{max} = 30°$. A la derecha en ambos casos se muestra el alzado y la vista lateral de la estructura 63

5.12. Campo eléctrico en el plano $z = 0$ y $z = 500\mu m$ (izquierda y derecha respectivamente), simulado con CST (línea azul) y el modelo analítico (línea roja), para $\theta_{max} = 15°$ 64

5.10. Patrón de radiación de la lente para los dos valores del ángulo de incidencia, arriba para $\theta_{max} = 15°$, y abajo $\theta_{max} = 30°$, en el plano $z = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección x, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano XY, simulado mediante CST 65

5.11. Patrón de radiación de la lente para los dos valores del ángulo de incidencia, arriba para $\theta_{max} = 15°$, y abajo $\theta_{max} = 30°$, en el plano $x = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección z, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano ZX, simulado mediante CST 66

5.13. Estructura en CST formada por la lente junto con el absorbedor. A la derecha, la vista superior de la misma junto con un detalle del absorbedor . 69

5.14. Patrón de radiación de la lente una vez añadido el detector, para los dos valores del ángulo de incidencia, a la izquierda $\theta_{max} = 15°$, y a la derecha $\theta_{max} = 30°$, en el plano $z = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección x, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano XY, simulado mediante CST 70

5.15. Patrón de radiación de la lente una vez añadido el detector, para los dos valores del ángulo de incidencia, a la izquierda $\theta_{max} = 15°$, y a la derecha $\theta_{max} = 30°$, en el plano $x = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección z, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano ZX, simulado mediante CST 71

5.16. Eficiencia de las lentes para $\theta_{max} = 15°$, línea roja, y $\theta_{max} = 30°$, línea azul. Las líneas continuas representan el modelo analítico y los círculos los resultados obtenidos de las simulaciones con CST 72

5.17. Evolución de la eficiencia de absorción del detector en función de los ángulos de incidencia θ y ϕ, para la frecuencia central, $f_0 = 1{,}125THz$, señaladas con símbolos de suma, y para las frecuencias de los extremos de la banda de trabajo, $f_0 = 0{,}75THz$, con rombos, y $f_0 = 1{,}5THz$, con círculos. En azul $\phi = 0°$ y en rojo $\phi = 90°$ 73

6.1. Estructura de CST para el meandro 78

6.2. Curvas de eficiencia para las dos polarizaciones, con diferentes valores del periodo en x 79

6.3. Curvas de eficiencia para las dos polarizaciones, línea azul para la polarización 1 y línea roja para la polarización 2. A la izquierda para diferentes valores de l, y a la derecha para valores de w 80

6.4. Curvas de eficiencia para las dos polarizaciones, línea azul para la polarización 1 y línea roja para la polarización 2, para los diferentes valores de R_a 80

6.5. Eficiencia del meandro diseñado para las dos polarizaciones, para un valor de $h_{back} = 66{,}67\mu m$ 81

6.6. Eficiencia del meandro, situado en vacío, para las dos polarizaciones, con un valor de $h_{back} = 62\mu m$ y un factor de escalado de 1.09 81

6.7. Eficiencia del meandro, situado en silicio, para las dos polarizaciones, con un valor de $h_{back} = 17{,}97\mu m$ y un factor de escalado de 1.09 82

6.8. Eficiencia del meandro, situado en silicio y realizado en un material conductor de espesor $h = 1\mu m$, para las dos polarizaciones, con un valor de $h_{back} = 17{,}97\mu m$ y un factor de escalado de 1.04 83

Índice de tablas

4.1. Impedancias óptimas del array, obtenidas de forma analítica y mediante CST, situado en el vacío 40

4.2. Impedancias óptimas del array, obtenidas de forma analítica y mediante CST, situado entre silicio y el vacío 40

4.3. Impedancias óptimas del array obtenidas de forma analítica y mediante CST, para el array situado en el vacío con reflector trasero 42

4.4. Comparación entre los valores de R_{in} y Z_{in} para el array situado en el vacío 46

4.5. Valores de R_{in} y Z_{in} para el array, en las tres estratificaciones estudiadas, para un periodo $d_y = \frac{\lambda_0}{4}$ 46

5.1. Eficiencia de absorción calculada de las dos formas, mediante simulaciones en CST 51

5.2. Dimensiones de la elipse que forma la lente de silicio 55

5.3. Valores reales del foco de las dos lentes diseñadas 56

5.4. Potencia de entrada al absorbedor 68

5.5. Volumen de pérdidas en el detector 69

5.6. Eficiencia de la lente obtenida con CST 69

5.7. Eficiencia de la lente obtenida con el modelo analítico 72

5.8. Potencia de entrada al absorbedor real 74

5.9. Eficiencia real de la lente, obtenida con CST 74

6.1. Volumen de pérdidas en el detector formado por meandros 84

6.2. Eficiencia de absorción del detector formado por meandros e iluminado por la lente de silicio 84

6.3. Eficiencia real de la lente con el detector formado por meandros, obtenida con CST 85

A.1. Costes de personal 91
A.2. Costes de material 92
A.3. Presupuesto total 92

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación del proyecto

Los dispositivos criogénicos que incorporan películas de materiales superconductores, son actualmente los detectores más sensibles para muchas aplicaciones. Entre ellas, la detección de energía electromagnética (fotones) proveniente de fuentes astronómicas, y la búsqueda de otros tipos de partículas, como la materia oscura, son muy relevantes para la investigación espacial. Los últimos avances en este campo se dirigen hacia sistemas ópticos plenamente integrados en un sólo chip (lentes + detectores), para la detección de ondas submilimétricas y medida de radiación del infrarrojo lejano. Estos detectores consistirán en un array de miles de elementos formado por lentes de silicio y detectores de tipo LEKID (*Lumped Elements Kinetic Detector*), fabricados en un material superconductor, [1]. Se está investigando si el uso de lentes ayuda a mejorar la eficiencia de los dispositivos y a reducir el acoplamiento entre los elementos de la matriz. La motivación de este proyecto nace del interés que tienen estos nuevos dispositivos en el desarrollo de instrumentos para la investigación astronómica. Por ello se ha realizado un análisis, y posterior diseño, electromagnético de estos detectores en la banda de frecuencia de terahercios, que es la banda de interés para estas aplicaciones espaciales, así como de su comportamiento al ser iluminados por lentes de silicio.

Los dispositivos LEKIDs, que se explican con más detalle en el Capítulo 2 de esta memoria, constan de una parte inductiva en serie con un elemento capacitivo, que formarán un circuito resonador cuya frecuencia de resonancia se situará en la banda de microondas (GHz). El mecanismo de absorción de la radiación de terahercios se basa en la adaptación de la impedancia de la onda entrante con la conductividad y el grosor del detector. Este mecanismo de absorción es similar al de un bolómetro formado por una malla, [2].

Por lo general, los LEKIDs desarrollados con la finalidad de ser utilizados en aplicaciones espaciales, se diseñan de forma que absorben una única polarización, ya que su componente inductiva suele constar de elementos longitudinales y rectos, como los mostrados en la parte izquierda de la figura 1.1, [1], [3], [4]. Si se cambia el diseño se puede

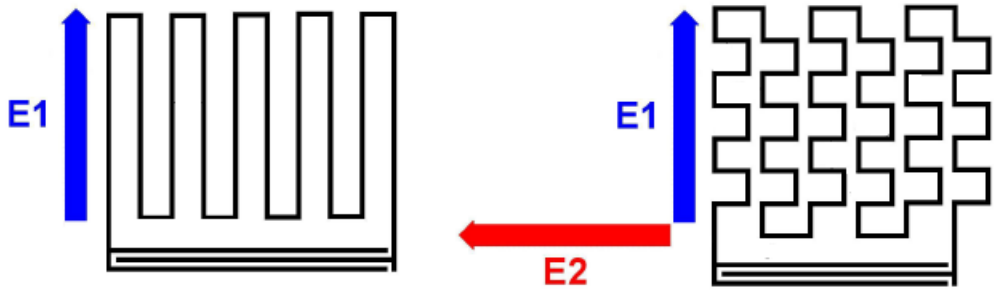

Figura 1.1: Dispositivo LEKID para recibir una polarización, a la izquierda, y para recibir las dos polarizaciones, a la derecha

conseguir un detector que absorba ambas polarizaciones a la vez, como puede ser la estructura que se muestra en la parte derecha de la figura 1.1, sin necesidad de utilizar una antena. Este planteamiento, consiste en que el detector tenga, no sólo los brazos longitudinales verticales, sino también componentes horizontales, de forma que se puede recibir el campo eléctrico de ambas polarizaciones. De esta manera, si se optimiza de forma adecuada el diseño, se pueden obtener elevadas eficiencias de absorción, teniendo en cuenta la suma de las dos polarizaciones.

1.2. Objetivos

La finalidad del proyecto es el estudio y diseño electromagnético de estructuras periódicas, entre ellas las de tipo meandro, destinadas a constituir sistemas de detección para aplicaciones espaciales a frecuencias de terahercios. Nos hemos centrado en el diseño electromagnético de la parte inductiva del LEKID, así como en el análisis de su comportamiento al ser iluminado por una lente de silicio. No se ha realizado el diseño del circuito resonante, el proyecto se ha centrado en el estudio de la eficiencia de absorción, ya que el objetivo que buscamos es, precisamente, maximizar esta eficiencia de absorción de la radiación de terahercios.

Es interesante, antes de comenzar con el desarrollo del detector, realizar un estudio sobre la impedancia de este tipo de estructuras periódicas. Si se tiene un modelo de este parámetro, que dependerá de las dimensiones del dispositivo, entre otras cosas, se puede simplificar el diseño posterior del detector. Es por ello que, antes de realizar dicho diseño, se va a proceder al desarrollo del modelo analítico de la corriente inducida en un array periódico de dipolos situado en un medio estratificado cualquiera, con el fin de poder obtener, mediante esta corriente, la impedancia analítica de la estructura.

Concluido este primer paso, se habrá obtenido una fórmula que nos permitirá calcular el valor de la impedancia óptima, la que proporciona la eficiencia de absorción máxima, para cualquier medio estratificado en el que se encuentre el array, y para unas dimensiones

cualesquiera del mismo. Posteriormente se va a realizar el diseño electromagnético de un absorbedor, que estará formado por elementos conductores con un determinado espesor y una determinada resistencia. Como tenemos que adaptar la impedancia de la estructura, que se podrá obtener con el modelo analítico desarrollado, a la del conductor, cuanto mayor sea la parte imaginaria de la impedancia de la estructura, más difícil será realizar esta adaptación. Por ello es importante conocer cómo de significativa es esta reactancia.

Una vez se haya validado el modelo desarrollado, mediante simulaciones realizadas con el *software* de análisis electromagnético CST (*Computer Simulation Technology*), se procederá al diseño electromagnético del detector KID. La idea es que este tipo de dispositivos formen parte de grandes arrays, de miles de píxeles, formando estructuras de elevada sensibilidad. Para evitar el acoplamiento entre los elementos que forman estas matrices, se focaliza la radiación en un pequeño área de cada uno de ellos mediante lentes. Ésto, además de evitar los acoplamientos, reduce el área de los detectores. Es por ello que tras realizar el diseño del absorbedor, se va a iluminar con una lente elíptica de silicio con el fin de estudiar su comportamiento y obtener la eficiencia de absorción de la estructura completa (lente + detector). Además, al tener un modelo de la impedancia, se puede obtener también el valor analítico de la eficiencia de la lente. Este desarrollo también se incluye como un objetivo del presente proyecto, así como su posterior validación una vez más, mediante simulaciones realizadas con CST.

La banda de frecuencias de trabajo en la cual se van a realizar los diseños es de $0{,}75THz$ a $1{,}5THz$, lo que corresponde a la banda de longitudes de onda submilimétrica, concretamente a un rango de $400\mu m$ a $200\mu m$, de forma que se optimizarán los diseños para la frecuencia central, $f_0 = 1{,}125THz$.

1.3. Contenido de la memoria

En este apartado se especifica el contenido de cada capítulo de esta memoria.

- Para comenzar se incluye en el Capítulo 2 un estado del arte. Se trata de una revisión de trabajos realizados anteriormente en este ámbito, así como del principio de funcionamiento de los dispositivos KID que se han estudiado durante la realización de este proyecto.
- En el Capítulo 3 se desarrolla un modelo analítico de la impedancia de entrada del array de dipolos periódico. Este modelo nos permitirá conocer el valor de dicha impedancia óptima sin necesidad de utilizar ningún *software* de simulación. Con el fin de comprender mejor y simplificar este desarrollo, se estudia primero el caso de un dipolo simple, para concluir con el del array. En el modelo obtenido se hace uso de las funciones de Green, por lo que también se incluye en este capítulo un apartado en el que se explica el proceso de cálculo de estas funciones para los casos que se van a tratar. El modelo desarrollado se obtiene de forma general, para una estratificación cualquiera, y para particularizarlo para un escenario concreto sólo es necesario obtener la función de Green correspondiente a dicho escenario.

- El Capítulo 4 recoge una validación del modelo obtenido. Para ello se particulariza el escenario en el que se encuentra el array, a dos estratos, de forma que la estructura se encuentra situada entre los dos. Cada uno de estos estratos lo compone un medio dieléctrico cualquiera, que pueden ser iguales o diferentes. Además se considera también el caso en que exista un plano metálico trasero en la estructura, que actúe como reflector. Se valida el modelo tanto para incidencia normal como para incidencia oblicua. Por último, se estudia la influencia de la parte imaginaria de la impedancia obtenida en la eficiencia de la estructura, y se aplica el modelo al caso concreto de un conductor. También se incluye un análisis en frecuencia del modelo, y se compara con las curvas obtenidas mediante CST.

- En el Capítulo 5 se procede al diseño del detector. Se realiza también un pequeño estudio sobre las lentes elípticas de silicio con las cuales se iluminará la estructura, así como un pequeño estudio de su patrón de radiación. Se desarrolla también un modelo analítico de la eficiencia de absorción del sistema diseñado, y se valida mediante simulaciones realizadas con CST.

- En el Capítulo 6 se desarrolla el diseño de otro detector. En este caso se busca recibir las dos polarizaciones a la vez por lo que el dispositivo tendrá estructura de meandro. Tras realizar el diseño se procede de nuevo a iluminar el detector con las mismas lentes diseñadas en el Capítulo 5, a fin de valorar las diferencias en la eficiencia de absorción de ambos detectores.

- Por último, el Capítulo 7 recoge las conclusiones de este proyecto, así como unas posibles líneas de trabajos futuros que se podrían seguir tras la realización de este proyecto.

Se ha incluido, además, un apéndice con el presupuesto del proyecto:

- En el apendice A se realiza un desglose de los costes asociados a la realización de este proyecto, tanto a nivel de personal, como a nivel de materiales utilizados.

Capítulo 2

Estado del arte

2.1. Introducción

La espectroscopia de ondas milimétricas, sub-milimétricas y del infrarrojo lejano (FIR, *Far InfraRed*) [1], se ha convertido en una técnica importante y de gran alcance tanto para aplicaciones espaciales (teledetección atmosférica remota [5], estudio de los perfiles de agua cósmicos [6], [7], caracterización de cometas [8]) como terrestres (investigación con radiotelescopios de fenómenos cósmicos [9]). La Agencia Espacial Europea (ESA, *European Space Agency*) lanzó en 2009 el telescopio Herschel, el mayor telescopio jamás lanzado al espacio [10], que se encuentra actualmente explorando la banda del infrarrojo lejano y de la radiación submilimétrica, una región a la cual no se puede acceder desde la superficie terrestre, lo que abre una nueva ventana del espectro electromagnético, prácticamente inexplorada, para la investigación astronómica. Como consecuencia, se podrán observar estructuras y sucesos lejanos que datan de los comienzos del universo – tales como el nacimiento y evolución de las primeras estrellas y galaxias – hace diez mil millones de años, intentando determinar exactamente cómo comenzó todo. Ya se han descubierto nuevas moléculas interestelares (OH+, H2O+, H2Cl+) y están siendo caracterizados nuevos discos exo-protoplanetarios. Por otro lado, Europa ya está trabajando en SAFARI (*Spica FARinfrared Instrument*) [11], el próximo instrumento que será lanzado al espacio por la Agencia Espacial Japonesa (JAXA, *Japan Aerospace eXploration Agency*) en la misión espacial SPICA (*SPace Infrared telescope for Cosmology and Astrophysics*), [14]. SAFARI es un espectrómetro que cubre la banda de longitudes de onda de 30 a 210μm con una resolución espectral de R $\sim$ 10 a 1000. Otros ejemplos pueden ser el CCAT (*Cerro Chajnantor Atacama Telescope*), un telescopio submilimétrico que se está construyendo en Chile [12], y el BLISS (*Background Limited Infrared/Submillimeter Spectroscopy*), otro instrumento para la misión espacial SPICA [13].

Los dispositivos criogénicos que utilizan materiales superconductores, han sido hasta ahora los detectores más sensibles que han existido para muchas aplicaciones [15], [16], [17], particularmente en astronomía [18], [19], [20], [21]. Entre ellas, la detección de la energía electromagnética (fotones) proveniente de fuentes astronómicas, así como la búsqueda de

otros tipos de partículas, como la materia oscura, son muy relevantes para la investigación espacial. Aun así, estos dispositivos, utilizados como detectores del fondo cósmico de microondas (CMB, *Cosmic Microwave Background*), tienen sensibilidades comparables al ruido producido por la llegada de los fotones del CMB, [22]. El aumento en la sensibilidad, necesario para el estudio de los comienzos del universo, tendrá que surgir de matrices de grandes dimensiones. La siguiente generación de instrumentos astronómicos requiere de grandes campos de visión directa con cámaras de millones de píxeles para permitir la medición simultánea de un gran número de bandas espectroscópicas en una amplia zona del cielo. El principal inconveniente de la utilización de dispositivos criogénicos para tal fin, es su dificultad para ser integrados en grandes arrays. Entre los detectores criogénicos, los detectores superconductores podrían ser especialmente atractivos para este fin, debido a que las técnicas de deposición y litografía pueden ser usadas para formar arrays con un gran número de elementos. Sin embargo, estos detectores se utilizan generalmente con preamplificadores individuales y cableado para las señales de salida, lo que resulta poco práctico a la hora de integrarlos en grandes matrices [23], [24], [25], [26]. Es por ello que se requiere un enfoque diferente, en el que los preamplificadores y el cableado de las señales sean compartidos entre múltiples elementos. También se han estudiado y desarrollado esquemas de multiplexación con otros tipos de detectores, como son los sensores de transición de borde (TES, *Transition-Edge Sensors*),[27], [28], pero requieren electrónica superconductora compleja y diseñada a medida, localizada cerca del array detector. Los recién desarrollados MKIDs, tienen el potencial necesario para la creación de estas matrices de gran tamaño.

2.2. MKIDs

Los MKIDs son unos innovadores detectores cuyo funcionamiento fue demostrado en 2002 [22]. Sus principales ventajas pueden resumirse en

- Facilidad de fabricación
- Bajos niveles de ruido
- Gran ancho de banda
- Posibilidad de multiplexarlos formando grandes arrays

Estas características han hecho que los MKIDs sean considerados por muchos grupos de investigación para su uso en astronomía, astrofísica y en experimentos de física de partículas [4]. Algunos ejemplos de dicha utilización pueden ser i) técnicas de imágenes milimétricas y sub-milimétricas y espectroscopia, usando modernos arrays con dimensiones superiores a un megapíxel [30]; ii) futuras misiones espaciales en el infrarrojo lejano con telescopios refrigerados, tales como SPICA y FIRI (*Far InfraRed Interferometer*) [31], que requieren arrays ultrasensibles, [32], [33]; y iii) calorímetros de gran formato para la siguiente generación de experimentos astrofísicos de neutrinos y partículas de materia oscura [34].

2.2.1. Principio de funcionamiento

La resistividad eléctrica de un conductor metálico disminuye gradualmente a medida que la temperatura se reduce. Sin embargo, en los conductores ordinarios las impurezas y otros defectos producen un valor límite. La resistencia de un superconductor, en cambio, desciende bruscamente a cero cuando el material se enfría por debajo de su temperatura crítica, T_c. Por tanto, se denomina superconductividad [35] a la capacidad intrínseca que poseen ciertos materiales para conducir corriente eléctrica sin resistencia ni pérdida de energía en ciertas condiciones.

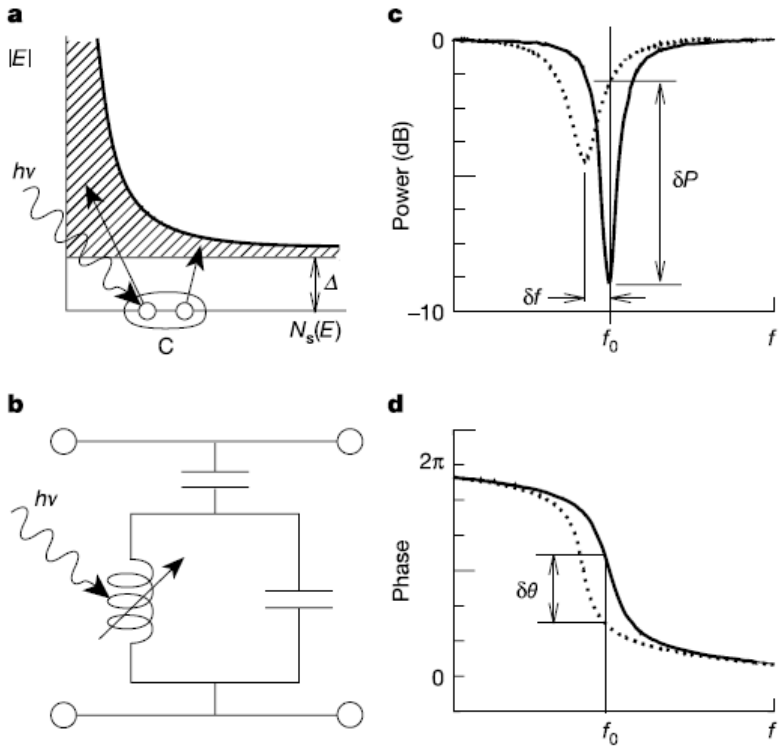

Figura 2.1: Ilustración del principio de detección de los MKIDs, [22]. a) Los fotones con $h\nu > 2\Delta$ los absorbe una fina película de material superconductor enfriada a una temperatura $T << T_c$, rompiendo los pares de Cooper (C) y creando un número determinado de cuasipartículas, N_{qp}. b) Este aumento de la población de cuasipartículas cambia la impedancia de superficie del material, principalmente su inductancia, que forma parte de un circuito resonador. c) Esta variación de L_k y R_s produce un cambio en la amplitud, y la fase, d), de la señal de microondas trasmitida a través del circuito

Esta supercorriente es transportada por pares de electrones denominados pares de Cooper. Dicho emparejamiento es causado por una fuerza de atracción entre los electrones debido al intercambio de fonones, con una energía vinculante de $2\Delta \approx 3{,}5K_BT_c$ [22]. Sin embargo, los superconductores tienen una impedancia distinta de cero para corrientes a.c.. Si se aplica un campo eléctrico cerca de la superficie superconductora, los pares

de Cooper se aceleran, permitiendo el almacenamiento de energía en forma de energía cinética. Como la supercorriente es no disipativa, esta energía puede ser extraída mediante la inversión del campo eléctrico. Del mismo modo, la energía puede ser almacenada en el campo magnético en el interior del superconductor, que penetra a muy poca distancia de la superficie. El efecto general es que el superconductor tiene una inductancia cinética de superficie, L_k, debido al flujo de energía reactiva entre el superconductor y el campo electromagnético. La impedancia de superficie, $Z_s = R_s + jwL_k$, también incluye una resistencia, R_s, que describe las pérdidas a.c. a una determinada frecuencia angular, w, causada por la pequeña fracción de los electrones que no están formando pares de Cooper, a los cuales se les denomina cuasipartículas. Para temperaturas mucho más bajas que T_c, $R_s << wL_k$.

El funcionamiento de los MKIDs, figura 2.1, se basa en el aumento de la población de cuasipartículas, N_{qp}, y el correspondiente aumento de la inductancia cinética, L_k, dentro del volumen de una película superconductora, debido a la absorción de fotones o fonones con energías superiores a la energía vinculante de los pares de Cooper, $h\nu > 2\Delta$, [1]. Esta pequeña variación en la inductancia, puede ser medida con el uso de un circuito resonante de microondas con un elevado factor de calidad. El circuito de resonancia está acoplado a una línea de transmisión e influye en la fase y la amplitud de la señal de microondas. La absorción de un fotón o fonón modifica la inductancia del circuito variando ligeramente su frecuencia de resonancia, f_0, y por lo tanto, la medida de la fase y la amplitud.

La principal ventaja de esta tecnología es que mediante el uso de circuitos resonantes con frecuencias de resonancia ligeramente diferentes y altos factores de calidad, el multiplexado en frecuencia (FDM, *Frequency-Division Multiplexing*) permite que hasta un millar de resonadores puedan ser "leídos" a través de un sólo cable coaxial y con un sólo amplificador.

2.3. LEKIDs

El enfoque hasta la fecha para la fabricación de resonadores MKIDs ha sido utilizar geometrías de guías de onda co-planares (CPW, *Co-Planar Waveguide*) distribuidas. El dispositivo actúa como detector de fotones o fonones una vez que la señal se acopla al MKID mediante el uso de antenas [36], sistemas para "atrapar" las cuasipartículas (*quasiparticles traps*) [37] o usando directamente el MKID como absorbedor [38]. Este último tipo de detectores se conoce como LEKIDs (*Lumped Element Kinetic Inductance Detectors*). Estos sistemas se consideraron por primera vez en 2007 como una solución sencilla para acoplar las señales entrantes directamente a los elementos de detección sensibles sin necesidad de estructuras de acoplamiento adicionales, [38].

Los LEKIDs tienen el mismo principio de funcionamiento que los MKIDs pero sin necesidad de antenas adicionales ni otros sistemas para trabajar como detectores ópticos. Estos dispositivos se componen de una parte inductiva en serie con un capacitor. Utilizando el inductor de elementos concentrados (*lumped elements*) como absorbedor de fotones,

la energía se deposita directamente en el elemento sensible del detector. En la figura 2.2, se muesta un esquema de un LEKID, y su circuito equivalente.

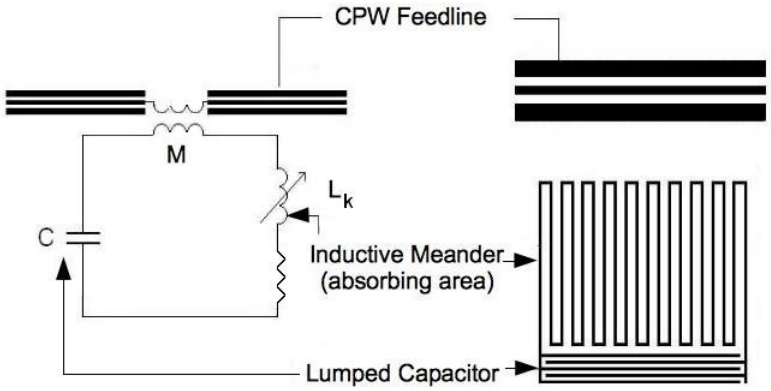

Figura 2.2: Esquemático de un dispositivo LEKID, a la derecha, y su circuito equivalente, a la izquierda, [4]

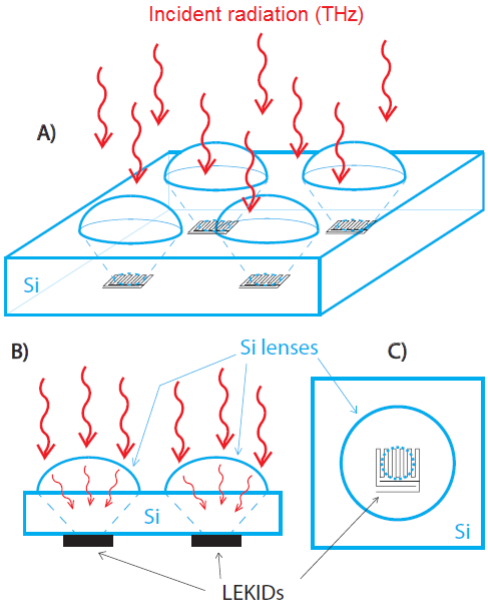

Figura 2.3: A) Esquema del sistema integrado del detector formado por un array de superconductores y sus respectivas lentes de silicio. B) y C) Vistas lateral y superior, respectivamente, del sistema detector, [1]

Acoplar la radiación desde el telescopio a los detectores es un punto crucial que afecta directamente a la sensibilidad de los instrumentos. Es necesario que los mecanismos de acoplo tengan una alta eficiencia y que sean aptos para su integración en grandes arrays.

A longitudes de onda cortas, una buena solución es el uso de LEKIDs ajustando la conductividad del material y su grosor a la impedancia de la onda. La principal desventaja de esta solución con respecto al uso de antenas, es que se pueden producir acoplamientos significativos entre los diferentes elementos del array. En [1] se desarrolla una solución a este problema. Se trata del uso de lentes que focalicen la radiación a un pequeño área del LEKID con el fin de reducir este acoplamiento, como se muestra en la figura 2.3. Este planteamiento es el utilizado para la realización del detector que se ha diseñado durante el desarrollo de este proyecto, un absorbedor inductivo iluminado por una lente elíptica realizada en silicio.

Capítulo 3

Modelo analítico de la impedancia de un array periódico

El objetivo de este capítulo es obtener un modelo analítico de la impedancia de un array de dipolos periódico. Para ello se va a desarrollar primero el modelo de un dipolo simple, siguiendo el método utilizado en [39], donde se presenta una forma analítica cerrada para la función de Green de un *slot* infinito situado en una cierta estratificación. Se trata de derivar la expresión de la corriente en el dominio espacial. En el caso referenciado, el *slot* se excita por medio de un dipolo eléctrico situado transversalmente. La geometría que vamos a utilizar en este estudio es el caso dual al presentado en la referencia, ya que en lugar de una ranura tenemos un dipolo, por lo que, en vez de derivar una corriente magnética en el dominio espacial, obtendremos una corriente eléctrica. Además, en este caso la única fuente de excitación del dipolo será una onda plana que ilumina la superficie del mismo.

Tras haber obtenido el modelo del dipolo simple, se generalizará el desarrollo para el caso de un array periódico de dipolos. El procedimiento será similar al anterior, pero siguiendo en este caso el método utilizado en [40], donde se obtiene la corriente magnética de un array de *slots*. En nuestro caso, de nuevo, se adaptará el método a la estructura que nos ocupa, obteniendo la corriente eléctrica inducida en el array por la onda plana incidente.

Para este desarrollo se va a utilizar el método de la Ecuación Integral de la componente transversal del campo eléctrico (EFIE, *Electric Field Integral Equation*), [49]. El objetivo de este método es encontrar la solución para la densidad de corriente, que se desconoce, y que se induce en la superficie de un dispersor al incidir en él un campo electromagnético, de forma que la corriente desconocida forma parte del integrando de la ecuación. La EFIE fuerza que se cumplan las condiciones de contorno en el campo eléctrico, de forma que el campo transversal total debe ser cero. Se tiene, por tanto, que

$$E_{t,total}(x,y,z) = E_t^i(x,y,z) + E_t^s(x,y,z) = 0 \tag{3.1}$$

donde E^i es el campo eléctrico incidente y E^s el campo eléctrico radiado (*scattered*) por

la corriente generada, el subíndice t se refiere a la componente transversal del campo con respecto al eje z.

3.1. Modelo analítico de la corriente eléctrica generada en un dipolo

La geometría que se va a estudiar se presenta en la figura 3.1, y consiste, en este primer caso, en un dipolo orientado a lo largo de x y que se extiende de forma infinita en este eje, $d_x \to \infty$. La sección transversal del dipolo, w, es pequeña en términos de la longitud de onda, $w << \lambda$. El dipolo se encuentra situado en un medio estratificado. En la estructura incide una onda plana que ilumina la superficie del dipolo, generando en él una corriente eléctrica.

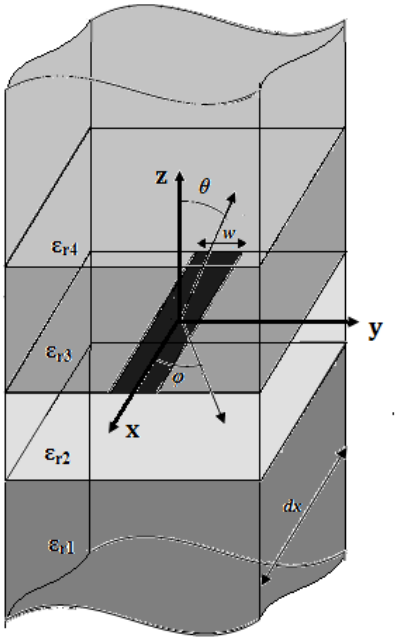

Figura 3.1: Dipolo orientado a lo largo del eje x, con sección transversal w y situado en un medio estratificado

La ecuación integral de la componente transversal del campo eléctrico, en el plano del dipolo ($z = 0$) es

$$E_{t,total}(x, y, 0) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad E_t^i(x, y, 0) + E_t^s(x, y, 0) = 0 \tag{3.2}$$

El dipolo se ilumina con una onda plana por lo que el campo eléctrico incidente tiene la forma

$$E_t^i(x, y, 0) = e^{-jk_{x0}x} e^{-jk_{y0}y} \tag{3.3}$$

donde

$$k_{x0} = \ k_0 sen\theta cos\varphi \tag{3.4}$$

$$k_{y0} = \ k_0 sen\theta sen\varphi \tag{3.5}$$

son las componentes del vector de propagación en espacio libre, y θ y φ, los ángulos de incidencia que indican la dirección con la que llega la onda plana al dipolo.

La componente transversal del campo eléctrico radiado, debido a la corriente eléctrica equivalente generada en el dipolo, $j\left(x', y'\right)$, se puede expresar en términos de la función de Green correspondiente, como en [39], evaluada en el plano $z = 0$.

$$E_t^s\left(x, y, 0\right) = \iint_S g\left(x - x',\ y - y'\right) j\left(x', y'\right) dx'dy' \tag{3.6}$$

siendo S la superficie del dipolo, $g\left(x, y\right)$ la función de Green correspondiente al medio estratificado (que se calcula en la sección 3.4), y $j\left(x', y'\right)$ es la corriente eléctrica generada en el dipolo, la cual queremos calcular.

Por lo tanto, la ecuación integral 3.2 queda como sigue

$$\iint_S g\left(x - x',\ y - y'\right) j\left(x', y'\right) dx'dy' = \ e^{-jk_{x0}x} e^{-jk_{y0}y} \tag{3.7}$$

Suponemos una separación de variables funcional de la distribución de corriente eléctrica, [39]

$$j\left(x',\ y'\right) = i\left(x'\right) j_t\left(y'\right) \tag{3.8}$$

siendo $i\left(x'\right)$ y $j_t\left(y'\right)$ las componentes longitudinal y transversal de la misma, respectivamente.

Para verificar la singularidad cuasi-estática que se produce en los bordes de la excitación [39], la dependencia transversal de la corriente eléctrica sigue la expresión

$$j_t\left(y'\right) = \frac{-2}{w\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2y'}{w}\right)^2}} \tag{3.9}$$

donde la constante de normalización $\left(\frac{-2}{w\pi}\right)$ es seleccionada de tal forma que $i\left(x'\right)$ represente la corriente en cualquier sección transversal del dipolo, es decir, en cualquier punto de su eje, x.

La dependencia transversal de la corriente posee la transformada de Fourier

$$TF\ \left\{j_t\left(y'\right)\right\} = J_t\left(k_y\right) = -J_0\left(\frac{1}{2} w\ k_y\right) \tag{3.10}$$

siendo J_0 la función de Bessel de orden cero.

Con todo esto, y teniendo en cuenta que el eje del dipolo es *y=0*, la ecuación integral 3.7 toma la siguiente forma

$$\iint_S g\left(x-x',\ -y'\right)\ i\left(x'\right)\ j_t\left(y'\right)\ dx'dy' = \ e^{-jk_{x0}x} \tag{3.11}$$

El lado izquierdo de la ecuación 3.11 se puede escribir teniendo en cuenta la superficie del dipolo

$$LHS = \int_{-w/2}^{w/2}\int_{-\infty}^{+\infty} g\left(x-x',\ -y'\right)\ i\left(x'\right)\ j_t\left(y'\right)\ dx'dy' \tag{3.12}$$

En el dominio espectral, y teniendo en cuenta que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g\left(x-x',\ -y'\right)\ i\left(x'\right)\ dx' \tag{3.13}$$

es la convolución de $g\left(x,\ -y'\right)$ y $i\left(x\right)$, se puede reescribir la ecuación 3.12 en función de la variable espectral k_x

$$\begin{aligned} LHS &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{G}(k_x,-y')j_t(y')dy'\right] I\left(k_x\right)\ e^{-jk_xx}dk_x = \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} D\left(k_x\right)\ I\left(k_x\right)\ e^{-jk_xx}dk_x \end{aligned} \tag{3.14}$$

siendo $I\left(k_x\right)$ y $\tilde{G}\left(k_x\ ,-y'\right)$ las transformadas de Fourier en k_x de $i\left(x'\right)$ y $g\left(x',\ -y'\right)$ respectivamente y

$$D\left(k_x\right) = \int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{G}\left(k_x\ ,-y'\right)j_t\left(y'\right)\ dy' \tag{3.15}$$

También se puede expresar $D\left(k_x\right)$ en el dominio espectral en función de k_y además de k_x, teniendo en cuenta que en y también tenemos una convolución

$$D\left(k_x\right) = \ -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G\left(k_x\ ,k_y\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}w\ k_y\right)\ dk_y \tag{3.16}$$

El lado derecho de 3.11 también lo expresamos en el dominio espectral

$$RHS = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi\delta(k_x-k_{x0})\ e^{-jk_xx}\ dk_x \tag{3.17}$$

Con esto la ecuación 3.11 queda como sigue

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} D\left(k_x\right)\ I\left(k_x\right)\ e^{-jk_x x}dk_x \ = \ \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi\delta(k_x - k_{x0})\ e^{-jk_x x}\ dk_x \tag{3.18}$$

La ecuación 3.18 es válida para todo x por lo tanto podemos igualar los espectros, [39].

$$D\left(k_x\right)\ I\left(k_x\right) = 2\pi\delta\left(k_x - k_{x0}\right) \qquad \Rightarrow \qquad I\left(k_x\right) = \ \frac{2\pi\delta(k_x - k_{x0})}{D\left(k_x\right)} \tag{3.19}$$

Escribiendo *i(x)* como la transformada de Fourier inversa de $I\left(k_x\right)$, la corriente longitudinal a través del dipolo se puede expresar como sigue

$$i\left(x\right) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi\delta(k_x - k_{x0})}{D\left(k_x\right)}\ \ e^{-jk_x x}\ dk_x \tag{3.20}$$

$$i\left(x\right) = \frac{e^{-jk_{x0}x}}{D\left(k_{x0}\right)} = \ \frac{e^{-jk_{x0}x}}{-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G\left(k_{x0}\ , k_y\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}w\ k_y\right)\ dk_y} \tag{3.21}$$

Por lo tanto la expresión final de la corriente eléctrica total generada en el dipolo la obtenemos sustituyendo 3.9 y 3.21 en 3.8, y es

$$j\left(x',\ y'\right) = \frac{2}{w\pi}\frac{e^{-jk_{x0}x'}}{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G\left(k_{x0}\ , k_y\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}w\ k_y\right)\ dk_y}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{2y'}{w}\right)^2}} \tag{3.22}$$

De esta forma hemos obtenido un modelo analítico, en el dominio espacial, de la corriente eléctrica generada en el dipolo, para la geometría presentada en la figura 3.1.

3.2. Modelo analítico de la corriente generada en un array periódico

Se trata de una generalización del caso anterior, en el cual la onda incidía sobre un único dipolo. En este caso tenemos infinitos dipolos. El método seguido es similar al desarrollado en [40], y es muy parecido al utilizado en el apartado anterior. En el artículo los autores derivan la expresión de la corriente magnética generada en un array de *slots* periódico, excitado con múltiples dipolos, es decir, es un array en dos dimensiones. En nuestro caso, tenemos de nuevo la situación dual, pero con un array de dipolos en una sola dimensión, ya que no vamos a considerar los múltiples elementos de excitación, sino que consideraremos de nuevo que el array es iluminado con una onda plana que incide en él.

En este caso tenemos un array que se extiende de forma periódica a lo largo del eje y formado por dipolos como el presentado en el apartado anterior. La estructura se muestra en la figura 3.2. Los dipolos se extienden de forma infinita sobre el eje x, $d_x \to \infty$, el periodo del array es d_y, y la anchura de los dipolos sigue siendo w. Esta estructura se encuentra de nuevo en un cierto medio estratificado.

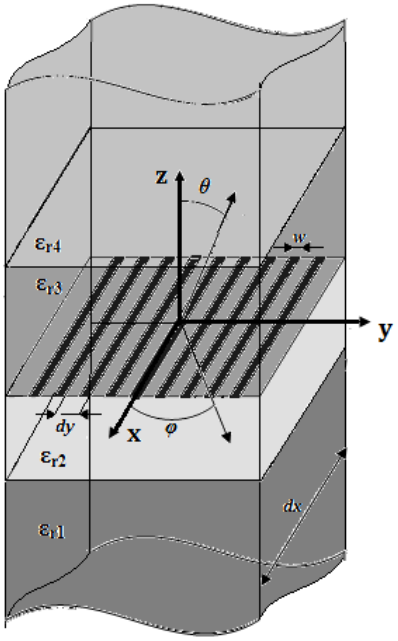

Figura 3.2: Array de dipolos con periodo d_y, orientados a lo largo del eje x, con sección transversal w y situado en un medio estratificado

Imponemos la ecuación integral del campo eléctrico, particularizada para este caso en concreto y para el dipolo de índice n_{y0}, cuyo eje es $n_{y0}d_y$.

$$E_{t,total}(x, n_{y0}d_y, 0) = 0 \quad \Rightarrow \quad E_t^i\left(x, n_{y0}d_y, 0\right) + \; E_t^s\left(x, n_{y0}d_y, 0\right) = 0 \tag{3.23}$$

La onda plana que ilumina el array llega, igual que en el apartado anterior, con unos ángulos de incidencia θ y φ, pero ahora, en cada dipolo, esta onda llega con una fase distinta representada por la exponencial $e^{-jk_{y0}n_{y0}d_y}$.

La componente transversal del campo eléctrico radiado por la corriente eléctrica equivalente generada, $j\left(x', y'\right)$, se puede expresar, para el plano del array ($z = 0$) y para el caso concreto del dipolo sobre el que se va a imponer la ecuación integral (n_{y0}), como

$$E_t^s\left(x, n_{y0}d_y, 0\right) = \iint_S g\left(x - x', n_{y0}d_y - y'\right) j\left(x', y'\right) dx'dy' \tag{3.24}$$

Estamos imponiendo la ecuación integral para un dipolo concreto, el de índice n_{y0}. El campo radiado por el array, figura 3.3, y que influye en el dipolo para el cual estamos imponiendo la condición 3.23, será la contribución del campo radiado por cada uno de los dipolos, los cuales están centrados en $y_n = n_y d_y$, por lo tanto tenemos una suma infinita.

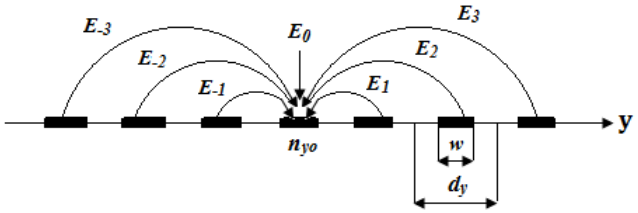

Figura 3.3: Campo total radiado por el array de dipolos de periodo d_y, con sección transversal w y situado en un medio estratificado

La corriente eléctrica total en el array puede ser expresada como

$$j\left(x',\ y'\right) = \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} j_{n_y}\left(x', y'\right) \tag{3.25}$$

por lo que

$$E_t^s\left(x, n_{y0}d_y, 0\right) = \iint_S g\left(x - x',\ n_{y0}d_y - y'\right) \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} j_{n_y}\left(x', y'\right) dx'dy' \tag{3.26}$$

Por otro lado el campo incidente sigue la misma expresión que en el apartado anterior, ecuación 3.3, pero particularizado para el caso del array. Concretamente el campo incidente en el dipolo sobre el cual imponemos la ecuación integral, será

$$E_t^i\left(x, n_{y0}d_y, 0\right) = e^{-jk_{x0}x} e^{-jk_{y0}n_{y0}d_y} \tag{3.27}$$

La ecuación integral 3.23 quedará, por tanto, como

$$\iint_S g\left(x - x',\ n_{y0}d_y - y'\right) \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} j_{n_y}\left(x', y'\right) dx'dy' = \ e^{-jk_{x0}x} e^{-jk_{y0}n_{y0}d_y} \tag{3.28}$$

La distribución de corriente eléctrica se puede seguir separando según la dependencia espacial con x e y

$$j_{n_y}\left(x', y'\right) = i_{n_y}\left(x'\right)\ j_t\left(y' - n_y d_y\right) \tag{3.29}$$

donde las expresiones de $j_t(y')$ y su transformada de Fourier correspondiente son 3.9 y 3.10 respectivamente.

Como la corriente se genera al incidir una onda plana sobre un array periódico, la corriente $i_{n_y}(x')$ tendrá una fase distinta para cada dipolo, de forma que

$$j_{n_y}\left(x', y'\right) = i_0\left(x'\right) e^{-jk_{y0}n_y d_y} j_t\left(y' - n_y d_y\right) \tag{3.30}$$

De esta forma, sustituyendo de nuevo en la ecuación 3.28 la expresión 3.29

$$\begin{aligned} \iint_S g\left(x - x',\ n_{y0}d_y - y'\right)\ i_0\left(x'\right) \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} e^{-jk_{y0}n_y d_y}\ j_t\left(y' - n_y d_y\right) dx'dy' = \\ = \ e^{-jk_{x0}x} e^{-jk_{y0}n_{y0}d_y} \end{aligned} \tag{3.31}$$

Teniendo en cuenta de nuevo la convolución espacial en x e y, igual que en el apartado anterior, expresamos las funciones en el dominio espectral de k_x y k_y, centrándonos en un solo dipolo, por ejemplo $n_{y0} = 0$. La ecuación 3.31, queda

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} D(k_x) I_0\left(k_x\right) e^{-jk_x x} dk_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi\delta(k_x - k_{x0})\ \ e^{-jk_x x} dk_x \tag{3.32}$$

siendo

$$D\left(k_x\right) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G\left(k_x,\ k_y\right)\ J_t\left(k_y\right) \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} e^{jk_y n_y dy}\ e^{-jk_{y0}n_y dy}\ dk_y \tag{3.33}$$

Si se aplica la fórmula del sumatorio de Poisson

$$\sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} f\left(n_y\right) = \sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} F\left(2\pi\ m_y\right) \tag{3.34}$$

al sumatorio de $D\left(k_x\right)$, obtenemos una expresión equivalente expresada como una suma infinita en modos de Floquet, m_y

$$\begin{aligned} &\sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} e^{jk_y n_y dy}\ e^{-jk_{y0}n_y dy} \ = \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} e^{j(k_y - k_{y0})n_y dy} \ = \\ &= \sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} 2\pi\delta\left(\left(k_y - k_{y0}\right)dy + 2\pi m_y\right) = \frac{2\pi}{dy}\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} \delta\left(k_y - k_{ym}\right) \end{aligned}$$

donde

$$k_{ym} = \ k_{y0} - \frac{2\pi m_y}{d_y} \tag{3.35}$$

Con lo cual

$$D\left(k_x\right) = \frac{1}{dy}\int_{-\infty}^{+\infty} G\left(k_x,\ k_y\right)\ J_t\left(k_y\right) \sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} \delta\left(k_y - k_{ym}\right)\ dk_y \tag{3.36}$$

teniendo en cuenta la delta dentro del sumatorio

$$D\left(k_x\right) = \frac{1}{d_y}\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} G\left(k_x\ , k_{ym}\right) J_0\left(k_{ym}\right) \tag{3.37}$$

La ecuación 3.32 se cumple para todo x por lo que podemos igualar los espectros llegando de nuevo a una expresión similar a la obtenida en el caso de un dipolo simple. Teniendo en cuenta además que la transformada de Fourier de la corriente transversal sigue la expresión 3.10, tenemos

$$D\left(k_x\right)\ I_0\left(k_x\right) = 2\pi\delta(k_x - k_{x0}) \tag{3.38}$$

$$I_0\left(k_x\right) = \frac{2\pi\delta(k_x - k_{x0})}{D\left(k_x\right)} = -d_y\ \frac{2\pi\delta(k_x - k_{x0})}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} G\left(k_x\ , k_{ym}\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)} \tag{3.39}$$

Expresando $I_0\left(k_x\right)$ en el dominio espacial mediante la transformada inversa de Fourier obtenemos

$$i_0\left(x\right) = \frac{-d_y}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi\delta(k_x - k_{x0})}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} G\left(k_x\ , k_{ym}\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)}\ e^{-jk_x x}\ dk_x \tag{3.40}$$

$$i_0\left(x\right) = -d_y\ \frac{e^{-jk_{x0}x}}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} G\left(k_{x0}\ , k_{ym}\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)} \tag{3.41}$$

Por lo tanto la expresión final de la corriente total 3.25 en el array será

$$j\left(x', y'\right) = \frac{2d_y}{w\pi}\frac{e^{-jk_{x0}x'}}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} G\left(k_{x0}\ , k_{ym}\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)} \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-jk_{y0}n_y d_y}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2(y' - n_y d_y)}{w}\right)^2}} \tag{3.42}$$

Obtenemos así un modelo analítico en el dominio espacial de la corriente eléctrica total existente en el array de dipolos, para la geometría presentada en la figura 3.2.

3.3. Impedancia de un array de dipolos periódico

Una vez derivados los modelos analíticos de las corrientes generadas en un dipolo y en un array de dipolos periódico debido a la incidencia en ellos de una onda plana, vamos a obtener la formulación para la admitancia del array de la figura 3.2, a fin de obtener una expresión de la impedancia del mismo en función de la frecuencia y de los ángulos de incidencia de la onda plana, θ y φ.

Para obtener la expresión de la admitancia de entrada del array, vamos a seguir el método utilizado en [41], donde se obtiene la impedancia de un *slot*, alimentado por un Δ-*gap*, integrando el voltaje generado en el *slot*, a lo largo de su eje. Nuevamente vamos a trabajar con el caso dual, por lo que obtendremos la admitancia de nuestro array de dipolos integrando la componente longitudinal de la corriente, calculada en el apartado anterior, en los límites de la misma.

$$Y_{in} = \frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} i_0\left(x\right) dx \tag{3.43}$$

Sustituyendo 3.41 en la expresión anterior

$$Y_{in} = \frac{-d_y}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-jk_{x0}x}}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} G\left(k_{x0}\ , k_{ym}\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)}\ dx$$

$$Y_{in} = \frac{-d_y}{w} \frac{1}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} G\left(k_{x0}\ , k_{ym}\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)} \tag{3.44}$$

Invirtiendo la expresión de la admitancia, obtenemos la impedancia del array que estamos buscando

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} \tag{3.45}$$

De esta forma hemos obtenido un modelo analítico de la impedancia del array. Dependiendo de la estratificación en la que se encuentre dicho array, la función de Green de la que depende el modelo, irá variando. De manera que se puede particularizar la expresión 3.44 para cada caso concreto.

3.4. Función de Green en medios estratificados

Para poder obtener la impedancia de un array periódico con la expresión obtenida (3.44, 3.45), necesitamos conocer la función de Green correspondiente al medio estratificado en el que se encuentre situado. Por ello se va a describir cómo calcularla siguiendo el procedimiento explicado en [42].

La función de Green en medios estratificados se puede calcular utilizando la solución equivalente en líneas de transmisión. Para ello se considerarán fuentes que pueden ser tanto eléctricas como magnéticas y estar orientadas a lo largo de x o y, considerando que la estratificación del medio se produce a lo largo del eje z.

La función de Green necesaria es diferente dependiendo del tipo de fuente que consideremos (eléctrica o magnética) y del tipo de campo observado (eléctrico o magnético).

La expresión general de la función de Green en el dominio espectral es

$$\underline{\underline{g}}^{fc}(x,y,z;x',y',z') = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\underline{\underline{G}}^{fc}(k_x,k_y,z,z')e^{-jk_x(x-x')}e^{-jk_y(y-y')}dk_xdk_y \tag{3.46}$$

donde c puede ser m o j en el caso de una fuente magnética o eléctrica respectivamente, f representa la componente del campo que puede ser también eléctrico (e) o magnético (h), y $\underline{\underline{G}}^{fc}$ la transformada espectral de $\underline{\underline{g}}^{fc}$.

En nuestro caso queremos obtener la expresión de la función de Green para un campo eléctrico E en el punto (x, y, z) radiado por una fuente eléctrica j situada en (x', y', z').

$$\underline{E}(x,y,z) = \iint \underline{\underline{g}}^{ej}(x,y,z;x',y',z')\,\underline{j}(x',y',z')dx'dy' \tag{3.47}$$

donde

$$\underline{E} = [E_x \quad E_y \quad E_z] \tag{3.48}$$

$$\underline{j} = [j_x \quad j_y\ ]^T \tag{3.49}$$

$$\underline{\underline{G}}^{ej}(k_x,k_y,z,z') = \begin{bmatrix} G_{xx}(k_x,k_y,z,z') & G_{xy}(k_x,k_y,z,z') \\ G_{yx}(k_x,k_y,z,z') & G_{yy}(k_x,k_y,z,z') \\ G_{zx}(k_x,k_y,z,z') & G_{zy}(k_x,k_y,z,z') \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

Por simplicidad se utilizará la variable $k_\rho{}^2 = k_x{}^2 + k_y{}^2$

$$\underline{\underline{G}}^{ej}(k_\rho,z,z') = \tag{3.51}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-1}{k_\rho{}^2}\left({}^jV_{TM}(k_\rho,z,z')k_x{}^2+{}^jV_{TE}(k_\rho,z,z')k_y{}^2\right) & \frac{k_xk_y}{k_\rho{}^2}\left({}^jV_{TE}(k_\rho,z,z')-{}^jV_{TM}(k_\rho,z,z')\right) \\ \frac{k_xk_y}{k_\rho{}^2}\left({}^jV_{TE}(k_\rho,z,z')-{}^jV_{TM}(k_\rho,z,z')\right) & \frac{-1}{k_\rho{}^2}\left({}^jV_{TE}(k_\rho,z,z')k_x{}^2+{}^jV_{TM}(k_\rho,z,z')k_y{}^2\right) \\ \frac{k_x}{k_{zi}}Z_{TMi}{}^jI_{TM}(k_\rho,z,z') & \frac{k_y}{k_{zi}}Z_{TMi}{}^jI_{TM}(k_\rho,z,z') \end{bmatrix}$$

El término de la función de Green que nos interesa es el que corresponde al campo eléctrico orientado según el eje x generado por una fuente eléctrica orientada también según x, es decir $G_{xx}(k_\rho,z,z')$ en el plano del array, $z = z' = 0$.

Las corrientes y voltajes implicados en la función de Green son la solución de la línea de transmisión que representa la estratificación en z. En este caso, los generadores

considerados son generadores de corriente unitarios paralelos ya que la estructura con la que estamos trabajando está formada por dipolos [42]. El modelo equivalente en líneas de transmisión, de un medio estratificado cualquiera, se puede simplificar como el generador de corriente y dos impedancias en paralelo como muestra la figura 3.4, donde Z_{Up} y Z_{Down}, representan la impedancia equivalente a la estratificación existente en z<0 y z>0 respectivamente.

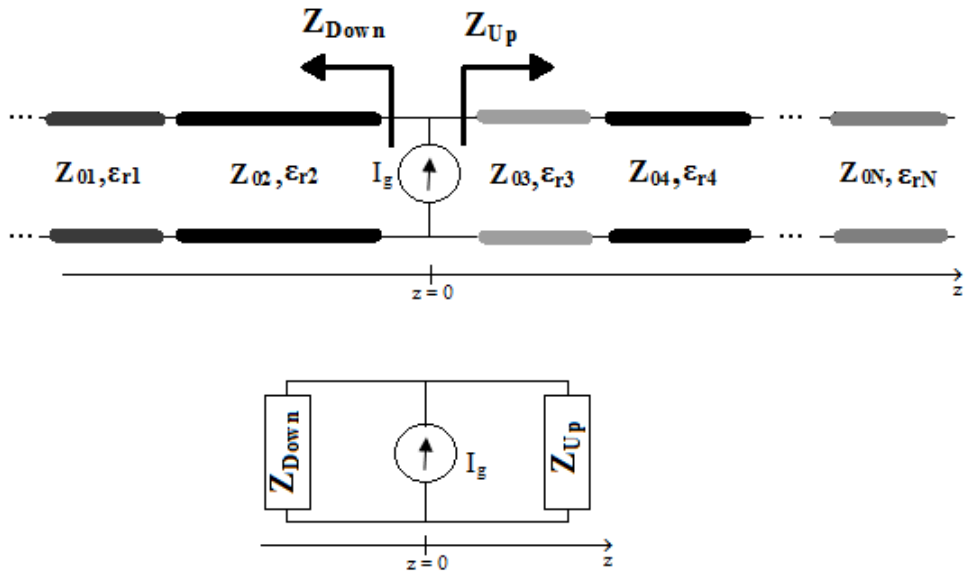

Figura 3.4: Modelo equivalente en líneas de transmisión (arriba) de un medio estratificado cualquiera, y su simplificación (abajo)

De forma que, la tensión que nos interesa es la existente en el punto $z = z' = 0$, es decir, donde se sitúa el array. Por simplicidad en las expresiones denominaremos Z_1 a la impedancia equivalente a la estratificación para $z > 0$, Z_{Up}, y Z_2 a la equivalente en $z < 0$, Z_{Down}. De forma que el voltaje en el plano $z = 0$ se puede expresar como

$$^{j}V_{TM/TE}\left(k_\rho, 0, 0\right) = I_g Z_{inTM/TE} \qquad Z_{inTM/TE} = Z_{1TM/TE} || Z_{2TM/TE} \tag{3.52}$$

Como vamos a considerar generadores de corriente unitarios $I_g = 1$, resulta

$$^{j}V_{TM/TE}\left(k_\rho, 0, 0\right) = Z_{1TM/TE} || Z_{2TM/TE} \tag{3.53}$$

Las impedancias características de las líneas de transmisión equivalentes a las distintas capas de la estratificación toman la forma

$$Z_{0iTM} = \zeta_i \frac{k_{zi}}{k_i} \quad ; \quad Z_{0iTE} = \zeta_i \frac{k_i}{k_{zi}} \tag{3.54}$$

siendo

$$\zeta_i = \frac{\zeta_0}{\sqrt{\varepsilon_{ri}}} \tag{3.55}$$

y

$$k_{zi} = \sqrt{{k_i}^2 - {k_\rho}^2} \quad ; \quad k_i = k_0\sqrt{\varepsilon_{ri}} \tag{3.56}$$

por lo que las impedancias características, 3.54 se pueden expresar también como

$$Z_{0iTM} = \zeta_0 \frac{k_{zi}}{\varepsilon_{ri} k_0} \quad ; \quad Z_{0iTE} = \zeta_0 \frac{k_0}{k_{zi}} \tag{3.57}$$

Una vez descrito el procedimiento general para el cálculo de la función de Green en un medio estratificado cualquiera, vamos a particularizar la solución para dos medios concretos. El primero consta de dos capas de dieléctrico (con permitividades relativas ε_{r1} y ε_{r2}), una a cada lado del plano del array, y el segundo además, incluirá un plano metálico situado a una distancia h por debajo del array, de forma que actúe como reflector trasero aumentando la eficiencia de absorción.

3.4.1. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos

La estratificación en la que se encuentra situado el array en este caso consta de dos capas de dieléctrico homogéneo situadas en $z > 0$ y $z < 0$, con permitividades relativas ε_{r1} y ε_{r2} respectivamente, como muestra la figura 3.5

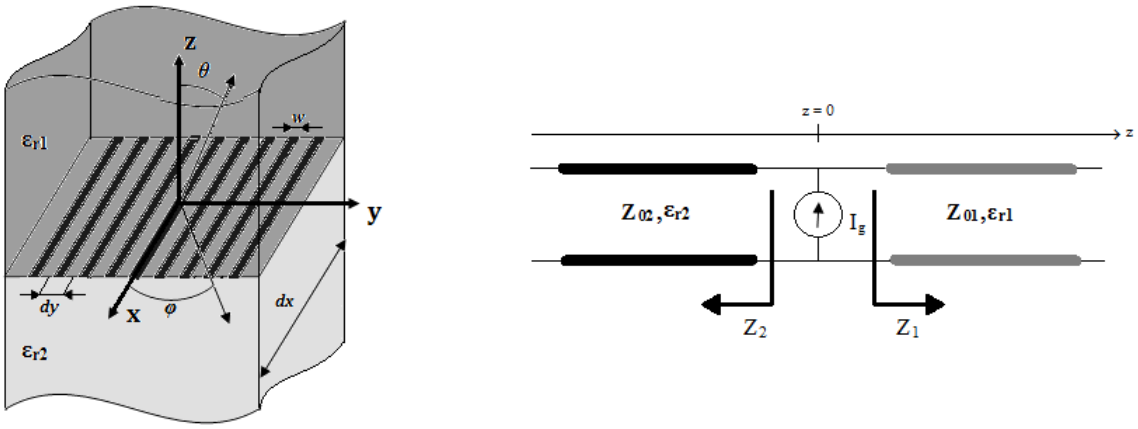

Figura 3.5: Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos (a la izquierda), y su modelo equivalente en líneas de transmisión (a la derecha)

Para este caso concreto

$$Z_1 = Z_{01} \quad ; \quad Z_2 = Z_{02} \qquad \Rightarrow \qquad Z_{in} = Z_1 || Z_2 = \frac{Z_{01} Z_{02}}{Z_{01} + Z_{02}}$$

$${}^{j}V_{TM/TE}\,(k_\rho, 0, 0) = Z_{inTM/TE} = \frac{Z_{01TM/TE} \;\; Z_{02TM/TE}}{Z_{01TM/TE} + Z_{02TM/TE}}$$

1. Modo TM:

$$
\begin{aligned}
{}^{j}V_{TM}(k_\rho,0,0) = Z_{inTM} = \frac{Z_{01TM}Z_{02TM}}{Z_{01TM}+Z_{02TM}} = \\
= \frac{\zeta_0\frac{k_{z1}}{\varepsilon_{r1}k_0}\ \zeta_0\frac{k_{z2}}{\varepsilon_{r2}k_0}}{\zeta_0\frac{k_{z1}}{\varepsilon_{r1}k_0}+\zeta_0\frac{k_{z2}}{\varepsilon_{r2}k_0}} = \frac{\zeta_0}{k_0}\ \frac{k_{z1}k_{z2}}{k_{z1}\varepsilon_{r2+}k_{z2}\varepsilon_{r1}}
\end{aligned}
$$

2. Modo TE:

$$
\begin{aligned}
{}^{j}V_{TE}(k_\rho,0,0) = Z_{inTE} = \frac{Z_{01TE}Z_{02TE}}{Z_{01TE}+Z_{01TE}} = \\
= \frac{\zeta_0\frac{k_0}{k_{z1}}\ \zeta_0\frac{k_0}{k_{z2}}}{\zeta_0\frac{k_0}{k_{z1}}+\zeta_0\frac{k_0}{k_{z2}}} = \zeta_0\ \frac{k_0}{k_{z1}+k_{z2}}
\end{aligned}
$$

La función de Green queda de la siguiente manera

$$
\begin{aligned}
G_{xx}\left(k_\rho,0,0\right) &= \frac{-1}{{k_\rho}^2}\left({}^{j}V_{TM}(k_\rho,0,0){k_x}^2 + {}^{j}V_{TE}(k_\rho,0,0){k_y}^2\right) = \\
&= \frac{-1}{{k_\rho}^2}\left(\frac{\zeta_0}{k_0}\ \frac{k_{z1}k_{z2}}{k_{z1}\varepsilon_{r2+}k_{z2}\varepsilon_{r1}}{k_x}^2 + \zeta_0\ \frac{k_0}{k_{z1}+k_{z2}}{k_y}^2\right) = \\
&= \frac{-1}{{k_\rho}^2}\ \frac{\zeta_0}{k_0}\left(\frac{k_{z1}k_{z2}\left(k_{z1}+k_{z2}\right){k_x}^2 + {k_0}^2{k_y}^2\left(k_{z1}\varepsilon_{r2+}k_{z2}\varepsilon_{r1}\right)}{\left(k_{z1}\varepsilon_{r2+}k_{z2}\varepsilon_{r1}\right)\left(k_{z1}+k_{z2}\right)}\right)
\end{aligned}
$$

Tras varias simplificaciones aritméticas

$$
G_{xx}\left(k_\rho,0,0\right) = \frac{-\zeta_0}{k_0}\left(\frac{{k_0}^2}{k_{z1}+k_{z2}} - \frac{{k_x}^2}{k_{z1}\varepsilon_{r2+}k_{z2}\varepsilon_{r1}}\right) \tag{3.58}
$$

Una vez obtenida la función de Green para este caso concreto, podemos particularizar la ecuación 3.44, derivada en el apartado anterior para la admitancia

$$
Y_{in} = \frac{k_0 d_y}{\zeta_0 w}\ \frac{1}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{{k_0}^2}{k_{z1}+k_{z2}} - \frac{{k_{x0}}^2}{k_{z1}\varepsilon_{r2+}k_{z2}\varepsilon_{r1}}\right)J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)} \tag{3.59}
$$

3.4.2. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos con plano metálico

La estratificación en la que se va a encontrar situado el array en este caso va a ser la misma que en el anterior, pero con un reflector metálico trasero. Esto es, en el lado $z > 0$ sigue existiendo un dieléctrico homogéneo con permitividad ε_{r1}, pero en $z < 0$ tenemos, además del dieléctrico, ε_{r2}, un conductor metálico situado a una determinada

distancia, h, que se elegirá de forma que maximice la absorción para un valor de frecuencia determinado.

El modelo equivalente en líneas de transmisión para este caso se representa en la figura 3.6.

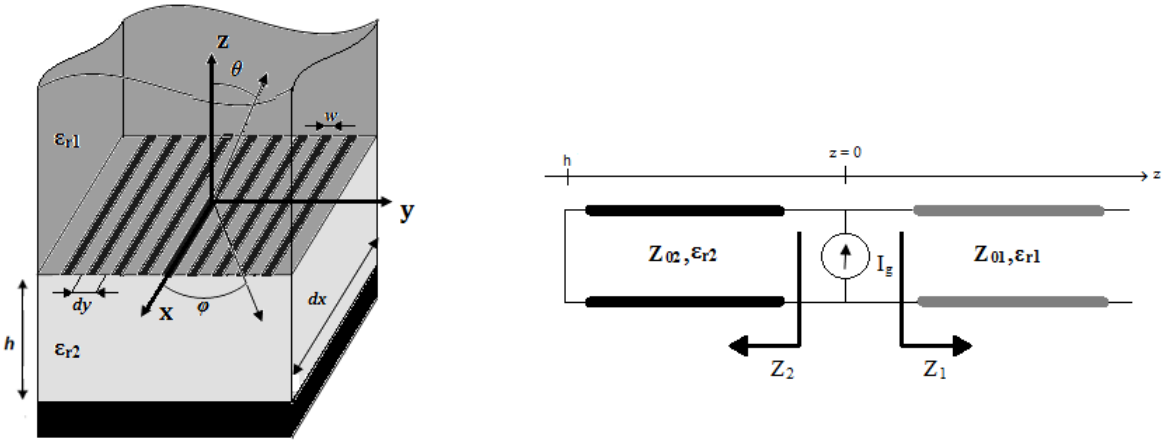

Figura 3.6: Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos con plano metálico trasero (a la izquierda), y su modelo equivalente en líneas de transmisión (a la derecha)

$$Z_1 = Z_{01} \quad ; \quad Z_2 = Z_{02} j \tan(k_{z2} h) \qquad \Rightarrow \qquad Z_{in} = Z_1 || Z_2 = \frac{Z_{01} \quad Z_{02} j \tan(k_{z2} h)}{Z_{01} + Z_{02} j \tan(k_{z2} h)}$$

$${}^{j}V_{TM/TE}(k_\rho, 0, 0) = Z_{inTM/TE} = \frac{Z_{01TM/TE} \quad Z_{02TM/TE} j \tan(k_{z2} h)}{Z_{01^oTM/TE} + Z_{02TM/TE} j \tan(k_{z2} h)}$$

Una vez especificadas las impedancias para este caso concreto, desarrollamos las expresiones de las tensiones de los modos TM y TE.

1. Modo TM:

$$\begin{aligned}
{}^{j}V_{TM}(k_\rho, 0, 0) = Z_{in} &= \frac{Z_{01TM} Z_{02TM} j \tan(k_{z2} h)}{Z_{01TM} + Z_{02TM} j \tan(k_{z2} h)} = \\
&= \frac{\zeta_0 \frac{k_{z1}}{\varepsilon_{r1} k_0} \zeta_0 \frac{k_{z2}}{\varepsilon_{r2} k_0} j \tan(k_{z2} h)}{\zeta_0 \frac{k_{z1}}{\varepsilon_{r1} k_0} + \zeta_0 \frac{k_{z2}}{\varepsilon_{r2} k_0} j \tan(k_{z2} h)} = \\
&= \frac{\zeta_0 \frac{k_{z1} k_{z2}}{k_0 \varepsilon_{r1} \varepsilon_{r2}} j \tan(k_{z2} h)}{\frac{k_{z1}}{\varepsilon_{r1}} + \frac{k_{z2}}{\varepsilon_{r2}} j \ \tan(k_{z2} h)} = \\
&= \frac{\zeta_0}{k_0} \frac{k_{z1} k_{z2} j \tan(k_{z2} h)}{k_{z1} \varepsilon_{r2} + k_{z2} \varepsilon_{r1} j \ \tan(k_{z2} h)}
\end{aligned}$$

2. Modo TE:

$$
\begin{aligned}
{}^{j}V_{TE}(k_\rho,0,0) = Z_{in} &= \frac{Z_{02TE}Z_{01TE}j\tan\left(k_{z2}h\right)}{Z_{01TE}+Z_{02TE}j\tan\left(k_{z2}h\right)} \\
&= \frac{\zeta_0\frac{k_0}{k_{z1}k_{z2}}j\tan\left(k_{z2}h\right)}{\frac{1}{k_{z1}}+\frac{1}{k_{z2}}j\tan\left(k_{z2}h\right)} \\
&= \zeta_0 k_0\frac{j\tan\left(k_{z2}h\right)}{k_{z2}+k_{z1}j\tan\left(k_{z2}h\right)}
\end{aligned}
$$

La función de Green queda de la siguiente manera

$$
\begin{aligned}
G_{xx}\left(k_\rho,0,0\right) &= \frac{-1}{{k_\rho}^2}\left({}^{j}V_{TM}\left(k_\rho,0,0\right){k_x}^2+{}^{j}V_{TE}\left(k_\rho,0,0\right){k_y}^2\right) = \\
&= \frac{-1}{{k_\rho}^2}\left(\frac{\zeta_0}{k_0}\frac{k_{z1}k_{z2}j\tan\left(k_{z2}h\right)}{k_{z1}\varepsilon_{r2}+k_{z2}\varepsilon_{r1}j\tan\left(k_{z2}h\right)}{k_x}^2+\zeta_0 k_0\frac{j\tan\left(k_{z2}h\right)}{k_{z2}+k_{z1}j\tan\left(k_{z2}h\right)}{k_y}^2\right) = \\
&= \frac{-1}{{k_\rho}^2}\frac{\zeta_0}{k_0}j\tan\left(k_{z2}h\right)\left(\frac{k_{z1}k_{z2}{k_x}^2}{k_{z1}\varepsilon_{r2}+k_{z2}\varepsilon_{r1}j\tan\left(k_{z2}h\right)}+\frac{{k_0}^2{k_y}^2}{k_{z2}+k_{z1}j\tan\left(k_{z2}h\right)}\right)
\end{aligned}
$$

Tras realizar varias simplificaciones aritméticas

$$
G_{xx}\left(k_\rho,0,0\right) = \tag{3.60}
$$

$$
= \frac{-\zeta_0\ j\tan\left(k_{z2}h\right)}{k_0}\left(\frac{{k_0}^2}{k_{z2}+k_{z1}j\tan\left(k_{z2}h\right)}-\frac{{k_x}^2}{k_{z1}\varepsilon_{r2}+k_{z2}\varepsilon_{r1}j\tan\left(k_{z2}h\right)}\right)
$$

Una vez obtenida la función de Green para este caso concreto, podemos particularizar la ecuación derivada en el apartado anterior para la admitancia, y, por consiguiente, para la impedancia del array.

$$
Y_{in} = \frac{k_0\ d_y}{\zeta_0\ j\tan\left(k_{z2}h\right)\ w}\frac{1}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{{k_0}^2}{k_{z2}+k_{z1}j\tan(k_{z2}h)}-\frac{{k_{x0}}^2}{k_{z1}\varepsilon_{r2}+k_{z2}\varepsilon_{r1}j\tan(k_{z2}h)}\right)\ J_0\left(\frac{1}{2}wk_{ym}\right)} \tag{3.61}
$$

Hemos obtenido, por lo tanto, un modelo analítico de la impedancia de un array de dipolos periódico en una cierta estratificación. Además, se ha particularizado la solución para dos casos concretos de dicha estratificación. En el siguiente capítulo, se realiza una comprobación del modelo obtenido, para demostrar que los resultados son válidos y se pueden, por tanto, extrapolar a cualquier medio multicapa o estratificado, sin más que obtener la función de Green correspondiente.

Capítulo 4

Validación del modelo analítico de la impedancia

Una vez se ha obtenido el modelo analítico de la impedancia del array de dipolos periódico, para cualquier estratificación en la que se encuentre situado, vamos a demostrar su validez. Para ello se van a comparar primero los resultados obtenidos analíticamente con el modelo equivalente en líneas de transmisión, asumiendo la aproximación de bajas frecuencias. Posteriormente, también se va a validar el modelo en un caso general, comparando esta vez los resultados obtenidos con simulaciones realizadas mediante CST. Como la formulación desarrollada se ha obtenido para dos casos muy generales, dos medios dieléctricos con y sin plano metálico trasero, necesitaremos concretar estos casos para unos determinados valores de ε_{r1} y ε_{r2}, puesto que las simulaciones con CST hay que realizarlas con materiales específicos.

A lo largo de este capítulo y posteriores, se va a hablar de la eficiencia de absorción. Los detectores KID, como ya se ha explicado anteriormente, absorben la radiación a través de un medio inductivo formado por elementos concentrados. Estos elementos estarán fabricados con materiales conductores con una cierta resistencia, que se podrá elegir con ayuda del modelo analítico desarrollado. Es importante conocer y estudiar el porcentaje de la potencia incidente que es absorbida por el dispositivo, puesto que esto constituye la esencia de su funcionamiento y su utilidad. Al hablar de la eficiencia de absorción nos referimos precisamente a este porcentaje. Para calcular dicha absorción, hay que tener en cuenta que tenemos una red disipativa, por tanto podemos calcularla teniendo en cuenta las pérdidas óhmicas. Para las redes disipativas se cumple que, [44]

$$\sum_{k=1}^{N} s_{ki} s_{ki}^{*} = \sum_{k=1}^{N} |s_{ki}|^2 \neq 1 \tag{4.1}$$

para cada puerto i, donde N es el número de puertos de la red. Por lo tanto se puede

definir la eficiencia de absorción como

$$\eta_a = 1 - \sum_{k=1}^{N} |s_{ki}|^2 \tag{4.2}$$

En los apartados que siguen se utilizará esta definición, adaptándola a la red concreta que se esté considerando.

4.1. Aproximación de bajas frecuencias. Incidencia normal

La fórmula de la impedancia obtenida se puede reducir a una forma más compacta en el régimen de bajas frecuencias. En este supuesto, se cumple que el periodo del array es mucho menor que la longitud de onda, $d_y << \lambda_0$.

El término dominante del sumatorio de la expresión 3.44 en régimen de bajas frecuencias, es el asociado al modo de Floquet fundamental, $m_y = 0$. De esta forma tendremos una impedancia real que se puede comparar con el resultado obtenido al resolver la línea de transmisión equivalente a la estratificación.

En el modelo equivalente realizado mediante líneas de transmisión, el array está representado por la impedancia real R, cuyo valor es el que queremos calcular y compararlo con el obtenido analíticamente.

Estamos suponiendo incidencia normal por lo que

$$\theta = 0 \quad \begin{cases} k_{x0} = k_0 sen\theta cos\varphi = 0 \\ k_{y0} = k_0 sen\theta sen\varphi = 0 \end{cases} \tag{4.3}$$

Además, hay que tener en cuenta que

$$m_y = 0 \quad \Rightarrow \quad k_{ym} = k_{y0} - \frac{2\pi m_y}{d_y} = 0 \tag{4.4}$$

4.1.1. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos

La situación en este caso es la misma que la mostrada en la figura 3.5. Para maximizar la absorción es necesario conocer los parámetros S en función de la resistencia R. Para ello obtenemos los parámetros de dispersión haciendo un estudio de las ondas de potencia, mostradas en la figura 4.1.

Concretamos la expresión 4.2 para este caso. El número de puertos de la red es $N = 2$, por lo que la eficiencia de absorción para esta estructura será

$$\eta_a = 1 - |s_{11}|^2 - |s_{21}|^2 \tag{4.5}$$

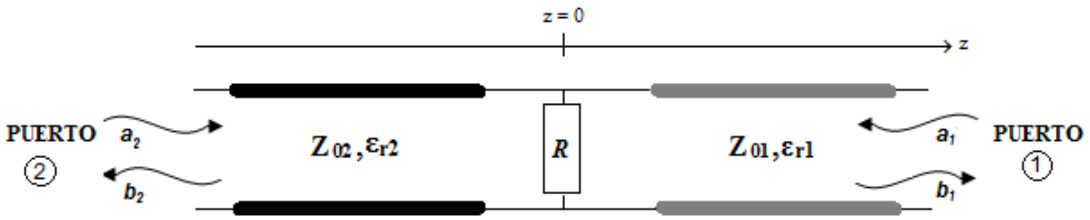

Figura 4.1: Ondas de potencia del modelo en líneas de transmisión del array situado entre dos dieléctricos

$$s_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} \qquad s_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} \tag{4.6}$$

donde a_i y b_i son las ondas de potencia incidente y reflejada en el puerto i.

$$b_i = \frac{V_i - I_i Z_{oi}}{2\sqrt{Z_{oi}}} \qquad a_i = \frac{V_i + I_i Z_{oi}}{2\sqrt{Z_{oi}}} \tag{4.7}$$

En las expresiones anteriores V_i, I_i y Z_{oi} representan la tensión, la corriente y la impedancia característica asociadas al puerto i.

$$s_{11} = \frac{V_1 - I_1 Z_{01}}{V_1 + I_1 Z_{01}} = \frac{I_1 (R \parallel Z_{02}) - I_1 Z_{01}}{I_1 (R \parallel Z_{02}) + I_1 Z_{01}} = \frac{\frac{RZ_{02}}{R+Z_{02}} - Z_{01}}{\frac{RZ_{02}}{R+Z_{02}} + Z_{01}}$$

$$\Longrightarrow \quad s_{11} = \frac{R(Z_{02} - Z_{01}) - Z_{01}Z_{02}}{R(Z_{02} + Z_{01}) + Z_{01}Z_{02}} \tag{4.8}$$

$$s_{21} = \frac{V_2 - I_2 Z_{02}}{V_1 + I_1 Z_{01}} \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} = \frac{-2 I_2 Z_{02}}{I_1 (R \parallel Z_{02}) + I_1 Z_{01}} \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} = \frac{2(R \parallel Z_{02})}{(R \parallel Z_{02}) + Z_{01}} \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}}$$

$$\Longrightarrow \quad s_{21} = \frac{2RZ_{02}}{R(Z_{02} + Z_{01}) + Z_{01}Z_{02}} \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} \tag{4.9}$$

4.1.1.1. Array situado en el vacío

En el primer caso que se va a validar, para la aproximación en bajas frecuencias, el array se sitúa en medio de dos dieléctricos iguales y homogéneos, concretamente en el vacío.

Para el vacío

$$\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$$

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_0$$

En este caso, los parámetros S calculados, 4.8 y 4.9, toman la forma

$$s_{11} = \frac{-Z_0}{2R + Z_0} \qquad s_{21} = \frac{2R}{2R + Z_0} \tag{4.10}$$

Obtenemos el valor de la resistencia R que maximiza la absorción, obteniendo la expresión de η_a al sustituir las expresiones 4.10 en la ecuación 4.5

$$\frac{\partial \eta_a}{\partial R} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad R = \frac{Z_0}{2} \tag{4.11}$$

Si se representa la variación de la eficiencia de absorción en función de la resistencia del array, gráfica de la figura 4.2, puede verse que, efectivamente, el máximo se da para el valor obtenido considerando que la impedancia característica en espacio libre es $Z_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \approx 377\ \Omega$, $R = \frac{Z_0}{2} = 188{,}5\ \Omega$.

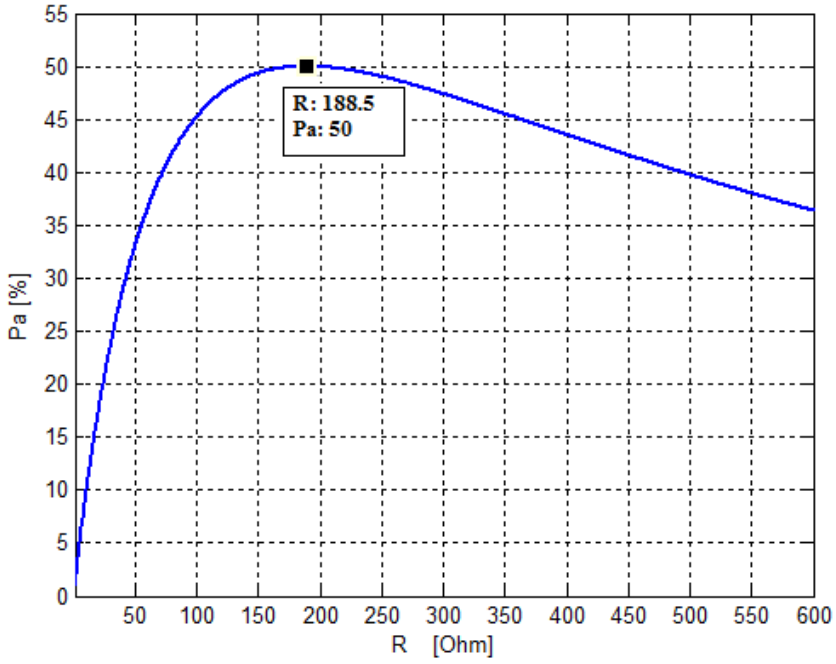

Figura 4.2: Evolución de la eficiencia de absorción en función de la resistencia R, para el array en el vacío

Con este valor de la resistencia, la eficiencia que se obtiene es

$$\eta_a\left(R=\frac{Z_0}{2}\right)=1-s_{11}\left(R=\frac{Z_0}{2}\right)^2-s_{21}\left(R=\frac{Z_0}{2}\right)^2=1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=0{,}5$$

$$\eta_a\left(R=\frac{Z_0}{2}\right)=50\,\%$$

como se puede observar también en la gráfica de la figura 4.2.

La resistencia obtenida es la correspondiente a una lámina infinita. En realidad estamos considerando un array, por lo que tenemos que normalizar el resultado obtenido con respecto a las dimensiones del mismo, su periodo, d_y, y la anchura de los dipolos, w.

$$R=\frac{Z_0}{2}\frac{w}{d_y} \tag{4.12}$$

Una vez obtenido este resultado, vamos a comprobar que con la ecuación 3.59, el valor de la resistencia obtenida es el mismo.

Sustituyendo en la ecuación 3.59 el valor concreto de la permitividad del vacío y concretando para la aproximación de bajas frecuencias e incidencia normal, tenemos que

$$k_\rho{}^2=k_{x0}{}^2+k_{ym}{}^2=0$$

$$k_1=k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}=k_0\ \Rightarrow\ k_{z1}=\sqrt{k_1{}^2-k_\rho{}^2}\ =\ k_0$$

$$k_2=k_0\sqrt{\varepsilon_{r2}}=k_0\ \Rightarrow\ \ k_{z2}=\sqrt{k_2{}^2-k_\rho{}^2}=\ k_0$$

con lo cual

$$Y_{in0}=\frac{2d_y}{\zeta_0 w}\,\frac{1}{J_0\left(0\right)}=\frac{2}{\zeta_0}\frac{d_y}{w}\qquad\Rightarrow\qquad R_{in0}=\frac{1}{Y_{in0}}=\frac{\zeta_0}{2}\frac{w}{d_y}$$

Como se ve, se obtiene el mismo valor ya que en el vacío $Z_0=\frac{\zeta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r0}}}=\zeta_0$.

4.1.1.2. Array situado entre silicio y el vacío

En este otro caso, se va a considerar que en $z>0$ el dieléctrico existente es silicio, y en $z<0$ seguimos teniendo vacío.

En esta nueva situación, los parámetros que definen la eficiencia de absorción toman los siguientes valores

$$\varepsilon_{r1}=\ 11{,}9$$

$$\varepsilon_{r2} = 1$$

$$Z_{01} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}$$

$$Z_{02} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r2}}} = Z_0$$

En este caso, los parámetros S calculados, 4.8 y 4.9, son distintos al caso anterior.

$$s_{11} = \frac{R\left(Z_0 - \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\right) - \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}Z_0}{R\left(Z_0 + \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\right) + \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}Z_0} \qquad s_{21} = \frac{2RZ_0}{R\left(Z_0 + \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\right) + \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}Z_0}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{r1}}}} \tag{4.13}$$

Obtenemos el valor de la resistencia R que maximiza la absorción, obteniendo la expresión de η_a al sustituir las expresiones 4.13 en la ecuación 4.5

$$\frac{\partial \eta_a}{\partial R} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad R = \frac{Z_0}{1 + \sqrt{\varepsilon_{r1}}} \tag{4.14}$$

Si se representa la variación de la eficiencia de absorción en función de la resistencia, gráfica de la figura 4.3, puede verse que, efectivamente, el máximo se da para el valor obtenido, $R = \frac{Z_0}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}} = 84{,}7\ \Omega$.

Con este valor de la resistencia, la eficiencia que se obtiene es

$$\eta_a\left(R = \frac{Z_0}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\right) = 1 - s_{11}\left(R = \frac{Z_0}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\right)^2 - s_{21}\left(R = \frac{Z_0}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\right)^2 =$$
$$= 1 - (0{,}224)^2 - (0{,}417)^2 = 0{,}776$$

$$\eta_a\left(Z = \frac{Z_0}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\right) = 77{,}6\,\%$$

como se puede observar también en la gráfica de la figura 4.3.

Si normalizamos respecto a la relación entre el periodo del array y la anchura del dipolo

$$R = \frac{Z_0}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\frac{w}{d_y} \tag{4.15}$$

De nuevo comprobamos que este resultado coincide con el obtenido mediante el modelo analítico.

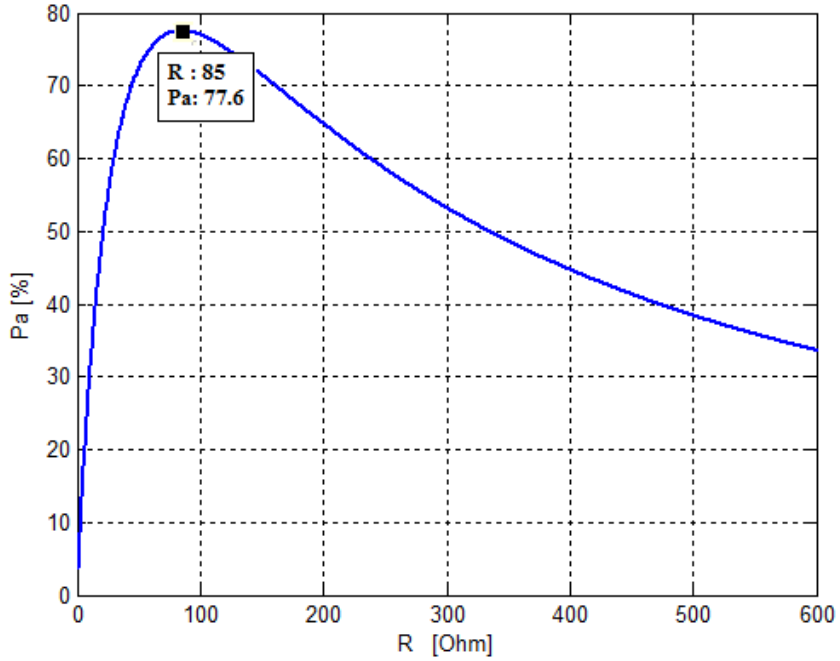

Figura 4.3: Evolución de la eficiencia de absorción en función de la resistencia R, para el array situado entre silicio y el vacío

Sustituyendo en la ecuación 3.59 el valor concreto de la permitividad del silicio y el vacío y concretando para la aproximación de bajas frecuencias e incidencia normal, tenemos que

$$k_\rho{}^2 = k_{x0}{}^2 + k_{ym}{}^2 = 0$$

$$k_1 = k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}} \;\Rightarrow\; k_{z1} = \sqrt{k_1{}^2 - k_\rho{}^2} \;=\; k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}$$

$$k_2 = k_0\sqrt{\varepsilon_{r2}} = k_0 \;\Rightarrow\; k_{z2} = \sqrt{k_2{}^2 - k_\rho{}^2} = \; k_0$$

con lo cual

$$Y_{in0} = \frac{d_y}{\zeta_0 w}\,\frac{1}{\frac{1}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}J_0\left(0\right)} = \frac{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}{\zeta_0}\frac{d_y}{w} \quad \Rightarrow \quad R_{in0} = \frac{1}{Y_{in0}} = \; \frac{\zeta_0}{1+\sqrt{\varepsilon_{r1}}}\frac{w}{d_y}$$

De forma que se obtiene de nuevo los mismos resultados para el valor de la impedancia del array.

Queda validado, por tanto, el modelo analítico desarrollado para el caso de esta estratificación concreta, dos dieléctricos cualesquiera sin reflector trasero, para la aproximación de bajas frecuencias.

4.1.2. Array situado entre dos medios dieléctricos homogéneos con plano metálico

De nuevo necesitamos conocer los parámetros S de la línea de transmisión para poder maximizar la absorción. En este caso, tenemos una línea con un sólo puerto, $N = 1$, figura 4.4, por lo que la expresión de la eficiencia de absorción, ecuación 4.2, solamente va a depender del parámetro de reflexión asociado a dicho puerto.

$$\eta_a = 1 - |s_{11}|^2 \tag{4.16}$$

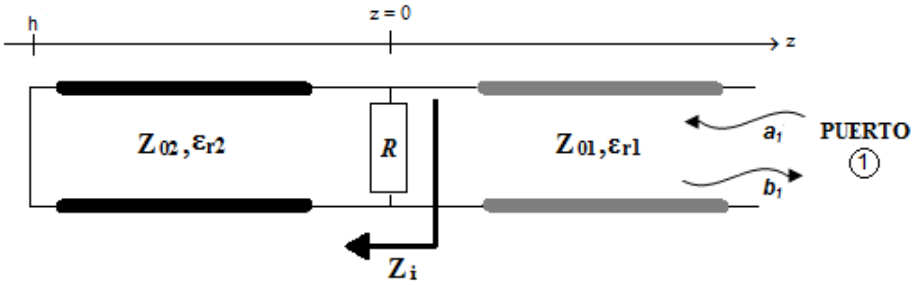

Figura 4.4: Ondas de potencia del modelo en líneas de transmisión del array situado entre dos dieléctricos con plano reflector trasero

En este caso

$$s_{11} = \frac{b_1}{a_1} \tag{4.17}$$

donde b_1 y a_1 tienen la forma 4.7

$$s_{11} = \frac{V_1 - I_1 Z_{01}}{V_1 + I_1 Z_{01}} = \frac{I_1 Z_i - I_1 Z_{01}}{I_1 R + I_1 Z_{01}} = \frac{Z_i - Z_{01}}{Z_i + Z_{01}}$$

Como se ve en la figura 4.4, la impedancia Z_i es el paralelo de la resistencia R y la impedancia del tramo de línea correspondiente a Z_{02} terminado con un cortocircuito, que representa el plano metálico en la estratificación.

$$Z_i = R \parallel Z_{02}\ j\tan(k_0 h) \tag{4.18}$$

Por lo tanto tenemos que

$$s_{11} = \frac{R \parallel Z_{02}\ j\tan(k_0 h)\ - Z_{01}}{R \parallel Z_{02}\ j\tan(k_0 h)\ + Z_{01}} \tag{4.19}$$

4.1.2.1. Array situado en el vacío con plano metálico

De nuevo se va a validar para la aproximación en bajas frecuencias la situación de un array situado en el vacío, pero con un plano metálico a una distancia h de $z = 0$.

Las permitividades y las impedancias características son

$$\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$$
$$Z_{01} = Z_{02} = Z_0$$

Para terminar de definir completamente la estratificación, es necesario darle un valor a h, que es a la distancia a la que se sitúa el plano metálico reflector. Elegimos el valor

$$h = \frac{\lambda_2}{4} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_{r2}}} = \frac{\lambda_0}{4}$$

para que la eficiencia de absorción sea máxima para la frecuencia $f_0 = 1{,}125THz$, que es el valor intermedio de la banda.

Por lo tanto, las ecuación 4.19 queda como sigue

$$s_{11} = \frac{R \parallel Z_{02}\ j\tan(k_0 h)\ - Z_{01}}{R \parallel Z_{02}\ j\tan(k_0 h)\ + Z_{01}} = \frac{R \parallel Z_0\ j\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{\lambda_0}{4}\right)\ - Z_0}{R \parallel Z_0\ j\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{\lambda_0}{4}\right)\ + Z_0}$$

$$s_{11} = \frac{R - Z_0}{R + Z_0} \tag{4.20}$$

Como se puede ver, el valor de R que maximiza la absorción es

$$R = Z_0 \tag{4.21}$$

Si se representa la variación de la eficiencia de absorción en función de la resistencia, puede verse que, efectivamente, el máximo se da para el valor obtenido, $R = Z_0 = 377\ \Omega$. La figura 4.5 representa esta variación.

Con este valor de la resistencia, la eficiencia que se obtiene es

$$\eta_a(R = Z_0) = 1 - s_{11}(R = Z_0)^2 = 1 - 0 = 1 \quad \Rightarrow\ \eta_a(R = Z_0) = 100\,\%$$

Si normalizamos respecto a las dimensiones del dipolo

$$R = Z_0 \frac{w}{d_y} \tag{4.22}$$

A continuación, se calcula de nuevo la impedancia óptima pero utilizando la expresión obtenida mediante el desarrollo analítico, ecuación 3.61.

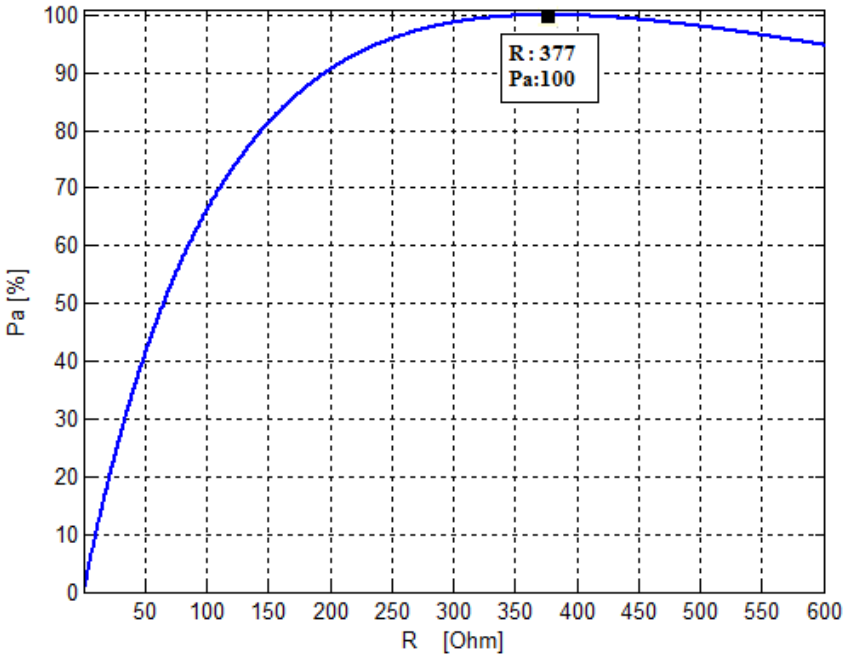

Figura 4.5: Evolución de la eficiencia de absorción en función de la resistencia R, para el array en vacío con plano metálico trasero

Sustituyendo en la ecuación 3.61 el valor concreto de la permitividad del vacío y de la distancia del dipolo al reflector, h, y concretando para la aproximación de bajas frecuencias e incidencia normal, tenemos que

$$k_\rho{}^2 = k_{x0}{}^2 + k_{ym}{}^2 = 0$$

$$k_1 = k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}} = k_0 \;\Rightarrow\; k_{z1} = \sqrt{k_1{}^2 - k_\rho{}^2} \;=\; k_0$$

$$k_2 = k_0\sqrt{\varepsilon_{r2}} = k_0 \;\Rightarrow\; k_{z2} = \sqrt{k_2{}^2 - k_\rho{}^2} = \; k_0$$

Con lo cual

$$Y_{in0} = \frac{d_y}{\zeta_0 w}\,\frac{1}{J_0\left(0\right)} = \frac{d_y}{\zeta_0 w} \qquad \Longrightarrow \qquad R_{in0} = \frac{1}{Y_{in0}} = \; \zeta_0\frac{w}{d_y}$$

Nuevamente el valor del modelo analítico coincide con el modelo de líneas de transmisión.

4.2. Caso general

En la sección anterior, se ha demostrado la validez del modelo analítico desarrollado para la impedancia de la estructura en el caso de bajas frecuencias. Ahora vamos a con-

siderar el caso general de forma que en el sumatorio de la expresión 3.44 ya no sólo va a existir el modo fundamental asociado a $m_y = 0$, sino que se tendrá en cuenta un número determinado de términos.

Para realizar este análisis se va a utilizar CST. Se optimizará la impedancia del array en situaciones concretas de estratificación, igual que en el caso de bajas frecuencias, para distintos valores del periodo del array. En la estructura de CST, figura 4.6, el dipolo lo representaremos por medio de una superficie óhmica cuya impedancia, $Z_{in} = Re\{Z_{in}\} + jIm\{Z_{in}\}$, vamos a optimizar con el objetivo de maximizar la eficiencia de absorción. Las dimensiones de dicha superficie óhmica serán las mismas que las del dipolo, w y d_x, y el periodo del array será d_y. Los valores de estos parámetros van a ser, concretamente, $w \approx \frac{\lambda_0}{50} = 5\mu m$, $d_x \approx \frac{\lambda_0}{8} = 30\mu m$ y d_y tendrá tres valores que son $\frac{\lambda_0}{4}$, $\frac{\lambda_0}{8}$ y $\frac{\lambda_0}{16}$. Cabe destacar que el valor de d_x realmente es irrelevante ya que la estructura que vamos a simular es periódica tanto en x como en y, por lo que en la dirección del eje x la superficie óhmica será una superficie continua e infinitamente larga sea cual sea el valor de d_x.

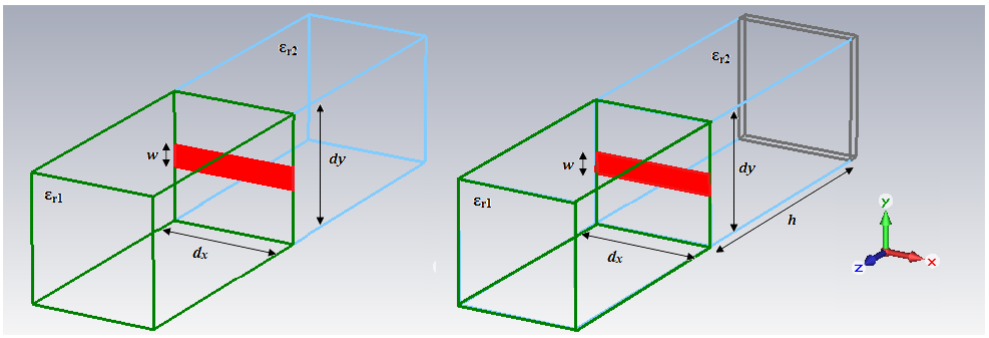

Figura 4.6: Estructuras de CST para los dos casos estudiados, dos dieléctricos homogéneos con y sin plano metálico (derecha e izquierda respectivamente)

Para simular el array infinito en CST, se ha utilizado la condición de contorno *unit cell*. Esta condición permite simular que la celda unitaria se repite de forma periódica hasta el infinito. Por ello se ha impuesto dicha condición para los lados x_{min}, x_{max}, y_{min}, e y_{max}, ya que el array que pretendemos simular es periódico en x e y. En la parte izquierda de la figura 4.7, vemos la estructura simple diseñada en CST antes de que se aplique la condición de contorno *unit cell* en alguno de sus lados. Tan pronto como se establece dicha opción para alguna de sus condiciones de contorno, la estructura básica (la celda única) pasa a repetirse de forma periódica hacia los lados en los que se haya establecido la condición, como se puede ver en la parte derecha de la figura 4.7.

Cuando las condiciones de contorno de celda única se combinan con fronteras abiertas, como es nuestro caso, en z_{min} y/o z_{max}, la frontera abierta se realiza mediante un puerto de tipo *Floquet*. Esto permite, entre otras cosas, excitar ondas planas que es lo que estamos buscando. La onda plana corresponde a los modos de Floquet TE(0,0) y TM(0,0). Los modos de Floquet TE corresponden a la situación en la que el campo eléctrico es

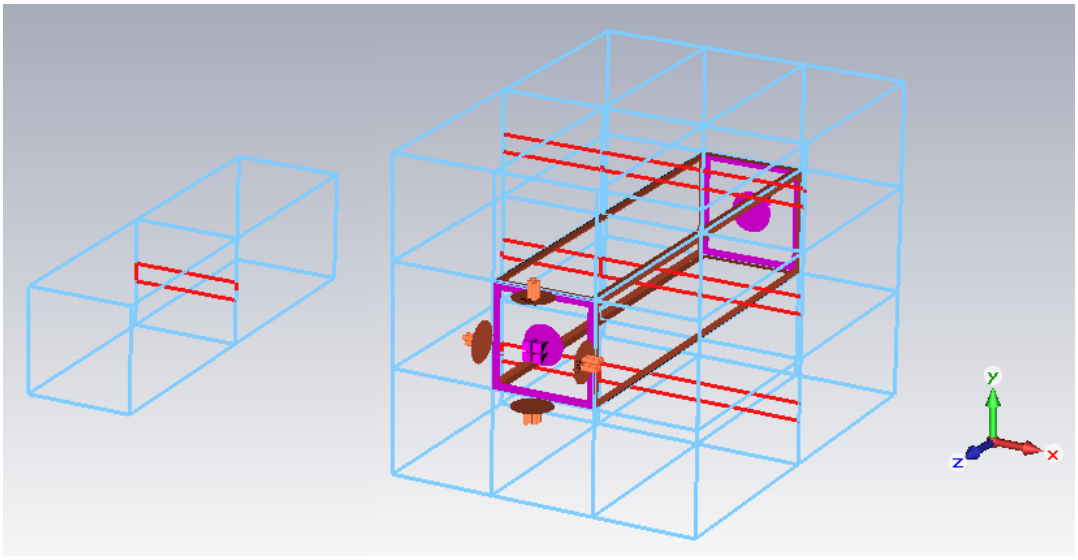

Figura 4.7: Estructura de CST de la celda única, a la izquierda. A la derecha se muestra la estructura que simula un array periódico en CST

transversal con respecto al plano del puerto, mientras que en los modos TM es el campo magnético el que es transversal a dicho plano.

Primero se va a realizar un análisis de las estructuras en el caso de que la onda plana incida de forma normal, y después se considerará que la onda llega con un cierto ángulo, determinado por θ y φ.

4.2.1. Incidencia normal

Para obtener la impedancia óptima que buscamos, vamos a realizar una serie de simulaciones con CST. Estas simulaciones consistirán en un barrido de parámetros de forma que encontremos, tanto para la parte real de la impedancia como para la parte imaginaria, el valor que maximiza la absorción, considerando la frecuencia central de la banda de trabajo, $f_0 = 1{,}125THz$. Posteriormente se comprobará que, mediante el modelo analítico desarrollado, el valor obtenido es el mismo. De esta forma quedará validado el modelo para esta situación concreta.

Las condiciones de contorno de nuestra estructura en CST para los ejes x e y, serán *unit cell* como ya se ha explicado. Como estamos considerando incidencia normal, $\theta = 0$ y $\phi = 0$.

4.2.1.1. Array situado entre dos dieléctricos homogéneos

Las gráficas de la figura 4.8 muestran el barrido de parámetros realizado para la parte real de la impedancia, a la izquierda, y para la parte imaginaria, a la derecha,

para tres valores distintos del periodo del array, y para dos estratificaciones concretas, el array situado en el vacío, arriba, y entre silicio y el vacío, abajo. Los puntos señalados corresponden a la impedancia óptima, que es, como se puede ver, la que maximiza la eficiencia de absorción.

Por otro lado, vamos a obtener de forma analítica, mediante la expresión derivada en anteriores apartados, los valores de la impedancia óptima para diferentes periodos del array y para diferente número de términos en el sumatorio en modos de Floquet.

Teniendo en cuenta que estamos suponiendo incidencia normal, expresiones 4.3 , la ecuación 3.59 queda

$$Y_{in} = \frac{2d_y}{\zeta_0 w} \frac{1}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} \frac{k_0}{\sqrt{{k_0}^2 - {k_{ym}}^2}} J_0\left(\frac{1}{2} w k_{ym}\right)} \tag{4.23}$$

para el caso del array situado en el vacío, y

$$Y_{in} = \frac{d_y}{\zeta_0 w} \frac{1}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{k_0}{k_{z1}+k_{z2}}\right) J_0\left(\frac{1}{2} w k_{ym}\right)} \tag{4.24}$$

para el caso del array situado entre silicio y el vacío.

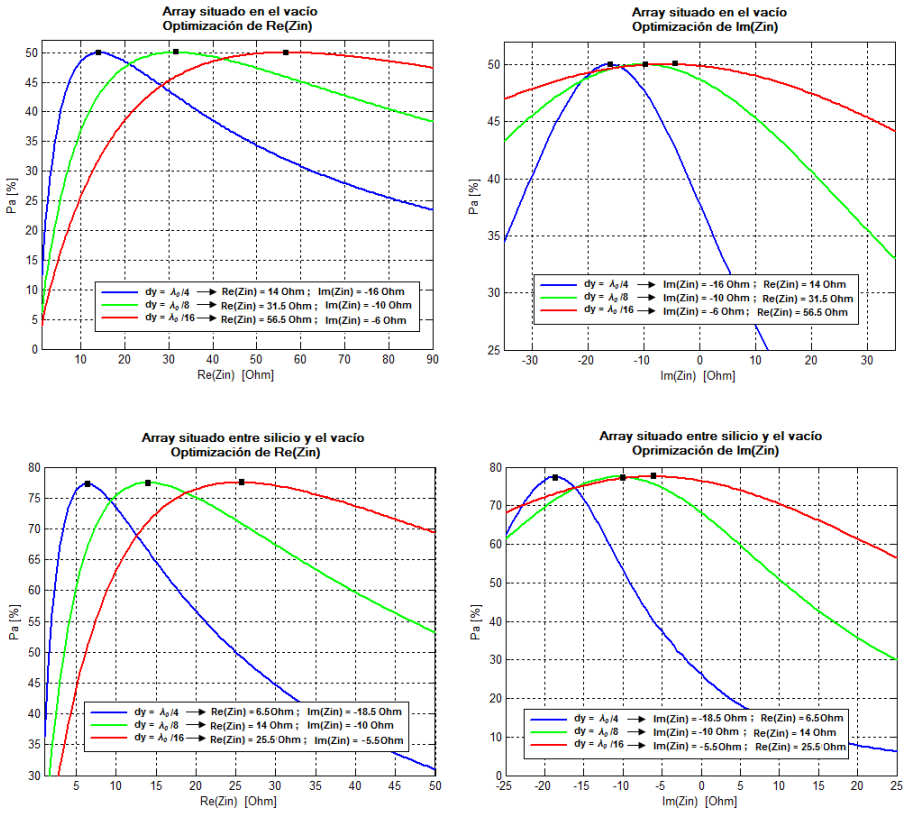

Figura 4.8: Proceso de optimización de la parte real de la impedancia (a la izquierda), y de la parte imaginaria (a la derecha), para el array situado en el vacío, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$, (arriba) y entre silicio y el vacío, $\varepsilon_{r1} = 11{,}9$ y $\varepsilon_{r2} = 1$, (abajo), para $w = 5\mu m$

Tabla 4.1: Impedancias óptimas del array, obtenidas de forma analítica y mediante CST, situado en el vacío

Periodo, d_y	**Límites del sumatorio,** m_y	Z_{in} **Analítica** (Ω) **(eq 4.23)**	Z_{in} **CST** (Ω)
$\frac{\lambda_0}{4}$	0	14.28	14 – 16j
	[-10, 10]	14.28 – 16.42j	
	[-100, 100]	14.28 – 15.27j	
	[-1000, 1000]	14.28 – 15.31j	
$\frac{\lambda_0}{8}$	0	31.42	31.5 – 10j
	[-10, 10]	31.42 – 9.16j	
	[-100, 100]	31.42 – 9.58j	
	[-1000, 1000]	31.42 – 9.56j	
$\frac{\lambda_0}{16}$	0	56.78	56.5 – 6j
	[-10, 10]	56.78 – 5.51j	
	[-100, 100]	56.78 – 5.43 j	
	[-1000, 1000]	56.78 – 5.43j	

Tabla 4.2: Impedancias óptimas del array, obtenidas de forma analítica y mediante CST, situado entre silicio y el vacío

Periodo, d_y	**Límites del sumatorio,** m_y	Z_{in} **Analítica** (Ω) **(eq 4.24)**	Z_{in} **CST** (Ω)
$\frac{\lambda_0}{4}$	0	6.36	6.5 – 18.5j
	[-10, 10]	6.36 – 18.96j	
	[-100, 100]	6.36 – 17.82j	
	[-1000, 1000]	6.36 – 17.86j	
$\frac{\lambda_0}{8}$	0	14.12	14 – 10j
	[-10, 10]	14.12 – 9.44j	
	[-100, 100]	14.12 – 9.85j	
	[-1000, 1000]	14.12 – 9.84j	
$\frac{\lambda_0}{16}$	0	25.52	25.5 – 5.5j
	[-10, 10]	25.52 – 5.57j	
	[-100, 100]	25.52 – 5.50j	
	[-1000, 1000]	25.52 – 5.50j	

En las tablas 4.1 y 4.2 se muestran los valores de la impedancia obtenidos analíticamente para los tres periodos del array considerados y para diferentes términos del sumatorio, m_y. Se muestran también los resultados obtenidos por medio de la simulación, con el objetivo de poder comparar ambos métodos.

A medida que se aumenta el número de términos del sumatorio, el valor de la parte

imaginaria de la impedancia analítica se estabiliza.

Los resultados obtenidos por ambos métodos son muy parecidos en ambas situaciones, por lo que podemos decir que el método analítico funciona correctamente para el caso en que el array se sitúe entre dos dieléctricos homogéneos sin reflector trasero.

4.2.1.2. Array situado entre dos dieléctricos homogéneos con plano metálico

Las gráficas de la figura 4.9 muestran el barrido de parámetros realizado para la parte real de la impedancia, a la izquierda, y para la parte imaginaria, a la derecha, para tres valores distintos del periodo del array, y para la estratificación considerada, el array situado en el vacío con el reflector trasero. Los puntos señalados corresponden a la impedancia óptima, que es, como se puede ver, la que maximiza la eficiencia de absorción.

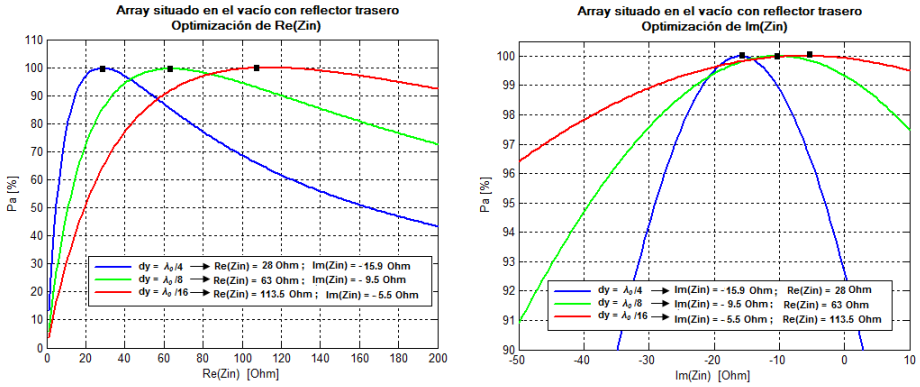

Figura 4.9: Proceso de optimización de la parte real de la impedancia (a la izquierda), y de la parte imaginaria (a la derecha), para el array situado en el vacío, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$ con plano metálico, para $w = 5\mu m$

Teniendo en cuenta que estamos suponiendo incidencia normal, expresiones 4.3 , la ecuación 3.61 queda

$$Y_{in} = \frac{d_y}{\zeta_0 w} \frac{1}{\sum_{m_y=-\infty}^{+\infty} \frac{k_0}{\sqrt{{k_0}^2 - {k_{ym}}^2}} \frac{j\tan(k_{z0}h)}{j\tan(k_{z0}h)\ +1}\ J_0\left(\frac{1}{2} w k_{ym}\right)} \tag{4.25}$$

En la tabla 4.3 se muestran los valores de la impedancia obtenidos analíticamente para los tres periodos del array considerados y para diferentes términos del sumatorio, m_y. Se muestran también los resultados obtenidos por medio de la simulación, con el objetivo de poder comparar ambos métodos.

Como se puede observar en los tres casos, el modelo analítico queda validado ya que los resultados de las impedancias, obtenidas por ambos procedimientos, coinciden. Con este modelo, se puede saber, sin necesidad de utilizar CST, cuál es la impedancia que optimiza la eficiencia y cómo de significativa es su parte imaginaria. Cabe destacar que

Tabla 4.3: Impedancias óptimas del array obtenidas de forma analítica y mediante CST, para el array situado en el vacío con reflector trasero

Periodo, d_y	**Límites del sumatorio,** m_y	Z_{in} **Analítica** (Ω) **(eq 4.25)**	Z_{in} **CST** (Ω)
$\frac{\lambda_0}{4}$	0	28.27	28 – 15.9j
	[-10, 10]	28.5 – 16.5j	
	[-100, 100]	28.5 – 15.36j	
	[-1000, 1000]	28.5 – 15.39j	
$\frac{\lambda_0}{8}$	0	62.8	63 – 9.5j
	[-10, 10]	62.8 – 9.16j	
	[-100, 100]	62.8 – 9.57j	
	[-1000, 1000]	62.8 – 9.57j	
$\frac{\lambda_0}{16}$	0	113	113.5 – 5.5j
	[-10, 10]	113 – 5.54j	
	[-100, 100]	113 – 5.46j	
	[-1000, 1000]	113 – 5.46j	

el valor la parte imaginaria de la impedancia se hace más significativa cuanto mayor es el periodo del array. Se demuestra también, en los tres casos, la influencia en el valor final de la impedancia del número de modos de Floquet que se tienen en cuenta, m_y. A medida que aumenta este número, la impedancia va convergiendo a un valor. Es por eso que, a partir de ahora, se considerarán $m_y = [-1000, 1000]$ modos, ya que en este punto parece que Z_{in} ha alcanzado ya dicho valor de convergencia, como se aprecia en las tablas 4.1, 4.2 y 4.3.

4.2.2. Incidencia oblicua

Una vez comprobado que el modelo analítico es correcto para incidencia normal, hay que ver cómo funciona si la onda llega con una cierta inclinación, determinada por los ángulos θ y ϕ. Para ello vamos a considerar que el periodo del array es el valor intermedio de los tres analizados para el caso de incidencia normal, $d_y = \frac{\lambda_0}{8}$. El resto de parámetros siguen teniendo el mismo valor, es decir, $w = 5\mu m$ y $d_x = 30\mu m$. Para este apartado se va a estudiar el caso concreto del array situado en el vacío, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$, con el plano metálico situado $\frac{\lambda_0}{4}$ por debajo de $z = 0$.

Se van a analizar dos casos concretos, $\phi = 0°$ y $\phi = 90°$. Para el primero se excitará el modo TM, pero para el segundo caso, como $\phi = 90°$, si excitamos con el mismo modo el campo eléctrico quedaría perpendicular al dipolo por lo que la absorción sería nula. Es por ello que para este segundo valor de ϕ se va a excitar el modo de Floquet TE, de esta forma el campo eléctrico seguirá siendo paralelo al eje del dipolo.

Para hacer la comparación en este caso, se representa gráficamente el valor de la

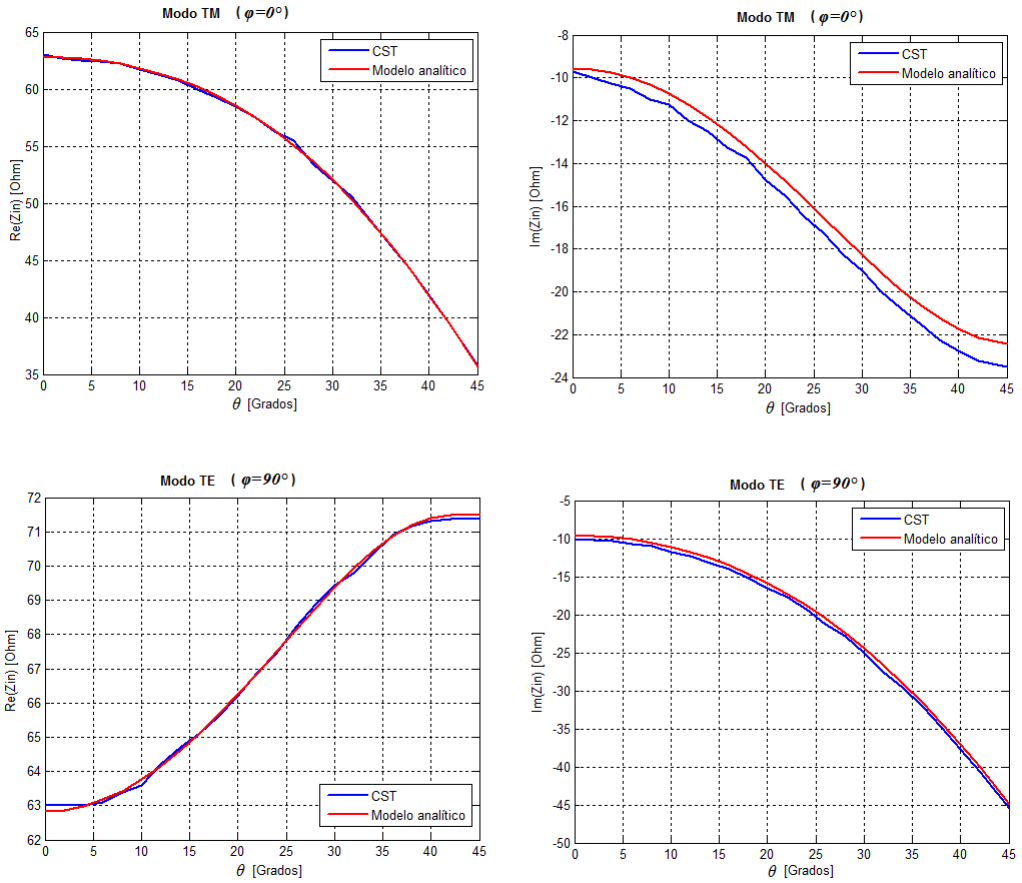

Figura 4.10: Parte real (a la izquierda) e imaginaria (a la derecha) de la impedancia óptima calculada mediante CST (línea azul) y analíticamente (línea roja), del array situado en el vacío, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$ con plano metálico, para un valor de $w = 5\mu m$. Arriba se muestran los resultados en el caso de $\phi = 0°$ y abajo para $\phi = 90°$

impedancia que optimiza la eficiencia, tanto la parte real como la imaginaria, para distintos valores de θ y ϕ. El valor de las impedancias óptimas para cada ángulo se obtienen tanto de forma analítica, como mediante simulaciones en CST. En las simulaciones se realiza, para cada uno de los ángulos de incidencia, un barrido de parámetros para la impedancia, a fin de saber cual es su valor óptimo.

Las gráficas de la figura 4.10 muestran este proceso. Se puede ver que los valores de impedancia obtenidos por ambos métodos son muy similares, por lo que podemos decir que nuestro modelo analítico queda validado también en el caso de incidencia oblicua.

Para completar la validación del modelo en este caso, se representa en la figura 4.11 la variación de la eficiencia de absorción con los ángulos θ y ϕ. La forma de obtener esta eficiencia analíticamente es mediante la ecuación 4.2 adaptada a la situación que nos ocupa, una red con un sólo puerto, ecuación 4.16. Necesitamos el valor del parámetro s_{11} en función del ángulo de incidencia y la frecuencia. En esta situación concreta, este parámetro

es el coeficiente de reflexión. Siendo $\Gamma(\theta, \phi, f, R_{in})$ su variación con la inclinación de la onda incidente, para una frecuencia, f, y un valor R_{in} determinados, tenemos que

$$\eta_a(\theta, \phi, f, R_{in}) = 1 - |\Gamma(\theta, \phi, f, R_{in})|^2 \tag{4.26}$$

calculando el coeficiente de reflexión como la desadaptación producida entre la impedancia analítica del array en función de los ángulos de incidencia y la frecuencia, $Z_{in}(\theta, \phi, f)$, y la resistencia que escojamos para el mismo, R_{in}.

$$\Gamma(\theta, \phi, f, R_{in}) = \frac{Z_{in}(\theta, \phi, f) - R_{in}}{Z_{in}(\theta, \phi, f) + R_{in}} \tag{4.27}$$

Para este caso se elige un valor $R_{in} = Re\{Z_{in}(0,0)\} = 62{,}8\Omega$, según la tabla 4.3. Esta resistencia será la que, posteriormente, se asigne al conductor que formará el detector. También se fija el valor de la frecuencia en el punto intermedio de la banda, $f_0 = 1{,}125THz$.

$$\eta_a(\theta, \phi, f_0, R_{in} = 62{,}8) = 1 - |\Gamma(\theta, \phi, f_0, R_{in} = 62{,}8)|^2$$

$$\Gamma(\theta, \phi, f_0, R_{in} = 62{,}8) = \frac{Z_{in}(\theta, \phi, f_0) - 62{,}8}{Z_{in}(\theta, \phi, f_0) + 62{,}8}$$

En las gráficas de la figura 4.11 se muestra por un lado la absorción analítica, calculada con las ecuaciones 4.26 y 4.27, y por otro lado, simulada con CST, tanto para el modo TM como para el TE.

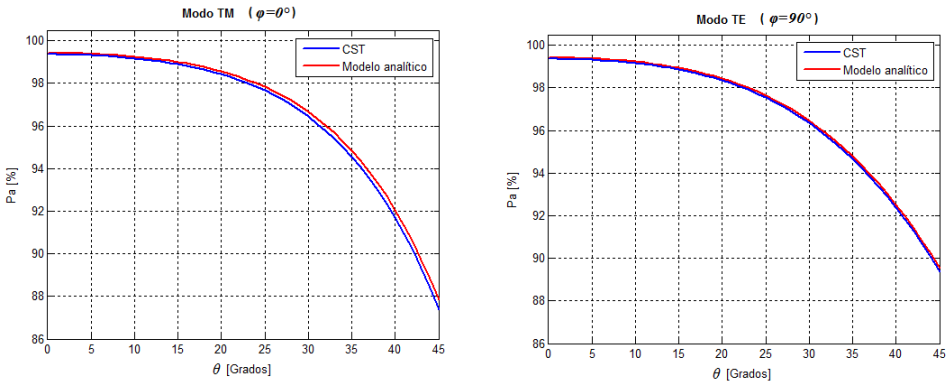

Figura 4.11: Variación de la eficiencia de absorción con los ángulos θ y ϕ, para $f_0 = 1{,}125THz$. A la izquierda el modo TM y a la derecha el TE

Como se puede ver, los valores de las dos curvas representadas en cada gráfica de la figura 4.11 (analítica y CST), coinciden. Podemos concluir por tanto que el modelo desarrollado es válido también para incidencia oblicua.

4.3. Cálculo de la resistencia óptima

La finalidad del modelo analítico es obtener el valor de la impedancia de un array periódico de dipolos situado en una cierta estratificación, sin necesidad de utilizar ningún sistema de simulación. Gracias a ello, podemos ver cómo de significativa es la reactancia de dicha impedancia óptima. Como posteriormente se va a diseñar un absorbedor el cuál estará constituido por elementos conductores con un cierto espesor y una cierta resistencia, R_a, la parte imaginaria de nuestra impedancia analítica no se puede incluir en dichos elementos conductores. De aquí la importancia de estudiar su impacto en la eficiencia.

En la gráfica de la figura 4.12 se representa la evolución de la absorción, calculada según las ecuaciones 4.26 y 4.27, para diferentes valores de la resistencia, R_{in}, y para la impedancia óptima Z_{in} calculada con el modelo analítico, para los parámetros concretos del caso, que son $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $d_x = 30\mu m$, $w = 5\mu m$, y $\theta = \phi = 0°$, y concretamente para la frecuencia central de la banda, $f_0 = 1{,}125THz$.

$$\eta_a(0, 0, f_0, R_{in}) = 1 - |\Gamma(0, 0, f_0, R_{in})|^2 \tag{4.28}$$

$$\Gamma(0, 0, f_0, R_{in}) = \frac{Z_{in}(0, 0, f_0) - R_{in}}{Z_{in}(0, 0, f_0) + R_{in}} \tag{4.29}$$

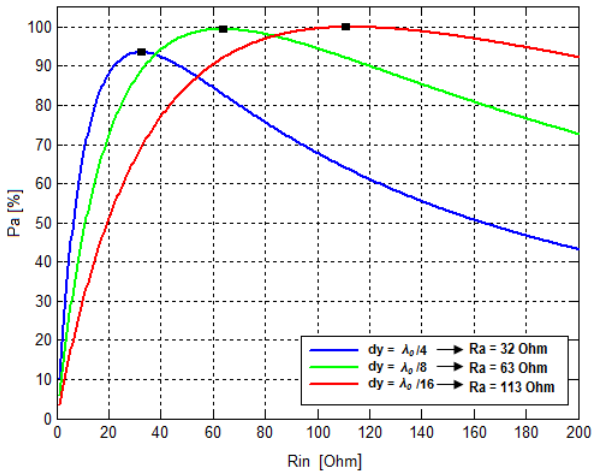

Figura 4.12: Optimización de la resistencia R_{in} para el array de elementos conductores situado en el vacío

En la tabla 4.4, se muestran tanto el valor de R_{in} óptimo (el que proporciona mejor eficiencia de absorción) como el valor de Z_{in}. Como se ve, cuanta mayor diferencia exista entre la parte real y la imaginaria de Z_{in}, más varía R_{in} respecto de $Re\{Z_{in}\}$, y menor es la eficiencia de absorción máxima alcanzada con ese valor óptimo de R_{in}. Este hecho habrá que tenerlo en cuenta a la hora de diseñar el detector en el capítulo siguiente.

Tabla 4.4: Comparación entre los valores de R_{in} y Z_{in} para el array situado en el vacío

Periodo, $\mathbf{d_y}$	$\mathbf{Z_{in}}$ (Ω)	$\mathbf{R_{in}}$ (Ω)
$\frac{\lambda_0}{4}$	28.5 – 15.39j	32
$\frac{\lambda_0}{8}$	62.8 – 9.57j	63
$\frac{\lambda_0}{16}$	113 -5.46j	113

4.4. Análisis en frecuencia

Para completar la validación del modelo, se va a estudiar su comportamiento en frecuencia. Siguiendo el mismo sistema que en el apartado anterior, se obtienen los valores de R_{in} que optimizan la eficiencia para los otros dos casos que se han visto, el array situado en el vacío y entre silicio y el vacío, pero sin plano metálico en ninguno de los dos casos. Para este apartado nos vamos a centrar nuevamente en un sólo periodo del array, $d_y = \frac{\lambda_0}{4}$. La tabla 4.5 recoge las resistencias óptimas para los tres casos, así como el valor de Z_{in} correspondiente.

Tabla 4.5: Valores de R_{in} y Z_{in} para el array, en las tres estratificaciones estudiadas, para un periodo $d_y = \frac{\lambda_0}{4}$

Caso	$\mathbf{Z_{in}}$ (Ω)	$\mathbf{R_{in}}$ (Ω)
Vacío-Vacío	31.42 – 9.16j	33
Silicio-Vacío	14.12 – 9.84j	17
Vacío-Vacío-Reflector	62.8 – 9.57j	63

Con estos valores R_{in} obtenidos, se calcula la eficiencia de absorción en función de la frecuencia para los tres casos según la ecuación 4.2. En cada uno de los tres casos se calculan los parámetros S correspondientes según las ecuaciones 4.10, 4.13 y 4.20, sustituyendo la resistencia R por la impedancia analítica desnormalizada, es decir $R = Z_{in}\frac{d_y}{w}$.

La figura 4.13 muestra los resultados analíticos obtenidos, a la derecha, junto con los resultados simulados por CST, a la derecha, asignándole a la superficie óhmica los mismos valores de R_{in}, haciendo cero la reactancia. Como vemos, en ambas gráficas se obtienen los mismos resultados.

En la figura 4.14 se representa de nuevo la variación de la eficiencia de absorción analítica pero para una banda de frecuencias mayor, para poder apreciar mejor las diferencias entre los tres casos.

El estudio en frecuencia, figura 4.14, nos permite ver que en el caso de la estructura situada entre dos medios iguales, concretamente en el vacío, la eficiencia obtenida es sólo del 50 %. Pero, a cambio, conseguimos una respuesta prácticamente invariante para un

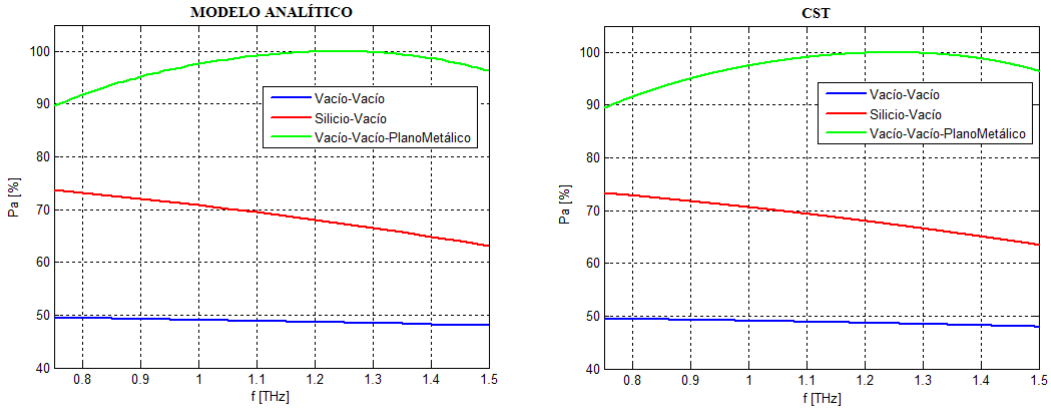

Figura 4.13: Evolución de la eficiencia de absorción para los tres casos estudiados, a la derecha los resultados obtenidos con CST, y a la izquierda los obtenidos con el modelo analítico

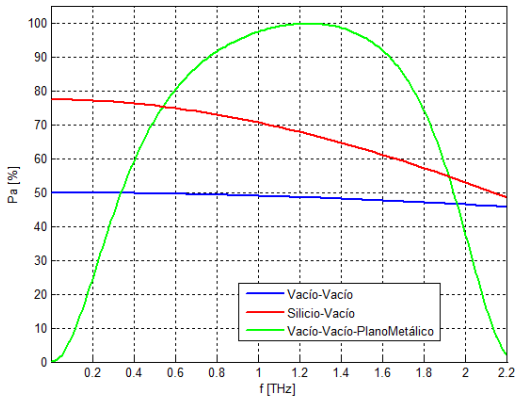

Figura 4.14: Evolución de la eficiencia de absorción analítica para los tres casos estudiados, para una banda de frecuencias de 0,1THz a 2,2THz

rango muy amplio de frecuencias. Si se utilizan dos dieléctricos diferentes, como es el caso del silicio y el vacío, el valor de la absorción es mayor, pero desciende rápidamente, no proporciona una respuesta constante. En el tercer caso, incorporando un plano metálico en la parte trasera de la estructura situado a una determinada distancia, conseguimos llevar la eficiencia al 100 %, pero sólo para una frecuencia determinada, determinada por la distancia del reflector, y desciende en los extremos de la banda. La absorción obtenida con este caso es superior al 90 % para una banda de poco más de una octava.

4.5. Conductor

Tras validar el modelo analítico, vamos a analizar su comportamiento aplicándolo al caso concreto de un absorbedor. Por lo tanto vamos a utilizar un conductor con unas dimensiones determinadas, en lugar de la superficie óhmica que hemos estado usando en las estructuras de CST implementadas en apartados anteriores. Los parámetros de diseño de dicho conductor son su altura, h, su conductividad, σ y su resistencia, que llamaremos R_a. La relación entre ellos viene establecida por la ecuación 4.30. Además de estos parámetros, también hay que establecer sus dimensiones como son la anchura, w, y la longitud, d_y. Se va a analizar en este apartado el caso de un array de infinitos elementos, es decir, periódico. De nuevo el valor del periodo en x, d_x, es irrelevante debido precisamente a dicha periodicidad.

$$h = \frac{1}{\sigma R_a} \tag{4.30}$$

Los parámetros de la estructura serán los mismos que en los casos anteriores, $w = 5\mu m$ y $d_x = 30\mu m$. El array va a estar situado en el vacío con el plano metálico trasero situado a $\frac{\lambda_0}{4}$. Nos centramos en el periodo central, $d_y = \frac{\lambda_0}{4}$. El valor de la resistencia R_a será el obtenido en la figura 4.12 y en la tabla 4.4 para el periodo considerado, $R_a = 63\Omega$. El espesor del conductor debe seguir la expresión 4.30. En la gráfica 4.15 se representa la variación de la eficiencia en el rango de frecuencias de trabajo, para diversos valores de h y σ, obtenida mediante simulaciones en CST. Al introducir un cierto espesor, el correspondiente a los elementos conductores, h, se produce una cierta desviación en frecuencia. Esta desviación es mayor al aumentar el valor de h. Esto afectará a la hora de diseñar el absorbedor, por ello es importante intentar que el espesor de los elementos conductores sea lo menor posible si se quieren evitar, en la medida de lo posible, estos desplazamientos en frecuencia.

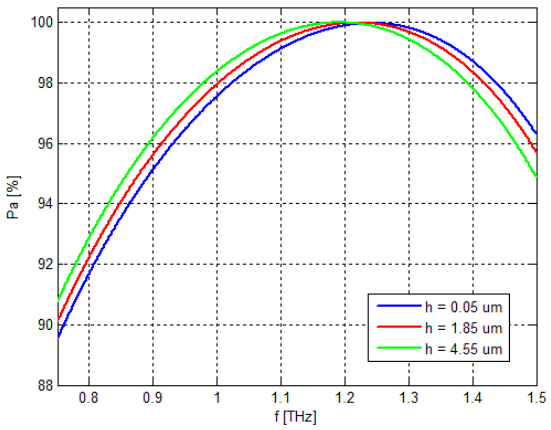

Figura 4.15: Eficiencia de absorción en el rango de frecuencias de trabajo, para diferentes valores de h

Capítulo 5

Diseño del absorbedor KID iluminado por una lente de silicio

Tras realizar el análisis del modelo analítico y su posterior validación, se va a proceder en este capítulo a diseñar el absorbedor KID, el cual va a estar iluminado mediante una lente elíptica realizada en silicio de forma que se focalicen en el detector todos los rayos de la onda plana que va a incidir en la estructura.

5.1. Diseño del absorbedor

El detector va a estar constituido por una malla formada por un determinado número de tiras rectangulares realizadas en un material conductor. Las dimensiones de cada elemento serán d_x de largo, w de ancho y h de alto, como se muestra en la figura 5.1. La distancia de separación entre cada conductor es d_y. En este capítulo se va a analizar el array periódico formado por estos elementos como celda unitaria, el cual estará excitado por una onda plana.

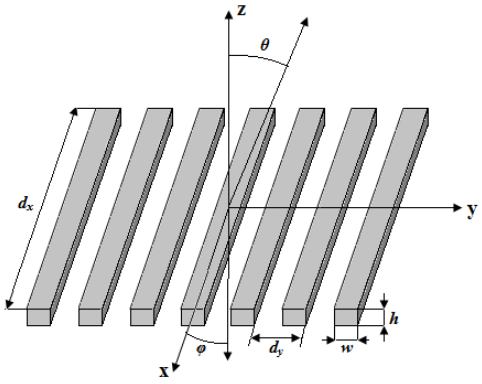

Figura 5.1: Absorbedor KID formado por elementos conductores

La relación entre la conductividad del material, σ, su resistencia, R_a, y su altura h, viene establecida por la ecuación 4.30.

El valor de la resistencia del material se determina mediante la inversa de la ecuación 3.61 suponiendo el caso de bajas frecuencias e incidencia normal, y asumiendo únicamente el modo fundamental de Floquet en el sumatorio de dicha ecuación. Como este detector va a estar situado en silicio, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = \varepsilon_r = 11{,}9$. Además, se sitúa el plano metálico a una distancia $\frac{\lambda_d}{4}$. Tenemos por lo tanto que

$$R_a = \frac{\zeta_0}{\sqrt{\varepsilon}_r} \frac{w}{d_y} \tag{5.1}$$

Elegimos los valores

$$w = 10\mu m$$

$$d_y = d_x = \frac{\lambda_d}{4} \approx 20\mu m$$

siendo

$$\lambda_d = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}_r}$$

Con estos valores tenemos una resistencia

$$R_a = 54{,}64\ \Omega$$

Para la altura del conductor vamos a elegir un valor relativamente pequeño, con el fin de evitar que se produzcan desviaciones en frecuencia grandes.

$$h = 1\mu m$$

Con estos valores de resistencia y altura del absorbedor, su conductividad, que viene establecida por la ecuación 4.30, vale

$$\sigma = \frac{1}{R_a h} = 18300\ S/m$$

La eficiencia de absorción se calcula de forma analítica segun las expresiones 4.28 y 4.29, pero ahora el valor de R_{in_0} será la resistencia del absorbedor, R_a.

La gráfica de la figura 5.2 muestra la eficiencia calculada analíticamente mediante la ecuación 4.28, así como la obtenida al simular en CST la estructura con los parámetros elegidos. Los valores obtenidos son muy próximos, a excepción de un pequeño desplazamiento en frecuencia originado por el espesor del conductor, como se ha explicado en el capítulo anterior, apartado 4.5. Cabe destacar en este caso, que la variación es mayor que si el conductor estuviera en el vacío, ya que hay que tener en cuenta que estamos escalando las dimensiones por un factor $\sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{11{,}9} = 3{,}45$.

La eficiencia obtenida mediante CST y mostrada en la gráfica de la figura 5.2, se obtiene mediante el coeficiente de reflexión, según la ecuación 4.29, considerando que

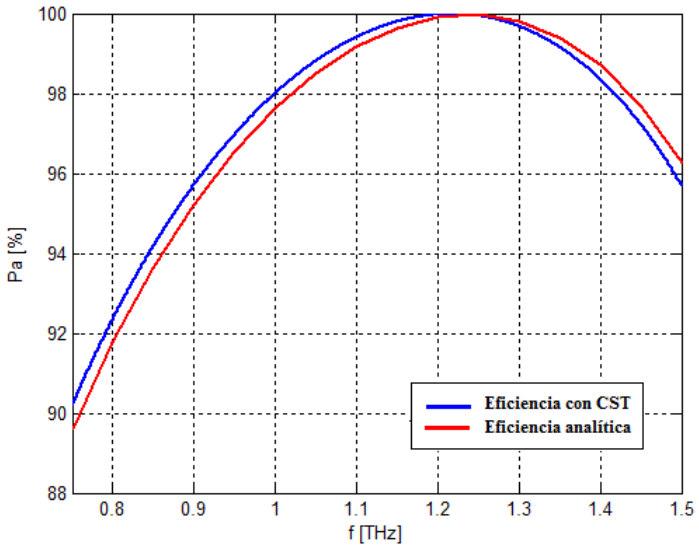

Figura 5.2: Eficiencia de absorción del detector en función de la frecuencia, obtenida analíticamente (línea roja) y simulada con CST (línea azul), para $\phi = \theta = 0°$

$\Gamma(f) = s_{11}$. Pero este valor también lo podemos obtener por medio del volumen de pérdidas en el dieléctrico, P_{loss}, ecuación 5.2, debidas a la conductividad de los materiales, ya que estamos excitando la estructura con un puerto de guía onda (*waveguide port*) y, en CST, éstos proporcionan una señal de entrada normalizada a $P_i = 1W$ de potencia máxima.

$$\eta_a = 1 - \frac{P_r}{P_i} = \frac{P_i - P_r}{P_i} = \frac{P_{loss}}{P_i} \tag{5.2}$$

El valor de pérdidas en el dieléctrico que nos facilita CST, está normalizado respecto a la potencia de entrada máxima, por lo tanto estas pérdidas nos dan directamente la eficiencia de absorción del conductor. En la tabla 5.1 se muestra la eficiencia de absorción calculada de las dos formas, para tres frecuencias distintas. Como vemos, los resultados obtenidos son muy similares, y muy cercanos al 100 % a la frecuencia central de la banda de trabajo.

Tabla 5.1: Eficiencia de absorción calculada de las dos formas, mediante simulaciones en CST

Frecuencia (THz)	$\eta_{\mathbf{a}}$**(f) (%)**	**Volumen de pérdidas (%)**
0.75	91.43	91.56
1.125	99.88	99.69
1.5	93.58	92.80

El detector se va a iluminar por medio de una lente de silicio. A esta lente llegará la

onda plana incidiendo en ella de forma normal. La lente focaliza los rayos en el detector, de modo que a éste no llegarán de forma normal, sino con diferentes ángulos de incidencia. Por ello es importante conocer la variación de la eficiencia de absorción en función de dichos ángulos, θ y ϕ. Obtenemos esta variación mediante las ecuaciones 4.26 y 4.27, para la frecuencia central de la banda, y considerando de nuevo que en este caso R_{in_0} es la resistencia del absorbedor R_a.

La figura 5.3 muestra la eficiencia de absorción, calculada según 4.26 y 4.27 en función del ángulo de incidencia θ, y para $f_0 = 1{,}125THz$. Además se representa tanto el caso $\phi = 0°$, como $\phi = 90°$. Como se puede ver en dicha figura, la eficiencia es simétrica respecto a $\theta = 0°$, como cabía esperar ya que la lente tiene simetría de revolución respecto a su eje, y disminuye a medida que aumenta el ángulo.

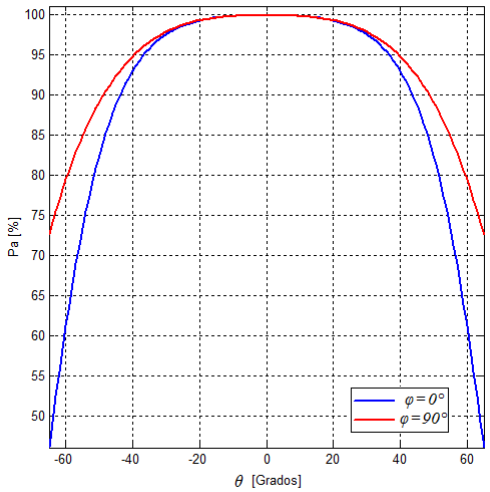

Figura 5.3: Evolución de la eficiencia de absorción del detector en función de los ángulos de incidencia θ y ϕ, para la frecuencia central, $f_0 = 1{,}125THz$. En azul $\phi = 0°$ y en rojo $\phi = 90°$

5.2. Análisis y diseño de la lente elíptica

Vamos a iluminar el absorbedor por medio de una lente, de forma que se focalice la radiación de la onda plana en un determinado punto. La idea es que este tipo de detectores se incluyan en arrays de miles de píxeles, por lo que es importante evitar el acoplamiento entre los elementos que forman la matriz. Al utilizar lentes que focalicen la radiación, disminuimos en gran medida este acoplamiento, además, se logra una alta sensibilidad, [1], y se consigue disminuir el área de los detectores ya que la radiación se concentra en un área reducida.

En la figura 5.4 se muestra una sección transversal de la elipse que formará la lente.

Introducimos un sistema de referencia rectangular (x, y, z), de forma que su origen quede situado en el foco inferior de la elipse. El eje mayor se sitúa a lo largo de z, ya que posteriormente colocaremos el detector en el plano XY. El sistema tendrá simetría de revolución sobre su eje mayor, z. Los rayos de la onda plana inciden paralelos y la lente los dirige hacia su foco inferior, [43]. Se va a realizar en silicio por lo que $\varepsilon_r = 11{,}9$.

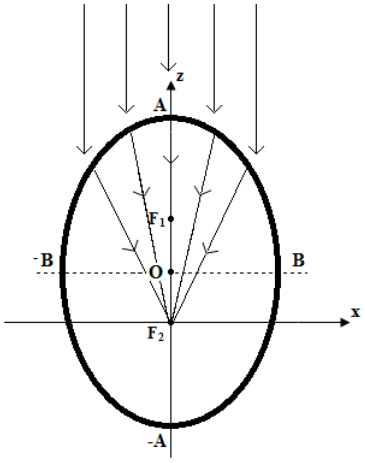

Figura 5.4: Geometría de la elipse. A y B son los semiejes, mayor y menor respectivamente, y F_1 y F_2 los focos de la elipse

La ecuación que define los puntos de la elipse, según la orientación de la figura 5.4, y teniendo en cuenta que se encuentra centrada en $(\overline{OF_2}, 0)$, es

$$\frac{(z - \overline{OF_2})^2}{A^2} + \frac{x^2}{B^2} = 1 \tag{5.3}$$

donde A y B son, respectivamente, el semieje mayor y menor, y $\overline{OF_2}$ es la distancia del origen de coordenadas al foco inferior de la elipse. Además, hay que tener en cuenta que la relación entre la distancia focal, $\overline{OF_i} = \overline{OF_1} = \overline{OF_2}$, y los semiejes viene establecida por la ecuación

$$\overline{OF_i} = \sqrt{A^2 + B^2} \tag{5.4}$$

Se quiere controlar el ángulo de incidencia máximo con el que llegarán rayos al detector, θ_{max}, por ello vamos a seccionar la lente con un plano $z = constante$, de forma que la superficie de la misma, vista en el plano XY, sea una circunferencia de radio $D/2$ como se muestra en la figura 5.5, siendo D el diámetro de la apertura de la lente que establece el área de iluminación del detector y ha de ser constante para cualquier θ_{max}, por lo que los semiejes de la elipse, así como su distancia focal, variarán en función del valor que establezcamos para dicho ángulo máximo.

La lente va a estar situada sobre un cubo de silicio, como se ve en la figura 5.4. Para asegurarse de que la onda incidente sólo entra a la estructura por la superficie de la lente, cubriremos el resto de la parte superior con una capa de conductor eléctrico perfecto (PEC, *Perfect Electric Conductor*).

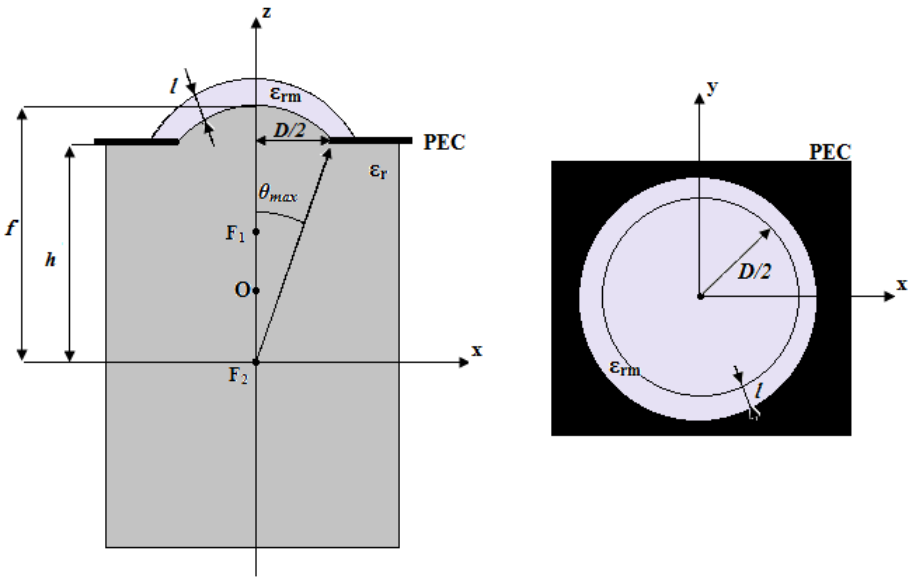

Figura 5.5: Geometría de la lente. Vista lateral, a la izquierda, y superior, a la derecha

Es importante adaptar la impedancia de la lente y la del aire, para evitar reflexiones en este interfaz. Para ello se va a utilizar un adaptador $\frac{\lambda}{4}$. Este tipo de circuitos proporcionan una manera fácil y práctica de adaptar impedancias, [44]. Lo único que hay que hacer es incorporar una capa de dieléctrico por fuera de la lente, con un determinado espesor, $l = \frac{\lambda_m}{4}$ y con una permitividad concreta ε_{rm}. La estructura en modo de líneas de transmisión del adaptador para este caso se muestra en la figura 5.6, siendo λ_m la longitud de onda en el dieléctrico que constituye el transformador, y Z_{01} y Z_{02} las impedancias características de los tramos de línea de transmisión que representan la capa de adaptación y la lente, respectivamente.

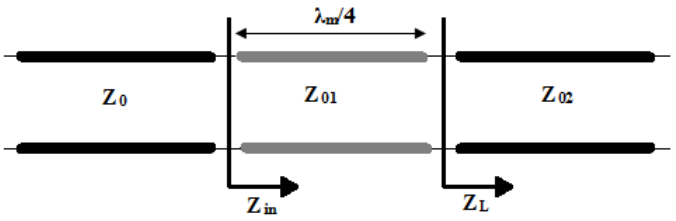

Figura 5.6: Adaptador $\frac{\lambda}{4}$

$$Z_{01} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_{rm}}} \tag{5.5}$$

$$Z_{02} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{5.6}$$

El valor de la impedancia de entrada al adaptador viene dado por

$$Z_{in} = Z_{01}\frac{Z_L + Z_{01}jtan(k_{zm}l)}{Z_{01} + Z_L jtan(k_{zm}l)} \qquad \text{con} \qquad Z_L = Z_{02} \tag{5.7}$$

pero como la longitud de la sección de adaptación es $\frac{\lambda_m}{4}$, el valor de la tangente se hace infinito por lo que la impedancia anterior queda $Z_{in} = \frac{Z_{01}^2}{Z_{02}}$ y como queremos igualarla a la impedancia del aire

$$Z_{in} = Z_0 \qquad \Rightarrow \qquad \varepsilon_{rm} = \sqrt{\varepsilon_r} = 3{,}45$$

Por lo tanto la capa de adaptación será de un dieléctrico de permitividad $\varepsilon_{rm} = 3{,}45$ y con espesor $l = \frac{\lambda_m}{4} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_{rm}}}$.

Esta capa de adaptación no va a ser perfecta ya que la curvatura de la lente hace que, a medida que nos alejamos del centro de la lente (donde el rayo incide de forma perpendicular a la tangente de la misma), el espesor del adaptador $\frac{\lambda_m}{4}$ aumenta ligeramente, como se puede apreciar en la figura 5.7. Esto va a hacer que exista una cierta reflexión en el interfaz formado entre el aire y la capa de adaptación.

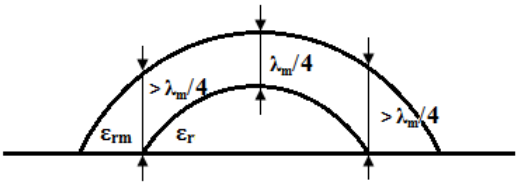

Figura 5.7: Variación de la longitud del adaptador $\frac{\lambda_m}{4}$

Se van a estudiar dos valores del ángulo de incidencia máximo, θ_{max}. En la tabla 5.2 se muestran las dimensiones de la elipse que forma la lente para estos dos valores en función de la longitud de onda de la frecuencia central de la banda de trabajo $f_0 = 1{,}125THz$. Las variables A, B, $\overline{OF_i}$ y h son las indicadas en la figura 5.4. El valor del diámetro de la apertura es $D = 6\lambda_0$ para cualquier valor de θ_{max}.

Tabla 5.2: Dimensiones de la elipse que forma la lente de silicio

$\theta_{\mathbf{max}}$	**A**	**B**	$\overline{\mathbf{OF_i}}$	**h**
15°	$9{,}1193\lambda_0$	$8{,}7277\lambda_0$	$2{,}6355\lambda_0$	$11{,}1961\lambda_0$
30°	$4{,}9059\lambda_0$	$4{,}6953\lambda_0$	$1{,}4222\lambda_0$	$5{,}1962\lambda_0$

Es importante especificar el valor real de f, tabla 5.3, que es la distancia focal de la lente, y con la cual se obtendrá el patrón de radiación analítico. Este patrón coincide

con el obtenido en las simulaciones, como se muestra en la gráfica de la figura 5.10 de la sección 5.3.1. Su valor teórico según las figuras 5.4 y 5.5, debería ser la suma del semieje mayor, A, y de la distancia $\overline{OF_i}$ de la elipse, pero su valor real es $f \approx D/2sin(\theta_{max})$.

Tabla 5.3: Valores reales del foco de las dos lentes diseñadas

$\theta_{\mathbf{max}}$	**f**
15°	$11{,}591\lambda_0$
30°	$6\lambda_0$

5.2.1. Cálculo analítico de la eficiencia de absorción de la lente

Se va a obtener un modelo analítico para calcular la eficiencia de absorción de la lente. Para desarrollar este modelo se va a explicar primero el caso sencillo de dos dimensiones. Posteriormente se realizará un desarrollo similar para el caso que nos ocupa, es decir, en tres dimensiones.

5.2.1.1. Caso 2-D

En campo lejano, y asumiendo que la lente se ilumina de manera uniforme, [45], el campo eléctrico incidente en el detector, normalizado y para el caso de dos dimensiones, se puede expresar como

$$E^i(\rho) = sinc\left(\frac{\rho\Delta}{2}\right) \tag{5.8}$$

con $\Delta = \frac{kD}{f}$, donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, D es el diámetro de la apertura de la lente, y f es su distancia focal.

En el dominio espectral, la expresión de este campo toma la forma

$$E^i(k_\rho) = \frac{2\pi}{\Delta} rect\left(\frac{k_\rho}{\Delta}\right) = \begin{cases} \frac{2\pi}{\Delta} & si\ |k_\rho| < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & si\ |k_\rho| > \frac{\Delta}{2} \end{cases} \tag{5.9}$$

La expresión del campo eléctrico reflejado, en el dominio espectral, se obtiene mediante la ecuación

$$E^r(k_\rho) = \Gamma(k_\rho) E^i(k_\rho) \tag{5.10}$$

Para calcular la eficiencia necesitamos las potencias incidente y reflejada

$$P_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^i(\rho)|^2}{Z}\ d\rho \tag{5.11}$$

$$P_r = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^r(\rho)|^2}{Z}\ d\rho \tag{5.12}$$

Teniendo en cuenta la identidad de Parseval

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(w)|^2 dw \tag{5.13}$$

donde $F(w)$ es la transformada de Fourier de $f(t)$.

Por lo tanto las ecuaciones 5.11 y 5.12 se pueden expresar, teniendo en cuenta las expresiones 5.9 y 5.10, como

$$P_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^i(k_\rho)|^2}{Z} \ dk_\rho = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{2\pi}{\Delta}\right)^2 \frac{1}{Z} \ dk_\rho = \frac{2\pi}{\Delta} \frac{1}{Z} \tag{5.14}$$

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^r(k_\rho)|^2}{Z} \ dk_\rho = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Gamma(k_\rho) E^i(k_\rho)|^2}{Z} \ dk_\rho = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} \left(\frac{2\pi}{\Delta}\right)^2 \frac{|\Gamma(k_\rho)|^2}{Z} \ dk_\rho = \\ &= \frac{2\pi}{\Delta^2} \frac{1}{Z} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} |\Gamma(k_\rho)|^2 \ dk_\rho \end{aligned} \tag{5.15}$$

La eficiencia de absorción de la lente para una determinada frecuencia, queda como sigue

$$\eta_{lente} = 1 - \frac{1}{\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} |\Gamma(k_\rho)|^2 \ dk_\rho \tag{5.16}$$

5.2.1.2. Caso 3-D

En realidad el sistema que tenemos es en tres dimensiones por lo que, siguiendo el mismo desarrollo que en el caso de dos dimensiones, vamos a obtener una expresión para la eficiencia. En este caso, el campo incidente sigue el patrón de Airy, que está definido por la función de Bessel de la siguiente forma

$$E^i(\rho) = \frac{E_0}{2\pi} \frac{J_1(\rho\Delta/2)}{\rho\Delta/2}) \tag{5.17}$$

donde Δ tiene la misma forma que en el caso de dos dimensiones, $\Delta = \frac{kD}{f}$.

Siguiendo el procedimiento del caso en dos dimensiones, para calcular las potencias incidente y reflejada necesitamos conocer la expresión en el dominio espectral del campo incidente. Para ello, se va a hallar la transformada de Fourier de una apertura circular uniformemente iluminada, y posteriormente, mediante las propiedades de la transformada, se obtendrá la expresión que buscamos. Una apertura circular uniformemente iluminada tiene una función de transferencia, expresada en coordenadas cilíndricas

$$f(\rho, \phi) = \begin{cases} 1 & si \ \rho < a \\ 0 & si \ \rho > a \end{cases} \qquad 0 < \phi < 2\pi \tag{5.18}$$

siendo a el radio de la apertura.

La expresión de la transformada de Fourier de la ecuación 5.18 es

$$F(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) \;\; e^{jk_x x} e^{jk_y y} \;\; dxdy \tag{5.19}$$

siendo $f(x,y)$ la función 5.18 expresada en coordenadas cartesianas, y $k_\rho^2 = k_x^2 + k_y^2$, como ya se ha indicado en capítulos anteriores.

Si se hace un cambio de variables a coordenadas cilíndricas con $x = \rho cos\phi$, $y = \rho sin\phi$, $k_x = k_\rho cos\phi'$ y $k_y = k_\rho sin\phi'$. Con este cambio, el diferencial $dxdy = \rho d\rho d\phi$ y $dk_x dk_y = k_\rho dk_\rho d\phi'$. Así, la expresión 5.19 se puede reescribir como

$$\begin{aligned} F(k_\rho, \phi') &= \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\rho,\phi) \;\; e^{jk_\rho cos\phi' \rho cos\phi} e^{jk_\rho sin\phi' \rho sin\phi} \;\; \rho d\rho d\phi = \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\rho,\phi) \;\; e^{jk_\rho \rho (cos\phi' cos\phi + sin\phi' sin\phi)} \;\; \rho d\rho d\phi \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\rho,\phi) \;\; e^{jk_\rho \rho cos(\phi' - \phi)} \;\; \rho d\rho d\phi \end{aligned} \tag{5.20}$$

Considerando la definición de $f(\rho,\phi)$, ecuación 5.18

$$F(k_\rho, \phi') = \int_0^{2\pi} \int_0^a \;\; e^{jk_\rho \rho cos(\phi' - \phi)} \;\; \rho d\rho d\phi \tag{5.21}$$

Aplicamos la siguiente identidad, [46]

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jxcos(\phi' - \phi)} \;\; d\phi \tag{5.22}$$

a la ecuación 5.21, de forma que se elimina la dependencia del ángulo ϕ' y queda

$$F(k_\rho) = 2\pi \int_0^a J_0(k_\rho \rho) \;\; \rho d\rho \tag{5.23}$$

Haciendo el cambio de variable $w = k_\rho \rho$, de forma que $d\rho = dw/k_\rho$

$$F(k_\rho) = \frac{2\pi}{k_\rho^2} \int_0^{k_\rho a} w J_0(w) dw \tag{5.24}$$

Las funciones de Bessel de órdenes superiores (y sus derivadas), se pueden expresar en función de las de órdenes inferiores, [46], de la siguiente forma

$$\left(\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \right)^m [x^\alpha J_\alpha(x)] = x^{\alpha - m} J_{\alpha - m}(x) \tag{5.25}$$

Suponiendo $m = \alpha = 1$ tenemos

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(xJ_1(x)\right) = xJ_0(x) \tag{5.26}$$

Integrando la ecuación anterior a ambos lados

$$wJ_1(w) = \int_0^w w' J_0(w')dw' \tag{5.27}$$

Por lo tanto, la ecuación 5.24 queda

$$F(k_\rho) = 2\pi\rho\frac{J_1(k_\rho\rho)}{k_\rho} \tag{5.28}$$

Con lo cual, la ecuación 5.28 es la transformada de Fourier de una apertura circular de radio a, $f(\rho, \phi)$, uniformemente iluminada.

Teniendo en cuenta la siguiente propiedad de la transformada de Fourier

$$\begin{aligned} f(t) &\xrightarrow{TF} F(w) \\ F(t) &\xrightarrow{TF} 2\pi f(-w) \end{aligned} \tag{5.29}$$

se puede obtener la expresión de la ecuación 5.17 en el dominio espectral.

Si

$$f(\rho, \phi) \xrightarrow{TF} 2\pi\rho\frac{J_1(k_\rho\rho)}{k_\rho} \tag{5.30}$$

entonces

$$a\frac{J_1(\rho a)}{\rho} \xrightarrow{TF} f\left(\frac{k_\rho}{2a}, \phi\right) \tag{5.31}$$

donde

$$f\left(\frac{k_\rho}{2a}, \phi\right) = \begin{cases} 1 & si\ k_\rho < a \\ 0 & si\ k_\rho > a \end{cases} \qquad 0 < \phi < 2\pi \tag{5.32}$$

De forma que obtenemos la expresión en el dominio espectral de la ecuación 5.17, mediante el desarrollo anterior, de forma que

$$E^i(k_\rho) = \frac{1}{(\Delta/2)^2} f\left(\frac{k_\rho}{\Delta}, \phi\right) = \begin{cases} \frac{1}{(\Delta/2)^2} & si\ k_\rho < \Delta/2 \\ 0 & si\ k_\rho > \Delta/2 \end{cases} \qquad 0 < \phi < 2\pi \tag{5.33}$$

El campo reflejado se puede seguir expresando en función del coeficiente de reflexión.

$$E^r(k_\rho, \phi) = \Gamma(k_\rho, \phi)E^i(k_\rho, \phi) \tag{5.34}$$

Una vez obtenidos los campos eléctricos, incidente y reflejado, en el dominio espectral, se calculan las potencias incidente y reflejada de igual manera que en el caso de dos dimensiones.

$$P_i = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^i(x,y)|^2}{Z} \; dxdy \tag{5.35}$$

$$P_r = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^r(x,y)|^2}{Z} \; dxdy \tag{5.36}$$

Aplicando de nuevo la identidad de Parseval, ecuación 5.13, se pueden reescribir las expresiones de las potencias.

$$P_i = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^i(k_x,k_y)|^2}{Z} \; dk_x dk_y \tag{5.37}$$

$$P_r = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^r(k_x,k_y)|^2}{Z} \; dk_x dk_y \tag{5.38}$$

Haciendo el cambio de variables a coordenadas cilíndricas y teniendo en cuenta la igualdad 5.33, las expresiones de la potencia quedan de la siguiente forma

$$\begin{aligned} P_i &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E^i(k_\rho,\phi)|^2}{Z} \; k_\rho dk_\rho d\phi = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\Delta}{2}} \frac{1}{Z} \left(\frac{1}{(\Delta/2)^2} \right)^2 \; k_\rho dk_\rho d\phi = \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{1}{Z} \frac{1}{(\Delta/2)^2} \end{aligned} \tag{5.39}$$

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Gamma(k_\rho,\phi) E^i(k_\rho,\phi)|^2}{Z} \; k_\rho dk_\rho d\phi = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\Delta}{2}} \frac{1}{Z} \left(\frac{1}{(\Delta/2)^2} \right)^2 |\Gamma(k_\rho,\phi)|^2 \; k_\rho dk_\rho d\phi = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{Z} \left(\frac{1}{(\Delta/2)^2} \right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\Delta}{2}} |\Gamma(k_\rho,\phi)|^2 \; k_\rho dk_\rho d\phi \end{aligned} \tag{5.40}$$

Con lo cual, la eficiencia de absorción analítica, ecuación 5.2, de la lente para el caso que nos ocupa, en tres dimensiones, toma la forma

$$\eta_{lente} = 1 - \frac{1}{\pi} \frac{1}{(\Delta/2)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\Delta}{2}} |\Gamma(k_\rho,\phi)|^2 \; k_\rho dk_\rho d\phi \tag{5.41}$$

Como el coeficiente de reflexión analítico que hemos obtenido anteriormente, figura 5.3, lo hemos expresado en función de los ángulos de incidencia θ y ϕ, vamos a hacer un

cambio de variables, de forma que $k_\rho = ksin\theta$, $\theta = arcsin\left(\frac{k_\rho}{k}\right)$ y $dk_\rho = kcos\theta d\theta$. En cuanto a los límites de la integral

$$k_\rho = \frac{\Delta}{2} \qquad \rightarrow \qquad \theta = \theta_{max} \approx arcsin\left(\frac{D}{2f}\right) \tag{5.42}$$

$$k_\rho = 0 \qquad \rightarrow \qquad \theta = 0 \tag{5.43}$$

Con este cambio, la eficiencia de la lente obtenida en la ecuación 5.41 se puede escribir como

$$\eta_{lente} = 1 - \frac{1}{\pi}\frac{k^2}{(\Delta/2)^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_{max}} |\Gamma(\theta,\phi)|^2 \;\; sin\theta cos\theta d\theta d\phi \tag{5.44}$$

teniendo en cuenta que con esta expresión se va a obtener la eficiencia para un determinado valor de frecuencia.

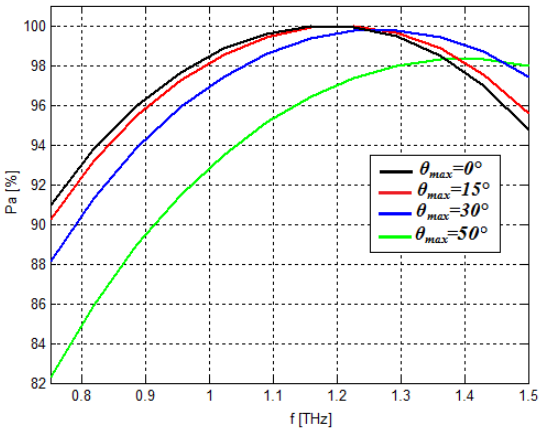

Figura 5.8: Evolución de la eficiencia de absorción analítica de la lente. Los casos representados son para incidencia normal $\theta_{max} = 0°$ (negro), los casos $\theta_{max} = 15°$ (rojo), $\theta_{max} = 30°$ (azul) y para un ángulo $\theta_{max} = 50°$ (verde)

En la figura 5.8, se representa la evolución de la eficiencia en la banda de frecuencias considerada para varios ángulos de incidencia máxima, entre ellos el caso de incidencia normal, $\theta_{max} = 0°$, los casos estudiados $\theta_{max} = 15°$ y $\theta_{max} = 30°$, y para un valor cercano al ángulo crítico (65°, [47]). El valor de este ángulo crítico es aquel en el cual los rayos provenientes de las reflexiones del campo en el absorbedor, se reflejan completamente en la frontera entre la lente y el aire, [47]. El ángulo elegido es $\theta_{max} = 50°$. La distancia focal de la lente correspondiente a este último ángulo es $f(\theta_{max} = 50°) = D/2sin(50°) = 3{,}92\lambda_0$. Como se ve, la diferencia entre el caso de incidencia normal y el de 15° prácticamente no se aprecia, ya que la diferencia entre estos dos ángulos es pequeña. Además, según la gráfica de la figura 5.3, la evolución de la eficiencia es prácticamente plana hasta aproximadamente ±10°, por eso la diferencia entre las curvas de 0° y 15° es menor que entre las curvas de 15° y 30°, a pesar de que la variación en grados es la misma.

5.3. Detector iluminado por la lente de silicio

Tras obtener la expresión del modelo analítico de la eficiencia de absorción, se realiza la estructura de la lente en CST, considerando los dos ángulos de incidencia máxima y las dimensiones de las lentes que se han diseñado, tabla 5.2. Queremos validar el modelo analítico desarrollado, para ello se va a simular la estructura descrita en el apartado anterior, y se calcula la eficiencia de absorción según la ecuación 5.2, donde P_{loss} son las pérdidas en los elementos conductores, y P_i y P_r las potencias incidente y reflejada en el detector. El valor del volumen de pérdidas (P_{loss}) nos lo proporciona directamente CST, y el valor de la potencia de entrada lo calcularemos mediante el vector de Poynting como se explica más adelante.

5.3.1. Validación del patrón de radiación

Para validar el patrón de radiación, se simula la geometría con CST sin incluir, de momento, el detector. En la figura 5.9 se muestran ambas estructuras, arriba para el caso de un ángulo de incidencia máximo de 15° y abajo para 30°. Ambas estructuras están formadas por la lente de silicio, con sus dimensiones concretas en cada caso, situada sobre un *brick* que permite que se propague la onda una vez atravesada la lente, también de silicio. La superficie de iluminación, que va a permanecer constante, es una circunferencia de $D = 6\lambda_0 \approx 1600\mu m$. El *brick* tiene unas dimensiones de $8\lambda_0 \times 8\lambda_0$ para el área de la base, y la altura del mismo varía en función del ángulo de incidencia θ_{max} como se aprecia en la figura 5.5, según la expresión

$$h = \frac{D/2}{tan(\theta_{max})} \tag{5.45}$$

Por otro lado, la superficie reflectora que evita que la onda incida por otro lugar que no sea la superficie de la lente, tiene unas dimensiones de $9\lambda_0 \times 9\lambda_0$. Las dimensiones de la estructura, para cada uno de los dos casos, se muestran en la figura 5.9. El significado de cada parámetro está explicado en la sección 5.2.

En las gráficas de la figura 5.10 se representa el campo eléctrico en el plano $z = 0$, para la dirección x. En la dirección y, el campo eléctrico tiene la misma forma aunque no es exactamente igual que en x. Como se puede observar el resultado obtenido mediante CST se aproxima bastante al modelo teórico del patrón de Airy, ecuación 5.17.

En las gráficas del campo eléctrico se ve que su amplitud tiene un valor relativamente alto hasta aproximadamente $x = \pm 510\mu m$, por lo que ésa será la dimensión del detector elegida para el eje x. De esta forma, como la separación entre las tiras conductoras del absorbedor es $d_y = 20\mu m$, el número de elementos del mismo será

$$N = \frac{x_{max} - x_{min}}{d_y} = 51 \tag{5.46}$$

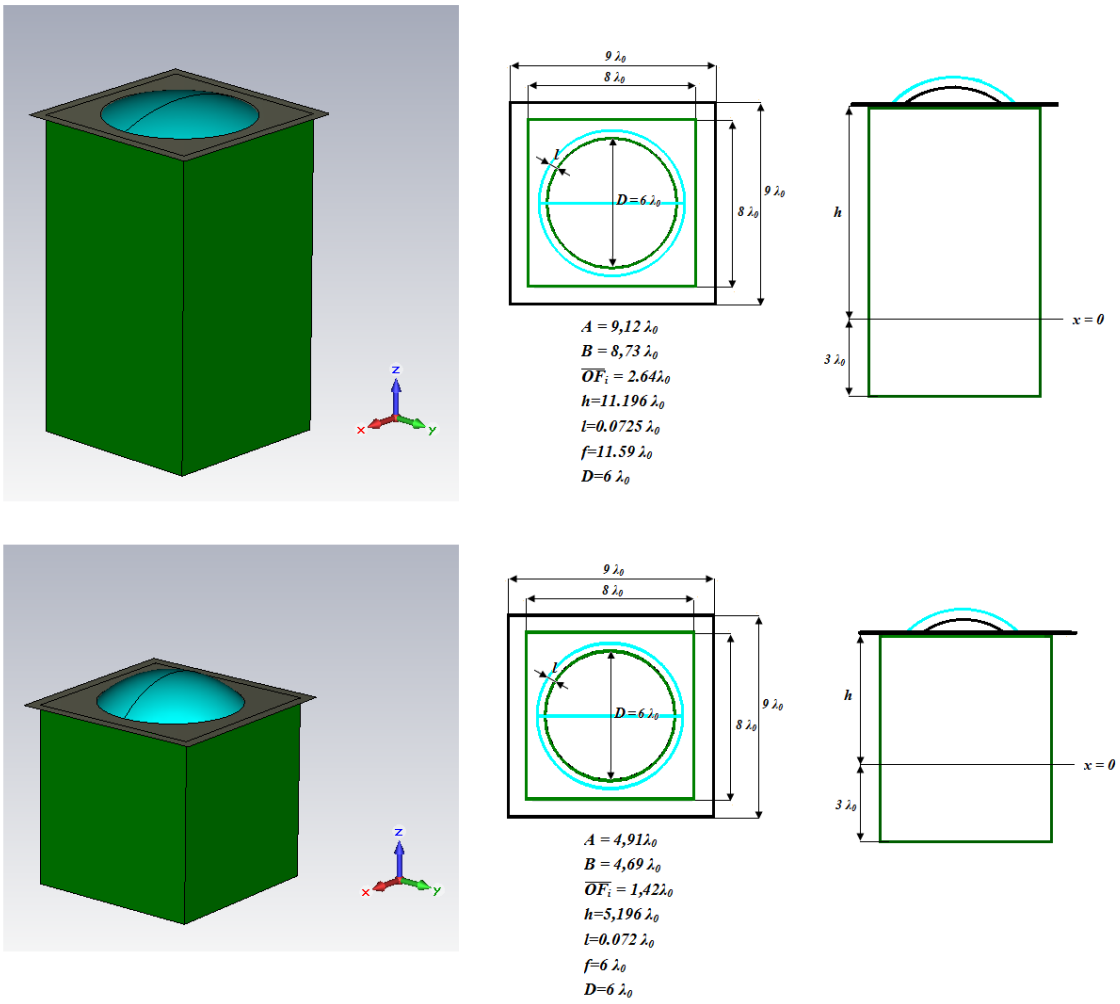

Figura 5.9: Estructura de las lentes diseñadas en CST. Arriba el caso de $\theta_{max} = 15°$ y abajo $\theta_{max} = 30°$. A la derecha en ambos casos se muestra el alzado y la vista lateral de la estructura

Por lo tanto, las dimensiones del detector en el plano XY, serán de $1020\mu m \times 1010\mu m$ en x e y respectivamente.

También se representa el valor del campo en el eje z, en la figura 5.11, para el plano $x = 0$. De nuevo el campo en este eje para el plano $y = 0$ es similar al mostrado.

Como se puede ver la imagen de la figura 5.11, donde se representa el campo en z para el plano $x = 0$, en el caso del ángulo de incidencia de 30°, el máximo del campo no se da para $z = 0$ exactamente, que es donde está el foco de la lente, sino a una distancia $z = 80\mu m$ aproximadamente. De igual manera, en el otro caso de $\theta_{max} = 15°$, vemos que el máximo se encuentra en un punto algo inferior a $z = 500\mu m$. Esto no quiere decir que las lentes estén mal diseñadas ya que, como se muestra en la figura 5.12, la focalización se produce en $z = 0$, que es donde el campo tiene la forma del patrón de Airy, ecuación 5.17. En $z = 500\mu m$ el campo no sigue el patrón.

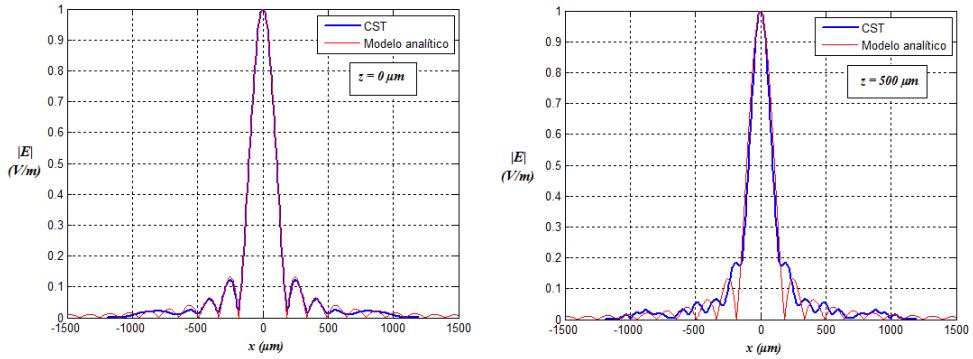

Figura 5.12: Campo eléctrico en el plano $z = 0$ y $z = 500\mu m$ (izquierda y derecha respectivamente), simulado con CST (línea azul) y el modelo analítico (línea roja), para $\theta_{max} = 15°$

Esto es debido a que cuando una onda plana se difracta en una apertura circular, el punto de máxima intensidad de la onda difractada puede no situarse en el foco geométrico de la onda incidente, [48]. Esta desviación en la distancia focal se puede expresar como

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 N^2}{12}} \tag{5.47}$$

donde N es el número de Fresnel de la apertura. Si la apertura es circular y de radio $a >> \lambda$, este número de Fresnel se puede expresar como

$$N = \frac{a^2}{\lambda f} \tag{5.48}$$

En nuestro caso el valor del radio de la apertura es $a = D/2 = 3\lambda_0$, $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ y f depende del valor de θ_{max}, y es la distancia focal de la lente. Consideraremos f_1 para el caso de $\theta_{max} = 15°$ y f_2 para $\theta_{max} = 30°$

$$a = 3\lambda_0 = 10{,}35\lambda$$

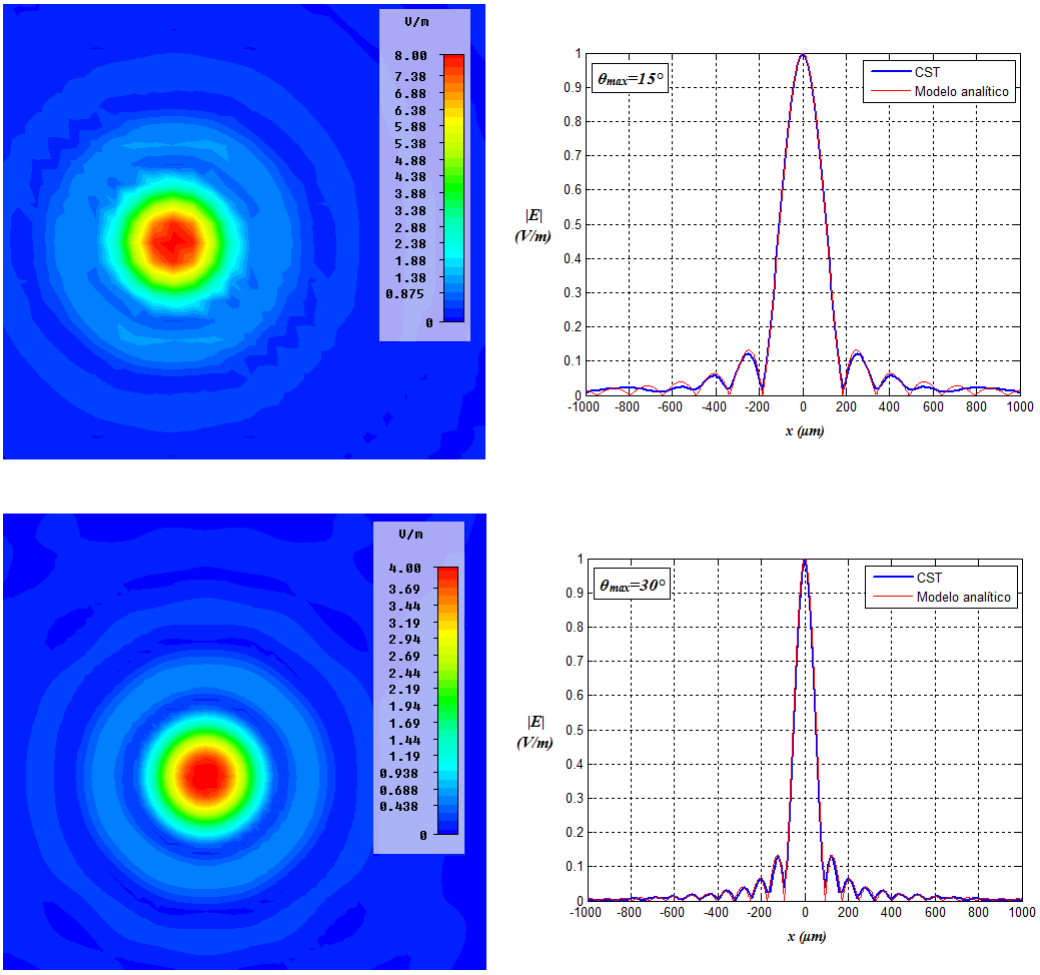

Figura 5.10: Patrón de radiación de la lente para los dos valores del ángulo de incidencia, arriba para $\theta_{max} = 15°$, y abajo $\theta_{max} = 30°$, en el plano $z = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección x, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano XY, simulado mediante CST

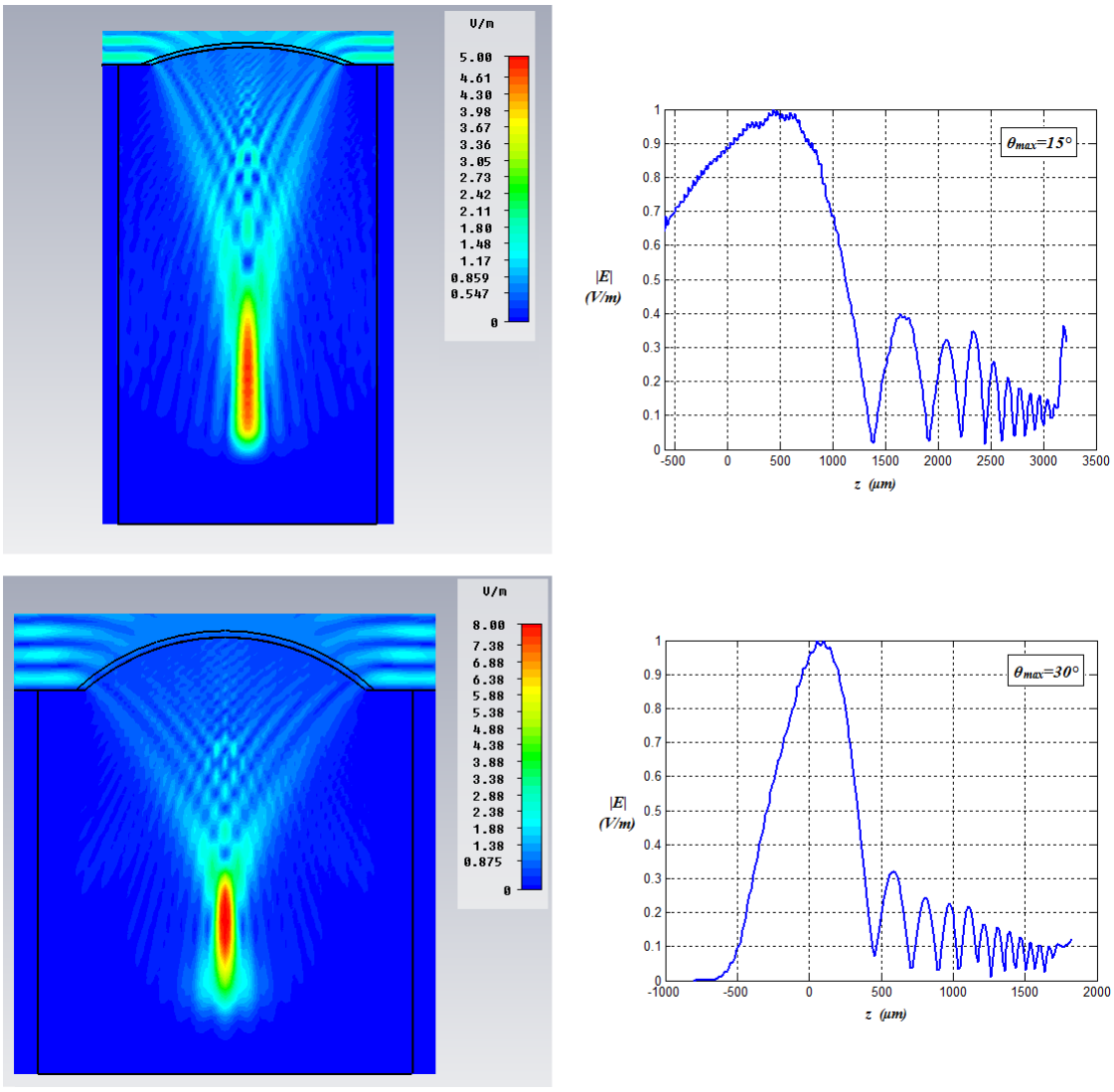

Figura 5.11: Patrón de radiación de la lente para los dos valores del ángulo de incidencia, arriba para $\theta_{max} = 15°$, y abajo $\theta_{max} = 30°$, en el plano $x = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección z, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano ZX, simulado mediante CST

$$f_1 = 11{,}591\lambda_0 = 39{,}98\lambda \quad \Rightarrow \quad N_1 = 2{,}68 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta f_1}{f_1} = 0{,}1448 = 14{,}48\,\%$$

$$f_2 = 6\lambda_0 = 20{,}70\lambda \quad \Rightarrow \quad N_2 = 5{,}18 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta f_2}{f_2} = 0{,}0433 = 4{,}33\,\%$$

Por lo tanto las desviaciones teóricas de las distancias focales para los dos casos son

$$\Delta f_1 = 447{,}5\mu m$$

$$\Delta f_2 = 69{,}3\mu m$$

que se aproximan bastante a las desviaciones producidas en los campos de la figura 5.11.

Si calculamos la disminución producida en el ancho del lóbulo principal por este desplazamiento, para el caso de $\theta_{max} = 15°$ ya que es el caso en el que más brusco es este desplazamiento, se debería haber reducido en un porcentaje igual a $\frac{\Delta f}{f}$. Tenemos que el ancho del haz a $-3dB$ en el plano del foco y en el plano del desplazamiento (*shift*), es, [48]:

$$\Delta_x^{Foco} = \frac{\lambda}{D} f \tag{5.49}$$

$$\Delta_x^{Shift} = \frac{\lambda}{D}(f - \Delta f) \tag{5.50}$$

De las gráficas 5.12 tenemos que

$$\frac{\Delta_x^{Shift}}{\Delta_x^{Foco}} = 0{,}85$$

con lo que tenemos una disminución del ancho del haz del 15 %, un valor similar al porcentaje en la variación de la distancia del foco.

5.3.2. Cálculo de la potencia de entrada al absorbedor

La lente se ilumina con una onda plana. Este tipo de excitación, a diferencia de los puertos de guía onda, no proporcionan una señal de entrada normalizada en CST, por lo que no podemos calcular la eficiencia de absorción a partir de las pérdidas. Para poder hacerlo, necesitamos conocer la potencia de entrada que llegará al detector, P_i en la ecuación 5.2. Esta potencia la vamos a calcular mediante el vector de Poynting. Su módulo representa la intensidad instantánea de energía electromagnética que fluye a través de una unidad de área superficial perpendicular a la dirección de propagación de la onda y cuya dirección y sentido son los de propagación de dicha onda electromagnética, [49]. La potencia de entrada al detector se podrá obtener, por tanto, como la integral del vector en la superficie que ocupa el detector en el plano XY, como se muestra en la expresión que sigue a continuación

$$P_i = \iint_S \vec{P} d\vec{S} \tag{5.51}$$

En CST, el valor de este vector se puede obtener mediante un monitor de campo de tipo *power flow*. Si obtenemos su valor en el plano del foco de la lente, $z = 0$, y lo integramos en la superficie que posteriormente ocupará el detector, obtendremos el valor de la potencia de entrada al detector, con lo que se podrá calcular la eficiencia de absorción del mismo. En la tabla 5.4 se muestran los valores de la potencia de entrada obtenidos para los dos casos estudiados, y para tres puntos de frecuencia distintos.

Tabla 5.4: Potencia de entrada al absorbedor

	$\mathbf{f = 0{,}75THz}$	$\mathbf{f = 1{,}125THz}$	$\mathbf{f = 1{,}5THz}$
$\mathbf{P_i\ (nW)(\theta_{max} = 15°)}$	4,5733	5,0852	4,6207
$\mathbf{P_i\ (nW)(\theta_{max} = 30°)}$	4,7135	5,2729	4,7033

5.3.3. Cálculo y validación de la eficiencia de absorción

Tras haber obtenido la potencia que llegará a la superficie del detector, lo colocamos en el foco de la lente sobre el plano XY, como se ve en la figura 5.13, para volver a simular la estructura con CST.

Las dimensiones de las dos lentes, las correspondientes a los dos valores de θ_{max} estudiados, siguen siendo las mismas que las especificadas anteriormente, lo único que cambia es la presencia del absorbedor. Además, en este caso, vamos a colocar un plano reflector en la parte trasera de la estructura con el fin de conseguir que la eficiencia de absorción sea máxima. De forma que la parte inferior del *brick* que está adherido a la lente se reduce de $3\lambda_0$ que medía antes de colocar el detector, a un valor de $\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_r}}$, donde $\varepsilon_r = 11{,}9$, que es la permitividad del silicio. En las figuras 5.14 y 5.15 , se muestra el valor del campo eléctrico para los dos casos considerados, $\theta_{max} = 15°$ y $\theta_{max} = 30°$. Como vemos, el patrón de radiación Airy se sigue cumpliendo, ya que la introducción del detector no modifica la focalización de la lente, aunque ahora varía en cierta medida debido a las reflexiones producidas en el absorbedor, pero sin que llegue a afectar al lóbulo principal del campo. Al introducir el detector, aparece un rizado en el campo eléctrico que se aprecia en las dos gráficas de la derecha de la figura 5.15. Este rizado se produce debido a la energía que llega al detector y, al no ser absorbida por el mismo, se refleja dando lugar a un campo eléctrico reflejado que se suma al ya existente, el campo eléctrico incidente.

A pesar de haber elegido las dimensiones del detector de acuerdo con el patrón de Airy de la figura 5.10, donde parece que hasta aproximadamente $\pm 510\mu m$ la amplitud del campo podía ser considerable, viendo las imágenes de la izquierda de la figura 5.14 se observa que el detector está sobredimensionado y se podrían haber reducido más sus dimensiones.

Para poder calcular la eficiencia de absorción de las estructuras diseñadas en CST, necesitamos conocer, además de la potencia de entrada al detector calculada anteriormente, el volumen de pérdidas en el mismo, P_{loss}. Estas pérdidas se muestran en la tabla 5.5.

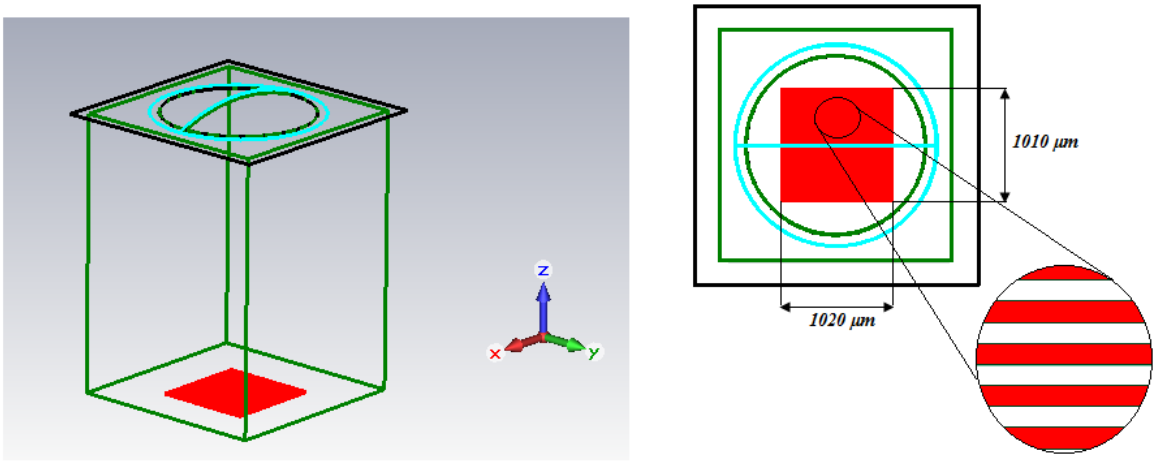

Figura 5.13: Estructura en CST formada por la lente junto con el absorbedor. A la derecha, la vista superior de la misma junto con un detalle del absorbedor

Tabla 5.5: Volumen de pérdidas en el detector

	f = 0,75THz	**f = 1,125THz**	**f = 1,5THz**
$\mathbf{P_{loss}}$ **(nW)**$(\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{15°})$	4,1274	5,1100	4,3361
$\mathbf{P_{loss}}$ **(nW)**$(\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{30°})$	4,1303	5,2532	4,4968

Con los datos recogidos en las tablas 5.4 y 5.5, ya podemos calcular la eficiencia de absorción de la lente. En las tablas 5.6 y 5.7 se muestran los valores de eficiencia de absorción, para los dos ángulos de incidencia que estamos considerando, calculada mediante la ecuación 5.44, así como la obtenida mediante CST por medio de la ecuación 5.2, respectivamente.

Tabla 5.6: Eficiencia de la lente obtenida con CST

	f = 0,75THz	**f = 1,125THz**	**f = 1,5THz**
$\eta_{\mathbf{lente}}$ **CST**$(\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{15°})$	90,2 %	100 %	93,8 %
$\eta_{\mathbf{lente}}$ **CST**$(\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{30°})$	87,6 %	99,6 %	95,6 %

Como se ve en las tablas, y como era de esperar, la eficiencia es máxima para el valor central de la frecuencia de la banda considerada, ya que hemos optimizado el diseño en este punto. A esta frecuencia, la distancia del plano metálico es $\frac{\lambda}{4}$ exactamente, pero al variar la frecuencia, esta distancia cambia y ya no es la óptima para la eficiencia.

Los valores obtenidos mediante CST no son exactamente iguales a los analíticos, sin embargo es importante destacar que, aún habiendo obtenido valores algo diferentes en

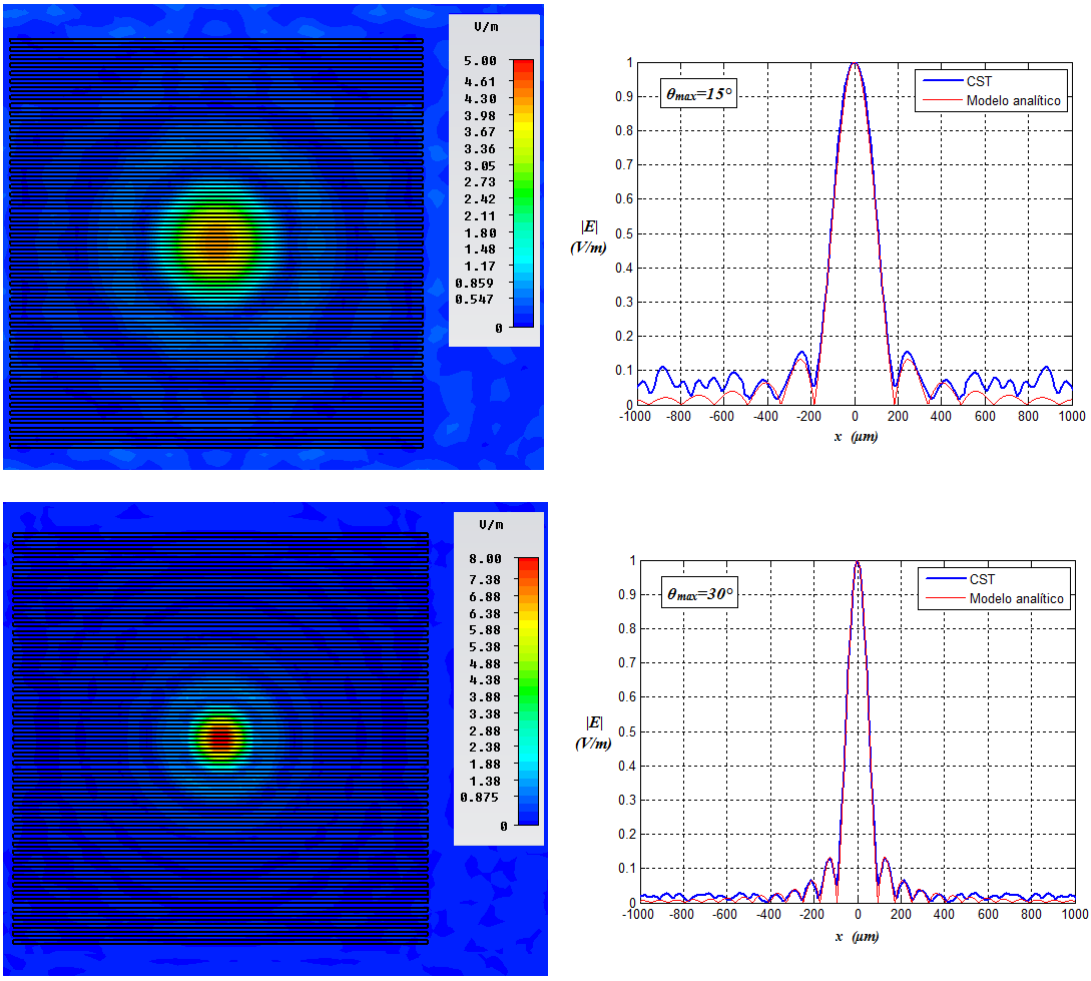

Figura 5.14: Patrón de radiación de la lente una vez añadido el detector, para los dos valores del ángulo de incidencia, a la izquierda $\theta_{max} = 15°$, y a la derecha $\theta_{max} = 30°$, en el plano $z = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección x, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano XY, simulado mediante CST

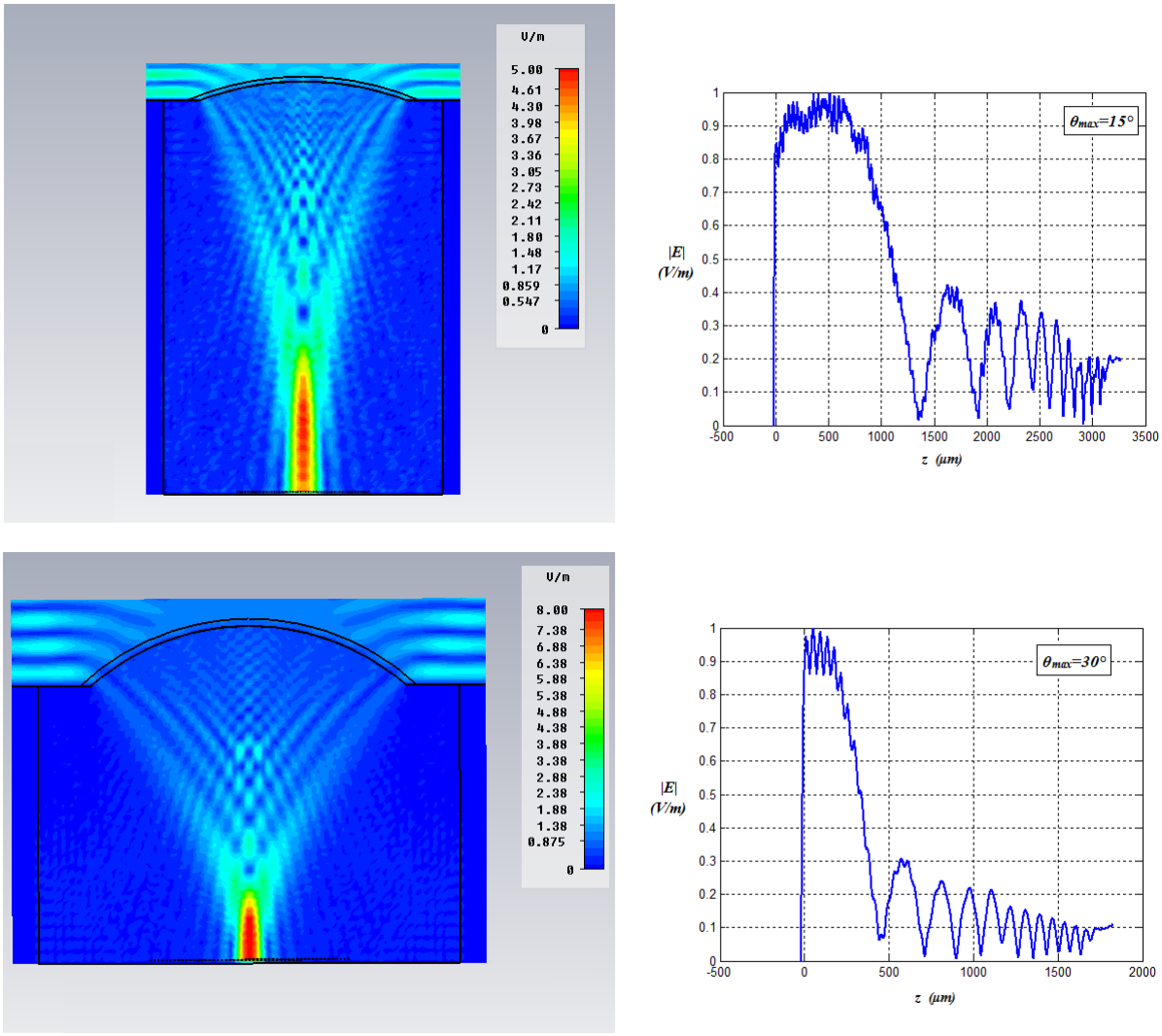

Figura 5.15: Patrón de radiación de la lente una vez añadido el detector, para los dos valores del ángulo de incidencia, a la izquierda $\theta_{max} = 15°$, y a la derecha $\theta_{max} = 30°$, en el plano $x = 0$. A la derecha se muestra el campo eléctrico normalizado en la dirección z, y a la izquierda se muestra con más detalle el campo en el plano ZX, simulado mediante CST

Tabla 5.7: Eficiencia de la lente obtenida con el modelo analítico

	f = 0,75THz	**f = 1,125THz**	**f = 1,5THz**
$\eta_{\mathbf{lente}}$ **ANALITICA**($\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{15°}$)	90,2 %	99,7 %	95,6 %
$\eta_{\mathbf{lente}}$ **ANALITICA**($\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{30°}$)	88,1 %	99 %	97,4 %

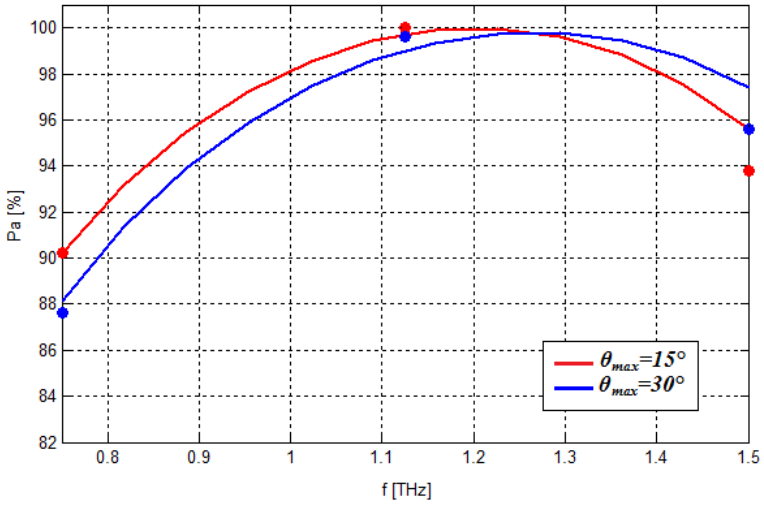

Figura 5.16: Eficiencia de las lentes para $\theta_{max} = 15°$, línea roja, y $\theta_{max} = 30°$, línea azul. Las líneas continuas representan el modelo analítico y los círculos los resultados obtenidos de las simulaciones con CST

las simulaciones, el comportamiento de la eficiencia es el mismo en ambos casos, como se puede ver en la gráfica de la figura 5.16. La gráfica realizada con CST tiene sólo tres puntos, correspondientes a las frecuencias de los extremos de la banda y la frecuencia central. Esto es debido a que la estructura a simular tiene unas dimensiones muy grandes y cuantos más puntos de frecuencia se necesiten, más monitores de campo tiene que calcular y más tiempo tarda en realizarse la simulación. Como lo importante aquí es validar el comportamiento de la estructura, con estos tres puntos se puede considerar suficiente.

Las curvas de eficiencia tienen un valor máximo alrededor de la frecuencia central para los dos ángulos de incidencia considerados, como ya se ha visto. El comportamiento que cabría esperar es que la eficiencia para el caso del ángulo menor fuese mayor en todo el rango de frecuencias, sin embargo, como se aprecia tanto en las tablas 5.6 y 5.7 como en la figura 5.16, en un cierto punto de la frecuencia las curvas se cruzan de forma que la eficiencia de $\theta_{max} = 30°$ pasa a ser superior que la de $\theta_{max} = 15°$. Para explicar esto hay que fijarse en su comportamiento en función del ángulo de incidencia θ. Si ampliamos la gráfica de la figura 5.3 para las otras dos frecuencias que se han simulado, podemos ver, en la figura 5.17, que para $0{,}75THz$ y $1{,}125THz$, el comportamiento es el esperado. Las

curvas de eficiencia decrecen a medida que aumenta el ángulo de incidencia y es máxima para la frecuencia central. Sin embargo, para $f = 1{,}5THz$, la curva crece hasta un ángulo de aproximadamente 30° o 35°, y a partir de ahí decrece. Así, el valor del área hasta 15° es menor que si se integra hasta 30°. Es por eso que a esta frecuencia se obtienen valores de eficiencia superiores para el ángulo mayor.

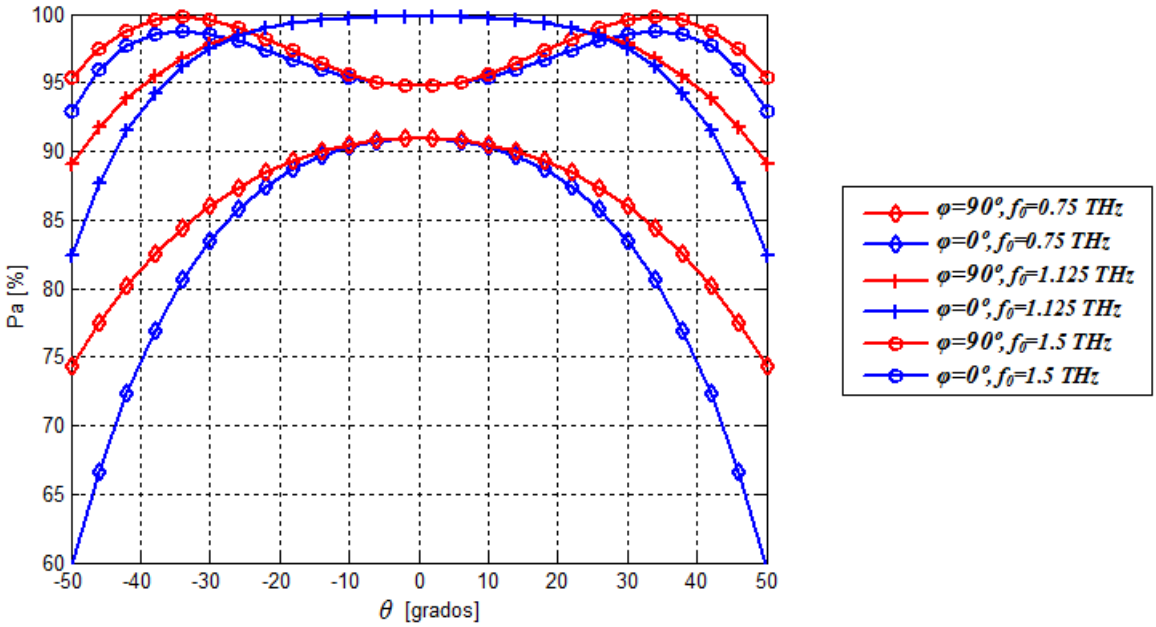

Figura 5.17: Evolución de la eficiencia de absorción del detector en función de los ángulos de incidencia θ y ϕ, para la frecuencia central, $f_0 = 1{,}125THz$, señaladas con símbolos de suma, y para las frecuencias de los extremos de la banda de trabajo, $f_0 = 0{,}75THz$, con rombos, y $f_0 = 1{,}5THz$, con círculos. En azul $\phi = 0°$ y en rojo $\phi = 90°$

Este estudio en frecuencia de la eficiencia de absorción, se ha realizado sólo para el caso del array situado en silicio, con el plano reflector trasero. Habría que hacer un estudio de otros casos como, por ejemplo, situando aire detrás del detector en lugar de silicio y reflector. Esto es importante para poder comparar distintas situaciones y ver qué ventajas proporciona cada una en cuanto a eficiencia y ancho de banda. Este punto se incluye como una posible línea de trabajo futuro en el Capítulo 7.

5.4. Cálculo de la eficiencia de absorción real

La eficiencia de absorción obtenida en la tabla 5.6, no es la eficiencia real de la estructura, ya que la potencia de entrada que se ha considerado es únicamente la correspondiente al área del detector. Estos valores se han calculado de esta manera para poder hacer la comparación con el modelo analítico. Sin embargo, el detector está situado en el plano

$z = 0$ pero no ocupa todo el área de la estructura, ya que las dimensiones del *brick* situado debajo de la lente son mayores que las del propio absorbedor. En las tablas 5.8 y 5.9 se muestran los valores de la potencia de entrada y la absorción reales.

Tabla 5.8: Potencia de entrada al absorbedor real

	$\mathbf{f = 0{,}75THz}$	$\mathbf{f = 1{,}125THz}$	$\mathbf{f = 1{,}5THz}$
$\mathbf{P_i\ (nW)(\theta_{max} = 15°)}$	5,0627	5,4686	5,1118
$\mathbf{P_i\ (nW)(\theta_{max} = 30°)}$	5,1072	5,5632	5,1598

Tabla 5.9: Eficiencia real de la lente, obtenida con CST

	$\mathbf{f = 0{,}75THz}$	$\mathbf{f = 1{,}125THz}$	$\mathbf{f = 1{,}5THz}$
$\eta_{\mathbf{lente}}\ \mathbf{CST}(\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{15°})$	81,5 %	93,4 %	84,8 %
$\eta_{\mathbf{lente}}\ \mathbf{CST}(\theta_{\mathbf{max}} = \mathbf{30°})$	80,9 %	94,4 %	87,1 %

Como era de esperar, los valores de la eficiencia real son menores que los obtenidos en la tabla 5.6. A pesar de que la lente focaliza el campo en el centro del área del detector, existe una parte de la potencia que llega al plano $z = 0$ pero por fuera de los límites de la estructura absorbedora. Esta potencia también hay que tenerla en cuenta a la hora de calcular la eficiencia porque realmente es potencia que se está perdiendo y no está siendo absorbida. Aún así, se obtiene una eficiencia superior al 90 % en la frecuencia central de la banda de trabajo.

La relación entre la eficiencia real y la calculada teniendo en cuenta sólo el área del detector, tiene que ser la misma que la relación entre las integrales del vector de Poynting en ambas áreas. Este factor, que denotaremos como F, seguirá la expresión

$$F = \frac{\int_{y_1}^{y_2}\int_{x_1}^{x_2}\vec{P}\ dxdy}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\vec{P}\ dxdy} \tag{5.52}$$

siendo x_1 y x_2, y y_1 e y_2, los límites del área del detector.

Esta relación depende de la frecuencia. A continuación se realiza la comparación para la frecuencia central, $f_0 = 1{,}125THz$.

$$F(f_0, 15) = 0{,}946 \quad \Rightarrow \quad \frac{\eta_{lente}(f_0, 15°)\ Detector}{\eta_{lente}(f_0, 15°)\ Real} = 0{,}934$$

$$F(f_0, 30) = 0{,}971 \quad \Rightarrow \quad \frac{\eta_{lente}(f_0, 30°)\ Detector}{\eta_{lente}(f_0, 30°)\ Real} = 0{,}950$$

Aunque existe una pequeña variación, parece que efectivamente el factor obtenido de la relación entre las áreas se mantiene para las eficiencias.

Capítulo 6

Diseño del absorbedor KID con estructura de meandro

El detector utilizado en el capítulo anterior, debido precisamente a su diseño, solamente puede absorber el campo en una polarización. El objetivo de este capítulo es diseñar otro detector que permita absorber ambas polarizaciones a la vez. Para ello, este nuevo detector va a estar formado por elementos con estructura de meandro, de forma que reciban tanto la polarización vertical como la horizontal. Según la figura 6.1, la polarización del campo en la dirección del eje x no ve una línea recta exactamente aunque no hay discontinuidades, es un camino continuo como en el primer detector realizado. En cambio, en la otra polarización, el camino es discontinuo. De forma que para la polarización vertical (eje x) el campo se acopla al detector de forma inductiva, mientras que en la otra polarización (eje y), este acoplo se realiza de forma capacitiva. Por simplicidad se denominará polarización 1 a la inductiva y polarización 2 a la capacitiva.

6.1. Diseño de la estructura

El detector se va a componer de un determinado número de elementos como el mostrado en la figura 6.1. La estructura tiene una parte horizontal, los dos brazos de longitud l, que recibirá el campo eléctrico orientado según el eje x, es decir, se trata de la parte capacitiva, y una parte vertical o inductiva, que absorberá el campo orientado según el eje y.

Puesto que para esta estructura no se ha desarrollado un modelo analítico, hay que diseñarla antes de ponerla bajo la lente de silicio con el fin de encontrar el valor de la resistencia, R_a, y las dimensiones, que optimizan su eficiencia. Buscamos una estructura donde la resistencia óptima que maximice la absorción, sea la misma que en el caso del detector del Capítulo 5, ya que después utilizaremos el mismo conductor para recibir la radiación. Para ello se realizan una serie de simulaciones, primero con la estructura formada por una superficie óhmica, cuya resistencia será un parámetro más. Para darle

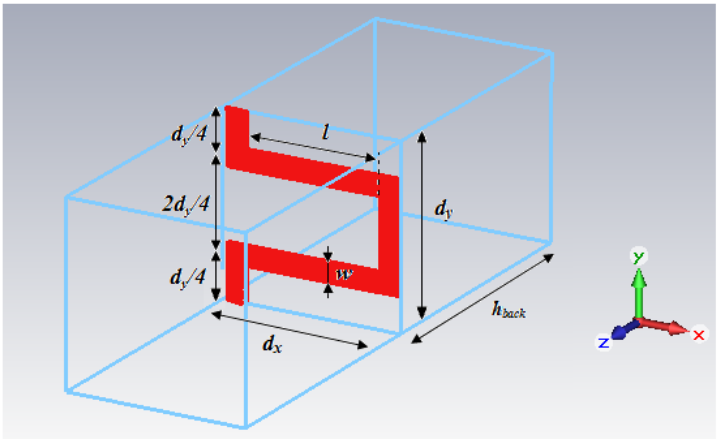

Figura 6.1: Estructura de CST para el meandro

los valores apropiados a las dimensiones del meandro, al igual que en el caso del anterior detector, se estudia el array, periódico en ambas direcciones x e y, en el cual la celda unitaria sea la estructura que queremos diseñar.

Los parámetros de diseño del absorbedor son, además de la resistencia del mismo, R_a, los valores de los periodos en x e y, d_x y d_y respectivamente, el ancho, w, y la longitud de los brazos horizontales, l. El meandro va a ser simétrico respecto del eje x, de forma que en el array todos los elementos tengan la parte vertical con las mismas dimensiones. A diferencia del detector formado por los elementos longitudinales, en este caso el periodo en x no es irrelevante, por lo que es una variante de diseño más.

Para saber cuáles son los valores que optimizan el diseño utilizamos primero la herramienta de optimización que proporciona CST. Hay que llegar a un compromiso entre las dos polarizaciones de forma que la eficiencia sea lo mayor posible en las dos. La eficiencia máxima que se puede obtener en cada una de las dos polarizaciones es del 100 % ya que, al igual que en el capítulo anterior, se coloca un plano metálico a una distancia $h_{back} = \frac{\lambda_0}{4}$. El absorbedor constituido por el array de meandros estará situado una vez más en silicio, con lo que $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = \varepsilon_r = 11{,}9$. Para utilizar el optimizador necesitamos unos valores iniciales de las dimensiones. Vamos a elegir unos valores similares a los utilizados en capítulos anteriores, como son $d_y = d_x = \frac{\lambda_0}{8} \approx 30\mu m$, $w = 5\mu m$ y l se escogerá de forma que el meandro ocupe toda la estructura en la dirección del eje x. Teniendo en cuenta que se va a dejar $1\mu m$ entre el comienzo de la estructura y el meandro (eje x), con el fin de que no se acoplen los elementos al formar el array, $l = d_x - 2w - 1\mu m$. Por otro lado, se elige también un valor inicial para la resistencia de la superfice óhmica. El valor elegido es $R_a = 50\Omega$, por ser un valor acorde con los obtenidos en el Capítulo 4. El objetivo (*goal*) que le marcamos al optimizador es maximizar la absorción. Como tenemos una red con un solo puerto, según la ecuación 4.2, para hacer la eficiencia máxima hay que minimizar el parámetro s_{11}, con lo cual éste será el objetivo que le marcaremos al optimizador. Los parámetros sobre los que se va a aplicar esta herramienta van a ser los periodos d_y y d_x. Los valores iniciales son los indicados y los valores finales que vamos a imponer van a ser

$d_x = d_y = 90\mu m$. Estos valores se eligen ya que, aunque son bastante grandes, no llegan a $\frac{\lambda_0}{2}$.

Si nos centramos primero en la polarización 2, los valores que nos proporciona el optimizador son $d_x = 30\mu m$ y $d_y = 90\mu m$. Fijándonos en el meandro, podemos decir que estos resultados eran de esperar ya que, cuanto más larga (en el eje y) sea la estructura y más pequeño sea el periodo en x, más se aproxima la estructura a una línea recta y mejor será el acoplo del campo en esta polarización con el meandro. En la otra polarización pasa algo parecido pero justo al contrario, la eficiencia es mejor para los valores del periodo en x mayores. Las gráficas de la figura 6.2 muestran las curvas de la eficiencia para las dos polarizaciones y para diferentes valores del periodo en x.

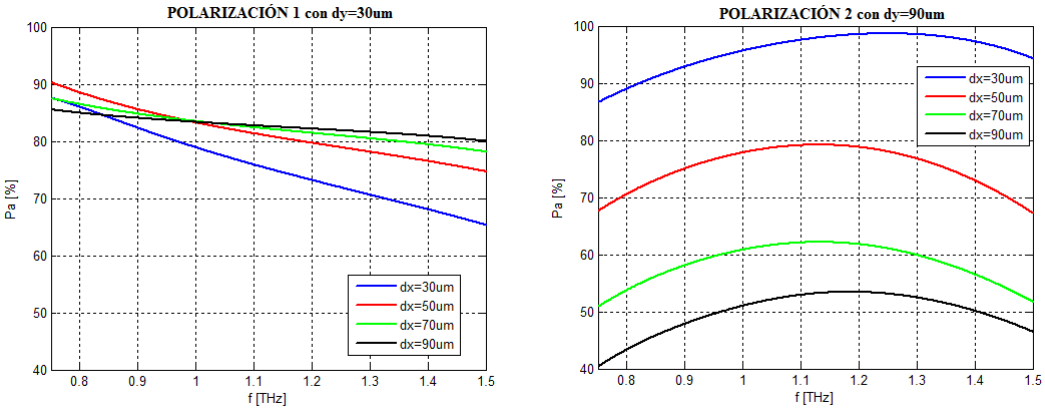

Figura 6.2: Curvas de eficiencia para las dos polarizaciones, con diferentes valores del periodo en x

Vemos en estas gráficas, figura 6.2, la necesidad del compromiso entre las dos polarizaciones ya que al intentar mejorar una empeora la otra.

Tras utilizar el optimizador, es necesario realizar alguna curva más con el fin de ver qué valores de los periodos son los idóneos para ambas polarizaciones. Finalmente los valores elegidos han sido $d_y = 84{,}21\mu m$ y $d_x = 40\mu m$.

Después de tener fijados estos parámetros, hay que estudiar la influencia de l y w. En las curvas anteriores el valor de l siempre es el máximo que permite el periodo d_x, ahora vamos a demostrar que, efectivamente, este parámetro debe ser lo más grande posible para que la eficiencia sea máxima y similar en las dos polarizaciones. En la gráfica izquierda de la figura 6.3 se muestra la evolución de la eficiencia con la longitud de los brazos horizontales del meandro, l, para cada polarización. Para el caso de la polarización inductiva (polarización 1), la eficiencia disminuye ligeramente al aumentar esta longitud, en cambio, en la otra polarización pasa lo contrario, la eficiencia aumenta pero de manera más notable. Es por esto que se elige el mayor valor posible para este parámetro, tendiendo en cuenta el periodo en x, $l = 26\mu m$. Con respecto al ancho del meandro, w, una vez fijado el valor de l, se representa también la evolución de la eficiencia en función de este parámetro en la gráfica de la derecha de la figura 6.3. Como vemos, el valor del ancho del

meandro tiene que ser lo más grande que las dimensiones de los periodos lo permitan. Por ello, se fija este valor a $w = 6\mu m$.

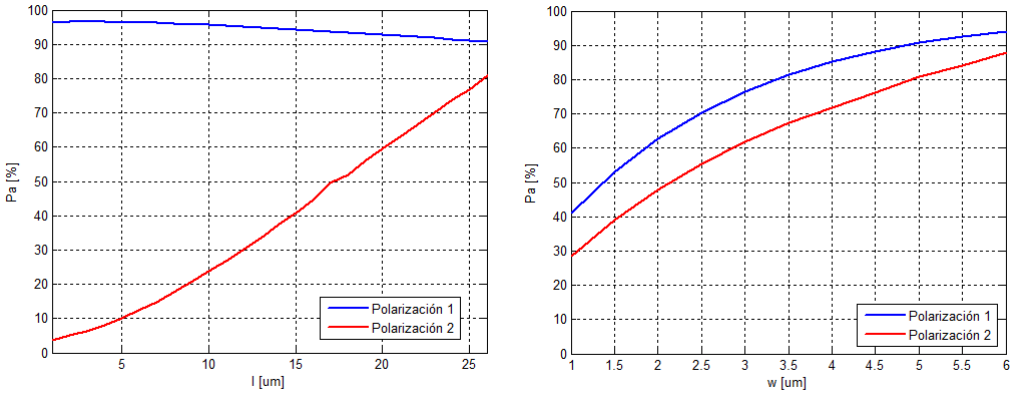

Figura 6.3: Curvas de eficiencia para las dos polarizaciones, línea azul para la polarización 1 y línea roja para la polarización 2. A la izquierda para diferentes valores de l, y a la derecha para valores de w

Por último, falta estudiar la influencia de la resistencia del meandro. En la figura 6.4 vemos que la evolución es similar en las dos polarizaciones, a pesar de que la segunda curva es inferior. El valor óptimo de la resistencia es $R_a = 50\Omega$, que coincide con el elegido incialmente.

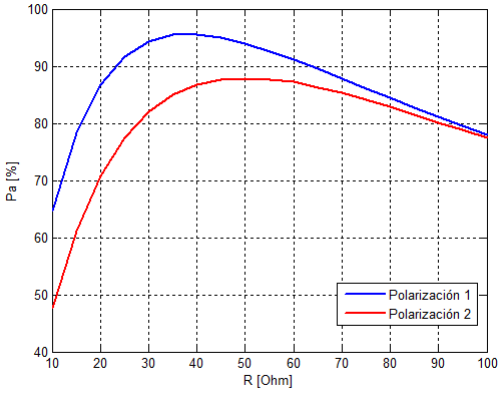

Figura 6.4: Curvas de eficiencia para las dos polarizaciones, línea azul para la polarización 1 y línea roja para la polarización 2, para los diferentes valores de R_a

Tras utilizar el optimizador, y haber estudiado la influencia de las dimensiones del meandro con el fin de obtener la máxima eficiencia posible en las dos polarizaciones, los valores elegidos han sido los siguientes

$$d_y = 84{,}21\mu m$$

$$d_x = 40\mu m$$
$$w = 6\mu m$$
$$l = 26\mu m$$
$$R_a = 50\Omega$$
$$h_{back} = 66{,}67\mu m$$

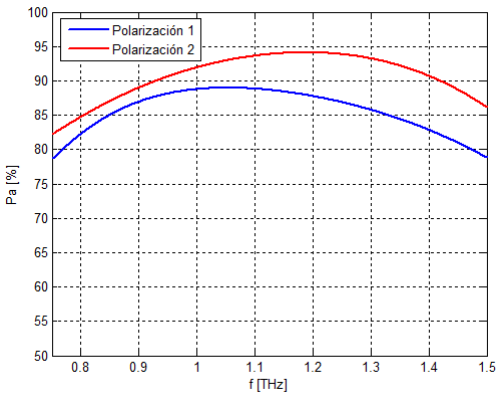

Figura 6.5: Eficiencia del meandro diseñado para las dos polarizaciones, para un valor de $h_{back} = 66{,}67\mu m$

La eficiencia obtenida, en cada una de las dos polarizaciones, con los parámetros indicados, y para la incidencia normal de la onda plana, es la mostrada en la figura 6.5.

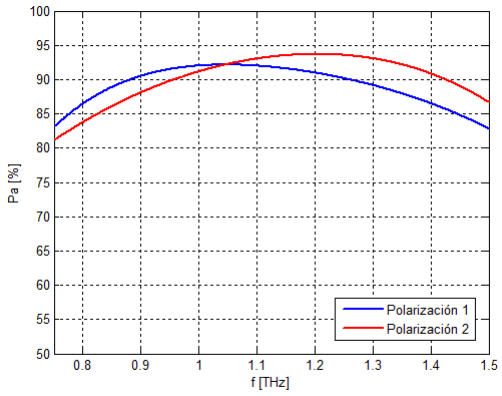

Figura 6.6: Eficiencia del meandro, situado en vacío, para las dos polarizaciones, con un valor de $h_{back} = 62\mu m$ y un factor de escalado de 1.09

Con estos parámetros, la eficiencia para la polarización 2 es mayor que para la polarización 1. Para tratar de igualarla y obtener valores similares en ambos casos, se puede variar un poco la distancia del plano metálico trasero. En la figura 6.6 se representan

de nuevo las curvas de la eficiencia para ambas polarizaciones, pero para un valor más óptimo del parámetro h_{back}, concretamente para $h_{back} = 62\mu m$. Además, se escalan las dimensiones del meandro anteriores por un factor 1.09 para que las curvas de la eficiencia sean lo más simétricas posibles. Ahora las curvas alcanzan valores máximos más similares en los dos casos, y superiores al 90 % para la banda central.

6.1.1. Estructura situada en silicio

Cuando se ilumine la estructura con la lente, ésta estará situada en silicio, por lo tanto hay que optimizar el detector en este medio. Una vez optimizada la estructura en el vacío, es sencillo trasladarla a otro medio dieléctrico homogéneo, para ello sólo hay que escalar todos los valores con el factor $\sqrt{\varepsilon_r}$. Si escalamos los valores obtenidos en el apartado anterior por $\varepsilon_r = 11{,}9$, tenemos que

$$d_y = 24{,}41\mu m$$

$$d_x = 11{,}60\mu m$$

$$w = 1{,}74\mu m$$

$$l = 7{,}54\mu m$$

$$R_a = 14{,}5\Omega$$

$$h_{back} = 17{,}97\mu m$$

Por lo tanto la eficiencia obtenida en las dos polarizaciones tienen que ser similares a las de la gráfica 6.6, como se ve en la figura 6.7.

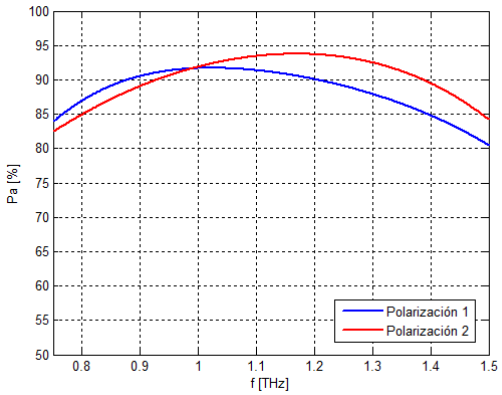

Figura 6.7: Eficiencia del meandro, situado en silicio, para las dos polarizaciones, con un valor de $h_{back} = 17{,}97\mu m$ y un factor de escalado de 1.09

6.1.2. Conductor

Una vez hemos diseñado y optimizado el meandro, se sustituye la superficie óhmica por un conductor con una determinada conductividad, σ, una resistencia, R_a, y con un determinado espesor, h. De nuevo estos parámetros se relacionan entre sí mediante la ecuación 4.30. Vamos a fijar el mismo espesor que en el caso del detector formado por dipolos, es decir, $h = 1\mu m$. De forma que, teniendo en cuenta el valor de la resistencia óptima, $R_a = 14{,}54\Omega$, la conductividad del material será $\sigma = 68,776\ S/m$.

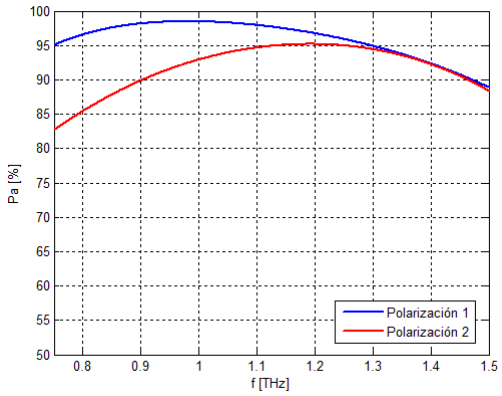

Figura 6.8: Eficiencia del meandro, situado en silicio y realizado en un material conductor de espesor $h = 1\mu m$, para las dos polarizaciones, con un valor de $h_{back} = 17{,}97\mu m$ y un factor de escalado de 1.04

En la figura 6.8 se representan de nuevo las curvas de eficiencia para este caso concreto. Se han vuelto a escalar los valores obtenidos a fin de conseguir que las curvas de la eficiencia fueran lo más simétricas posibles para las dos polarizaciones. En este caso, el valor de este factor es 1.04, con lo que los valores finales del meandro son

$$d_y = 25{,}39\mu m$$

$$d_x = 12{,}06\mu m$$

$$w = 1{,}81\mu m$$

$$l = 7{,}84\mu m$$

$$R_a = 14{,}5\Omega$$

$$h_{back} = 17{,}97\mu m$$

6.2. Estructura iluminada con la lente de silicio

Una vez diseñado el detector, lo vamos a iluminar con las lentes del capítulo anterior, de nuevo para los dos ángulos $\theta_{max} = 15°$ y $\theta_{max} = 30°$. Queremos un detector con unas

dimensiones lo más parecidas posibles a las del detector del capítulo anterior, aún así, no van a ser exactamente las mismas ya que las dimensiones del meandro no son las mismas que las del dipolo. El número de meandros que forman el detector son $N_x = 87$ y $N_y = 41$, y tiene un área total de $1048\mu m \times 1041\mu m$.

6.2.1. Cálculo de la eficiencia de absorción

Para poder conocer la eficiencia de absorción en cada una de las polarizaciones del campo eléctrico, necesitamos, al igual que el caso del capítulo anterior, con el detector formado por la malla de elementos longitudinales, la potencia de entrada al absorbedor. Esta potencia no depende de la estructura del detector, sólo de su área y del ángulo de incidencia máximo. Aunque los dos detectores no tienen exactamente el mismo área, se va a utilizar la misma potencia de entrada para poder comparar los resultados de ambos casos. Por ello, las potencias de entrada siguen siendo las de la tabla 5.4. Igual que en el capítulo anterior, esta potencia de entrada no es la real, ya que sólo se tiene en cuenta el área del detector. Según la ecuación 5.2, necesitamos, ademas de P_i, las pérdidas en el detector, P_{loss}. En la tabla 6.1 están recogidos los valores de estas pérdidas.

Tabla 6.1: Volumen de pérdidas en el detector formado por meandros

		f = 0,75THz	**f = 1,125THz**	**f = 1,5THz**
$\mathbf{P_{loss}(nW)}$ $(\theta_{max} = 15°)$	Polarización 1	3,8972	4,6125	4,0787
	Polarización 2	4,0126	4,6706	4,0564
$\mathbf{P_{loss}(nW)}$ $(\theta_{max} = 30°)$	Polarización 1	3,9246	4,7652	4,1942
	Polarización 2	4,0370	4,8083	4,2382

Con lo cual las eficiencias de absorción del detector formado por meandros e iluminado por la lente de silicio son las mostradas en la tabla 6.2.

Tabla 6.2: Eficiencia de absorción del detector formado por meandros e iluminado por la lente de silicio

		f = 0,75THz	**f = 1,125THz**	**f = 1,5THz**
η_{lente} $(\theta_{max} = 15°)$	Polarización 1	85,2 %	90,7 %	88,3 %
	Polarización 2	87,7 %	91,8 %	87,8 %
η_{lente} $(\theta_{max} = 30°)$	Polarización 1	83,3 %	90,4 %	89,2 %
	Polarización 2	85,6 %	91,9 %	90,1 %

6.2.2. Eficiencia de absorción real

El cálculo de la eficiencia de absorción real se hace de nuevo para la potencia de entrada total en el plano $z = 0$ de la estructura. Estos valores de P_i son los mismos que los de la tabla 5.9, y junto con las pérdidas obtenidas en las simulaciones, 6.1, proporcionan la eficiencias reales mostradas en la tabla 6.3

Tabla 6.3: Eficiencia real de la lente con el detector formado por meandros, obtenida con CST

		f = 0,75THz	**f = 1,125THz**	**f = 1,5THz**
$\eta_{\textbf{lente}}$ ($\theta_{\textbf{max}} = \textbf{15}^\circ$)	Polarización 1	77 %	84,3 %	79,7 %
	Polarización 2	79,3 %	85,4 %	79,4 %
$\eta_{\textbf{lente}}$ ($\theta_{\textbf{max}} = \textbf{30}^\circ$)	Polarización 1	76,8 %	85,7 %	81,3 %
	Polarización 2	79 %	86,4 %	82,1 %

Aunque la eficiencia obtenida es menor que si se considera sólo el área del detector, su comportamiento es el mismo.

La relación entre la eficiencia real y la calculada teniendo en cuenta sólo el área del detector, tiene que ser la misma que la relación entre las integrales del vector de Poynting en dichas áreas. Este factor se calcula de igual forma que en el capítulo anterior, mediante la expresión 5.52. Esta relación depende nuevamente de la frecuencia y el ángulo de incidencia máximo. A continuación se realiza la comparación para la frecuencia central, $f_0 = 1{,}125THz$.

- Polarización 1 o inductiva

$$F(f_0, 15^\circ) = 0{,}946 \quad \Rightarrow \quad \frac{\eta_{lente}(f_0, 15^\circ)\ Detector}{\eta_{lente}(f_0, 15^\circ)\ Real} = 0{,}930$$

$$F(f_0, 30^\circ) = 0{,}971 \quad \Rightarrow \quad \frac{\eta_{lente}(f_0, 30^\circ)\ Detector}{\eta_{lente}(f_0, 30^\circ)\ Real} = 0{,}950$$

- Polarización 2 o capacitiva

$$F(f_0, 15^\circ) = 0{,}946 \quad \Rightarrow \quad \frac{\eta_{lente}(f_0, 15^\circ)\ Detector}{\eta_{lente}(f_0, 15^\circ)\ Real} = 0{,}930$$

$$F(f_0, 30^\circ) = 0{,}971 \quad \Rightarrow \quad \frac{\eta_{lente}(f_0, 30^\circ)\ Detector}{\eta_{lente}(f_0, 30^\circ)\ Real} = 0{,}940$$

De nuevo, aunque existen unas pequeñas variaciones, parece que efectivamente el factor obtenido de la relación entre las áreas se mantiene para las eficiencias.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros

7.1. Conclusiones

Se ha realizado un estudio electromagnético de estructuras periódicas destinadas a constituir sistemas de detección, de tipo KID, de la radiación de terahercios, maximizando la eficiencia de absorción.

Primeramente se ha desarrollado un modelo analítico que nos proporciona la impedancia de la estructura sin necesidad de utilizar programas de simulación. Se ha obtenido una expresión muy general, que se puede aplicar para cualquier medio estratificado en el que se encuentre situado un array periódico, sin más que desarrollar la función de Green correspondiente a la situación concreta que se desee analizar. El modelo ha sido validado posteriormente para diferentes situaciones y aproximaciones. También se ha realizado un análisis en frecuencia, gracias al cual conocemos la respuesta del modelo en la banda submilimétrica. Esto nos ha permitido ver que el hecho de colocar un plano metálico en la parte trasera de la estructura, actuando como reflector, hace que la eficiencia suba hasta el 100 % para una frecuencia que puede variar según el diseño, y se mantiene por encima del 90 % para una banda de aproximadamente una octava. Por el contrario, si no existe dicho plano metálico, y la estructura está situada entre dos dieléctricos iguales, concretamente se ha considerado el vacío, la eficiencia se mantiene constante para una banda mucho mayor, pero en torno al 50 %. Una futura elección entre un modelo y otro, dependerá de las características que queramos para el diseño, mayor ancho de banda o mayor eficiencia.

Tras el análisis individual de la estructura periódica, se ha desarrollado un primer modelo del detector. La estructura absorbedora constará, no sólo de los elementos conductores que forman el array, sino también de una lente de silicio que focaliza la radiación hacia el centro del dispositivo, con el fin de evitar acoplamientos entre los elementos y reducir el área del propio absorbedor. El disponer de un modelo teórico de la impedancia, nos permite obtener también una expresión analítica de la eficiencia del detector en función de los ángulos de incidencia de la radiación. La inclusión de la lente para iluminar el

detector, hace que al dispositivo lleguen múltiples rayos con diferentes ángulos, por lo que para calcular la eficiencia total se tienen en cuenta todos ellos, y una vez más se puede obtener este valor de forma teórica. Al igual que en el caso del array periódico, se realiza un estudio de la respuesta en frecuencia de la estructura, por medio de este modelo analítico. Se ha considerado una sóla estratificación, el detector en silicio con plano metálico, pero de igual forma se puede hacer con otra situación puesto que el modelo analítico desarrollado nos da la posibilidad de ser utilizado para cualquier medio en que se sitúe el detector, esto facilita la elección puesto que no es necesario realizar simulaciones previas. En el Capítulo 5 se obtiene una expresión de la eficiencia para la estructura completa (lente + detector), que se valida nuevamente por medio de simulaciones realizadas con CST. Para el detector diseñado se han obtenido unos valores de eficiencia de absorción real por encima del 90 % para las frecuencias centrales de la banda, bajando en los extremos de la misma pero sin ser inferior en ningún caso del 80 %.

La eficiencia de absorción que hemos conseguido con el anterior detector es muy elevada, se absorbe prácticamente toda la potencia que llega. Pero con este dispositivo solamente podemos recibir el campo de una polarización. Después de realizar el diseño y estudio del primer detector, se realiza otro con la finalidad de que se reciban las dos polarizaciones del campo eléctrico a la vez, con un sólo absorbedor. Esto se consigue variando la forma inicial de los elementos que constituyen el dispositivo y dotándolo de una parte horizontal y otra vertical, adquiriendo la forma de meandro mostrada en el Capítulo 6. Para este caso no hemos desarrollado un modelo analítico equivalente, este punto se incluye como una posible continuación del trabajo realizado, en el apartado siguiente, por ello ha habido que estudiar la dependencia de la eficiencia de cada polarización con las dimensiones del meandro. Al igual que en el caso anterior, se ilumina nuevamente la estructura con la lente de silicio, y se estudia la eficiencia obtenida. En este caso se consiguen eficiencias reales más bajas para cada una de las polarizaciones de forma individual, pero no si se tiene en cuenta que se están recibiendo las dos a la vez. En general, la polarización 2, o capacitiva, proporciona mejores eficiencias que la inductiva, pero sin grandes diferencias. Podemos decir que, en media, se obtiene una absorción del 85 % para la frecuencia central de la banda de trabajo.

7.2. Líneas futuras

En esta sección se proponen una serie de mejoras y trabajos futuros que se podrían seguir en la línea del trabajo desarrollado en el presente proyecto.

- En el modelo analítico se podría seguir el desarrollo obteniendo:
  - Un modelo de la impedancia de un array finito. El modelo que aquí se ha desarrollado ha sido el de un array periódico, pero, siguiendo un procedimiento similar, se podría obtener una expresión para un conjunto finito de dipolos. Posteriormente se podría realizar una validación, igual que se ha hecho en el Capítulo 4, con la estructura finita.

  - Un modelo de la impedancia del meandro. Este punto sería interesante a la hora de facilitarnos de nuevo el diseño del detector formado por elementos individuales con estructura de meandro.

- Siguiendo con el estudio en frecuencia de la lente realizado para el caso considerado en el Capítulo 5, habría que completarlo para otros escenarios, como la situación en la que se coloque aire detrás del detector en lugar de silicio, sin el plano metálico. Este paso sería importante para poder comparar distintas situaciones y ver qué ventajas proporciona cada una en cuanto a eficiencia de absorción proporcionada y ancho de banda conseguido. Este estudio comparativo es importante a la hora de fabricar el dispositivo ya que la elección de una estratificación u otra puede variar mucho la dificultad a la hora de construir el sistema, así como los costes de fabricación.

- Análisis del detector completo, LEKID, añadiendo la parte capacitiva, y estudiando el comportamiento del circuito resonador de microondas. También sería interesante analizar la dependencia de los desplazamientos de la frecuencia de resonancia del circuito al recibir la radiación, con la variación de la inductancia que se produce al incidir los fotones en el inductor.

- Estudio de la eficiencia si se introduce en la estructura una antena para acoplar la radiación al circuito resonante, en vez del inductor de tipo LEKID, que recibe directamente los fotones, que se ha utilizado en este caso. La antena recibiría dicha radiación, generándose una corriente que es "lanzada"por una línea de transmisión, como podría ser, por ejemplo, una CPW. De forma que la variación de la inductancia se va a producir de una forma distribuida, a diferencia del caso que se ha desarrollado en el cual cambia de una forma más localizada (sobre todo en la parte central del detector) y es un cambio más brusco. Se trata de realizar un análisis electromagnético de este otro sistema y comparar la eficiencia de absorción obtenida de ambas formas.

- La idea es que estos dispositivos (lente + detector completo) se incluyan en instrumentos formando grandes arrays, con miles de píxeles. Por ejemplo, se podrían colocar en el foco de un telescopio, de forma que a cada una de las lentes del array llegara la radiación de un punto del espacio, siguiendo un patrón de Airy, igual que el que llega a cada uno de los detectores debido a la focalización de la lente. De esta manera, el estudio realizado de la eficiencia de absorción con el patrón de Airy se podría extrapolar para el nivel superior del reflector del telescopio. En este proyecto hemos presentado el cálculo de la eficiencia de absorción de un absorbedor periódico situado en el foco de una lente iluminada por una onda plana. Si ahora ponemos esta lente en el foco de un telescopio, tendremos la lente iluminada por una serie de ondas planas que componen el patrón de Airy del telescopio. De modo que, la eficiencia total será la integración en función de estas ondas planas de la eficiencia que hemos calculado aquí. Puede ser interesante realizar este desarrollo teórico de la eficiencia del telescopio de forma que permitiera realizar los diseños sin necesidad de hacer uso de programas de simulación.

Apéndice A

Presupuesto

En este apéndice se presenta el presupuesto asociado al desarrollo del presente proyecto. En primer lugar se detallan los costes de personal en que se ha incurrido y, a continuación, se muestran los costes derivados del material empleado. La adición de cada uno de ellos constituirá el presupuesto final.

A.1. Costes de personal

Los costes de personal o recursos humanos se componen únicamente de los honorarios del Ingeniero de Telecomunicación encargado del desarrollo del proyecto. Los honorarios correspondientes se pueden ver en la página web del Colegio Oficial de Ingenieros de Telecomunicación, [50]. Aunque el ritmo de trabajo no ha sido constante, se estima que se han invertido una media de 5 horas al día durante los meses comprendidos de septiembre de 2010 a marzo de 2011. Considerando que un mes tiene 20 días laborables, tenemos un total de 700 horas.

Tabla A.1: Costes de personal

Concepto	**Horas**	**Honorarios**	**Importe**
Costes de personal	700 horas	47€/hora	32.900€

A.2. Costes de material

Los materiales empleados para la realización del proyecto han sido los siguientes:

1. Un ordenador personal, valorado aproximadamente en 1.000€.

2. El *software* de simulación utilizado, CST, cuya licencia asciende a 5.000€ anuales.
3. El *software* de análisis matemático Matlab, cuya licencia asciende a 1.000€ anuales.

Tabla A.2: Costes de material

Concepto	**Unidades**	**Precio unitario**	**Importe**
Ordenador personal	1	1.000€	1.000€
Licencia CST	1	5.000€	5.000€
Licencia Matlab	1	1.000€	1.000€
TOTAL			7.000€

A.3. Presupuesto total

El presupuesto total asciende a 39.900€, incluyendo tanto los costes de personal como los costes de material.

Tabla A.3: Presupuesto total

Concepto	**Importe**
Costes de personal	32.900€
Costes de material	7.000€
TOTAL	39.900 €

Bibliografía

[1] J. Bueno, N. Llombart, J.L. Costa-Krämer, "Towards an on-chip optically integrated array of superconducting detectors for submm and FIR astrophysics", Ene. 2011. XI, 1, 5, 8, 9, 10, 52

[2] J. Glenn, P. C. Hargrave, V. V. Hristov, H. T. Nguyen, *et al.*, "Silicon nitride micromesh bolometer array for submillimeter astrophysics", *Applied Optics*, vo. 40(80), pp. 4921-4932, 2001. 1

[3] S. Doyle, P. Mauskopf, J. Naylon, A. Porch and C. Duncombe, "Lumped element kinetic inductance detectors", *Journal of Low Temperature Physics*, vo. 151, pp. 530–536, 2008. 1

[4] S. Doyle, P. Mauskopf, J. Zhang, A. Monfardini, *et al.*, "A review of the lumped element kinetic inductance detector", *Proceedings of SPIE*, vo. 7741, 2010. XI, 1, 6, 9

[5] R. S. Harwood, R. F. Jarnot, H. M. Pickett, W. G. Read, P. H. Siegel, *et al.*, "The earth observing system microwave limb sounder (eos mls) on the aura satellite", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vo. 44(5), pp. 1075–1092, 2006. 5

[6] M. L. N. Ashby, E. A. Bergin, G. Chin, N. R. Erickson, *et al.*, "The submillimeter wave astronomy satellite: Science objectives and instrument description", *The Astrophysical Journal*, 539(2):L77–L85, 2000. 5

[7] B. Rydberg, P. Eriksson, M. Ekström and D. P. Murtagh, "First odin sub-mm retrievals in the tropical upper troposphere: ice cloud properties", *Atmospheric Chemistry and Physics*, 7(2):471–483, 2007. 5

[8] J. Crovisier, G. Beaudin, P. Hartogh, P. Encrenaz, *et al.*, "Miro: Microwave instrument for rosetta orbiter", *Space Science Reviews*, 128(1–4):561–597, 2007. 5

[9] G. L. Pilbratt, "The Herschel mission, scientific objectives, and this meeting" *Proc. Eur. Space Agency Symp.*, SP-460:13–20, 2000. 5

[10] G. Crone, D. Doyle, U. Gageur, A. M. Heras, *et al.*, "Herschel space observatory. An esa facility for far-infrared and submillimetre astronomy", *Astronomy and Astrophysics*, 518:L1, 2010. 5

[11] P. Merken, P. Royer, T. Souverijns, B.Vandenbussche, *et al.*. "The space infrared telescope for cosmology and astrophysics: Spica a joint mission between jaxa and esa", *Experimental Astronomy*, 23(1). 5

[12] http://www.submm.org/ 5

[13] http://www.submm.caltech.edu/BLISS/ 5

[14] http://www.ir.isas.jaxa.jp/SPICA/SPICA_HP/index_English.html 5

[15] D. E. Newbury, D. A. Wollman, G. C. Hilton, K. D. Irwin,*et al.*, "The Approaching Revolution in X-Ray Microanalysis: The Microcalorimeter Energy Dispersive Spectrometer", *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry* vo. 244, no. 3, pp. 627–635, 2000. 5

[16] N.E. Booth, B. Cabrera and E. Fiorini, "Low-temperature particle detectors", *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, vo. 46, pp. 471–532, 1996 5

[17] T. Saaba, D. Abramsa, D. Akeribb, D. A. Bauerc, *et al.*, "Deployment of the first CDMS II ZIP Detectors at the Stanford Underground Facility", *Nuclear Physics B*, vo. 110, pp- 100–200, Jul. 2002. 5

[18] A. Peacock, P. Verhoeve, N. Rando, A. van Dordrecht, *et al.*, "Single optical photon detection with a superconducting tunnel junction", *Nature*, vo. 381, pp. 135–137, 1996. 5

[19] B. Cabrera, R.M. Clarke, P. Colling, A.J. Miller, *et al.*, "Detection of single infrared, optical, and ultraviolet photons using superconducting transition edge sensors", *Applied Physics Letters*, vo. 73, pp. 735–737, 1998. 5

[20] S.-F. Lee, J.M. Gildemeister, W. Holmes, A.T. Lee, and P.L. Richards, "Voltage-biased superconducting transition-edge bolometer with strong electrothermal feedback operated at 370 mK", *Applied Optics*, vo. 37, pp. 3391–3397, 1998. 5

[21] Piet A. J. de Korte, "Cryogenic imaging spectrometers for X-ray astronomy", *Nuclear Instruments and Methods A*, vo. 444 (1-2), pp. 163–169, 2000. 5

[22] P. K. Day, H. G. LeDuc, B. A. Mazin, A. Vayonakis and J. Zmuidzinas, "A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays", *Nature*, vo. 425, pp. 817–821, 2003. xi, 6, 7

[23] D. Twerenbold, "Giaever-type superconducting tunneling junctions as high-resolution X-raydetectors", *Europhysics Letters*, vo. 1(5), pp. 209–214, 1986. 6

[24] H. Kraus, Th. Peterreins, F. Pröbst, F. V. Feilitzsch, *et al.*, "High-resolution X-ray-detection with superconducting tunnel-junctions", *Europhysics Letters*, vo. 1(4), pp. 161–166, 1986. 6

[25] K. Irwin, G. Hilton, D. Wollman and J. Martinis, "X-ray detection using a superconducting transitionedge sensor microcalorimeter with electrothermal feedback", *Applied Physics Letters*, vo. 69(13), pp. 1945–1947, 1996. 6

[26] K. D. Irwin, G. C. Hilton, John M. Martinis, S. Deiker, *et al.*, "A Mo-Cu superconducting transition-edge microcalorimeter with 4.5 eVenergy resolution at 6 keV", *Nuclear Instruments and Methods A*, vo. 444, pp. 184–187, 2000. 6

[27] J. A. Chervenak, K. D. Irwin, E. N. Grossman, J. M. Martinis, and C. D. Reintsema, "Superconducting multiplexer for arrays of transition edge sensors", *Applied Physics Letters*, vo. 74, pp. 4043–4045, 1999. 6

[28] J. Yoon, J. Clarke, J. M. Gildemeister, A. T. Lee,*et al.*, "Single superconducting quantum interference device multiplexer for arrays of lowtemperature sensors", *Applied Physics Letters*, vo. 78, pp. 371–373, 2001. 6

[29] S. J. C. Yates, J. J. A. Baselmans, A. M. Baryshev, A. Neto, *et al.*, "Antenna coupled Kinetic Inductance arrays for space and ground based imaging arrays", *AIP Conference Proceedings*, vo. 1185, pp. 144-147, 2009.

[30] J. Schlaerth, A. Vayonakis, P. Day, J. Glenn, *et al.*, "A millimeter and submillimeter kinetic inductance detector camera," *Journal of Low Temperature Physics*, vo. 151, pp. 684–689, 2008. 6

[31] J. Baselmans,S. J. C. Yates, R. Barends, Y. J. Y. Lankwarden, *et al.*, "Noise and Sensitivity of Aluminum Kinetic Inductance Detectors for Sub-mm Astronomy", *Journal of Low Temperature Physics* vo. 151, pp. 524–529, 2008. 6

[32] F. P. Helmich and R. J. Ivison, "FIRIA far-infrared interferometer", *Experimental Astronomy*, vo. 23, pp. 245–276, 2009. 6

[33] SPICA Study Team Collaboration, "SPICA Assessment Study Report for ESA Cosmic Vision 2015-2025 Plan", *ArXiv e-prints*, 2010. 6

[34] A. Monfardini and C. Arnaboldi, "The microcalorimeter arrays for a rhenium experiment (MARE): A next generation calorimetric neutrino mass experiment", *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, vo. 559, pp. 346–348, 2006. 6

[35] M. Tinkham, "Introduction to Superconductivity", (2nd ed) *McGraw-Hill*, New York, 1996. 7

[36] A. Goldina, T. Vayonakis, B. A. Mazin, S. Kumar, J. Gao, P. K. Day, H. G. Leduc and J. Zmuidzinas. "Antenna-coupled microwave kinetic inductance detectors". *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, vo. 559(2), pp. 561–563, 2005. 8

[37] P. K. Day, M. E. Eckart, S. Golwala, J. Zmuidzinas, *et al.*, "Position sensitive xray spectrophotometer using microwave kinetic inductance detectors", *Applied Physics Letters*, 89:222507, 2006. 8

[38] P. D. Mauskopf, A. Porch, S. Doyle, J. Naylon and C. Dunscombe, "A lumped element kinetic inductance device for detection of thz radiation", *32nd International Conference on Infrared and Millimeter Waves IRMMW-THz*, pp. 450–451, 2007. 8

[39] A. Neto and S. Maci, "Green's function of an infinite slot printed between two homogeneus dielectrics—Part I: Magnetic currents", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 7, pp.1572–1581, Jul. 2003. 11, 13, 15

[40] A. Neto and J.J. Lee, "Ultrawide-Band properties of long slot arrays", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 54, no. 2, pp.534–543, Feb. 2006. 11, 15

[41] A. Neto and S. Maci, "Input impedance of slots printed between two dielectric media and fed by a small Δ-gap", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, pp.113–116, 2004. 20

[42] N. Llombart, "Development of integrated printed array antennas using EBG substrates", *Tesis doctoral. Departamento de Comunicaciones, Universidad de Valencia*, Abr. 2006. 20, 22

[43] A. Neto "UWB, non dispersive radiation from de planary fed leaky lens antenna–Part 1: Theory and Design", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 7, pp.2238–2247, Jul. 2010. 53

[44] David M. Pozar, "Microwave Engineering"(2nd ed) *Wiley Interscience*. 1998. 27, 54

[45] N. Llombart, C.M. Bradford, A. Neto and G.Chattopadhyay, "Impedance matching of a micromesh bolometer placed in a silicon parallel plate waveguide spectrometer", *Antenna and Propag. Society International Symposium, IEEE*, AP-S 2008, Sep. 2008. 56

[46] M. Abramowith and I.A. Setgun, "Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathmatical tables" (9th ed), New York, 1972. 58

[47] D.F. Filipovic, S.S. Gearhart and G. M. Rebeiz, "Double-slot antennas on extended hemispherical and elliptical silicon dielectric lenses", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vo. 41, no. 10, pp. 1738–1749, 1993. 61

[48] L. Yajun and W. Emil, "Focal shifts in diffracted converging spherical waves", *Optics Communications*, vo. 39, no. 4, pp. 211–215, 1981. 64, 67

[49] Constantine A. Balanis, "Antenna theory. Analysis and design"(3rd ed) *Wiley Interscience*. 2005. 11, 67

[50] http://www.coit.es/ 91