



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

TESIS DOCTORAL

FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA DE  
MECANISMOS COMPUESTOS POR  
IMANES Y SUPERCONDUCTORES  
EN ESTADO MEISSNER

Autor:

Efrén Díez Jiménez

Director:

José Luis Pérez Díaz

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

Leganes, Diciembre del 2011



TESIS DOCTORAL

FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA DE MECANISMOS COMPUESTOS POR  
IMANES Y SUPERCONDUCTORES EN ESTADO MEISSNER

Autor: Efrén Díez Jiménez

Director: José Luis Pérez Díaz

Firma del Tribunal Calificador:

Firma

Presidente:

Vocal:

Vocal:

Vocal:

Secretario:

Calificación:

Leganés, de de



# AGRADECIMIENTOS

Antes de todo quiero agradecer a mi tutor José Luis Pérez Díaz por todo el conocimiento tanto científico como humano que me ha sabido transmitir; así como por todo el interés, esfuerzo y tiempo que me dedica.

En segundo lugar agradezco al director del grupo de investigación MAQLAB Juan Carlos García Prada junto con el resto de miembros senior del mismo por darme la oportunidad de unirme a su equipo y aprender de ellos.

Igualmente, quiero agradecer a mis compañeros del departamento de ingeniería mecánica su apoyo y compañerismo. En especial y debido a sus aportaciones a la presente tesis quiero agradecer a Álvaro García Menéndez, Berit Sander, Ignacio Valiente Blanco y Lauri Timm su trabajo y colaboración.

Por último, me gustaría agradecer a Francisco Alconchel Pecina, Carlo Ferdeghini y Fabio Canepa su contribución a mi formación como investigador.



# RESUMEN

A partir del desarrollo analítico para el cálculo de fuerzas entre superconductores e imanes basado en el modelo Perez-Diaz/Garcia-Prada (PDGP) hemos extendido su definición al cálculo de pares entre superconductores e imanes en estado Meissner completo. De las expresiones resultantes se han derivado varias pautas para la optimización y diseño de mecanismos levitantes.

Hemos desarrollado un algoritmo para poder utilizar el modelo PDGP en programas de elementos finitos. Hemos estudiado además la sensibilidad a la caracterización del mallado.

Hemos verificado experimentalmente la validez de estos algoritmos basados en el modelo PDGP mediante dos procedimientos. El primero basado en medidas de fuerza entre imán y superconductor y el segundo midiendo el ángulo de alineamiento entre imán y superconductor. En ambos casos obtenemos un buen acuerdo entre experimento y predicción teórica.

Además, se ha demostrado que existe un fenómeno de alineamiento mecánico entre imanes y superficies superconductoras. Se ha estudiado este efecto analizando parámetros como el tamaño del imán y la altura sobre el superconductor.

El acuerdo entre las medidas de fuerza y los valores calculados ha sido lo suficientemente bueno que nos ha permitido desarrollar un método mecánico para la determinación del campo de penetración inicial para superconductores de tipo II. Este método ha resultado ser más simple que los habituales hasta la fecha, además de proporcionar información adicional como la localización de la penetración inicial que otros métodos no pueden.

Hemos utilizado las herramientas desarrolladas y verificadas para su cálculo en aplicaciones mecánicas concretas. Hemos calculado el comportamiento de un imán sobre una esfera superconductora comparando nuestros resultados con los obtenidos mediante otras expresiones para el cálculo de fuerzas basadas en el método de las imágenes. En una segunda aplicación, hemos aplicado el modelo para el cálculo de la interacción entre imán y superconductor toroidal demostrando que existe un efecto de volteo (o flip effect) entre un imán y un superconductor toroidal que puede ser utilizado en mecanismos levitantes.

# ABSTRACT

Perez-Diaz/Garcia-Prada have proposed a model for the calculation of forces between magnets and superconductors in the Meissner state (PDGP model). This model has been extended to include a calculation of torque. From this extended model we have derived some guidelines for the design and optimization of levitating mechanisms.

A FEM algorithm was programmed in order to use the PDGP model in a practical and universal way. We also studied the model's sensitivity to the refinement of the mesh.

This algorithm, based on the PDGP model, has been experimentally verified by the following two procedures. The first was based on the force measured between a magnet and a superconductor. The second measured the alignment angle between a magnet and a superconductor. Both procedures supported the experimental and theoretical predictions. Furthermore, a mechanical alignment effect between magnet and superconductor surfaces has been shown.

This agreement is strong enough that we can develop a mechanical method for determining the first penetration field for type II superconductors. This method turns out to be simpler and intrinsically more precise than other methods and additionally, it can provide not only the value of the first penetration, but also the point where that first penetration of the field takes place.

Finally, we have used the tools that have been developed and verified to calculate some specific mechanical applications. We have calculated the mechanical behavior of a magnet over a superconducting sphere, comparing our results to those obtained by other expressions based on the method of the images. In a se-

cond application, we have used the tools based on the PDGP model in order to calculate the mechanical interaction of a magnet and a superconducting torus; a flip effect on the stable orientation between a magnet and a superconducting torus was demonstrated. This effect could be used to design different levitating mechanisms.

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>21</b>
<b>INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS</b> .....	<b>21</b>
1.1 INTRODUCCIÓN .....	21
1.2 OBJETIVOS DE LA TESIS .....	23
1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO .....	24
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>27</b>
<b>SUPERCONDUCTIVIDAD</b> .....	<b>27</b>
2.1 SUPERCONDUCTIVIDAD .....	27
2.2 ESTADO MEISSNER Y ESTADO MIXTO .....	30
2.3 MATERIALES SUPERCONDUCTORES .....	35
2.3.1 <i>Por su comportamiento magnético:</i> .....	35
2.3.2 <i>Por su temperatura crítica</i> .....	36
2.3.3 <i>Por la teoría que los explica:</i> .....	36
2.4 LEVITACIÓN SUPERCONDUCTORA .....	37
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>43</b>
<b>MAGNETOMECAÁNICA DE UN SUPERCONDUCTOR EN ESTADO MEISSNER</b> .....	<b>43</b>
3.1 DESARROLLO TEÓRICO .....	43
3.2 CÁLCULO DE FUERZAS .....	47
3.3 CÁLCULO DE PARES .....	48
3.4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA EXPRESIÓN .....	49
3.4.1 <i>Estudio de las variaciones de la fuerza de levitación</i> .....	49
3.4.2 <i>Introducción a la optimización de las fuerzas de levitación</i> .....	50
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>53</b>
<b>ALGORITMO EN ELEMENTOS FINITOS</b> .....	<b>53</b>
4.1 INTRODUCCIÓN A ELEMENTOS FINITOS .....	53
4.2 ESTUDIO DE CONVERGENCIA Y ERROR .....	56
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>59</b>
<b>VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL</b> .....	<b>59</b>

5.1 INTRODUCCIÓN .....	59
5.2 MATERIALES MAGNÉTICOS UTILIZADOS .....	60
5.2.1 $Y_{1.65}Ba_2Cu_3O_{7-x}$ .....	60
5.2.2 $Nd_2Fe_{14}B$ .....	62
5.3 MEDIDAS DE CAMPO MAGNÉTICO .....	63
5.4 MEDIDAS DE FUERZA .....	65
5.4.1 <i>Dispositivo experimental de medida</i> .....	65
5.4.2 <i>Calibración</i> .....	67
5.4.3 <i>Procedimiento de medida</i> .....	69
5.4.4 <i>Error de la medida</i> .....	72
5.4.5 <i>Resultados de las medidas</i> .....	72
5.5 MEDIDAS DEL ÁNGULO DE EQUILIBRIO Y FENÓMENO DE ALINEAMIENTO .....	74
5.5.1 <i>Dispositivo experimental</i> .....	74
5.5.2 <i>Procedimiento experimental</i> .....	75
5.5.3 <i>Error de la medida</i> .....	76
5.5.4 <i>Resultados de las medidas</i> .....	77
5.6 CÁLCULO TEÓRICO: SIMULACIONES .....	80
5.6.1 <i>Cálculo de las fuerzas y errores asociados</i> .....	80
5.6.2 <i>Cálculo de los ángulos de equilibrio y errores asociados</i> .....	82
5.7 COMPARATIVA DE RESULTADOS .....	83
<b>CAPÍTULO 6 .....</b>	<b>87</b>
<b>LÍMITE DEL ESTADO MEISSNER .....</b>	<b>87</b>
6.1 INTRODUCCIÓN A LA MEDIDA DEL LÍMITE DEL ESTADO MEISSNER .....	87
6.2 MÉTODO MECÁNICO PARA LA MEDIDA DEL LÍMITE DEL ESTADO MEISSNER .....	89
6.2.1 <i>Introducción teórica</i> .....	89
6.2.2 <i>Aplicación práctica</i> .....	90
<b>CAPÍTULO 7 .....</b>	<b>97</b>
<b>APLICACIONES .....</b>	<b>97</b>
7.1 IMÁN PERMANENTE Y ESFERA SUPERCONDUCTORA .....	97
7.1.1 <i>Introducción</i> .....	97
7.1.2 <i>Sistema esfera superconductora – imán permanente</i> .....	98
7.1.3 <i>Cálculos y discusión</i> .....	99
7.1.4 <i>Pares</i> .....	100
7.1.5 <i>Comparación de resultados</i> .....	101
7.2 CÁLCULO DE MECANISMOS BASADOS EN EL EFECTO DE VOLTEO Y PAUTAS PARA EL DISEÑO	104
7.2.1 <i>Introducción</i> .....	104
7.2.2 <i>Cálculos demostrativos del efecto de volteo</i> .....	104
7.2.3 <i>Pautas para el diseño de mecanismos basados en el efecto de volteo</i> .....	108
<b>CAPÍTULO 8 .....</b>	<b>113</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>113</b>
8.1 CONCLUSIONES Y APORTACIONES .....	113
8.2 DESARROLLOS FUTUROS .....	115
<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>116</b>
8.3 CONCLUSIONS AND CONTRIBUTIONS .....	116

8.4 FUTURE DEVELOPMENTS .....	118
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>119</b>
PUBLICACIONES DEL CONTENIDO DE ESTA TESIS .....	119
REFERENCIAS .....	121
<b>APÉNDICES .....</b>	<b>125</b>
A. PROGRAMACIÓN EN ANSYS MULTIPHYSICS .....	127
CÁLCULO DE FUERZAS .....	128
CÁLCULO DE PARES .....	131
B. PROGRAMACIÓN EN ANSOFT MAXWELL .....	133
CÁLCULO DE FUERZAS .....	134
CÁLCULO DE CORRIENTES Y PARES .....	138
NOTAS .....	140
<i>Simular paramétricamente: Project Variables .....</i>	<i>140</i>
<i>Cálculo del ángulo de equilibrio: Método de la bisección .....</i>	<i>141</i>



# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Diagrama del comportamiento diamagnético perfecto exhibido por un superconductor en estado Meissner puro. ....	31
Figura 2.2 – Ejemplo de corrientes superficiales de apantallamiento. ....	32
Figura 2.3 – Gráfica de la relación entre temperatura, campo magnético y corriente circulante que limita el estado superconductor en estado Meissner.....	33
Figura 2.4 – Transición gradual de un superconductor tipo II.....	34
Figura 2.5 – Imán levitando sobre un superconductor en estado mixto.....	34
Figura 2.6 – Diferencias a la respuesta magnética entre superconductores de tipo I y tipo II.....	36
Figura 2.7 – Comportamiento mecánico de un imán al aproximarse y alejarse a un superconductor tipo II.....	40
Figura 3.1- Campo magnético interior en las cercanías de la superficie de un cilindro superconductor bajo un campo exterior uniforme. ....	44
Figura 3.2 – Distribución de tensiones entre imán superconductor.....	47
Figura 3.3 – Vector posición $r_{ip}$ desde el superconductor al imán (el signo negativo fue incluido en el vector).....	48
Figura 3.4 – Distribución de presiones para dos imanes a la misma distancia. ....	50
Figura 3.5 – 3 configuraciones imán superconductor con la misma fuerza vertical pero distinto campo máximo aplicado. Dependencia de la configuración geométrica. ....	51
Figura 3.6 – Independencia del sentido de orientación de un único imán sobre un superconductor con respecto a la fuerza obtenida.....	51
Figura 3.7 – Campo magnético generado por dos combinaciones de imanes. ....	52
Figura 3.8 – Esquema que muestra la no linealidad en la superposición.....	52
Figura 4.1 - Configuración estándar.....	56
Figura 4.2 – Variación del campo magnético a lo largo del eje de revolución para un dipolo magnético puntual y su equivalente en tamaño finito. ....	57
Figura 4.3 – Ejemplos de valores de $\mu$ para 3 mallados diferentes.....	58
Figura 4.4 – Convergencia y errores relativos en función de la finura del mallado. ....	58

Figura 5.1 – Representación de la red cristalina de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ .....	61
Figura 5.2 – Densidad de flujo magnético a lo largo del eje longitudinal fuera de un cilindro de $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ .....	63
Figura 5.3 – Esquema de la medida de campo magnético. ....	63
Figura 5.4 – Medidas de la densidad de flujo magnético con la distancia.....	64
Figura 5.5 – Líneas de campo magnético y magnitud de un imán cilíndrico de $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ . .....	65
Figura 5.6 – Dispositivo experimental para medida de fuerzas: (1) Superconductor, (2) imán, (3) vaso de poliestireno compacto, (4) barra de PVC en voladizo, (5) galgas extensométricas, (6) equipo electrónico de registro, (7) mesa de desplazamiento 3D, (8) soporte jack.....	66
Figura 5.7 – Barra de PVC en voladizo. ....	67
Figura 5.8 – Roseta en T C2A-06-062LT-120 de Vishay.....	67
Figura 5.9 – Sistema de calibración. ....	68
Figura 5.10 – Ejemplo de calibración y ajuste lineal por mínimos cuadrados. ....	68
Figura 5.11 – Sistema de coordenadas para las medidas de fuerzas.....	69
Figura 5.12 – Diagrama del procedimiento de medida. ....	70
Figura 5.13 – Medidas de la fuerza vertical a lo largo del eje longitudinal del superconductor ( $X = 0.0$ mm). ....	72
Figura 5.14 - Medidas de la fuerza vertical a lo largo de la dirección radial del superconductor para las alturas $Z = 8.0, 10.0$ y $12.0$ mm.....	73
Figura 5.15 – Dispositivo experimental para la medida del ángulo de alineamiento: (1) Superconductor, (2) imán, (3) vaso de poliestireno compacto, (4) goniómetro, (5) cojinete, (6) cámara fotográfica de registro, (7) mesa de desplazamiento 3D, (8) soporte Jack.....	75
Figura 5.16 - Sistema de coordenadas para las medidas de ángulo de equilibrio.....	76
Figura 5.17 – Ángulo de equilibrio respecto a la posición radial X para una altura de $Z = 15.0$ mm.....	77
Figura 5.18 – Secuencia del giro del imán en un movimiento diametral por encima del superconductor.....	78
Figura 5.19 – Ángulo de equilibrio respecto a la posición radial X a diferentes posiciones Z (se han ocultado las barras de error para una mejor visión).....	79
Figura 5.20 - Ángulo de equilibrio respecto a la posición radial X para diferentes tamaños de imán a una posición $Z = 10.0$ mm.....	79
Figura 5.21 – Ejemplo de obtención del ángulo de equilibrio (raíz de la función) mediante el cálculo de pares en función del ángulo $\theta$ .....	82
Figura 5.22 – Esquema de la interpolación lineal para el cálculo preciso de la raíz de la función y sus errores asociados.....	83
Figura 5.23 – Fuerzas en función de la distancia Z en $X = 0.0$ mm.....	83

Figura 5.24 – Comparativa de fuerzas en función de la distancia radial $X$ en para las alturas $Z = 8.0, 10.0$ y $12.0$ mm.....	84
Figura 5.25 – Comparativa entre valores del ángulo de equilibrio medidos y calculados a una altura de $Z = 15.0$ mm.....	85
Figura 6.1 – SQUID para la medida de la magnetización (CNR-SPIN, Genova).....	89
Figura 6.2 – Eficacia Meissner en distintos puntos en función de su densidad de corriente superficial máxima. ....	92
Figura 6.3 – Distribución del módulo de la densidad de corriente superficial en diferentes posiciones radiales $X$ a una altura de $Z = 10.0$ mm. Las zonas en color amarillo, naranja y rojo están por encima del límite calculado para $J_p$ surf. ....	94
Figura 7.1 – Sistema de referencia para el sistema imán esfera superconductora.....	98
Figura 7.2 – Fuerza $Z$ en función de la distancia $a$ para diferentes orientaciones. ....	99
Figura 7.3 – Fuerza $X$ en función del ángulo de orientación para distintas posiciones radiales $a$ .....	100
Figura 7.4 – Momento entorno al eje $Y$ en función del ángulo de orientación para diferentes distancias $a$ . ....	101
Figura 7.5 – Comparación con cálculos basados en el método de las imágenes y para dipolo magnético puntual. ....	102
Figura 7.6 – Sistema de coordenadas y parámetros utilizados.....	105
Figura 7.7 – Par en el eje $Y$ sobre el imán permanente en función del ángulo de orientación para distintas posiciones $Z$ . ....	106
Figura 7.8 – Par en el eje $Y$ en función de $z$ para un ángulo de $\theta = 45^\circ$ . ....	106
Figura 7.9 – Ángulo de equilibrio estable $\theta_{eq}$ en función de $z$ .....	107
Figura 7.10 – Esquema ilustrativo del efecto de volteo. ....	107
Figura 7.11 – Punto de volteo en función del radio interno para diámetro de sección de $10$ mm y un imán cilíndrico de $5$ mm x $5$ mm.....	108
Figura 7.12 – Esquema de contribuciones de cada zona en función del radio interior para una misma altura del imán.....	109
Figura 7.13 – Punto de volteo en función del radio interno para un imán de $5$ mm de diámetro y otro de $8$ mm de diámetro de alturas $5$ mm ambos. ....	110
Figura 7.14 – Punto de volteo en función del diámetro de sección para un radio interior de $6$ mm y un imán de $5$ mm x $5$ mm. ....	111



# LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1 – Ventajas de un software de FEM frente al otro. ....	56
Tabla 5.1 – Valores de campo crítico inferior a 77 K. ....	61
Tabla 6.1 – Valores de $a$ y $J_p surf$ y coeficiente de correlación del ajuste lineal para cada posición X. ....	92
Tabla 6.2 - Valores del campo crítico inferior para una muestra de monocristales de $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ a 77 K. ....	93



# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

*Este capítulo se describe el punto de partida del trabajo y el interés existente por el tema objeto de la misma. Se especifican los objetivos del trabajo y se resume la estructura global del documento.*

### 1.1 Introducción

Desde el descubrimiento de la superconductividad y del efecto Meissner se ha intentado utilizar los materiales superconductores para construir mecanismos que puedan actuar sin contacto: rodamientos, mecanismos deslizantes, sistemas de almacenamiento de energía y trenes levitantes son ejemplos donde se utilizan los superconductores como elementos mecánicos.

Hasta ahora estos mecanismos han sido diseñados más bien por intuición, por ensayo y error experimental que siguiendo un método sistemático. Parece claro que para que estos dispositivos puedan tener una utilidad para el ingeniero mecánico es necesario fundamentar su diseño con métodos claros, fiables y comprobados experimentalmente. Proporcionar tales herramientas para su utilización inmediata en ingeniería mecánica es el principal objetivo de esta tesis doctoral.

Existen diferentes modelos físicos exactos que describen el comportamiento superconductor a escala microscópica. Cronológicamente encontramos las ecuaciones de London, la teoría de Ginzburg-Landau y la teoría BCS (V. V. Schmidt 2002). A pesar de que estos modelos han descrito fenomenológicamente la física de los superconductores son extremadamente complejos para utilizarlos en casos

macroscópicos. Sin embargo, para el cálculo macroscópico de fuerzas sobre un superconductor podemos encontrar varios modelos simplificados.

Unos de los modelos más utilizados para el cálculo de fuerzas sobre superconductores en estado Meissner es el conocido como método de las imágenes. Este método se ha aplicado para el cálculo de elementos superconductores con un alto grado de simetría como por ejemplo un plano infinito (Davis & Logothetis 1988), un cilindro infinitamente largo o una esfera (Lin 2006). Debido a su carácter analítico, estos modelos están limitados a unas pocas configuraciones geométricas ya que son difíciles de resolver y la interpretación física del mismo está bajo discusión (Giario et al. 1990; Perez-Diaz & Garcia-Prada 2007). Además, existen algunas discrepancias con resultados experimentales (Hull 2000). Dicho método de las imágenes se ha utilizado también para el cálculo de superconductores en estado mixto con las mismas limitaciones mencionadas.

Otra manera de calcular las fuerzas sobre un superconductor en estado Meissner es cancelando la permeabilidad magnética del elemento en cuestión convirtiéndolo en un diamagnético perfecto. De esta manera han obtenido resultados en acuerdo con las medidas experimentales (Camacho et al. 2001). Sin embargo, mediante este método no se pueden obtener las distribuciones de corrientes superficiales ya que no representa la realidad física que se da en el superconductor (ver apartado 2.2). Conocer la distribución de corriente es fundamental para saber si estamos o no ante un sistema en el estado Meissner completo. Haciendo una analogía mecánica sería como representar una viga de un determinado perfil y longitud verticalmente apoyada sustituyéndola por un muelle equivalente: el comportamiento en fuerza-deformación puede ser similar pero nunca se podrían calcular las tensiones generadas y no podríamos saber si alcanzamos o no el límite de rotura o plasticidad.

Modelos más complejos como el modelo del estado crítico o de Bean (Bean 1964) ofrecen una descripción fenomenológica certera para superconductores tipo II (estado mixto). Sin embargo, el modelo de Bean se basa en la definición de una magnetización que es una media de la magnetización local. Para muestras pequeñas, esta aproximación es razonable pero si el material es macroscópico no lo es tanto (Camacho et al. 2001). Igualmente, dicho modelo requiere una programación en elementos finitos muy laboriosa y con un alto coste computacional para alcanzar la solución ya que se basan en procesos iterativos (Hauser 1997; Kasal et al. 2007). El modelo de Bean y las optimizaciones realizadas por Kim no sirven para calcular el estado Meissner ya que consideran que el las corrientes de apantallamiento siempre son máximas o críticas.

Recientemente, los profesores José Luis Pérez Díaz, Juan Carlos García Prada y José Alberto Díaz García presentaron el desarrollo teórico de un modelo local general para la descripción mecánica de un sistema imán-superconductor en estado Meissner completo (Perez-Diaz et al. 2008). Este modelo, basado en las ecuaciones electromagnéticas de Maxwell y London (Jackson 1975; V. V. Schmidt 2002), se puede utilizar en un programa de elementos finitos debido a su carácter local. El cálculo de fuerzas en superconductores en estado mixto puede realizarse combinando este modelo con cálculos de fuerzas magnéticas basadas en el tensor de esfuerzos de Maxwell. Una característica de este modelo es que representa más fielmente la realidad física de un superconductor en estado Meissner puesto que calcula las fuerzas a partir de las corrientes reales que hay en un superconductor y no de la magnetización ficticia o diamagnetismo aparente que se le atribuye. El potencial de este modelo (a partir de ahora llamado modelo o expresión PDGP) para realizar diseños de mecanismos complejos basados en levitación superconductora y realizarlo de manera correcta, precisa y eficiente ha sido el principal motivo de interés para la presente tesis doctoral.

La mayoría de las aplicaciones de los superconductores, los utilizan en su estado mixto debido a que la magnitud de las fuerzas que se pueden alcanzar llevando los superconductores a este estado es mayor. Dado que las fuerzas de levitación en el límite del estado Meissner completo son muy pequeñas y de poca utilidad, la ingeniería mecánica nunca ha mostrado un gran interés en el desarrollo de mecanismos basados en estado Meissner completo. No obstante, el diseño de estos mecanismos puede ser muy útil para aplicaciones que necesiten un control muy fino de la posición o del movimiento ya que son levitaciones que no muestran ningún tipo de histéresis. A pesar de que las fuerzas de levitación que se pueden conseguir son muy pequeñas la repetitividad y reversibilidad de mecanismos de tales características pueden ser muy apreciadas en sensores y micromecanismos.

## 1.2 Objetivos de la tesis

El objetivo principal de la tesis es sentar las bases de la ingeniería de mecanismos compuestos por imanes y superconductores en estado Meissner utilizando el modelo PDGP para su aplicación en ingeniería mecánica.

Concretamente, se pretende introducir el uso de la expresión PDGP en programas de elementos finitos desarrollando herramientas fiables y efectivas para poder calcular fuerzas y pares sobre elementos de cualquier forma y tamaño.

Igualmente, se busca verificar experimentalmente la exactitud de los resultados obtenidos por el cálculo.

Para ello nos proponemos una serie de tareas:

- Añadir al desarrollo teórico del modelo PDGP para fuerzas el desarrollo teórico del cálculo de pares. Analizar y comprender las implicaciones prácticas de dicho modelo.
- Programar el modelo PDGP en programas de elementos finitos para su utilización inmediata.
- Elaborar un estudio experimental de la interacción imán superconductor para hacer una comparación y verificación del modelo con resultados teóricos. Tanto fuerzas como pares (ángulos de equilibrio) son medidos en este estudio.
- Establecer los límites de aplicabilidad del modelo.

Como parte de la verificación experimental y utilización de las herramientas de diseño además, se han encontrado otros resultados adicionales que no estaban en los objetivos principales pero que han resultado muy interesantes como son por ejemplo un efecto de alineamiento entre imanes y superficies superconductoras, un nuevo método para la determinación del campo crítico inferior y/o un efecto de volteo entre imán y superconductor toroidal.

## 1.3 Estructura del documento

La tesis consta de 8 capítulos, una bibliografía y dos apéndices; amén de los índices, el resumen (en castellano y en inglés) y los agradecimientos.

A continuación hacemos una breve descripción de cada uno de los apartados:

**Capítulo 1:** Breve introducción a la presente tesis doctoral. Indicamos el punto de partida del trabajo y presentamos el interés existente en la materia.

**Capítulo 2:** Realizamos una introducción a los conceptos básicos en superconductividad. Hacemos un resumen cronológico del estudio de la superconductividad, aclaramos los distintos tipos de superconductores que podemos encontrar y definimos los sub-estados dentro del estado superconductor que se pueden dar. Cerramos este capítulo con un estado del arte del desarrollo de mecanismos levitantes magnéticos superconductores.

**Capítulo 3:** En este capítulo reproducimos el desarrollo teórico del modelo PDGP de cálculo de fuerzas sobre un superconductor y añadimos el desarrollo teórico para el cálculo de pares sobre un superconductor y/o imán. Analizamos las implicaciones prácticas de dicho modelo.

**Capítulo 4:** Presentamos el algoritmo de poder utilizar el modelo teórico en dos programas de elementos finitos de análisis electromagnético. Detallamos el estudio de mallado realizado para el cálculo efectivo y estimamos su rango de error. Indicamos algunas pautas para su correcta aplicación.

**Capítulo 5:** Mostramos todo el desarrollo experimental realizado para poder verificar la validez del modelo PDGP. Se presenta y detalla el sistema experimental para las medidas de fuerza y para la medida de ángulos de alineamiento entre imán y superconductor. Se demuestra la aparición de un efecto de alineamiento entre imán y superconductor que hasta ahora no había sido descrito en la literatura.

**Capítulo 6:** Se establece un nuevo método para la determinación del primer campo de penetración en superconductores tipo II. Fijamos los límites de aplicación del modelo mediante un análisis de los datos experimentales desde el punto de vista de las corrientes superficiales que aparecen en el superconductor.

**Capítulo 7:** Utilizamos las herramientas desarrolladas en los capítulos anteriores para calcular y predecir distintos comportamientos entre imanes y superconductores de varias formas. Concretamente, calculamos el comportamiento para un imán sobre una esfera superconductora y aplicamos el modelo al diseño de mecanismos basados en el efecto de volteo entre un imán y un superconductor toroidal.

**Capítulo 8:** Resumimos las conclusiones obtenidas en la tesis y listamos las aportaciones originales de la misma. Igualmente, indicamos cuales son los posibles desarrollos futuros de esta línea de investigación. Con objeto de obtener la mención europea en el título de doctor otorgado por la Universidad Carlos III de Madrid las conclusiones se vuelven a redactar en inglés.

El documento se concluye con un listado de las referencias bibliográficas y detallamos las publicaciones en revistas, en congresos y patentes que ha propiciado o están relacionadas con la presente tesis y los proyectos de investigación que han financiado este estudio.

Acabamos con dos apéndices con los detalles para la programación del modelo PDGP en dos programas diferentes de elementos finitos.



## Capítulo 2

# SUPERCONDUCTIVIDAD

*En este capítulo hacemos una introducción a los conceptos básicos en superconductividad. Hacemos un resumen cronológico del estudio de la superconductividad, aclaramos los distintos tipos de superconductores que podemos encontrar y definimos los sub-estados dentro del estado superconductor que se pueden dar. Cerramos el capítulo con un estado del arte del cálculo de mecanismos levitantes superconductores.*

### 2.1 Superconductividad

La superconductividad es el estado en el que algunos materiales son capaces de conducir una corriente eléctrica sin resistencia eléctrica ni pérdida de energía. Este fenómeno se da bajo ciertas condiciones de temperatura, campo magnético e intensidad de corriente eléctrica. La resistividad eléctrica de un conductor metálico disminuye gradualmente a medida que la temperatura se reduce. Sin embargo, en los conductores ordinarios, como el cobre y la plata, las impurezas y otros defectos producen un valor límite. Incluso cerca de cero absoluto una muestra de cobre muestra una resistencia no nula. La resistencia de un superconductor, en cambio, desciende bruscamente a cero cuando el material se enfría por debajo de su temperatura crítica,  $T_c$ . Una corriente eléctrica que fluye en una espiral de cable superconductor puede persistir indefinidamente sin fuente de alimentación. Al igual que el ferromagnetismo y las líneas espectrales atómicas, la superconductividad es un fenómeno de la mecánica cuántica (Tinkham 1996).

Estas propiedades no pueden ser explicadas con la teoría clásica de resistencia eléctrica. En esta teoría, la resistencia eléctrica no es sino una medida de la energía que se pierde en los choques de los electrones con la red atómica del material. Al bajar la temperatura, la dispersión de los modos de oscilación de la red disminuye, llegándose a establecer coherencia entre el movimiento de la red y el de los electrones. En este estado, la resistencia eléctrica desaparece.

La superconductividad fue descubierta por un equipo de científicos liderado por Heike Kamerlingh Onnes en el año 1911 (Onnes 1911). Onnes estaba investigando sobre las propiedades del mercurio a muy baja temperatura cuando se dio cuenta de que la resistencia eléctrica de este elemento desaparecía bruscamente a una temperatura de 4,2 K (-269°C) cuando lo que pretendía encontrar era que esta descendiese gradualmente hasta el cero absoluto.

En ese mismo año, el propio Onnes, experimentando con imanes de alto campo fabricados con superconductores descubre que existe un campo magnético crítico que destruye la superconductividad de estos materiales aun permaneciendo la temperatura del mismo por debajo de la temperatura de transición (Onnes & Perrier 1911). En 1916, se descubre que también existe un valor crítico para la corriente eléctrica que atraviesa el superconductor capaz de destruir la superconductividad.

En años sucesivos, la escasa comprensión del fenómeno impidió descubrimientos relevantes en este campo, limitándose las investigaciones a estudios fenomenológicos del estado superconductor. En el año 1933, Walter Meissner y Robert Ochsenfeld midiendo la distribución de flujo en el exterior de muestras de plomo y estaño por debajo de su temperatura crítica en presencia de un campo magnético descubrieron la desaparición total del flujo del campo magnético en el interior del material superconductor, lo que se denomina actualmente efecto Meissner o efecto Meissner-Ochsenfeld (Meissner & Ochsenfeld 1993), que explicó además la existencia de superconductores de tipo II descubiertos por primera vez tres años antes por Wander Johannes de Haas y J. Voogd (de Haas & Voogd 1930).

El descubrimiento de estos físicos alemanes no pudo explicarse hasta dos años más tarde cuando los hermanos Fritz y Heinz London desarrollan una serie de ecuaciones que determinan la forma que debe de tener un campo magnético aplicado para que se cumplan las condiciones fundamentales que se dan en el efecto Meissner (V. V. Schmidt 2002). Sin embargo las suposiciones de fondo de esta teoría no local eran erróneas.

Desde 1935 hasta 1953, los avances en este campo se limitaron prácticamente a sucesivos descubrimientos de materiales con temperaturas de transición cada vez más elevadas, lo que permitía un trabajo más viable sobre ellos.

Los avances más significativos en la comprensión del fenómeno físico subyacente a la superconductividad tuvieron lugar en la década de 1950. En 1950, Vitaly Ginzburg y Lev Landau dos físicos soviéticos desarrollaron una generalización de la teoría de London que, aunque actualmente se considere una de las dos teorías con más éxito, tuvo escaso auge entonces por su carácter fenomenológico que se centra en más en la teoría macroscópica. El contexto político existente en aquella época ocasionó que esta teoría fuese desconocida por los científicos occidentales hasta una década después.

En 1952, basándose en la teoría Ginzburg-Landau, Alexei A. Abrikosov, un físico teórico ruso explicó cómo podía los campos magnéticos penetrar en el superconductor (Abrikosov, 1952). Estos campos penetran en forma de vórtices en la pieza generando un estado mixto o de Abrikosov, lo que explicaba el comportamiento entre las temperaturas de transición superior e inferior de los superconductores de tipo II.

En 1953, Brian Pippard introdujo la longitud de penetración, y propuso una generalización no local de la ecuación de los hermanos London denominada ecuación de Pippard y que sería corroborada por posteriores teorías (Pippard 1953).

Finalmente en Julio de 1957 John Bardeen, Leon Cooper y John Schieffer desarrollaron la primera teoría aceptada para explicar la superconductividad (Bardeen et al. 1957). Se basaron en los efectos microscópicos subyacentes a la superconductividad en vez de fijarse en los efectos macroscópicos como la mayoría de sus predecesores.

Los fundamentos de esta teoría son el hecho de que los portadores de carga ya no son considerados electrones sueltos sino pares de electrones (electrones de Cooper) interactuando entre sí por la propagación de fonones a través de la red cristalina. El otro hecho fundamental es la presencia de una banda prohibida superconductora que implica que no podemos excitar con cualquier energía el par de Cooper, sino que este no se excita hasta que le aplicamos la energía necesaria para poder romper la relación existente entre ellos, momento en el cual la energía sobrante se convierte en energía cinética.

En 1960 se construyó un superconductor de Cobre cubierto de niobio-titanio para un acelerador electromagnético de partículas de altas energías en el laboratorio de Rutherford-Appleton en Inglaterra

Otra contribución de importancia para el mundo de los superconductores la realizó Brian David Josephson de la Universidad de Cambridge en el año 1962. Es el denominado efecto Josephson, que explica la aparición de una corriente eléctrica por efecto túnel entre dos superconductores separados por una barrera

potencial que desde un punto de vista clásico resulta infranqueable, compuesta por material no superconductor (Josephson 1962).

Es en 1962 cuando científicos de Westinhouse desarrollan el primer alambre superconductor comercial compuesto por una aleación de Niobio y Titanio.

Pequeños avances siguieron teniendo lugar hasta llegar a la década de los 80, década vital para el desarrollo de los superconductores. En 1986, Alex Muller y George Bednorz (ganadores del Nobel en 1987) detectaron superconductividad en una cerámica  $(\text{LaBa})_2\text{CuO}_4$  a una temperatura  $T_c$  superior a 35 K (Bednorz & Muller 1986). En 1987, se emplea por primera vez el superconductor desarrollado en los 60 para un acelerador de partículas en el Fermilab.

En ese mismo año, Maw-Kuen Wu y Paul C. W. Chu sustituyen el Lantano de Muller y Bednorz por Itrio, inventado la famosa cerámica superconductora  $\text{YBaCuO}$  superconductora a 93 K y que por tanto se podría enfriar con nitrógeno líquido. Desde entonces, los descubrimientos de nuevos compuestos superconductores de alta temperatura se han disparado.

En marzo de 2001 se descubren las propiedades superconductoras del Bromuro de Magnesio  $\text{MgBr}_2$  cuya temperatura crítica es de 39 K la más alta de los superconductores convencionales. La ventaja de este compuesto difícil de sintetizar es que con él pueden fabricarse cables, a diferencia de los compuestos cerámicos de mayor temperatura crítica.

El 6 de Marzo de 2008 se descubrió que el  $(\text{Sn}_{1.0}\text{Pb}_{0.5}\text{In}_{0.5})\text{Ba}_4\text{Tm}_5\text{Cu}_7\text{O}_{2+}$  tiene propiedades superconductoras a 185,6 K ( $-87^\circ\text{C}$ ).

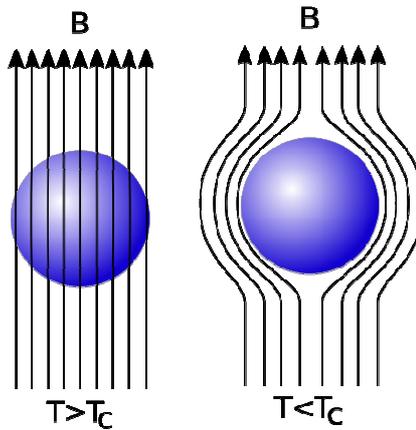
También en Marzo de ese mismo año, un equipo compuesto por científicos canadienses y alemanes fabrican un compuesto de silicona e hidrógeno (Silano( $\text{SiH}_4$ )) que sometido a grandes presiones puede trabajar como superconductor a altas temperaturas incluso sin necesidad de refrigerante.

## 2.2 Estado Meissner y estado mixto

En el campo de la superconductividad es consabida la aparición de fuerzas de repulsión a distancia entre un campo magnético (como por ejemplo el generado por un imán permanente) y un elemento superconductor. Esta fuerza de repulsión se debe a la expulsión total o parcial del campo magnético aplicado de dentro del superconductor. A este fenómeno se lo conoce como *efecto Meissner*. Para superconductores de tipo II a este estado Meissner se puede superponer un estado cuantizado de magnetización en el volumen superconductor. Este estado se cono-

ce como *estado mixto*. En el estado mixto se dan tanto fuerzas de atracción puramente magnéticas (como las que se pueden dar entre un imán y un elemento ferromagnético) como fuerzas de repulsión Meissner. La combinación de ambas fuerzas se utiliza para conseguir sistemas de levitación estables pasivos, evitando la necesidad de control.

En efecto Meissner es la expulsión total de un campo magnético dentro de un superconductor. Esto significa que un superconductor se comporta, además de un conductor de corriente perfecto, como un material diamagnético perfecto, Figura 2.1.



**Figura 2.1 – Diagrama del comportamiento diamagnético perfecto exhibido por un superconductor en estado Meissner puro.**

Este diamagnetismo perfecto implica que la densidad de flujo magnético en el cualquier punto del interior del superconductor debe ser cero, por lo tanto (en el sistema internacional de unidades):

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = 0 \\ \vec{M} &= -\vec{H} \\ \chi_v &= -1 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Siendo:

B - densidad de flujo magnético en el interior del superconductor.

$\mu_0$  - permeabilidad magnética del vacío.

H - intensidad de campo magnético aplicado.

M - magnetización volumétrica de la pastilla superconductora.

$\chi_v$  - susceptibilidad magnética.

Como se deduce en la ecuación (2.1) la susceptibilidad magnética de un superconductor es -1. La susceptibilidad magnética es un número adimensional que indica en grado de magnetización de un volumen en respuesta a un campo magnético aplicado. Las sustancias se pueden clasificar según su susceptibilidad:

- Diamagnéticas:  $\chi_v < 0$ .
- Paramagnéticas:  $\chi_v > 0$ .
- Ferromagnéticas:  $\chi_v \gg 0$ .

Los materiales diamagnéticos se caracterizan por la generación espontánea de una magnetización que se opone directamente al campo aplicado sobre ellos. Sin embargo, el origen del comportamiento diamagnético de los superconductores y los materiales normales es muy diferente (Poole et al. 2007).

En los materiales normales el diamagnetismo aparece como resultado directo del spin orbital de los electrones alrededor del núcleo de un átomo inducido electromagnéticamente por la aplicación de un campo magnético. En cambio, en los superconductores la ilusión de un diamagnetismo perfecto se da gracias a la aparición de unas corrientes superficiales de apantallamiento cuyo flujo se opone al campo magnético aplicado (efecto Meissner, Figura 2.2).

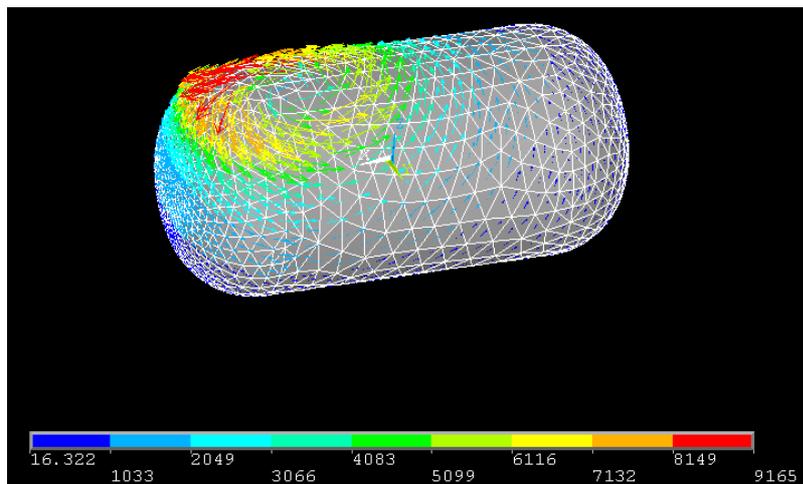
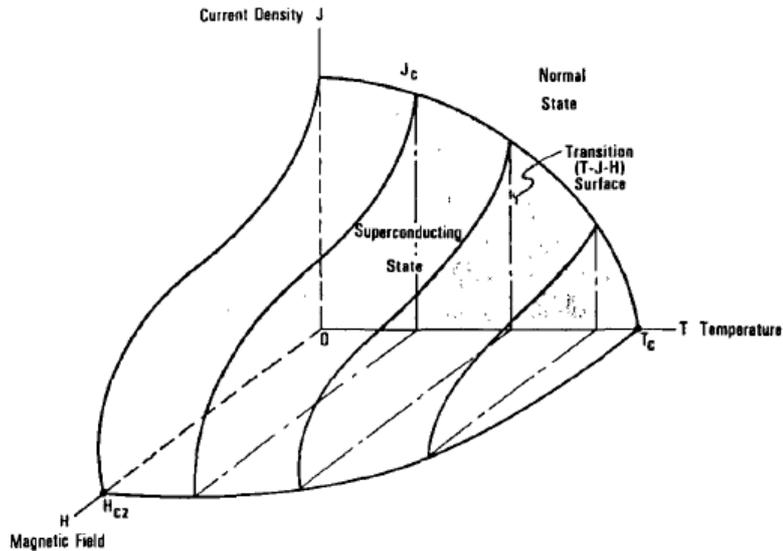


Figura 2.2 – Ejemplo de corrientes superficiales de apantallamiento.

La aparición de estas corrientes de apantallamiento es lo que hace que la densidad de flujo magnética no penetre en el superconductor. La repulsión del campo magnético aplicado provoca la aparición de fuerzas entre el superconductor y el elemento generador de campo externo.

Como ya hemos mencionado la existencia del estado superconductor está condicionada por la condiciones de temperatura, campo magnético aplicado y corriente eléctrica circulante en un superconductor, Figura 2.3.



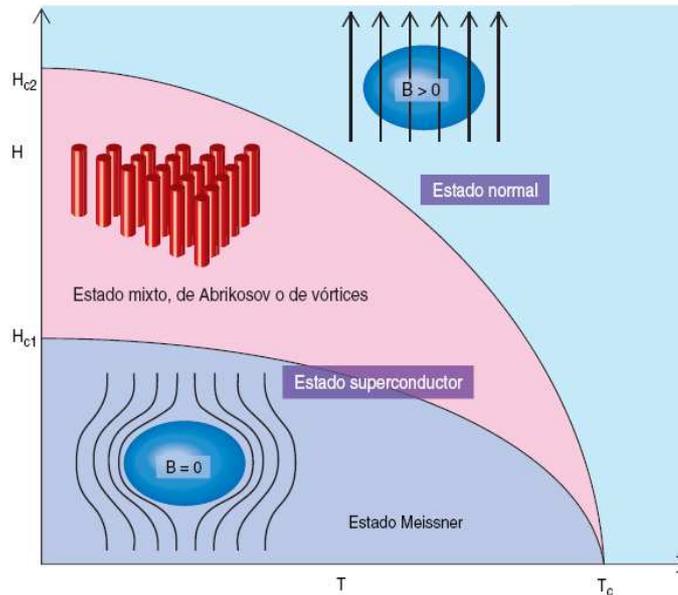
**Figura 2.3 – Gráfica de la relación entre temperatura, campo magnético y corriente circulante que limita el estado superconductor en estado Meissner.**

Si alguna de las tres variables supera el límite indicado por la gráfica, entonces en esa zona del material el estado superconductor desaparece completamente. Los valores límites son característicos de cada material y se denominan campo crítico  $H_c$ , densidad de corriente crítica  $J_c$  y temperatura crítica  $T_c$ .

Sin embargo, algunos materiales superconductores (los denominados tipo II) presentan una transición de fase gradual que se conoce como estado mixto. En esta transición, si vamos incrementando en campo magnético aplicado la pastilla superconductora empieza a permitir la penetración del campo en su interior. Este flujo entra cuantizado en zonas que no son superconductoras pero que están rodeadas por vórtices de corrientes superconductoras, que aíslan magnéticamente el resto del superconductor.

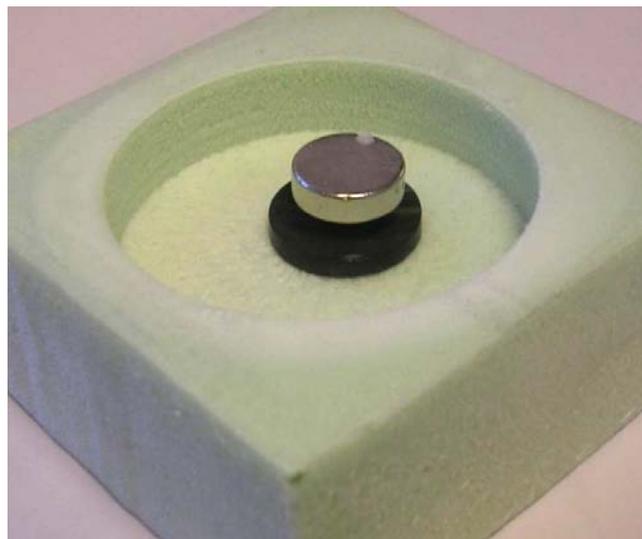
Este estado mixto (también conocido como de Abrikosov o de vórtices) tiene dos límites característicos: campo crítico inferior  $H_{c1}$  y campo crítico superior  $H_{c2}$ . Igualmente, existen sus correspondientes límites inferior y superior en densidad de corriente y temperatura. El campo crítico inferior es el límite a partir del cual las líneas de flujo exteriores empiezan a penetrar en el superconductor. Si se aumenta

el campo, las líneas de flujo se incrementan hasta que al alcanzar en campo crítico superior  $H_{c2}$  el superconductor vuelve a su estado normal, Figura 2.4.



**Figura 2.4 – Transición gradual de un superconductor tipo II.**

En un superconductor en estado mixto seguimos encontrando las corrientes de apantallamiento por efecto Meissner, que se sitúan en las zonas donde el superconductor sigue estando en estado superconductor. Por lo tanto, el efecto de repulsión sigue existiendo en el estado mixto. Sin embargo y a diferencia del estado Meissner, esta repulsión se combina con una atracción propiciada por la magnetización en forma de vórtices. Igualando estas contribuciones se consiguen puntos de levitación de gran estabilidad, Figura 2.5.



**Figura 2.5 – Imán levitando sobre un superconductor en estado mixto.**

Conseguir una magnetización en el superconductor no sólo se puede conseguir incrementando el campo aplicado una vez que se encuentra en estado superconductor, si no que se puede conseguir enfriando el material aplicándole un campo magnético exterior. En los defectos del material se quedan anclados vórtices de flujo magnético logrando una magnetización del volumen. Este proceso de enfriamiento llamado “*Field Cooling*” (FC) consigue que el material se magnetice en mayor medida haciendo posible la ubicación más firme y precisa de los elementos que se quiere tener levitando.

## 2.3 Materiales superconductores

Los superconductores pueden clasificarse atendiendo a diferentes criterios: por su comportamiento magnético, por la temperatura crítica y por la teoría que los explica.

### 2.3.1 *Por su comportamiento magnético:*

#### 2.3.1.1 Tipo I

Son aquellos superconductores capaces de mantener el campo magnético en su interior igual a cero hasta que el campo magnético exterior rompe el estado superconductor. Cuando el superconductor se encuentra en este estado, se dice que está en estado Meissner pues el campo magnético en su interior es nulo. Todos los superconductores tipo I se dan a muy bajas temperaturas, por debajo de los 40 K.

#### 2.3.1.2 Tipo II

Como ya hemos indicado los superconductores tipo II son aquellos cuyo campo magnético en su interior pasa por un estado de transición en el cual ciertas líneas de flujo cuantizadas (vórtices) se introducen en el sin destruir su estado superconductor. Este estado se produce entre el estado superconductor y el estado normal, denominado estado mixto.

En la Figura 2.6, se muestra un esquema de la diferencia del comportamiento magnético entre ambos tipos.

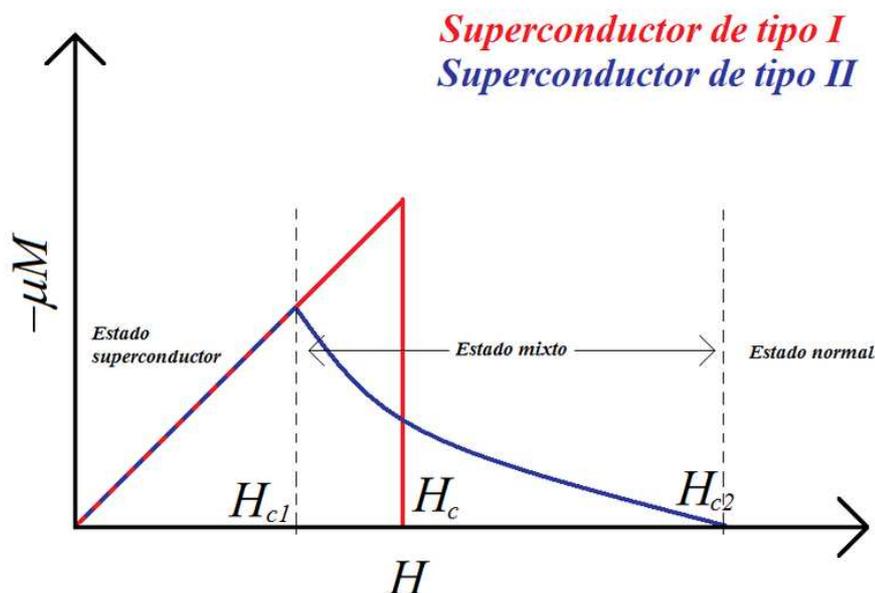


Figura 2.6 – Diferencias a la respuesta magnética entre superconductores de tipo I y tipo II.

### 2.3.2 Por su temperatura crítica

#### 2.3.2.1 De baja temperatura

Son aquellos cuya temperatura de transición al estado de superconductividad  $T_c$  es menor a 77 K.

#### 2.3.2.2 De alta temperatura

Son aquellos cuya temperatura de transición al estado de superconductividad  $T_c$  es mayor a 77 K. Comúnmente se utilizan las siglas HTSC para denominarlos.

La razón por la cual se selecciona esta temperatura para diferenciar ambas clases de superconductores es que para temperaturas superiores a 77 K podemos emplear nitrógeno líquido para enfriar el superconductor mientras que para temperaturas inferiores debemos emplear helio líquido, mucho más caro y de manejo más complicado.

### 2.3.3 Por la teoría que los explica:

#### 2.3.3.1 Superconductores convencionales

Son aquellos cuyo comportamiento puede ser explicado mediante la teoría BCS. A este grupo pertenecen por ejemplo los metales como el Mercurio y en general todos los superconductores del tipo I.

### 2.3.3.2 Superconductores no convencionales o exóticos

También denominados no convencionales y su comportamiento no puede explicarse con la teoría BCS y se considera un problema no resuelto en física. Para su estudio se emplea la teoría de Ginzburg-Landau que es una teoría macroscópica y por ello no explica el comportamiento desde sus axiomas. A este grupo pertenecen la mayoría de los compuestos del tipo II.

## 2.4 Levitación superconductora

La levitación es el fenómeno en el cual un objeto ocupa una posición fija en un campo gravitacional sin la necesidad de un contacto físico directo con otros objetos. La levitación puede ser propiciada por elementos magnéticos pero no exclusivamente. En 1989, Brandt publicó un estudio de la levitación en física por medios magnéticos así como por otros medios (Brandt 1989).

La ventaja principal del uso de la levitación es la eliminación de elementos de unión entre piezas o elementos que deben tener un movimiento relativo a elementos de soporte fijos.

Otra importante ventaja de disponer de estos elementos móviles levitando es que elimina otros problemas propiciados por el contacto como el deterioro por el uso, la fatiga, deslizamientos y adhesiones, fricción, pérdidas de energía y generación de calor en las intercaras. De este modo, el propósito general es crear intercaras sin contacto entre partes móviles y fijas para un control refinado de transmisión de fuerzas y pares sin necesidad de elementos de lubricación.

El diseño de mecanismos que no necesitan ser lubricados es un ámbito de desarrollo demandado por la industria aeroespacial, ferroviaria, médica y criogénica (Moon 1994). Las ventajas que los superconductores ofrecen para el diseñador mecánico los convierten en un elemento mecánico a explorar, comprender y ser utilizado. Si bien los superconductores actualmente tienen la limitación de que sólo se pueden utilizar en temperaturas criogénicas, no existe ninguna ley física que impida la existencia de superconductores a temperatura ambiente, lo cual motiva aún más el interés para la ingeniería mecánica de cara a futuras aplicaciones. Así pues para poder ser objeto de diseño y análisis, el ingeniero mecánico necesita herramientas para el cálculo de su comportamiento.

La levitación mediante fuerzas electromagnéticas funciona tanto en vacío como en el aire. Dependiendo del tamaño de los elementos, podríamos decir que las fuerzas magnéticas mayores se dan entre imanes permanentes y materiales magnéticos, incluyendo los superconductores. La magnitud de las fuerzas de levitación que podemos obtener depende del tamaño y las formas de los imanes y superconductores involucrados; de sus posiciones y orientaciones relativas y de las propiedades intrínsecas de los materiales magnéticos y superconductores como la magnetización para los imanes o la densidad de corriente crítica para los superconductores.

En mecanismos magnéticos superconductores depende incluso del historial de movimientos relativos y de la posición de enfriamiento relativa entre imán y superconductor (FC). Esta dependencia se da en materiales que pueden estar en estado mixto, sin embargo conviene recalcar que el modelo PDGP es directamente aplicable sólo a elementos en estado Meissner. No obstante, el modelo PDGP puede ser útil para analizar también elementos superconductores en estado mixto como se demuestra en el Capítulo 6 aunque queda pendiente de desarrollo.

En general, para lograr la levitación se necesita combinar la gravedad con otro tipo de fuerzas a distancia, sobre todo electromagnéticas pero también electrostáticas, ópticas, acústicas o aerodinámicas (Diaz-Garcia 2008). Sin embargo, en levitación puramente magnética, todos los estados de equilibrios que se pueden dar utilizando valores de distribución de masas, cargas, velocidades, corrientes o momentos magnéticos constantes se vuelven inestables o neutrales. El teorema de Earnshaw establece que un conjunto de cargas puntuales no se puede mantener en un estado de equilibrio mecánico estacionario exclusivamente por la interacción electrostática de las cargas. Este teorema fue probado por primera vez por el matemático británico Samuel Earnshaw en 1842. Por lo general hace referencia a los campos magnéticos, pero, originalmente, se aplicó a los campos electrostáticos. Se aplica a las fuerzas de la ley de la inversa del cuadrado (eléctrica y gravitacional) y, también, a las fuerzas de campo magnético de materiales magnéticos y paramagnéticos o cualquier combinación, (pero no a los materiales diamagnéticos).

En cambio, si en vez de usar valores constantes (por ejemplo para la corriente de una bobina) variamos dichos valores de un modo condicionado por una retroalimentación del estado de movimiento del elemento levitante podemos lograr estados de equilibrio estables. A este tipo de sistemas levitantes los conocemos como sistemas de control activo. Esta utilización de sistemas activos ha sido explotada en ingeniería mecánica principalmente mediante la fabricación de cojinetes magnéticos activos sin contacto. No obstante el uso de sistemas activos impli-

ca un aumento del consumo eléctrico del dispositivo así como la necesidad de una monitorización y actuación sobre el control de la posición.

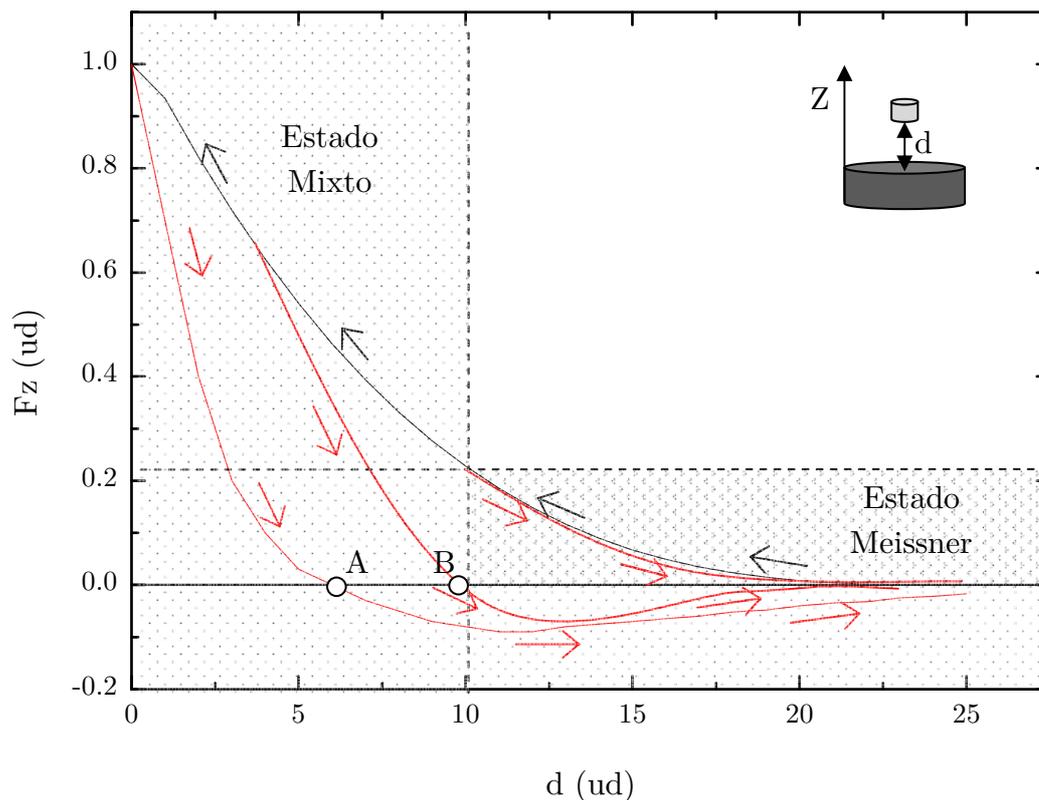
Dentro de este panorama de sistemas de levitación inestables o estables pero activos es donde los superconductores aparecen como una alternativa para conseguir sistemas de levitación estables y pasivos.

Los superconductores al tratarse de materiales diamagnéticos no están sujetos al teorema de Earnshaw. La interacción entre un diamagnético perfecto y un imán permanente ocasiona un campo de fuerzas conservativo que puede proporcionar posiciones de equilibrio estables pasivamente. Una combinación adecuada de las geometrías del imán y el superconductor puede lograr una levitación estable pasiva (Ma et al. 2003).

Sin embargo, el estado de diamagnético perfecto de un superconductor puede mantenerse solo si el campo magnético aplicado en todo punto está por debajo del ya denominado campo crítico inferior  $H_{C1}$ , en condiciones ideales. Este campo crítico es el que determina la densidad de corriente máxima que puede circular en el superconductor y por consiguiente la cantidad de fuerza de levitación que puede darse entre el superconductor y el elemento generador de campo magnético. Como se vio en el apartado 2.2 este valor crítico depende directamente de la temperatura por lo tanto cuanto más baja sea está mayores serán las fuerzas de levitación.

Los superconductores de tipo II entran en estado mixto cuando el campo magnético inicia a penetrar en su masa. A medida que el campo aplicado aumenta las líneas de vórtices magnéticos se van acumulando dentro del material hasta que se vuelven tan densas que destruyen por completo la superconductividad. Esto ocurre cuando se alcanza el campo crítico superior,  $H_{C2}$ .

Desde el punto de vista mecánico, un sistema imán superconductor se comporta de manera diferente si estamos en el estado Meissner completo o en estado mixto.



**Figura 2.7 – Comportamiento mecánico de un imán al aproximarse y alejarse a un superconductor tipo II.**

Vemos en la Figura 2.7 los distintos comportamientos. Cuando aproximamos un imán a un superconductor en estado Meissner la fuerza de levitación inicia a aumentar. Hasta un cierto punto (inicio de penetración de campo) si alejásemos el imán las fuerzas de repulsión serían las mismas para cada posición sin que exista ningún tipo de histéresis. Sin embargo, una vez que se atraviesa el límite del estado Meissner completo, el superconductor comienza a magnetizarse. Esta magnetización hace que si alejásemos entonces el imán, el camino de vuelta no sigue las mismas fuerzas si no otro diverso, que en algunos puntos pueden incluso no ser repulsivas sino atractivas las fuerzas de levitación. Es más, se logra obtener puntos de estabilidad gracias a esta magnetización (puntos A y B de la Figura 2.7). La posibilidad de obtener estos puntos de estabilidad sumados a las mayores magnitudes de las fuerzas de levitación son las principales ventajas de trabajar con superconductores en la zona de estado mixto. En cambio, el carácter histerético del comportamiento mecánico es un problema muy a tener en cuenta cuando se diseña en este dominio.

El límite del estado mixto es característico para cada superconductor de tipo II (recordemos que para superconductores del tipo I la frontera es directamente entre estado Meissner completo y estado normal). Este límite depende de la temperatura y el desarrollo materiales superconductores se está orientando última-

mente en conseguir valores más altos para estos límites. En la presente tesis (capítulo 6) se presenta un método mecánico que establece el campo a partir del cual se inicia la penetración y magnetización del superconductor.

Un incremento de estos límites aumentaría la capacidad levitante no-histerética de los superconductores. No obstante, un conocimiento de las distribuciones de corrientes (y por tanto de fuerzas) puede permitir al diseñador crear disposiciones electromagnéticas que para el mismo material consigan elevar los valores de fuerzas de levitación.



## Capítulo 3

# MAGNETOMECAÁNICA DE UN SUPERCONDUCTOR EN ESTADO MEISSNER

*En este capítulo se reproduce el desarrollo analítico completo que conduce a la expresión teórica para el cálculo de fuerzas a partir del cual se inició el trabajo (Diaz-Garcia 2008). Se hace el desarrollo para el cálculo de pares sobre superconductores en estado Meissner puro y sobre imanes. Utilizando el modelo PDGP se da una guía elemental de diseño que se deduce directamente de la expresión. Del mismo modo se dan algunas pautas simples para la optimización de las fuerzas de levitación en diseño mecánico.*

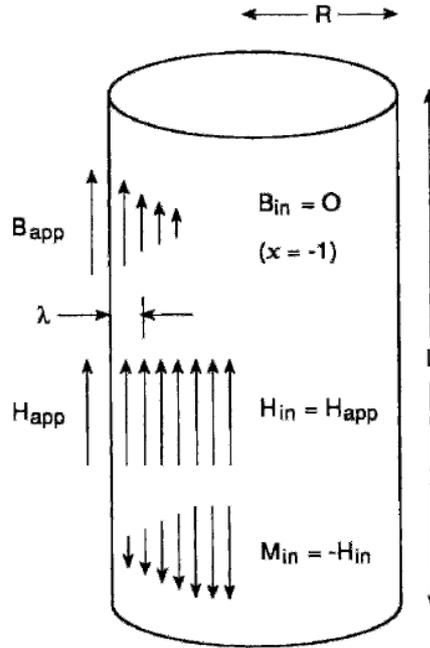
### 3.1 Desarrollo teórico

Se dice que un superconductor está en un estado Meissner completo cuando en ningún punto está expuesto a un campo externo superior a su campo crítico inferior,  $H_{C1}$  si se trata de un superconductor de tipo II y a su campo crítico total  $H_C$  o  $H_{C2}$  si es de tipo I. Estos valores son característicos para cada material y dependen de la temperatura (Alario & Vicent 1991).

Como indicamos en el capítulo 2 el campo magnético queda totalmente excluido fuera de un superconductor por lo tanto asumimos que tanto  $\vec{B}$  como  $\vec{H}$  (vectores de campo magnético total) son cero en el interior. Al aplicar un cam-

po magnético en un superconductor se generan unas corrientes de apantallamiento en la superficie (ver Figura 2.2). Sin embargo estas corrientes tienen una cierta profundidad definida por la longitud de penetración de London,  $\lambda$  (Poole et al. 2007). Esta longitud es dependiente igualmente de la temperatura.

En la Figura 3.1 se esquematiza el decaimiento del campo interno con la distancia desde la superficie y como la longitud de penetración de London es su longitud característica.



**Figura 3.1-** Campo magnético interior en las cercanías de la superficie de un cilindro superconductor bajo un campo exterior uniforme.

A pesar de que realmente exista una densidad de corrientes volumétrica de apantallamiento el valor de  $\lambda$  es muy pequeño y puede ser despreciable. Típicamente los valores máximos de  $\lambda$  se dan superconductores tipo II, alcanzando valores de miles de angstroms (Hull & Cansiz 1999). Por lo tanto, cuando se trata con elementos macroscópicos se puede aproximar la densidad de corriente volumétrica por una densidad de corriente superficial. Así pues:

$$\vec{J} = \vec{j}_s(x, y)\delta(z) \quad (3.1)$$

donde  $\vec{j}_s(x, y)$  es una densidad de corriente vectorial superficial tangente a la superficie y  $\delta(z)$  es la función delta de Dirac en  $z$  (perpendicular a la superficie). Esta densidad de corriente superficial conllevará la discontinuidad de  $\vec{H}$  cuando se pasa del aire o vacío ( $z > 0$ ) al superconductor ( $z < 0$ ).

Dividimos  $\vec{H}$  en dos campos: el campo externamente aplicado  $\vec{H}^{ap}$  y el generado por las corrientes del superconductor  $\vec{H}^{sc}$ . Estos tres campos vectoriales los descomponemos en las componentes normales y tangenciales a la superficie del superconductor obteniendo:

$$\begin{aligned}\vec{H}_{\parallel} &= \vec{H}_{\parallel}^{ap} + \vec{H}_{\parallel}^{sc} \\ \vec{H}_{\perp} &= \vec{H}_{\perp}^{ap} + \vec{H}_{\perp}^{sc}\end{aligned}\quad (3.2)$$

Remarcamos que  $\vec{H}^{ap}$  es continuo y cumple  $\vec{\nabla} \times \vec{H}^{ap} = \vec{0}$  siempre que el imán no toque la superficie del superconductor. Por el contrario, tanto  $\vec{H}$  como  $\vec{H}^{sc}$  son discontinuos en la superficie superconductora debido a la condición de contorno impuesta que es la repulsión total de campo magnético dentro del superconductor lo que implica  $\vec{H} = \vec{0}$ . En la vecindad de la superficie superconductora tenemos pues  $\vec{H}_{\parallel}(z \rightarrow 0^-) = \vec{0}$  y  $\vec{H}_{\parallel}^{sc}(z \rightarrow 0^+) = -\vec{H}_{\parallel}^{sc}(z \rightarrow 0^-)$  lo que implica:

$$\vec{H}_{\parallel}^{sc}(z \rightarrow 0^+) = \vec{H}_{\parallel}^{ap}(z \rightarrow 0^+) \quad (3.3)$$

Por otro lado podemos escribir la segunda ecuación de Maxwell en el sistema internacional como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.4)$$

En el límite estático podemos asumir que  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$  y así simplificar (3.4):

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad (3.5)$$

Usando el teorema de la divergencia (Jackson 1975) en un paralelepípedo infinitésimo de volumen  $V$ , de sección cuadrada, con una cara justo encima de la superficie superconductora y la otra cara paralela justo debajo podemos escribir:

$$\int_V (\vec{\nabla} \times \vec{H}) d^3x = \int_S (\vec{n}_s \times \vec{H}) dS \quad (3.6)$$

Donde  $S$  es la superficie que define el paralelepípedo y  $\vec{n}_s$  el vector normal hacia el exterior del volumen. Usando la ecuación de Maxwell (3.5) se puede simplificar (3.6) obteniendo:

$$\int_V \vec{J} d^3x = \int_S (\vec{n}_s \times \vec{H}) dS \quad (3.7)$$

Ahora, si cogemos la ecuación (3.1) y consideramos que bajo la superficie superconductora el campo magnético total es  $\vec{H} = \vec{0}$  conseguimos:

$$\int_S \vec{j}_s dS = \int_S (\vec{n}_s \times \vec{H}) dS = \int_S (\vec{n}_s \times \vec{H}_{\parallel}) dS \quad (3.8)$$

Evaluando  $\vec{H}_{\parallel}$  únicamente en el límite superior de la superficie superconductora ( $z \rightarrow 0^+$ ) puesto en el límite inferior  $\vec{H} = \vec{0}$ .

Dado que este resultado es independiente del paralelepípedo escogido, los integrandos de (3.8) deben ser iguales:

$$\vec{j}_s = \vec{n}_s \times \vec{H}_{\parallel} \quad (z \rightarrow 0^+) \quad (3.9)$$

Por lo tanto, y considerando (3.3) la expresión de la corriente superconductora como función del campo magnético aplicado se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \vec{j}_s &= \vec{n}_s \times \vec{H}_{\parallel} = \vec{j}_s = \vec{n}_s \times (\vec{H}_{\parallel}^{ap} + \vec{H}_{\parallel}^{sc}) = 2(\vec{n}_s \times \vec{H}_{\parallel}^{ap}) \\ \vec{j}_s &= 2(\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Aplicando en teorema de la divergencia muestra que la carga total siempre se conserva, para cualquier forma de la superficie del superconductor siempre que el campo aplicado esté fuera de superconductor:

$$\int_S \vec{j}_s dS = \int_S 2 \vec{n}_s \times \vec{H}^{ap} dS = \int_V \vec{\nabla} \times \vec{H}^{ap} d^3x = \vec{0} \quad (3.11)$$

La fuerza externa por unidad de superficie experimentada por un superconductor puede ser calculada usando la ley de Lorentz:

$$\frac{d\vec{F}}{dS} = \vec{j}_s \times \vec{B}^{ap} \quad (3.12)$$

Si utilizamos la ecuación constitutiva de la densidad de flujo magnético en el aire  $\vec{B}^{ap} = \mu_0 \vec{H}^{ap}$  junto con el resultado de (3.10) obtenemos:

$$\frac{d\vec{F}}{dS} = 2\mu_0 (\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap}) \times \vec{H}^{ap} \quad (3.13)$$

Este resultado es una expresión exacta para el cálculo de la presión o más precisamente de las tensiones superficiales o fuerza por unidad de superficie a las que se ve sometido un elemento superconductor bajo la aplicación de un campo magnético exterior.

Como hemos mencionado esta expresión había sido ya publicada (Perez-Diaz et al. 2008) y el desarrollo detallado se puede encontrar en la tesis doctoral de José Alberto, Díaz García (Diaz-Garcia 2008).

### 3.2 Cálculo de fuerzas

Con la distribución de tensiones superficiales dada por la expresión (3.13) se puede obtener la resultante de la fuerza aplicada sobre el superconductor. En la Figura 3.2 mostramos un ejemplo de solución de la distribución de presiones en magnitud (recordemos que las presiones no son hidrostáticas sino direccionales) para un imán de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  sobre un superconductor.

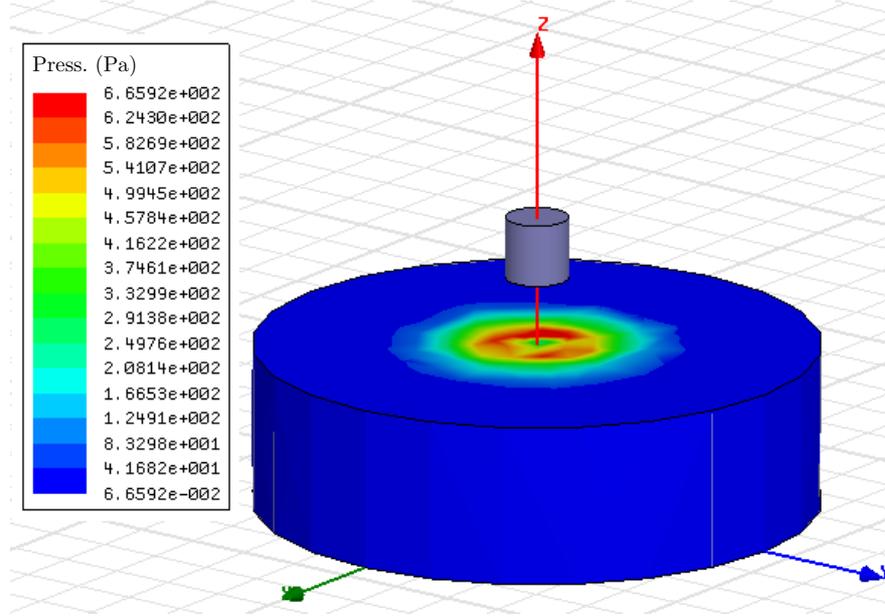


Figura 3.2 – Distribución de tensiones entre imán superconductor.

Basta con integrar las tensiones a lo largo de toda la superficie exterior del superconductor para obtener la resultante sobre el superconductor:

$$\vec{F}_{sc} = \iint_{sc} 2\mu_0(\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap}) \times \vec{H}^{ap} dS \quad (3.14)$$

En el caso en que sólo tengamos una única fuente generadora de campo magnético la tercera ley de Newton nos dice que la resultante sobre la fuente será la misma pero de sentido opuesto.

En los casos en los que tengamos más de un elemento generador hay que analizar la interacción total sobre el superconductor simultáneamente porque si bien el potencial magnético de varios elementos es la suma algebraica de todos, los campos vectoriales de fuerzas que se pueden generar dependen de la orientación de los elementos. Para obtener la reacción sobre cada uno de los elementos generadores habría que utilizar otros métodos de cálculo como en tensor de esfuerzos de Maxwell o el principio de los trabajos virtuales ya que también los elementos interactúan entre ellos mismos.

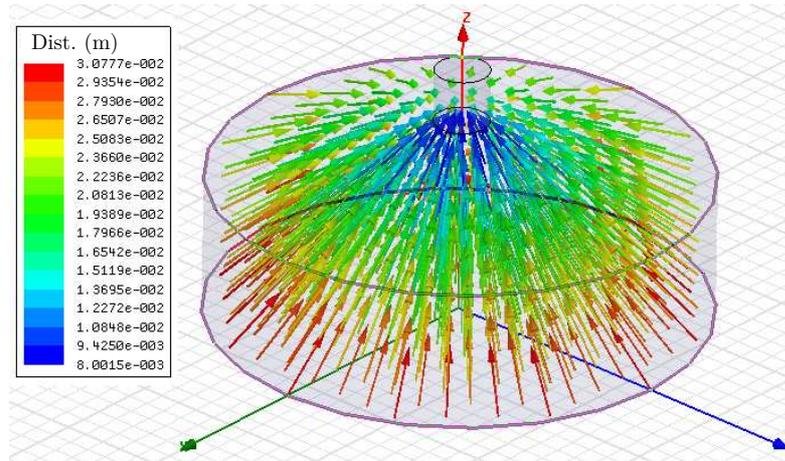
### 3.3 Cálculo de pares

Una vez disponemos de la distribución vectorial de presiones sobre el superconductor podemos derivar el par total al que éste se ve sometido. Si definimos  $\vec{r}_{sc}$  como el vector posición desde el centro de masas del superconductor a cada punto de la superficie podemos escribir:

$$\vec{M}_{sc} = \iint_{sc} \vec{r}_{sc} \times (2\mu_0(\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap}) \times \vec{H}^{ap}) dS \quad (3.15)$$

Igual que antes la integral debe extenderse a toda la superficie del superconductor.

Podemos también calcular el par ejercido sobre el elemento generador de campo en el caso de que se trate de uno sólo o de varios elementos unidos como sólido rígido. Así pues si por ejemplo se trata de un imán permanente podemos definir el brazo de palanca  $\vec{r}_{ip}$  como el vector posición entre el centro de masas del imán y cada punto de la superficie superconductora, Figura 3.3.



**Figura 3.3 – Vector posición  $r_{ip}$  desde el superconductor al imán (el signo negativo fue incluido en el vector).**

El par total sobre el elemento generador queda como:

$$\vec{M}_{ip} = -\iint_{sc} \vec{r}_{ip} \times (2\mu_0(\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap}) \times \vec{H}^{ap}) dS \quad (3.16)$$

Lógicamente, la integral se hace en toda la superficie del superconductor al que el imán o elemento generador afecta. El signo negativo viene del hecho de que se trata de la reacción de la distribución de fuerzas aplicadas.

## 3.4 Análisis y discusión de la expresión

### 3.4.1 Estudio de las variaciones de la fuerza de levitación

Si consideráramos un solo imán como un dipolo puntual magnético tendríamos que el campo magnético que genera en el sistema internacional de unidades como:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{3\vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{m})}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \quad (3.17)$$

El vector  $\vec{m}$  es el momento magnético que indica la magnetización y orientación del dipolo magnético puntual y  $\vec{r}$  el vector posición desde el dipolo puntual al punto donde queremos saber el campo generado. Así pues, sabemos que la magnitud el campo magnético generado por un dipolo magnético es proporcional a la magnetización del mismo e inversamente proporcional al cubo de la distancia:

$$\begin{aligned} H &\propto m \\ H &\propto \frac{1}{r^3} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Según la expresión (3.14) la fuerza aplicada sobre un superconductor será proporcional al cuadrado del campo magnético aplicado y por lo tanto:

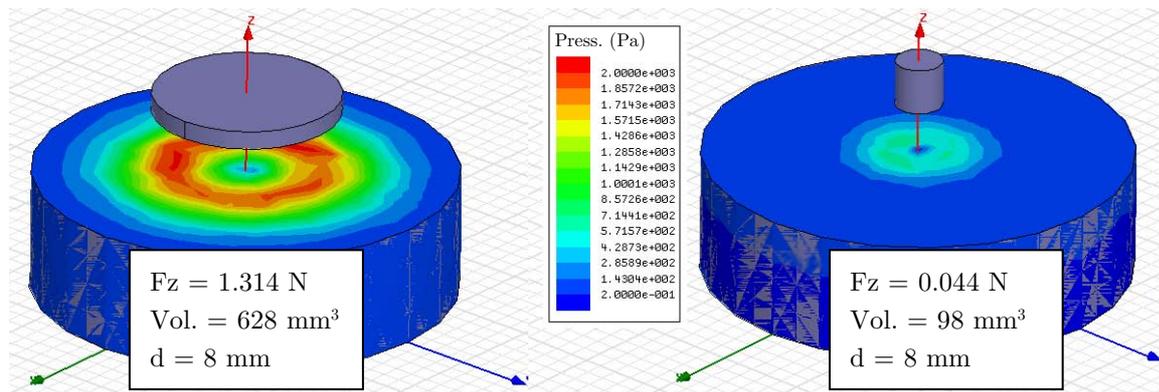
$$F_{sc} \propto H^2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F_{sc} \propto m^2 \\ F_{sc} \propto \frac{1}{r^4} \end{array} \right\} \quad (3.19)$$

Vemos que la aproximación del imán al superconductor incrementaría notablemente las fuerzas de levitación. Se observa igualmente que para una misma orientación de los elementos generadores la utilización de dipolos magnéticos puntuales más potentes (es decir imanes más voluminosos o de materiales más duros magnéticamente hablando) incrementa cuadráticamente las fuerzas.

No obstante, desde el punto de vista práctico, es más conveniente aumentar el tamaño de los imanes para maximizar las fuerzas que acercarlos puesto que recordemos que el límite de aplicabilidad del modelo está impuesto por el campo magnético aplicado en cada zona de la superficie. El cálculo realizado se basa en la aproximación dipolar magnética que deja de ser válida en distancias próximas al imán en cuestión (distancias menores a 5 veces la longitud característica del imán).

Al incrementar el volumen del imán, se incrementan las zonas donde el superconductor tiene corrientes de apantallamiento más altas sin aumentar en exceso éstas y por tanto se aumentan las fuerzas. Acercar los imanes no suele ser una buena opción de diseño puesto que enseguida se puede sobrepasar el límite del estado Meissner.

En la Figura 3.4 mostramos dos configuraciones de imanes de distintos volúmenes a la misma distancia. Se considera que ningún imán aplica un campo superior al límite de aplicación  $H_{C1}$  en ningún punto del superconductor.



**Figura 3.4 – Distribución de presiones para dos imanes a la misma distancia.**

Se puede ver que incrementando el volumen, la fuerza sobre el imán se incrementa casi cuadráticamente (a distancias tan cortas la aproximación dipolar no es tan exacta).

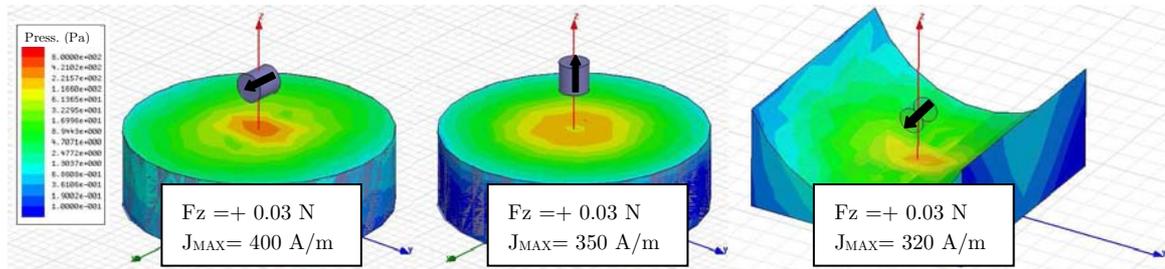
### 3.4.2 Introducción a la optimización de las fuerzas de levitación

La optimización de las fuerzas no sólo es una cuestión de aumento de volumen o de proximidad, sino también de la distribución y forma del campo magnético que aplicamos sobre la superficie superconductora.

El diseñador mecánico debe tener muy en cuenta a la hora de definir las posiciones y orientaciones relativas que, acorde con la expresión PDGP, la componente perpendicular del campo se elimina y que por tanto, serán los campos tangenciales a la superficie superconductora los únicos encargados de generar las corrientes de apantallamiento.

A la hora de maximizar las fuerzas de levitación deseadas es preferible valorar un cambio de superficie de manera que bajo el mismo potencial magnético se abarque una mayor zona de campo bajo que un incremento zonal o puntual de las magnitudes del campo aplicado.

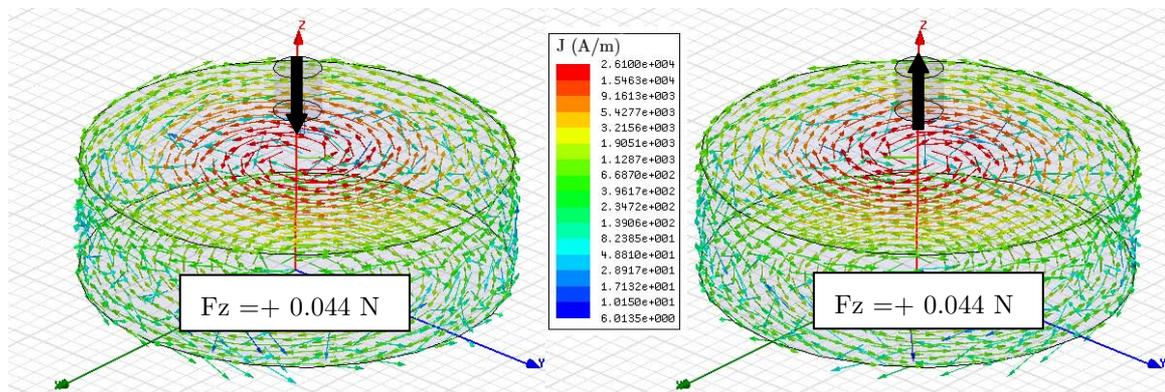
Vemos un ejemplo en la Figura 3.5 de 3 configuraciones que conseguirían la misma fuerza de levitación vertical para el mismo imán pero que difieren en el campo máximo aplicado debido a sus geometrías. Utilizar el término campo máximo aplicado es equivalente a usar el término densidad de corriente superficial máxima generada ya que están directamente relacionados en (3.10).



**Figura 3.5 – 3 configuraciones imán superconductor con la misma fuerza vertical pero distinto campo máximo aplicado. Dependencia de la configuración geométrica.**

Otro aspecto a tener en cuenta es el sentido de la orientación del imán o del campo generador. Los elementos magnéticos no poseen carga magnética como viene expresado explícitamente por la segunda ley de Maxwell  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ . Por convención se ha establecido que el campo magnético sale del polo o cara norte y entra por el polo o cara sur. Por tanto pueden darse campos magnéticos con sentidos opuestos.

Según el modelo PDGP, al tratarse de una expresión cuadrática el sentido de la orientación del elemento generador de campo o imán es indiferente. Esto sucede si sólo se utiliza un imán o elemento generador. Por convención, y según la regla de la mano derecha, tan solo cambia el sentido de las corrientes generadas pero la fuerza es la misma, Figura 3.6.



**Figura 3.6 – Independencia del sentido de orientación de un único imán sobre un superconductor con respecto a la fuerza obtenida.**

Sin embargo esta independencia no se da cuando tenemos más de un elemento generador puesto que las posiciones relativas entre ellos alteran la forma del campo que afecta a la superficie superconductora y por tanto la fuerza ejercida.

Por ejemplo, si tenemos dos imanes paralelos con la misma magnetización la forma y magnitud del campo que generan es diferente que si tienen magnetizaciones opuestas, Figura 3.7.

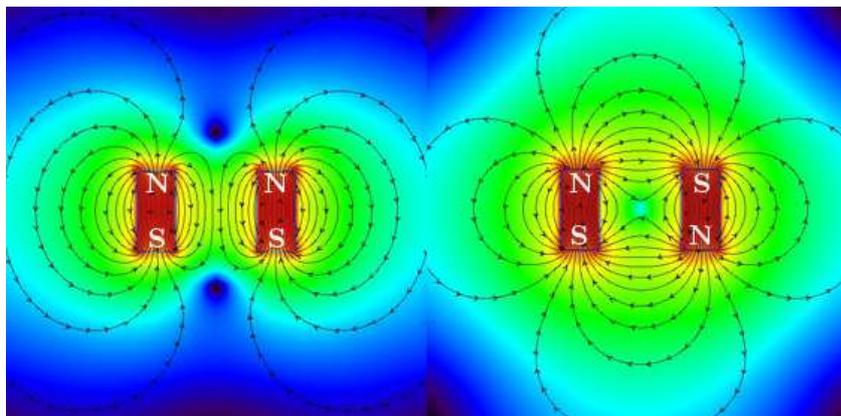


Figura 3.7 – Campo magnético generado por dos combinaciones de imanes.

Y por lo tanto, a pesar que separadamente generarían la misma fuerza sea con una orientación que con la otra, la combinación de orientaciones genera fuerzas distintas.

Así como en la mecánica elástica se utiliza extensivamente el principio de superposición en términos de fuerzas y desplazamientos, en magnetomecánica no se puede aplicar directamente para el cálculo de la fuerza debido a su carácter no lineal, Figura 3.8.

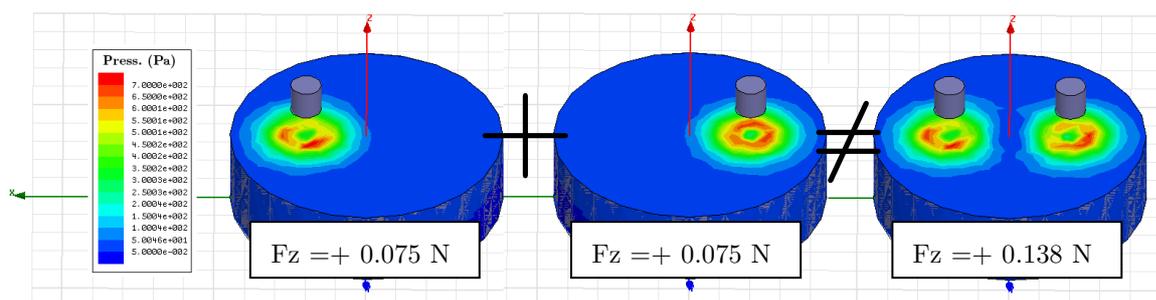


Figura 3.8 – Esquema que muestra la no linealidad en la superposición.

## Capítulo 4

# ALGORITMO EN ELEMENTOS FINITOS

*En este capítulo desarrollamos el algoritmo para utilizar el modelo teórico PDGP en programas de elementos finitos que permiten estudiar piezas de cualquier forma y tamaño. Estudiamos además la sensibilidad a la caracterización del mallado. En los apéndices A y B se detallan a modo de manual la programación de la expresión en dos programas comerciales concretos de análisis de elementos finitos.*

### 4.1 Introducción a elementos finitos

El método de los elementos finitos (FEM) se utiliza para resolver ecuaciones diferenciales en medios continuos, dividiendo el sólido de estudio en pequeños elementos, donde se aplican ecuaciones algebraicas para resolver el problema. El procedimiento utilizado se puede resumir en los siguientes puntos:

- El problema continuo se divide en un número finito de partes, “elementos”, cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados “nodos”. Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes.

- La solución del problema completo sigue las reglas de los problemas discretos. El sistema completo se forma por ensamblaje de los elementos.
- Las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones en los nodos.
- El comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las adecuadas funciones de interpolación o funciones de forma.

El FEM, por tanto, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado, esta transformación se denomina discretización del modelo. El conocimiento de lo que sucede en el interior de este modelo del cuerpo aproximado, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos. Es por tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

En ingeniería, y en concreto en ingeniería mecánica el FEM es una herramienta amplísimamente utilizada puesto que permite estudiar casi cualquier sistema sin necesidad de que este tenga unas características geométricas determinadas. Existen multitud de desarrollos comerciales que resuelven todo tipo de problemas: mecánicos, cinemáticos, dinámicos, electromagnéticos, fluidos, etc...

Dentro del marco de los programas de elementos finitos encontramos una **ausencia de programas para estudiar el comportamiento mecánico de materiales superconductores**. Este hecho se asume a la poca repercusión que el uso de superconductores tiene hasta el momento en ingeniería mecánica. Hasta donde sabemos sólo existe un programa de cálculo por elementos finitos que trate la superconductividad. El programa se llama Vizimag (en la versión 3.19) y sólo tiene capacidades para hacer estudios en 2D y mediante aproximación diamagnética de los elementos superconductores, no teniendo en cuenta las corrientes de apantallamiento.

Es aquí donde entra en juego el potencial del modelo PDGP para ser aplicado en un cálculo de elementos finitos. Debido a su carácter local puede ser aplicado a cualquier discretización (o elemento) de superficie superconductora.

El modelo PDGP podía ser programado de dos maneras diferentes en un programa de elementos finitos: sea con la generación de un elemento electromagnético íntegro que entrase dentro de la matriz de ensamblaje o sea con un post-procesado de los resultados electromagnéticos básicos (no superconductores). La primera proporcionaría una solución exacta del campo magnético en todo punto del sistema en cuestión y el cálculo mecánico debería hacerse mediante un post-

procesado igualmente. Debido a que para los estudios realizados se utilizan materiales magnéticos permanentes, las variaciones del campo externo producidas por el superconductor no afectarían a estos materiales apenas y por lo tanto se puede pasar al post-procesado de fuerzas directamente. Perdemos la solución para todo punto del campo magnético pero ganamos rapidez de cálculo y simplicidad en la programación para el cálculo magnetomecánico.

Indistintamente del programa utilizado los pasos a realizar para resolver el cálculo de fuerzas magnéticas sobre superconductores son:

- Asegurarse que el programa tiene las capacidades para el cálculo de sistemas electromagnéticos (no mecánicos).
- Crear el modelo geométrico del sistema en cuestión: imanes (o elemento generador), volumen superconductor y volumen de envoltura (aire o vacío).
- Establecer al material para el volumen superconductor una permeabilidad magnética relativa de 1. Fijar los valores magnéticos del resto de materiales.
- Realizar los mallados oportunos comprobando que los nodos de la superficie superconductora puedan ser analizados en el post-procesado.
- Resolver el sistema de ecuaciones electromagnético.
- Hacer el post-procesado utilizando la expresión PDGP.

La manera de llevar a dicho post-procesado es diferente para cada programa de elementos finitos. Algunos programas incluso no permiten un post-procesado tan elaborado como el que se necesita y por tanto no podrían ser utilizados.

Concretamente hemos realizado la programación en dos programas comerciales con capacidades para el cálculo electromagnético ANSYS v10 y Ansoft Maxwell v13. Actualmente ambos son propiedad de la casa comercial ANSYS, sin embargo no están fusionados en un solo software. La programación en ANSYS v10 se ha realizado utilizando la versión académica propiedad de la Universidad Carlos III y la de Ansoft Maxwell v13 utilizando una versión evaluación.

En los **apéndices A y B** se detalla a modo de manual todo el proceso necesario a llevar a cabo la simulación y el post-procesado magnetomecánico.

En la Tabla 4.1 se indican las principales diferencias que hemos notado tiene cada programa frente al otro (sin tener en cuenta las limitaciones por licencia académica y/o versión evaluación).

ANSYS Multiphysics v10	Ansoft Maxwell v13
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rapidez en el cálculo de la solución.</li> <li>• Capacidades para cálculo mecánico.</li> <li>• Robustez del programa.</li> <li>• Mallado ajustable con precisión.</li> <li>• Interdisciplinaridad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Librerías de materiales definidos.</li> <li>• Interfaz más amigable.</li> <li>• Estructuración.</li> <li>• Mejores capacidades de parametrización geométrica, de malla y de propiedades de materiales.</li> <li>• Exportación de datos.</li> <li>• Ejecución en multitarea.</li> <li>• Presentación de gráficos.</li> </ul>

Tabla 4.1 – Comparación de softwares de FEM.

## 4.2 Estudio de convergencia y error

Disponiendo del modelo PDGP programado en un software comercial de elementos finitos es necesario hacer un estudio del mallado adecuado (para el volumen de superconductor al menos) con objeto de poder determinar el error relativo a un cálculo analítico del post-procesado por elementos finitos.

Para ello vamos a fijar una configuración estándar en que se calcule la fuerza vertical entre un imán de  $Nd_2Fe_{14}B$  y un superconductor cilíndrico. Establecemos un valor de cálculo analítico de referencia para la fuerza vertical considerando el imán como un dipolo magnético puntual. El cálculo analítico se ha hecho con el programa matemático MAPLE gracias la programación realizada en el proyecto fin de carrera del autor de la tesis (Diez-Jimenez 2008).

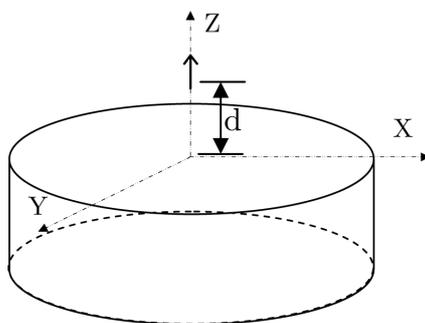
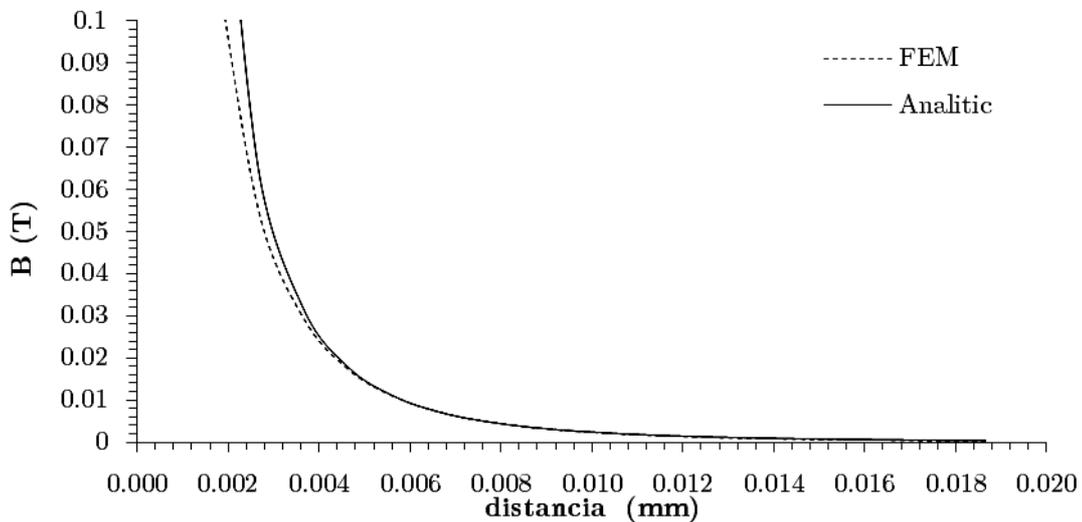


Figura 4.1 - Configuración estándar.

Así establecemos el valor de referencia como la fuerza que se genera entre un superconductor cilíndrico de 20 mm de diámetro y 7.5 mm de altura y un dipolo magnético puntual de momento magnético  $0.016 \text{ Am}^2$  orientado verticalmente a una distancia de 10 mm de la superficie superior, Figura 4.1. Dicho valor es 1.690 mN.

La elección del valor del momento magnético y la distancia no es trivial. Un momento magnético de  $0.016 \text{ Am}^2$  corresponde a un cilindro de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  de tamaño 3.5 mm de diámetro y 2 mm de altura. Esto ha sido medido mediante el método de par resistente en bobinas Helmholtz en el laboratorio de electromagnetismo de la Universidad Politécnica de Madrid gracias a la colaboración del Pr. Francisco Alconchel Pecina. Para el cálculo analítico se ha utilizado la expresión (3.17) para momento magnético puntual. Como para que la expresión sea válida hay que estar alejados al menos cinco veces la longitud característica y en nuestro caso el imán tenía 2 mm de altura, la elección que maximiza las fuerzas es 10 mm.

En la Figura 4.2 se puede ver la variación del campo magnético calculado mediante aproximación magnética puntual de  $0.016 \text{ Am}^2$  y el calculado mediante el método de elementos finitos (en concreto con ANSYS) si se simula un imán de las características anteriores. A medida que nos aproximamos la separación entre curvas se acentúan no sólo absolutamente sino relativamente por efecto de forma.



**Figura 4.2 – Variación del campo magnético a lo largo del eje de revolución para un dipolo magnético puntual y su equivalente en tamaño finito.**

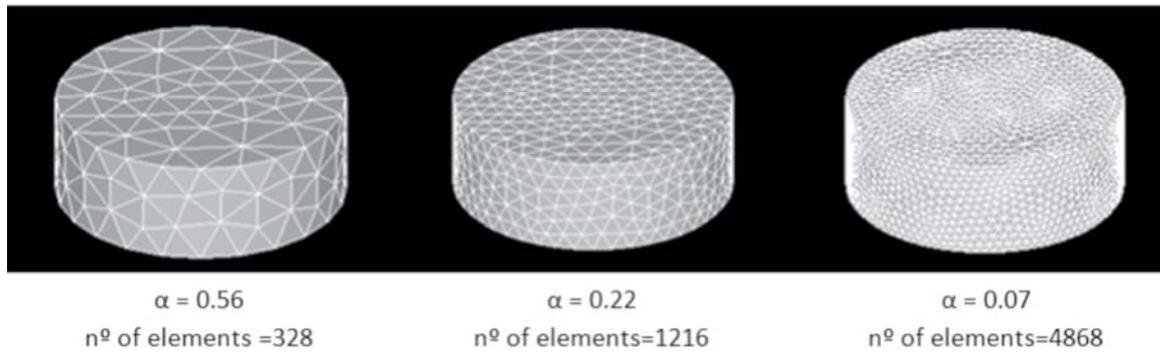
Por lo tanto, visto que la simulación de un imán como el indicado era comparable al de un dipolo magnético puntual nos disponemos a hacer un estudio del tamaño del mallado del superconductor para ver la convergencia del cálculo de fuerzas por FEM hacia el valor analítico de referencia.

Definimos el parámetro  $\alpha$  de finura de la malla como:

$$\alpha = \frac{\text{Área Máx (elementos de superficie SC)}}{\text{Área total SC}} \times 100 \quad (4.1)$$

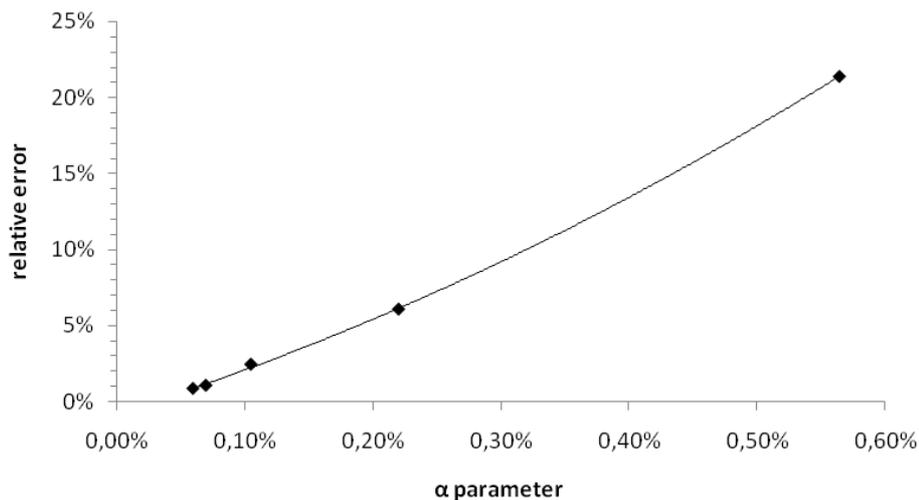
Así pues podemos hacer el estudio de la finura del mallado modificando el tamaño de la malla y ver el comportamiento en función del parámetro  $\alpha$ .

En la Figura 4.3 mostramos 3 ejemplos de 3 mallados con  $\alpha$  distintos. Lógicamente el número de elementos incrementa con la disminución de  $\alpha$ .



**Figura 4.3 – Ejemplos de valores de  $\alpha$  para 3 mallados diferentes.**

Para el caso estándar concreto la Figura 4.4 muestra que aumentar la finura del mallado hace converger el cálculo hacia la solución analítica. Exactamente podemos retener que para valores de  $\alpha$  inferiores al 0.1 % el error relativo se reduce hasta menos del 3%.



**Figura 4.4 – Convergencia y errores relativos en función de la finura del mallado.**

## Capítulo 5

# VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL

*En este capítulo verificamos experimentalmente la validez de los programas basados en el modelo PDGP que hemos desarrollado en el capítulo anterior. Los procedimientos de comprobación son dos: el primero son una serie de medidas de fuerzas entre un imán y un superconductor y la comparación con los valores calculados; el otro es calcular pares entre imán y superconductor, a partir de ellos obtener los ángulos de alineamiento de equilibrio estable y comparar estos valores con los ángulos medidos.*

### 5.1 Introducción

Hemos realizado una serie de medidas experimentales para poder determinar la validez de las herramientas presentadas en el Capítulo 4 basadas en la expresión (3.10) para el cálculo de fuerzas y la expresión (3.16) para el cálculo de pares.

Concretamente, se han medido las fuerzas en dirección vertical que aparecen entre un imán cilíndrico de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  y un superconductor cilíndrico hecho de  $\text{Y}_{1.65}\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ . Se han medido en diferentes posiciones relativas longitudinales y radiales para disponer de medidas fuera de los ejes de simetrías. Además, se ha medido el ángulo de equilibrio que aparece entre el mismo superconductor y un imán cilíndrico de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ . Auxiliariamente, ha sido necesario hacer una serie de medidas del campo magnético generado por el imán permanente con objeto de determinar el rango de movimiento del imán que no provoca, teóricamente, pene-

tración de campo y por tanto que garantiza el estado Meissner completo del superconductor.

## 5.2 Materiales magnéticos utilizados

A continuación expondremos las características del superconductor  $Y_{1.65}Ba_2Cu_3O_{7-x}$  y del imán  $Nd_2Fe_{14}B$ .

### 5.2.1 $Y_{1.65}Ba_2Cu_3O_{7-x}$

El  $Y_{1.65}Ba_2Cu_3O_{7-x}$  es el material cerámico superconductor no convencional de tipo II y alta temperatura de transición empleado en todos los experimentos de la presente tesis.

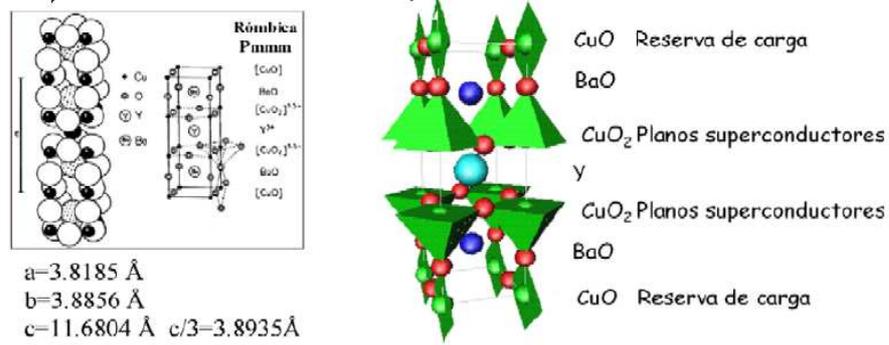
Tiene una temperatura de transición alta,  $T_c = 92 \text{ K}$ . Permite la utilización de nitrógeno líquido para el enfriamiento puesto que su temperatura de ebullición a presión atmosférica es 77 K aproximadamente. Esta característica fue el principal motivo de su elección. Durante todos los experimentos se ha utilizado nitrógeno líquido por lo tanto la temperatura de trabajo del superconductor será siempre 77 K.

Es un compuesto pesado, tiene una densidad de  $6.3 \text{ g/cm}^3$  (Knizhnik et al. 2003) de color negro que generalmente se sinteriza para darle forma. Al tratarse de una cerámica es difícil de mecanizar sin producir fracturas. Con el paso del tiempo el material se va reduciendo cambiando en algunas zonas de negro a verde y perdiendo sus propiedades superconductoras, esta reducción se denomina “*fase verde*”.

Este compuesto presenta una estructura cristalina característica tipo perovskita, Figura 5.1. Esta estructura es fundamental para sus propiedades puesto que es conocido que las corrientes en el estado superconductor fluyen principalmente por las capas de  $CuO_2$  en la dirección paralela al plano  $ab$ .

Esta característica estructural hace que las propiedades superconductoras del compuesto sean anisótropas, distinguiendo dos direcciones: el plano  $ab$  y el eje  $c$ .

La presencia de oxígeno en la estructura cristalina es esencial para la superconductividad puesto que varía las dimensiones de  $a$ ,  $b$  y  $c$ .



**Figura 5.1 – Representación de la red cristalina de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ .**

Esta anisotropía hace que se den dos campos críticos inferiores  $H_{C1}$  diferentes. En la Tabla 5.1 se listan los datos de campos críticos inferiores medidos encontrados en bibliografía para una temperatura de 77 K en monocristales de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$

T = 77 K	C. Bohmer et al. (Bohmer et al. 1997)	Umewaza et al. (Umewaza & Crabtree 1998)	Kaiser et al. (Kaiser & Swartzendruber 1991)	Wu et al. (Wu & Sridhar 1990)
$H_{C1} \parallel (ab)$ (A/m)	2900 ± 250	4500 ± 450	3580	4950
$H_{C1} \parallel c$ (A/m)	6000 ± 2300		11000	15518

**Tabla 5.1 – Valores de campo crítico inferior a 77 K.**

Los campos críticos superiores son mucho más altos, sin embargo para la presente tesis nos fijamos exclusivamente en los inferiores puesto que recordemos marcan el límite físico entre un estado Meissner puro y el inicio de penetración de campo magnético en el superconductor.

A pesar de que esté claramente definida la anisotropía en un monocristal de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  las muestras macroscópicas que utilizamos en nuestros experimentos son policristalinas. Esto nos obliga a tener que considerar el límite de campo aplicado el más pequeño de los dos puesto que la orientación de los granos no es conocida. Así pues, podemos considerar razonable establecer un límite de campo a aplicar en 3810 A/m (media aritmética de los valores de la Tabla 5.1) o en el equivalente en densidad de flujo magnético **4.7 mT**.

No obstante, y como se demostrará en el capítulo 6, el valor real del campo de penetración inicial es siempre menor debido a otras consideraciones a tener en cuenta como el efecto del tamaño de grano, barreras de superficie, defectos del material y/o puntos de anclaje. Sirva pues el valor de 4.7 mT como referencia y no como límite estricto. Aunque se establezcan los límites en función del campo

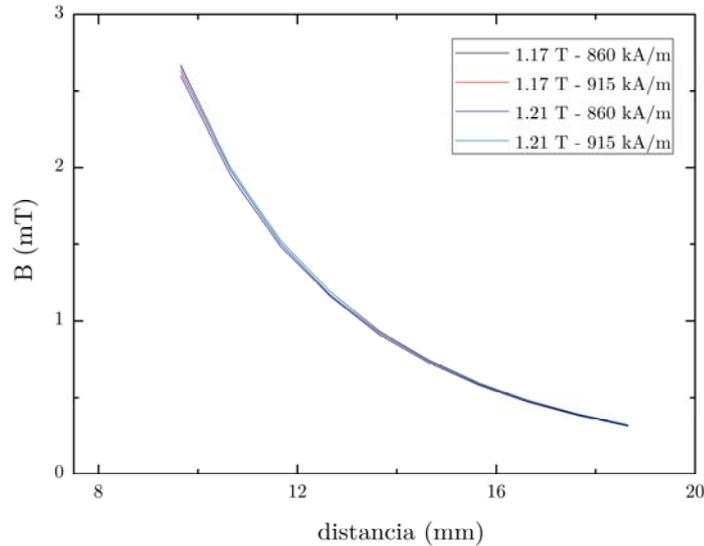
magnético aplicado, hay que decir que en realidad es un límite de la densidad de corriente superficial de apantallamiento que puede circular en el superconductor.

### 5.2.2 $Nd_2Fe_{14}B$

Los imanes permanentes de neodimio están hechos de una aleación de neodimio, hierro y boro con estructura cristalina tetragonal y de composición  $Nd_2Fe_{14}B$ . Esta aleación se desarrolló en 1982 y constituye el tipo de imán permanente con más magnetización existente hoy en día.

La estructura tetragonal del cristal de  $Nd_2Fe_{14}B$  le proporciona una anisotropía magnetocristalina uniaxial. Esto da a la aleación una alta coercitividad (resistencia a ser desmagnetizado), entre 750-2000 kA/m, una gran magnetización remanente o remanencia entre 1-1.4 T y una magnetización de saturación muy superior al resto de imanes permanentes, típicamente 1.3 T. Sin embargo, presenta una temperatura de Curie (temperatura a la que pierde el magnetismo) más baja que otros imanes permanentes: 310-400 °C. Estas propiedades dependen de la composición de la aleación, de la microestructura y de la técnica de fabricación utilizada.

Los imanes utilizados en los experimentos tienen una remanencia de 1.17-1.21 T y una coercitividad de 860-915 kA/m, datos proporcionados por el fabricante para imanes permanentes de tipo N35. La dirección de magnetización de los cilindros utilizados es para ambos paralela al eje de revolución o eje longitudinal. Para comprobar cómo afecta la amplitud de los rangos de valores en la simulación se ha hecho el cálculo en FEM del campo magnético que genera un imán a lo largo de su eje longitudinal para los 4 casos extremos del rango. El tamaño del imán simulado en la Figura 5.2 es un cilindro de 3 mm de diámetro y 2 mm de altura.



**Figura 5.2 – Densidad de flujo magnético a lo largo del eje longitudinal fuera de un cilindro de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ .**

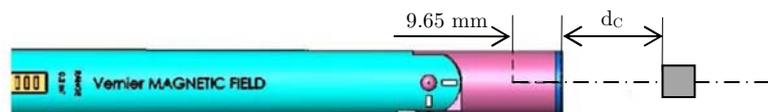
Se considera que la amplitud del rango no afecta en exceso. Así pues como valores concretos para las simulaciones se han tomado como aproximación los valores medios del rango: **1.19 T** de remanencia y **887.5 A/m** de coercitividad. Los posibles errores derivados de esta aproximación se tendrán en cuenta en el cálculo de errores de las simulaciones.

### 5.3 Medidas de campo magnético

Previamente a hacer las medidas de fuerza, se ha evaluado experimentalmente la capacidad magnética del imán que se iba a utilizar.

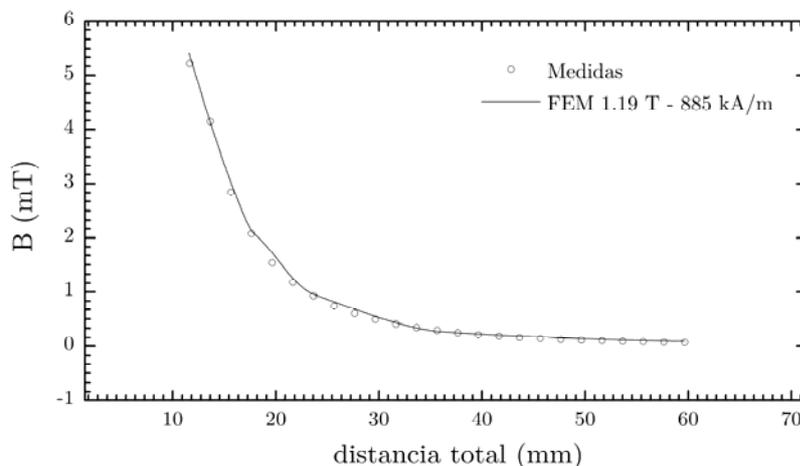
Se ha medido la magnitud de la densidad de flujo magnético en el eje longitudinal del imán cilíndrico de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  que se ha utilizado para medir las fuerzas de dimensiones 5 mm de diámetro y 5 mm de altura.

Para ello, se ha utilizado un magnetómetro de sonda de efecto Hall con un rango de medida de  $\pm 6.4$  mT con una resolución de 0.004 mT.



**Figura 5.3 – Esquema de la medida de campo magnético.**

En la Figura 5.3 se muestra el esquema de la disposición experimental. La distancia de 9.65 mm es la distancia desde el extremo del magnetómetro al centro de elemento sensor por efecto Hall. Por lo tanto, la *distancia total* entre el imán y el punto de medida será 9.65 mm más la distancia entre las caras  $d_c$ .



**Figura 5.4 – Medidas de la densidad de flujo magnético con la distancia.**

Estas medidas nos permiten tener una idea sobre las magnitudes del campo que el imán elegido generará sobre el superconductor. Igualmente hemos incluido una simulación del campo con las características magnéticas indicadas en el apartado 5.2.2 para comparar.

Si recordamos el límite de referencia era 4.7 mT. Según la Figura 5.4 la distancia a la que se alcanzan los 4.7 mT es aproximadamente 11 mm. En contraposición a esto, en las medidas de fuerza mostraremos que hemos ido un poco más allá (hasta un máximo de 7 mm entre caras de imán superconductor). Esto es debido a que si bien el campo de 4.7 mT se alcanza a los 11 mm, dicho campo debe corresponder a la componente paralela al eje del imán y en consecuencia perpendicular a la superficie del superconductor. Si recordamos la expresión (3.10) la componente que genera corriente de apantallamiento es la componente tangencial a la superficie y no la normal. El límite del estado Meissner está determinado por la corriente máxima de apantallamiento que puede soportar el superconductor que es proporcional a la magnitud de la componente tangente.

Como vemos en la Figura 5.5 las líneas de campo tangencial a la superficie del superconductor (dibujada la sección rectangular) para una distancia dada tienen magnitudes menores que las normales a la superficie y por lo tanto se justifica el acercamiento del imán a distancias más cortas de 11 mm.

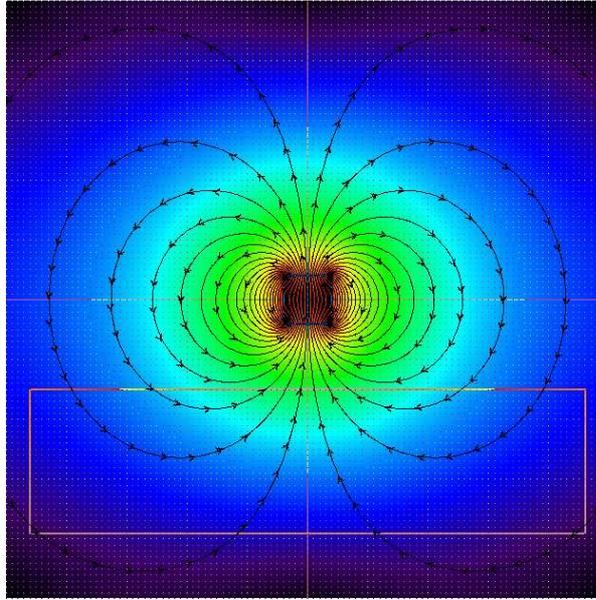


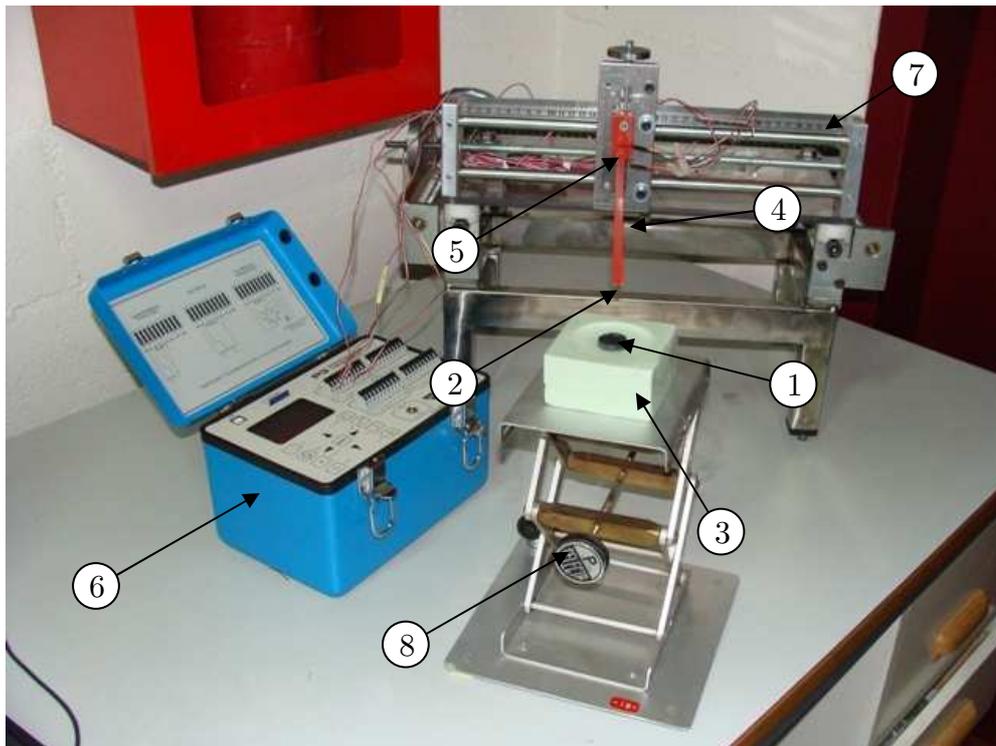
Figura 5.5 – Líneas de campo magnético y magnitud de un imán cilíndrico de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ .

## 5.4 Medidas de fuerza

### 5.4.1 Dispositivo experimental de medida

Se han medido las fuerzas entre un cilindro superconductor de  $\text{Y}_{1.65}\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  y un imán permanente de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  en distintas posiciones relativas.

El dispositivo experimental se muestra en la Figura 5.6.



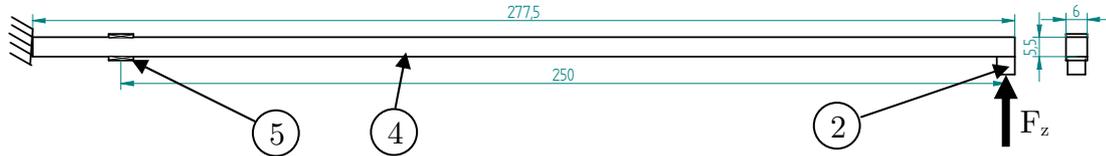
**Figura 5.6 – Dispositivo experimental para medida de fuerzas: (1) Superconductor, (2) imán, (3) vaso de poliestireno compacto, (4) barra de PVC en voladizo, (5) galgas extensométricas, (6) equipo electrónico de registro, (7) mesa de desplazamiento 3D, (8) soporte jack.**

El cilindro superconductor (1) de dimensiones 45 mm de diámetro y 13 mm de altura ha sido fabricado por *CAN superconductors* (Kamenice 25168, República Checa). El imán permanente (2) cilíndrico de dimensiones 5 mm de diámetro y 5 mm de altura fue fabricado por *Supermagnete*. La orientación de la magnetización es paralela al eje longitudinal y el nivel de magnetización es el N35 (ver 5.2.2). Durante todas las medidas se ha colocado el imán con la orientación de magnetización paralela a la vertical.

Para alcanzar el estado superconductor el cilindro ha sido enfriado utilizando nitrógeno líquido cuya temperatura de ebullición a presión atmosférica es 77 K aproximadamente. Como recipiente contenedor para el nitrógeno se ha utilizado un vaso fabricado en poliestireno compacto (3). El poliestireno compacto (sin inyección de gas en su interior) presenta la conductividad térmica muy baja. Las espumas rígidas de poliestireno XPS presentan valores de conductividad, incluso menores de  $0,03 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ , por lo que se suelen utilizar como aislante térmico y recipiente para nitrógeno líquido.

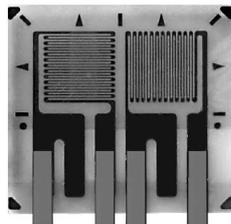
En las medidas se ha dispuesto el imán permanente unido al extremo de una barra de PVC (4) de sección cuadrada de  $5 \times 6.6 \text{ mm}$  y de longitud total 277.5 mm. A 250 mm del centro del imán unido en el extremo (ver Figura 5.7) se han

colocado una serie de galgas extensométricas (5) conectadas a un sistema de amplificación y registro (6). Por el otro extremo, la barra se ha encastrado en una unión con una mesa de desplazamiento 3D manual (7) para mantener la referencia de la posición.



**Figura 5.7 – Barra de PVC en voladizo.**

Concretamente como galgas se han utilizado un par de rosetas en T C2A-06-062LT-120 de Vishay, Figura 5.8. Tienen un factor de galga de  $1.98 \pm 2.0 \%$  a  $24 \text{ }^\circ\text{C}$  y un límite de deformación de fatiga de  $\pm 1500 \text{ }\mu\epsilon$ . El rango de temperatura es de  $-50/+80 \text{ }^\circ\text{C}$ . Se ha prestado atención a que el vapor desprendido por el nitrógeno en ebullición no afectara a las galgas.



**Figura 5.8 – Roseta en T C2A-06-062LT-120 de Vishay.**

Se han pegado las galgas en las caras superior e inferior de la barra para medir las deformaciones en flexión de la misma. Las cuatro galgas se han conectado en puente completo de Wheatstone en configuración v adyacente utilizando las conexiones del dispositivo electrónico de Vishay *Model P3 Strain Indicator and Recorder*. Dicha configuración cancela las deformaciones en la dirección axial y es autocompensada en temperatura.

Con este sistema estamos en disposición de medir fuerzas en la dirección vertical. Si bien la aparición de fuerzas horizontales entre imán y superconductor podría influir sobre el registro de deformación, se han considerado despreciables frente a las verticales.

### 5.4.2 Calibración

El sistema de medición se ha calibrado utilizando una balanza de precisión. La precisión de la balanza es de  $\pm 0.01 \text{ g}$ . El rango de medición de la balanza es

de 500 g. El rango en microdeformaciones para las galgas se fijó en 0-180  $\mu\epsilon$ , que después de la calibración equivaldría a fuerzas desde 0 hasta 10 gramos.

Para realizar las calibraciones, la balanza se situaba debajo de la barra con un elemento plástico rígido encima. La barra encastrada en la mesa de desplazamiento 3D se bajaba hasta alcanzar el contacto entre el imán y la pieza de plástico, Figura 5.9. Una vez en esa posición se iniciaba el registro de valores de fuerza y deformación correspondiente a medida que se hacía descender la barra en la dirección Z (vertical).

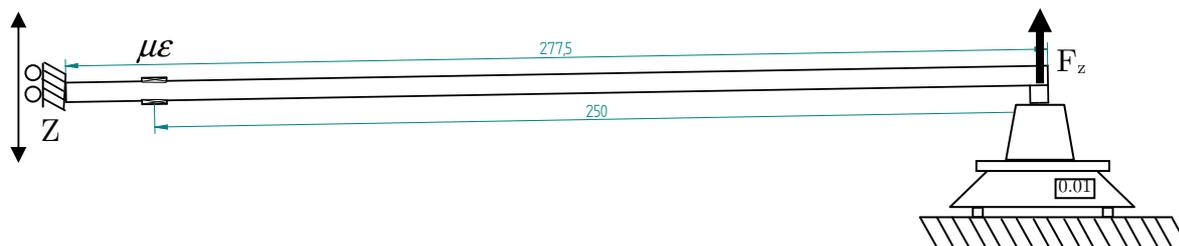


Figura 5.9 – Sistema de calibración.

Al final de cada sesión de medidas la barra encastrada se quitaba de la mesa 3D por lo que al inicio de la siguiente sesión era necesaria una calibración anterior. De la misma forma que se protegían las galgas frente al vapor del nitrógeno líquido, la barra también se cubría y se separaba del vapor en la medida de lo posible.

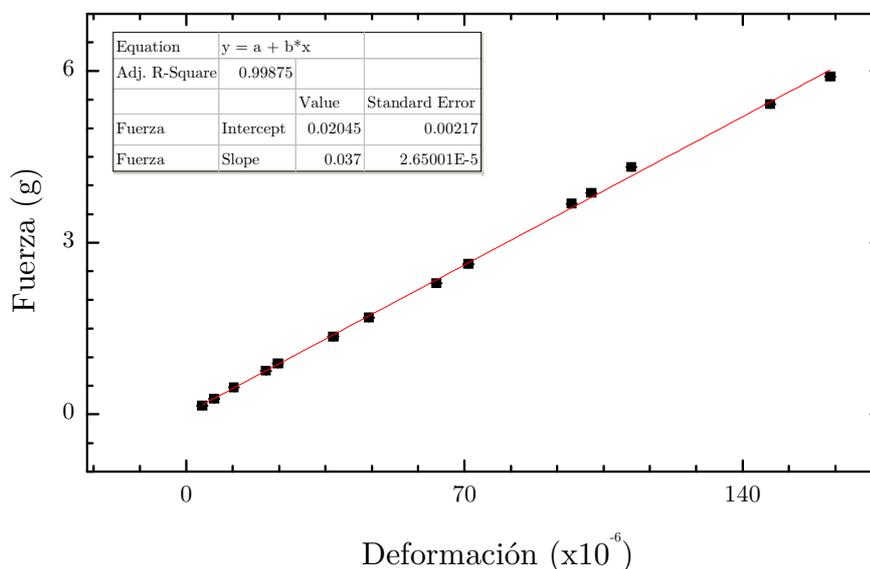


Figura 5.10 – Ejemplo de calibración y ajuste lineal por mínimos cuadrados.

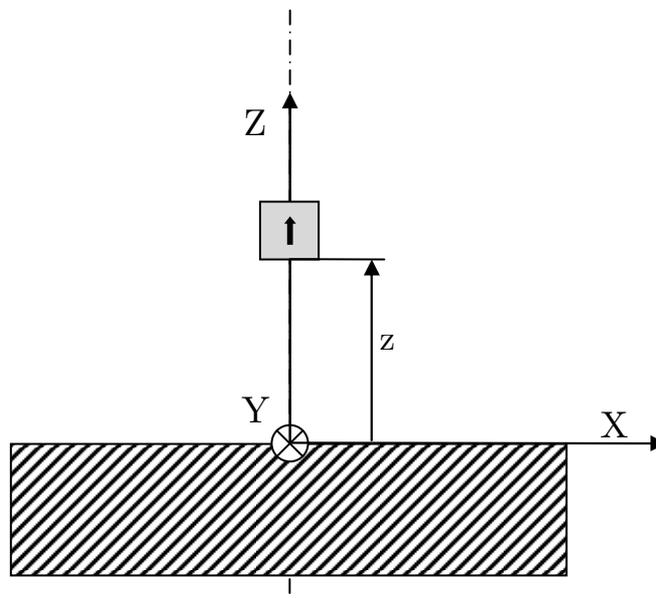
En la Figura 5.10 vemos un ejemplo de recta de calibración. Se obtenía el valor de la constante de elasticidad  $K$  del sistema mediante un ajuste por mínimos cuadrados, (Barlow 1989). Para calcular el error de la constante  $K$  se considera-

ban como errores de la deformación  $\Delta x = 1 \mu\epsilon$  y de  $\Delta y = 0.005 \text{ g}$ . Para este ejemplo concreto se obtienen valores de  $K = (3700.00 \pm 2.65) \times 10^{-5} \text{ g}/\mu\epsilon$

Las distintas calibraciones daban valores muy similares a los del ejemplo mostrado, no habiendo encontrado diferencias mayores de un 3 % para valores de la constante  $K$  durante todas las tandas de medidas.

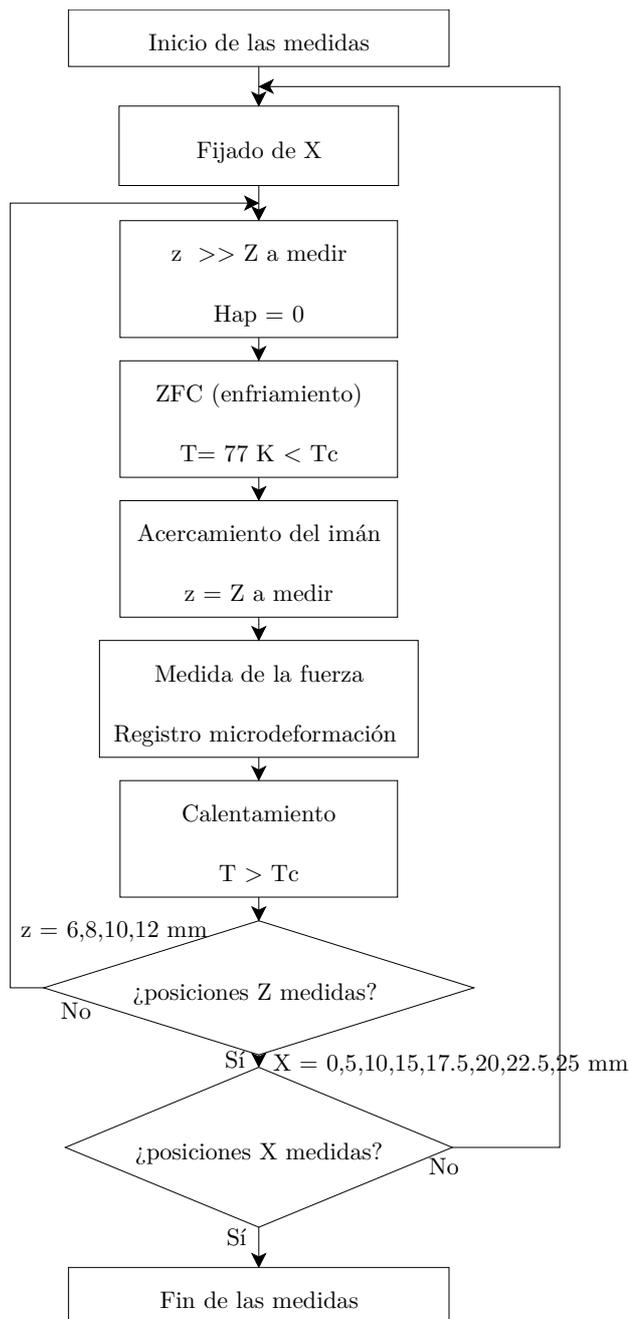
### 5.4.3 Procedimiento de medida

Para las medidas de fuerza se ha establecido el sistema de coordenadas de la Figura 5.11. El centro de coordenadas se ha fijado en el centro de la cara superior del cilindro superconductor y la posición en altura  $Z$  del imán se ha medido desde la cara inferior del mismo, la posición en el desplazamiento radial  $X$ , desde el eje de revolución del imán. La orientación magnética del imán se ha mantenido en todas las medidas vertical.



**Figura 5.11 – Sistema de coordenadas para las medidas de fuerzas.**

Como hemos explicado (ver apartado 2.4) las fuerzas sobre un superconductor dependen de la posición pero igualmente pueden depender del historial de las fuerzas si nos encontramos fuera del estado Meissner. Para hacer las medidas se ha seguido el procedimiento indicado en la Figura 5.12.



**Figura 5.12 – Diagrama del procedimiento de medida.**

Garantizar que son medidas de fuerza sin que haya ningún efecto de histéresis sobre ellas es el principal objetivo del procedimiento de medidas. Con la barra fija a la mesa de desplazamiento 3D y el superconductor en temperatura ambiente (o por encima de la crítica) se fija la posición radial X deseada. La graduación de la mesa de desplazamiento nos asegura una precisión máxima de 0.5 mm teóricamente si bien en la práctica se ajusta más con la ayuda de un calibre logrando precisiones en la posición de X de 0.1 mm.

Una vez fijada la coordenada radial X, el imán se aleja hasta una distancia de separación en Z de más de 60 mm, que acorde con las medidas expuestas en la

Figura 5.4, consideramos aceptable para asegurar un enfriamiento sin campo externo aplicado. Este procedimiento de enfriado se conoce como ZFC (*Zero Field Cooling*). Vimos en el Capítulo 2 que un proceso de enfriado bajo un campo magnético produce una magnetización del superconductor no deseable si queremos trabajar en el estado Meissner completo. Por lo tanto, asegurar un proceso de enfriamiento sin campo magnético aplicado es fundamental.

Con el imán alejado del superconductor, se vierte del vaso Dewar el nitrógeno líquido necesario para alcanzar la temperatura de trabajo de 77 K. El enfriamiento debe hacerse en primer lugar con un pre-enfriamiento usando simplemente el vapor frío de nitrógeno y algunas gotas de líquido e ir pasando poco a poco a verter cada vez más cantidad de nitrógeno líquido. El proceso puede tardar entre 5 y 10 minutos y es necesario hacerlo gradual para evitar contracciones térmicas bruscas y así conservar mejor la pastilla superconductora. El enfriamiento entre medidas no se alarga tanto puesto que no hace falta que el superconductor alcance la temperatura ambiente sino que basta con que sobrepase los 92 K.

Una vez estabilizada la temperatura del superconductor, se inicia la aproximación del imán. Se desciende manualmente hasta llegar a la posición de altura deseada. La medida de la altura  $Z$  se hace utilizando galgas milimetradas de PVC. El error en la medida de la altura se ha estimado en  $\pm 0.1$  mm. Cuando se considera estable la posición y la medida de la deformación se registra y se aleja de nuevo el imán hasta la posición inicial de ZFC.

Una vez medida, se calienta el superconductor desde los 77 hasta por encima de su temperatura de transición para eliminar cualquier posible magnetización remanente.

Se repite la secuencia con la siguiente posición deseada.

Paralelamente al procedimiento de medida hemos realizado una comprobación experimental de estado de magnetización de superconductor tras cada medida de fuerza. Entre medida y medida, y en especial en aquellas que generaban fuerzas mayores, se extraía de la posición de fija del sistema el vaso de poliestireno con el superconductor todavía a los 77 K. Se llevaba a una zona aislada de perturbaciones magnéticas y se medía con el magnetómetro de sonda de efecto Hall la posible magnetización remanente que pudiera haber provocado la medida. Esto se hacía cualitativamente recorriendo la superficie con el magnetómetro y observando si se indicaba un campo magnético superior (o inferior) al campo magnético terrestre que mide inevitablemente. Si no se observaban cambios significativos ( $\pm 0.02$  mT) se consideraba que la medida había sido tomada en estado Meissner completo.

### 5.4.4 Error de la medida

A partir de los registros de microdeformación para cada posición y la calibración realizada para cada tanda de medidas se ha calculado el valor de la fuerza generada. La expresión para el cálculo de la fuerza en gramos es:

$$F_z = K \varepsilon \quad (5.1)$$

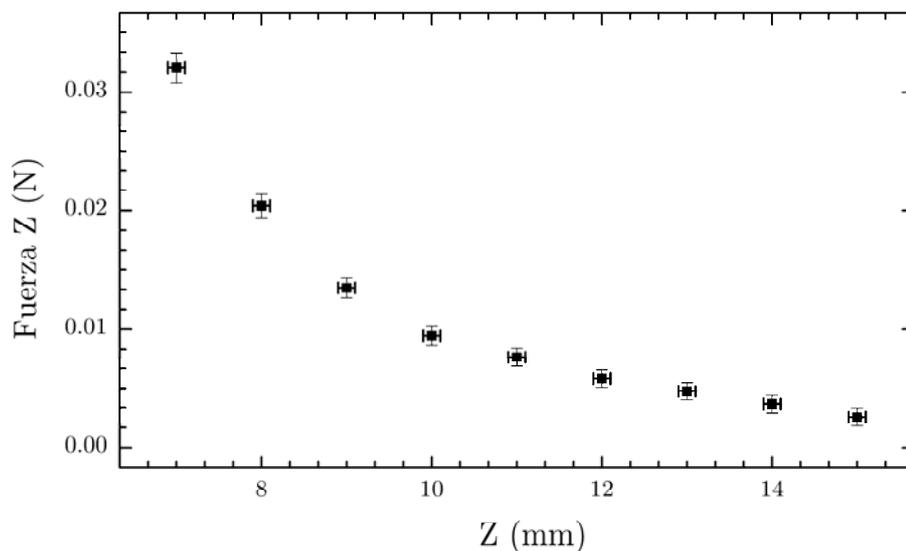
El error en la deformación viene dado por el dispositivo y es  $\Delta\varepsilon = 1 \mu\varepsilon$ . El error de la constante  $K$   $\Delta K$  está dado por la calibración para cada tanda. Así pues, el error de la medida en gramos será:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial F}{\partial K}\right)\Delta K\right)^2 + \left(\left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon}\right)\Delta \varepsilon\right)^2} \quad (5.2)$$

Se ha considerado un valor de la gravedad de  $9.81 \text{ m/s}^2$ . Los errores para el valor de la posición son  $\Delta z = 0.1 \text{ mm}$  y  $\Delta x = 0.1 \text{ mm}$ .

### 5.4.5 Resultados de las medidas

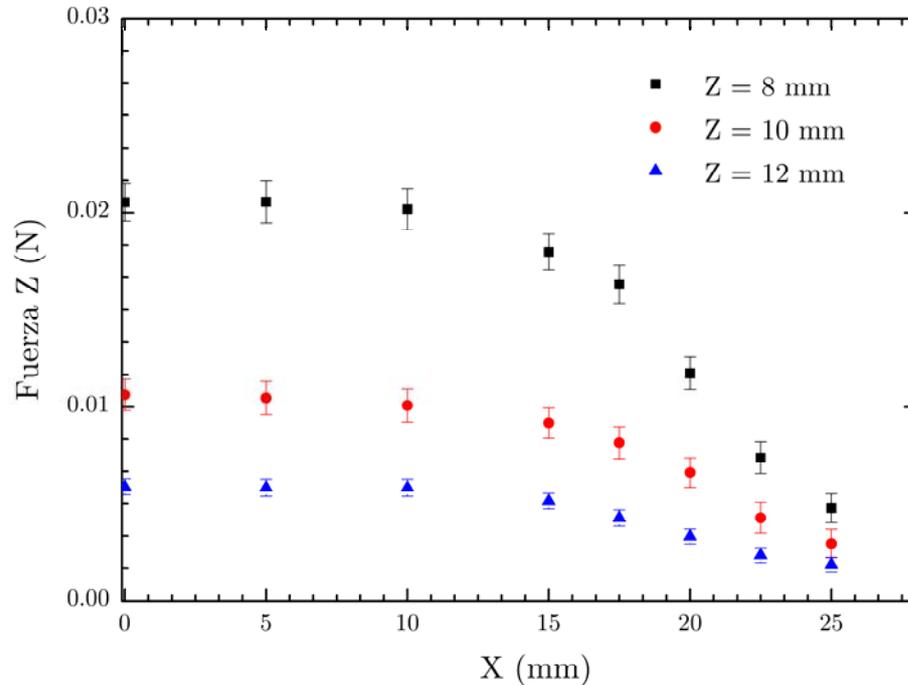
Se han hecho barridos de medidas a lo largo del eje longitudinal del cilindro y en la dirección radial a diferentes posiciones en altura. En la Figura 5.13 se muestran las medidas a lo largo del eje longitudinal ( $X = 0.0 \pm 0.1 \text{ mm}$ ) desde  $Z = 7$  hasta  $15.0 \pm 0.1 \text{ mm}$ . En todas las medidas la coordenada  $Y$  se ha mantenido constante e igual a  $0.0 \text{ mm}$ .



**Figura 5.13** – Medidas de la fuerza vertical a lo largo del eje longitudinal del superconductor ( $X = 0.0 \text{ mm}$ ).

El comportamiento en función de la posición  $Z$  parece lógico aumentando cuadráticamente con la distancia. En esta tanda de medidas no se ha realizado el estudio de la magnetización remanente.

En la Figura 5.14 mostramos las medidas a lo largo de la dirección radial  $X$  desde  $X = 0.0$  hasta  $25.0 \pm 0.1$  mm para 3 posiciones  $Z$  diferentes.



**Figura 5.14 - Medidas de la fuerza vertical a lo largo de la dirección radial del superconductor para las alturas  $Z = 8.0, 10.0$  y  $12.0$  mm.**

Como era de esperar las fuerzas verticales decaen conforme nos aproximamos al borde del cilindro ( $X = 22.5$  mm). Sin embargo, hasta la posición  $X = 10$  mm aproximadamente las fuerzas permanecen constantes. Esto es debido a que la zona de presiones superficiales dominantes no ha alcanzado el borde del cilindro. Igualmente, se comprueba la diferencia de fuerzas entre las distintas alturas.

En estas medidas sí se han encontrado magnetizaciones remanentes considerables (0.1 mT en el magnetómetro) en algunos puntos, en concreto para las alturas  $Z = 8.0$  y  $10.0$  mm en las medidas cercanas al borde del cilindro  $X = 17.0 - 25.0$  mm. La explicación y aprovechamiento de este hecho se dará en el Capítulo 6.

El imán utilizado tiene un peso de 0.82 g que equivale a 0.008 N. La distancia a la que el imán levitaría sería en una zona intermedia entre  $Z = 10.0$  mm y  $Z = 12.0$  mm no afectada por ningún tipo de magnetización remanente por lo tanto garantizando un comportamiento no-histerético.

## 5.5 Medidas del ángulo de equilibrio y fenómeno de alineamiento

En una posición XYZ determinada un imán sobre un superconductor se genera una distribución de fuerzas en superficie que conlleva una fuerza resultante de repulsión. Debido a que esta distribución de fuerzas puede no ser uniforme ni simétrica aparece además una resultante de momento de fuerzas sobre el elemento generador.

Se define el ángulo de equilibrio  $\theta_{eq}$  entre imán y superconductor la orientación relativa de la dirección de magnetización que para una posición XYZ dada consigue un equilibrio en la distribución de presiones tal que el momento aplicado en una determinada dirección  $a$  se anula:

$$M_a(X, Y, Z, \theta_{eq}) = 0 \quad (5.3)$$

Los ángulos de equilibrio se dividen a su vez en ángulos de equilibrios estables e inestables. La definición depende del sistema de referencia:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_a(X, Y, Z, \theta_{eq})}{\partial \theta_{eq}} > 0 &\rightarrow \text{Estable} \\ \frac{\partial M_a(X, Y, Z, \theta_{eq})}{\partial \theta_{eq}} < 0 &\rightarrow \text{Inestable} \end{aligned} \quad (5.4)$$

En sistemas magnetomecánicos con varios grados de libertad en rotación es necesario conocer el ángulo de equilibrio estable para caracterizar completamente el comportamiento mecánico de la levitación superconductora.

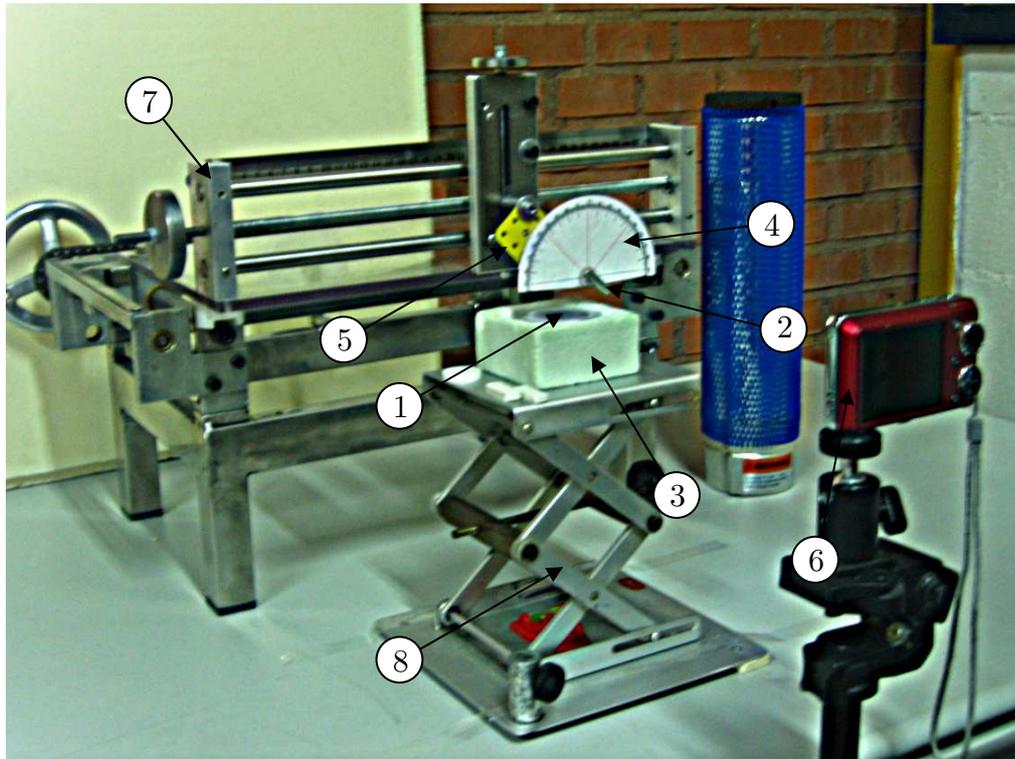
La descripción del comportamiento mecánico en levitación respecto a los pares de fuerzas y ángulos de equilibrio no había sido registrada hasta la fecha.

### 5.5.1 Dispositivo experimental

Se ha hecho un estudio del ángulo de equilibrio estable o “ángulo de alineamiento” entre imanes de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  y un superconductor de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ .

En concreto se ha utilizado un imán cilíndrico de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  de dimensiones 25 mm de altura y 6.31 mm de diámetro (2) de magnetización longitudinal N35 y un cilindro superconductor de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  (1) de dimensiones 45 mm de diámetro y 13 mm de altura.

En la Figura 5.15 mostramos la disposición del equipo experimental.



**Figura 5.15 – Dispositivo experimental para la medida del ángulo de alineamiento: (1) Superconductor, (2) imán, (3) vaso de poliestireno compacto, (4) goniómetro, (5) cojinete, (6) cámara fotográfica de registro, (7) mesa de desplazamiento 3D, (8) soporte Jack.**

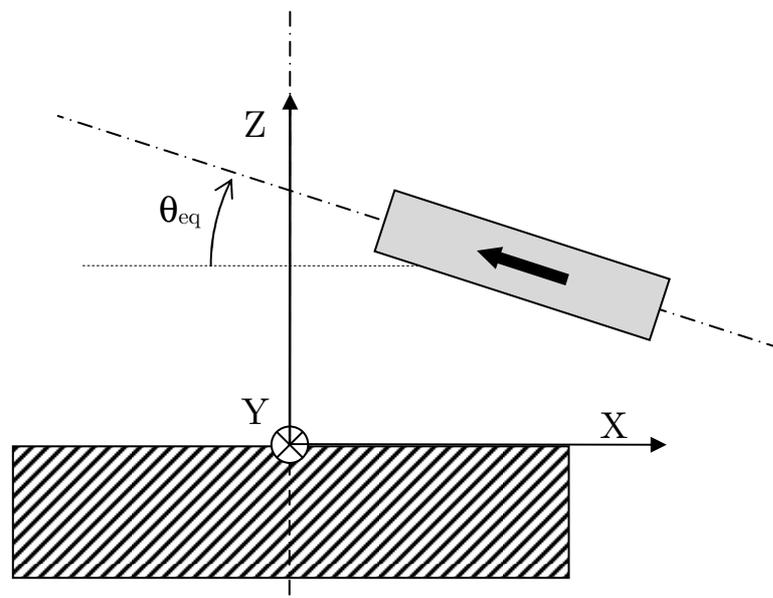
Para medir se une el imán a estudiar (2) a un cojinete (5) que bloquea todos los grados de libertad excepto el giro en la dirección paralela a la superficie superior del superconductor. A este montaje se le une una escala goniométrica para medir ángulos. Todo ello queda unido rígidamente a la mesa de desplazamiento 3D (7). El registro de los ángulos a las diferentes posiciones se hace mediante fotografías y post-procesado de éstas (Valiente-Blanco 2010).

Con este sistema se anula toda deformación del soporte por causa de las fuerzas de repulsión y se observa únicamente el comportamiento de los pares aplicados sobre el imán.

### *5.5.2 Procedimiento experimental*

Para las medidas de ángulo de equilibrio se ha establecido el sistema de coordenadas de la Figura 5.16. El centro de coordenadas se ha fijado en el centro de la cara superior del cilindro superconductor y la posición en altura Z del imán se

ha medido desde el centro de masas del imán al igual que la posición en el desplazamiento radial X.



**Figura 5.16 - Sistema de coordenadas para las medidas de ángulo de equilibrio.**

El procedimiento para las medidas del ángulo ha sido prácticamente igual al presentado en el apartado 5.4.3. Esta vez Los rangos de desplazamiento en las direcciones X y Z han sido igualmente establecidos para evitar la aplicación de campos por encima de los límites del estado Meissner. Esta elección ha resultado correcta en vistas de que no se ha encontrado en ninguna medida ninguna magnetización remanente significativa.

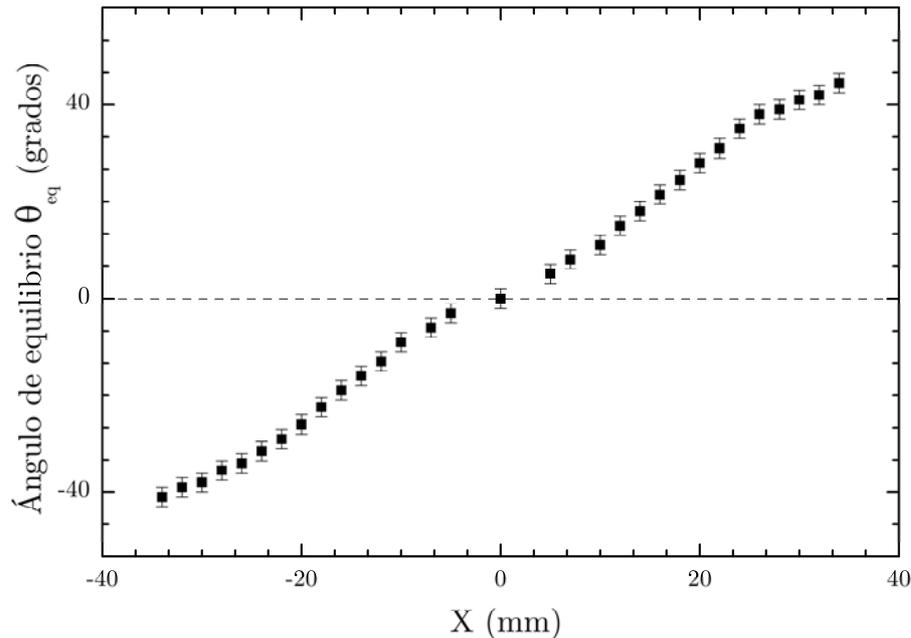
### 5.5.3 Error de la medida

Los errores en la posición son nuevamente de  $\pm 0.1$  mm en ambas direcciones X y Z. Igual que para las fuerzas, hemos utilizado el calibre para afinar las posiciones relativas.

Las medidas de los ángulos se obtienen directamente si medidas indirectas. El goniómetro ofrece una resolución de  $0.5^\circ$ . No obstante, El error de la medida ha de ser incrementado teniendo en cuenta desequilibrios en el ensamblaje del imán en el eje de cojinete, defectos de giro del propio cojinete y errores en el tratamiento informático de las fotografías que registran los valores. Así pues, los errores estimados empíricamente para el ángulo medido se han fijado en  $\pm 2^\circ$ .

### 5.5.4 Resultados de las medidas

A continuación presentamos las medidas del ángulo de equilibrio hechas. En la Figura 5.17 mostramos la variación del ángulo de equilibrio con la posición radial  $X$  para una altura  $Z = 15.0$  mm. La posición radial  $X$  varía desde  $-34.0$  mm hasta  $34.0$  mm. En todas las medidas de ángulo la coordenada  $Y$  se ha mantenido constante e igual a  $0.0$  mm.



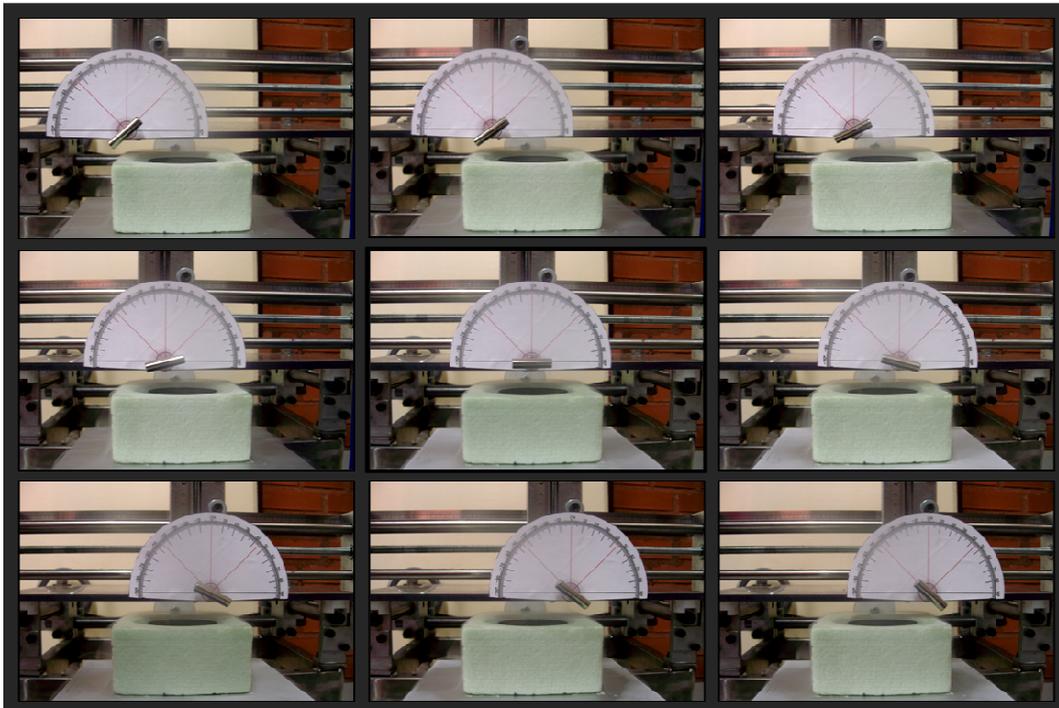
**Figura 5.17 – Ángulo de equilibrio respecto a la posición radial  $X$  para una altura de  $Z = 15.0$  mm.**

Para valores cercanos al centro de coordenadas se observa una variación del ángulo de equilibrio pequeña, permaneciendo el imán prácticamente horizontal. Si uno calcula la distribución de presiones para esos primeros casos se puede demostrar que la principal superficie que contribuye a las fuerzas y pares en la cara superior del cilindro superconductor. Así pues, podemos decir que un imán permanente tiende a alinearse perpendicularmente a la normal de la superficie superconductor predominante en la generación de fuerzas. Este efecto lo hemos denominado como *efecto de alineamiento*. El efecto de alineamiento con la cara superior va decayendo conforme el imán se aproxima al borde ( $X = 22.5$  mm). A medida que se acerca la contribución de la cara lateral se hace más fuerte y por lo tanto generando un efecto de alineamiento hacia ella.

Si bien existe una literatura extensa sobre la interacción imán-superconductor, este efecto no ha sido nunca registrado en literatura: ni demostrado teóricamente, ni medido experimentalmente.

Conocer este hecho para el ingeniero mecánico es muy importante puesto que completa la comprensión del comportamiento mecánico de un imán levitando sobre un superconductor en estado Meissner completo.

En la Figura 5.18 presentamos una secuencia de imágenes que muestran la variación del ángulo de equilibrio conforme se desplaza el imán diametralmente.



**Figura 5.18 – Secuencia del giro del imán en un movimiento diametral por encima del superconductor.**

Se ha analizado el efecto de la altura del imán en el ángulo de equilibrio, Figura 5.19.

Se aprecia que para valores cercanos al centro de coordenadas cuanto menor en la distancia  $Z$  más le cuesta al imán empezar a girar. Sin embargo, a medida que el imán se acerca al borde del cilindro superconductor la tendencia se invierte, girando más bruscamente cuando se sitúa el imán en alturas  $Z$  más bajas. Esta variación de comportamiento se explica nuevamente por la diferencia de contribución de cada cara: en posiciones más bajas, cercanas a las caras del superconductor el efecto de alineamiento de cada cara predomina más, durante más recorrido provocando un cambio más brusco que para alturas mayores donde el cambio es más suave.

El imán tenderá a alinearse con la normal de la superficie predominante, por lo tanto si está más alejado “siente” menos la forma del superconductor porque no es una sola la superficie predominante. En cambio si se pudiera hacer el barrido en posiciones más cortas veríamos cambios muchísimos más bruscos

pudiendo trazar con precisión la forma del superconductor sólo gracias al efecto de alineamiento.

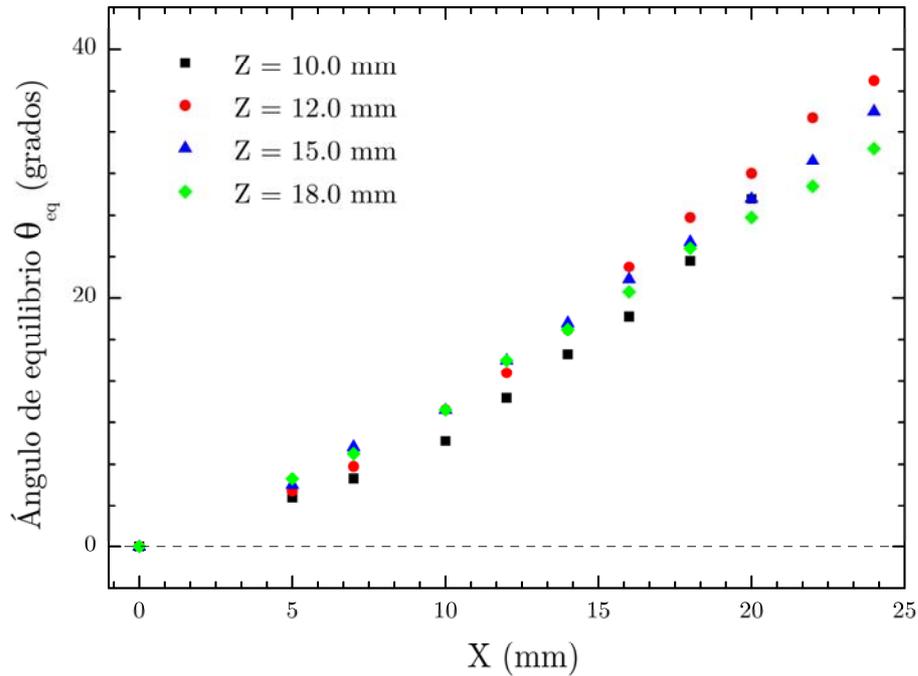


Figura 5.19 – Ángulo de equilibrio respecto a la posición radial X a diferentes posiciones Z (se han ocultado las barras de error para una mejor visión).

Adicionalmente, se ha comparado el efecto del tamaño del imán sobre el ángulo de equilibrio a una posición en altura Z de 10.0 mm, Figura 5.20.

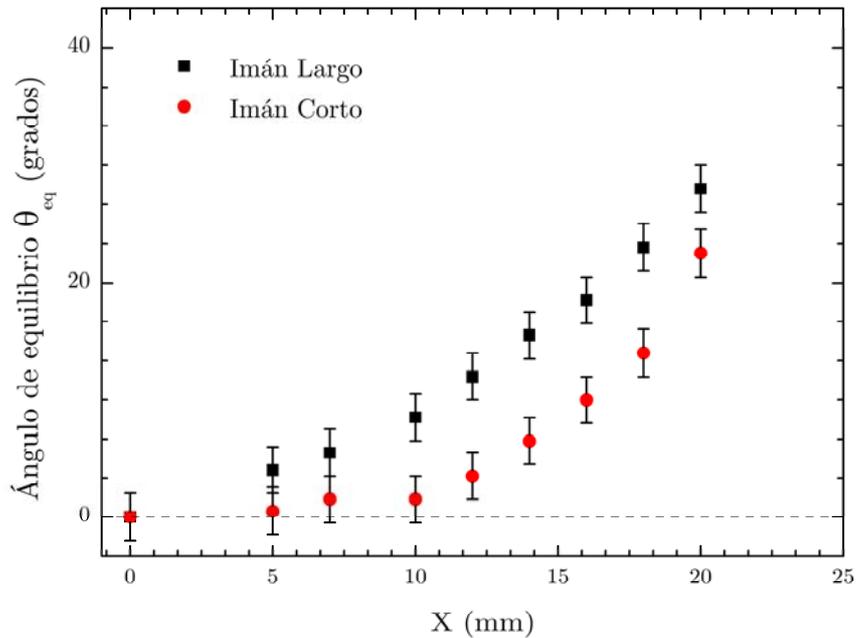


Figura 5.20 - Ángulo de equilibrio respecto a la posición radial X para diferentes tamaños de imán a una posición Z = 10.0 mm.

Para analizar el efecto del tamaño se ha utilizado un imán cúbico de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  de 5 mm de lado de magnetización paralela a una de las caras y de características magnéticas similares a las del imán usado anteriormente.

Se aprecia claramente una diferencia del comportamiento siendo más brusco el cambio de ángulo de equilibrio para el imán corto que para el largo. Esto se explica por la diferencia en la distribución de presiones. El imán largo genera una distribución de presiones que abarca más zona que el imán corto y que por tanto con el movimiento alcanza antes el borde. En cambio, el imán corto genera una distribución de presiones más localizada con lo que se ve más afectado por el efecto de alineamiento con la normal de la zona en la que se encuentre.

Conviene apreciar igualmente que el hecho de que tengan tamaños diferentes afectaría enormemente a las fuerzas de repulsión en una misma posición XYZ, sin embargo, el ángulo de equilibrio se ve menos afectado puesto que se trata de un mínimo y por lo tanto es independiente de las constantes de la función del par con el ángulo.

## 5.6 Cálculo teórico: Simulaciones

Para poder verificar la concordancia entre las medidas y los resultados que proporciona la expresión teórica PDGP del cálculo de fuerzas y pares se han realizado una serie de simulaciones.

### 5.6.1 Cálculo de las fuerzas y errores asociados

Los cálculos de fuerzas se han realizado utilizando post-procesado del método de elementos finitos. Las instrucciones de cálculo están detalladas en el Capítulo 4 y en los Apéndices.

Se ha calculado la fuerza vertical para cada una de las posiciones medidas. Igualmente hemos determinado el error para dicho cálculo teniendo en cuenta diferentes fuentes de error en el cálculo con respecto a la realidad.

Como valores para la magnetización del imán se han usado los definidos en el apartado 5.2.2 que son **1.19 T** de remanencia y **887.5 A/m** de coercitividad.

No obstante, teniendo en cuenta la amplitud del rango de valores de las características magnéticas proporcionado por el fabricante hemos de tener en cuenta el error debido a esta aproximación. Como el rango de la remanencia es 1.17-1.21 T consideraremos un error de la remanencia  $\Delta B_R = \pm 0.2 \text{ T}$ .

Si aproximamos el imán a un momento magnético puntual podemos calcular analíticamente cuanto afecta la variación del momento magnético sobre la fuerza calculada. Así pues

$$\left. \begin{aligned} \vec{B}_R &= \mu_0(\vec{H}^0 + \vec{M}) = \mu_0\vec{M} \\ \vec{m} &= \vec{M} \cdot Vol \end{aligned} \right\} \vec{m} = \frac{\vec{B}_R}{\mu_0} Vol \rightarrow \vec{m} \propto \vec{B}_R \quad (5.5)$$

Por otro lado, sabemos que la fuerza calculada es proporcional al cuadrado del momento magnético gracias a la expresión (3.19) que junto con (5.5) nos da:

$$F_{sc} \propto m^2 \propto B_R^2 \quad (5.6)$$

Utilizando la regla del neperiano para el cálculo del error tenemos:

$$\frac{\Delta F_{sc}}{F_{sc}} = 2 \frac{\Delta B_R}{B_R} = 2 \frac{0.02}{1.19} = 3.3\% \quad (5.7)$$

Separadamente, tenemos el error debido a la posición. Sabemos de la expresión (3.19) que la para un dipolo magnético puntual la fuerza disminuye con la distancia a la cuarta (donde  $r$  será la posición Z). Si consideramos que el error en la posición es de 0.1 mm tenemos un error relativo de:

$$\frac{\Delta F_{sc}}{F_{sc}} = 4 \frac{\Delta r}{r} = 4 \frac{0.1}{r} = \frac{0.4}{r} \quad (5.8)$$

Entrando en el modelo de elementos finitos tenemos que se ha definido como región de envoltura un cubo de lado 200 mm ( $\approx 4$  veces el diámetro del superconductor) situando en su centro el sistema imán-superconductor. Esto elimina los efectos de las condiciones de contorno para la región de envoltura considerando que no introduce error.

El mallado se ha afinado al máximo para disminuir el error. Se ha fijado un parámetro de malla  $\alpha$  (ver apartado 4.2) de 0.07 %. Según la Figura 4.4 esto corresponde a un error del 1 %.

Así pues el error relativo total es:

$$\frac{\Delta F_{sc}}{F_{sc}} = 0.033 + \frac{0.4}{r} + 0.01 \quad (5.9)$$

Con el valor de  $r$  en mm. Si tenemos en cuenta el rango de movimiento en Z 7.0-15.0 mm obtenemos unos errores relativos totales de entre el 7% y el 10%. Los dos primeros términos deben reducirse por la inexactitud de aproximación magnética puntual disminuyendo el error a valores entre el 4% y el 7%.

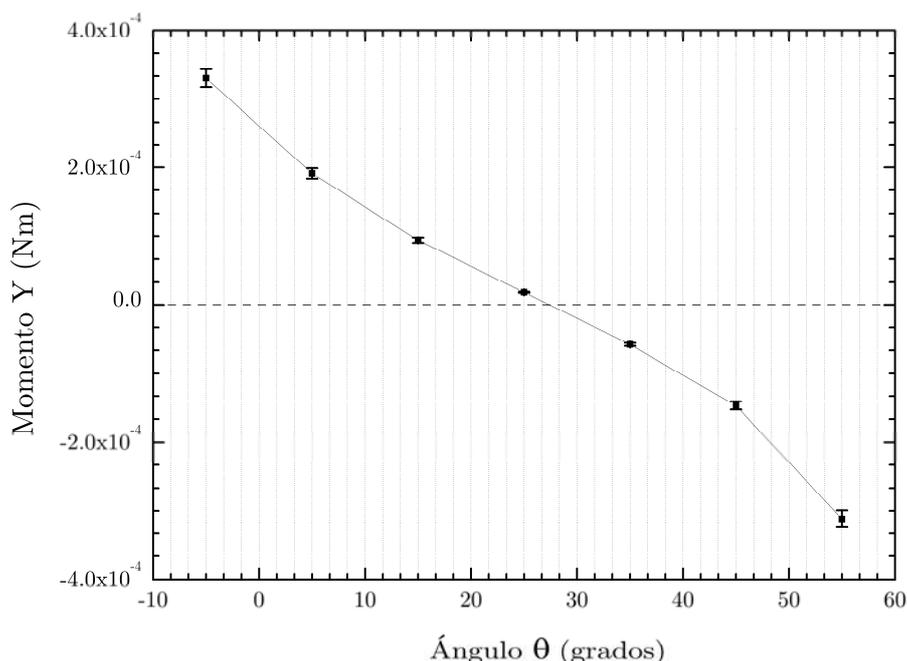
Las barras de error se han añadido a las gráficas del cálculo de fuerzas. Los valores calculados se presentan junto con las medidas en la comparativa hecha en el apartado 5.7.

### 5.6.2 Cálculo de los ángulos de equilibrio y errores asociados

Para el cálculo del ángulo de equilibrio se ha utilizado el cálculo de los pares para buscar la raíz de la función. Las instrucciones de cálculo de pares están detalladas en el Capítulo 4 y en los Apéndices.

Se ha calculado el par en función del ángulo de orientación de imán  $\theta$  (ver Figura 5.16) para cada una de las posiciones medidas. Hemos seguido el mismo esquema para el cálculo de los errores del par explicado en el apartado 5.6.1.

La raíz de la función  $M_Y(X, Y, Z, \theta)$  se ha obtenido por interpolación entre los valores más cercanos con cambio de signo. En la Figura 5.21 mostramos un ejemplo de cálculo de los pares en la dirección Y en función del ángulo de giro del imán en la posición  $X = 20.0$  mm,  $Z = 12.0$  mm.



**Figura 5.21 – Ejemplo de obtención del ángulo de equilibrio (raíz de la función) mediante el cálculo de pares en función del ángulo  $\theta$ .**

El ejemplo anterior da como resultado un ángulo de equilibrio de entre  $26^\circ$  y  $28^\circ$ . Para calcular el ángulo exacto se usa una interpolación lineal entre los dos puntos más cercanos. El error del cálculo por interpolación se calcula por interpolación lineal de errores como se esquematiza en la Figura 5.22.

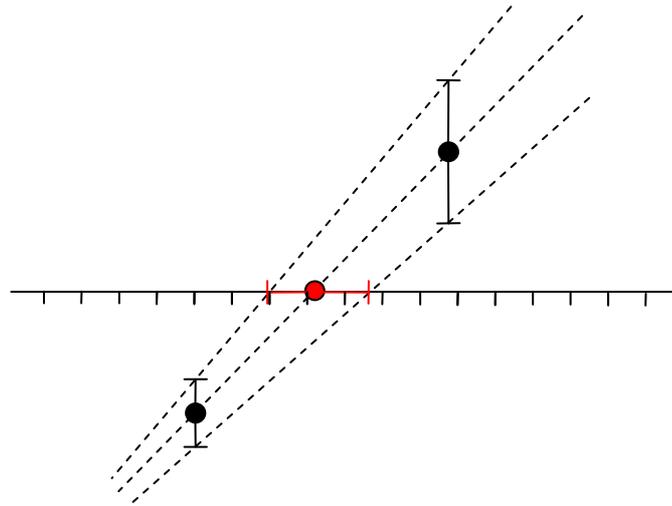


Figura 5.22 – Esquema de la interpolación lineal para el cálculo preciso de la raíz de la función y sus errores asociados.

## 5.7 Comparativa de resultados

A continuación mostramos la comparativa entre los valores medidos de las fuerzas y los calculados para todas las posiciones medidas incluyendo los errores tanto de medida como de cálculo.

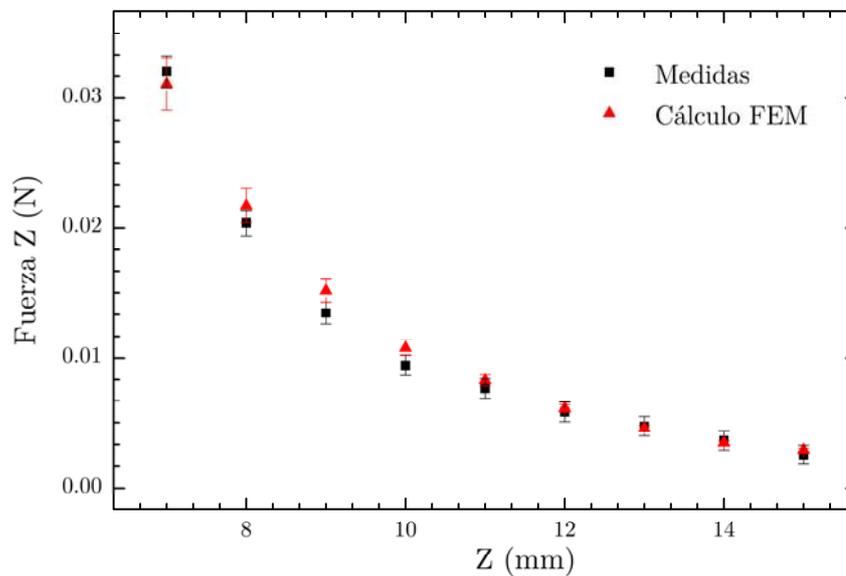
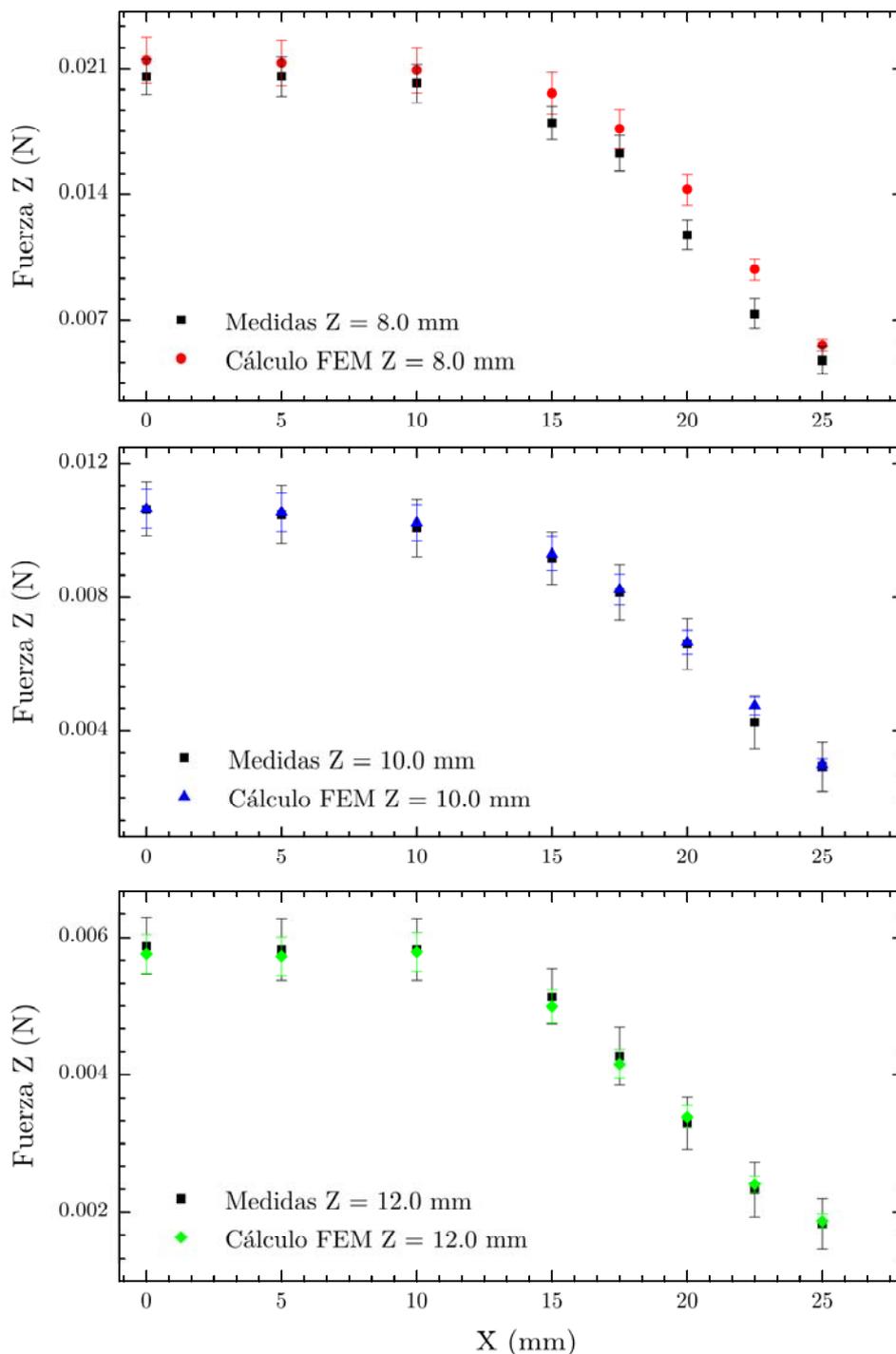


Figura 5.23 – Fuerzas en función de la distancia Z en  $X = 0.0$  mm.

La Figura 5.23 muestra la comparativa entre las fuerzas medidas y calculadas a lo largo del eje longitudinal Z en la posición centrada  $X = 0.0$  mm. Se observa un buen ratio de acuerdo entre ambas solapándose en todo momento las líneas de error. La Figura 5.24 presenta la misma comparativa para las fuerzas medidas en barrido radial X a diferentes alturas Z.

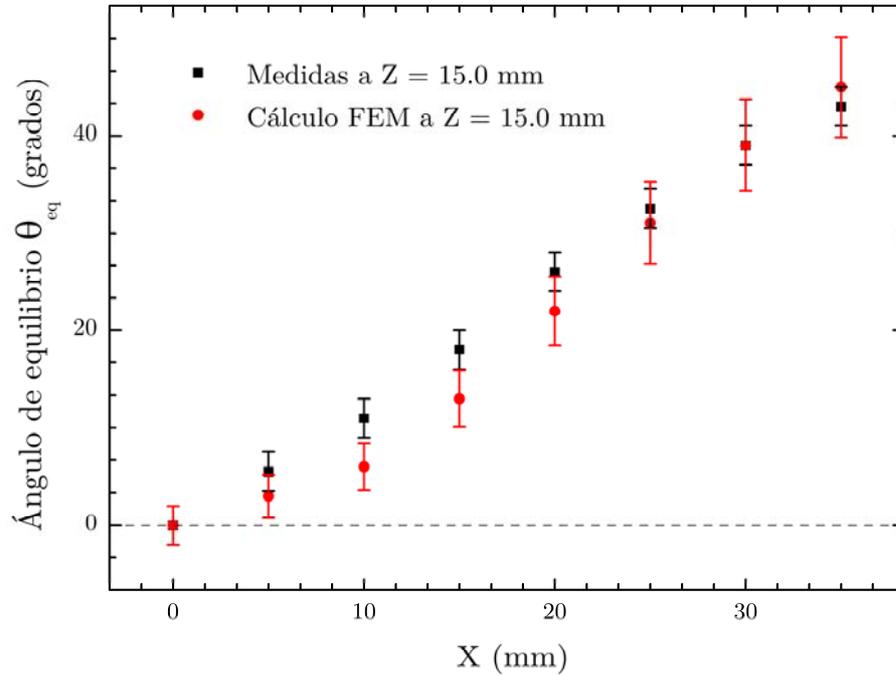


**Figura 5.24 – Comparativa de fuerzas en función de la distancia radial X en para las alturas Z = 8.0, 10.0 y 12.0 mm.**

Nuevamente encontramos un buen acuerdo entre medidas y resultados exceptuando en posiciones cercanas al borde para la altura  $Z = 8.0$  mm. La diferencia en esta zona se achaca a la pérdida del estado Meissner completo por aproximación excesiva del imán. Recordemos que estas medidas sí se han encontrado magnetizaciones remanentes considerables (0.1 mT en el magnetómetro) en algunos puntos, en concreto para las alturas  $Z = 8.0$  y 10.0 mm en las medidas cercanas

al borde del cilindro  $X = 17.0 - 25.0$  mm. La explicación y aprovechamiento de este hecho se dará en el Capítulo 6.

Presentamos en la Figura 5.25 la comparativa entre los ángulos de equilibrio medidos y los ángulos de equilibrio calculados para el imán largo a una altura de  $Z = 15.0$  mm.



**Figura 5.25 – Comparativa entre valores del ángulo de equilibrio medidos y calculados a una altura de  $Z = 15.0$  mm.**

Volvemos a apreciar un buen solapamiento de las barras de error, si bien éstas son bastante grandes relativamente.



## Capítulo 6

# LÍMITE DEL ESTADO MEISSNER

*El acuerdo entre las medidas descritas en el Capítulo 5 y los valores calculados es lo suficientemente bueno que nos permite proponer un método mecánico para determinar el campo de penetración inicial  $H_p$ , y por tanto el límite del estado Meissner en una pastilla superconductora. Las desviaciones entre las fuerzas medidas y las calculadas para un superconductor de  $Y_{1.65}Ba_2Cu_3O_{7-x}$  en estado Meissner completo se usan para determinar las corrientes de apantallamiento máximas y derivar en consecuencia el campo de penetración inicial. Adicionalmente, demostramos por qué la transición ocurre más fácilmente en los bordes que en el centro.*

### 6.1 Introducción a la medida del límite del estado Meissner

El campo crítico inferior  $H_{C1}$  es uno de los parámetros característicos de las propiedades magnéticas de los superconductores de tipo II. Habitualmente se obtiene experimentalmente a partir de los cambios de la pendiente de la magnetización entre el estado Meissner y el estado mixto reversible (Poole et al. 2007) como mostramos en la Figura 2.6.  $H_{C1}$  está directamente ligado a la energía libre de una línea de flujo (o fluxoide) y contiene información de los parámetros principales del estado mixto como son la longitud de penetración de London  $\lambda$  y el parámetro de Ginzburg-Landau  $\kappa$ . Así pues la medida del campo crítico inferior  $H_{C1}$  y del campo crítico superior  $H_{C2}$  proporcionan una caracterización completa del estado mixto del superconductor.

Sin embargo, estos valores son comúnmente medidos en monocristales de muy pequeñas dimensiones. Para volúmenes grandes de superconductor es prácticamente imposible mantener orientaciones homogéneas de los granos que forman el sinterizado. En pastillas policristalinas, otras características como el tamaño del grano, barreras de superficie, defectos del material y/o puntos de anclaje hacen que el campo magnético necesario para iniciar la penetración, y por lo tanto abandonar el estado Meissner completo, sea inferior al campo crítico inferior  $H_{C1}$ .

Podemos definir este valor como el campo de penetración inicial  $H_p$ . Este campo de penetración inicial  $H_p$  será siempre igual o inferior al campo crítico inferior  $H_{C1}$ . En el caso ideal en una pastilla homogénea monocristalina se cumple  $H_p = H_{C1}$ . La comparación entre los valores de  $H_p$  y  $H_{C1}$  puede resultar de utilidad para determinar la calidad de una muestra.

Se utilizan diferentes técnicas para la determinación de la transición del estado Meissner al mixto, la mayoría de ellas basadas en algún tipo de medida magnética sea en corriente continua como en alterna. También se utilizan otros métodos basados en técnicas magnetoópticas o de rotación del spin del muón (Meilikhov & Shapiro 1992).

El principal problema de las medidas de la magnetización estriba en que el cambio de pendiente en las cercanías del campo crítico inferior es extremadamente pequeño. Las líneas de flujo que inician a penetrar y que se anclan inmediatamente en los puntos de defectos cambian la magnetización total de la muestra sólo marginalmente. Para detectar estos cambios se han empleado métodos elaborados a partir de la substracción de los momentos medidos en la pendiente Meissner inicial (Vandervoort et al. 1991) o experimentos que proporcionan directamente la derivada de la magnetización (Hahn & Weber 1983)(Weber et al. 1991); SQUIDS, Figura 6.1, también se han utilizado para mejorar la precisión de este tipo de medidas (Bohmer et al. 1997).



Figura 6.1 – SQUID para la medida de la magnetización (CNR-SPIN, Genova).

## 6.2 Método mecánico para la medida del límite del estado Meissner

### 6.2.1 Introducción teórica

El método consiste en medir las fuerzas de repulsión entre un imán y la muestra de superconductor en diferentes posiciones relativas y comparar estas medidas con los valores calculados mediante la expresión PDGP. Las diferencias entre las fuerzas calculadas con el modelo y las realmente medidas indican que una parte de la muestra está en el estado mixto.

Establecer con precisión el momento en el que los valores divergen de medidos a calculados nos permite determinar el campo de penetración inicial  $H_p$ . Además, este método permite localizar las zonas donde ocurre la penetración inicial.

Hemos utilizado la expresión (3.13) en anteriores capítulos para calcular fuerzas. En el Capítulo 4 y en los Apéndices explicamos cómo programar dicha expresión en un programa de elementos finitos pero también como programar la expresión (3.10) para calcular la distribución vectorial de densidad de corriente superficial  $\vec{j}_s$ :

$$\vec{j}_s = 2(\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap}) \quad (6.1)$$

Para una posición y orientación concreta del imán sobre el superconductor podemos definir la eficacia Meissner como:

$$\eta = \frac{F_{ex}}{F_M} \quad (6.2)$$

donde  $F_{ex}$  es la fuerza medida experimentalmente en una dirección concreta y  $F_M$  es la fuerza calculada con la expresión PDGP para un estado Meissner completo. Una eficacia Meissner  $\eta = 1$  implicaría que para esa posición el superconductor se encuentra en un estado Meissner completo y que no ha habido penetración de flujo alguna. Por el contrario, valores inferiores a 1 indican que en esa posición se produce una penetración de flujo dentro del superconductor y que por tanto una parte de la pastilla superconductora está en el estado Mixto.

Para una posición relativa dada entre imán y superconductor podemos calcular igualmente el máximo valor de densidad de corriente superficial que se da en toda la superficie de la pastilla superconductora. Este valor lo llamaremos  $J_{surf Max}$  y lo definimos matemáticamente como:

$$J_{surf Max} = \text{Max}_{\vec{r} \in \Omega_{SC}} \{ |\vec{j}_s(\vec{r})| \} \quad (6.3)$$

Hablar de campo magnético aplicado es equivalente a hablar de densidad de corriente superficial aplicada conforme la expresión (6.1), por lo tanto definimos el valor  $J_{p surf}$  como el valor en densidad de corriente superficial equivalente al campo de penetración inicial.

En primera aproximación podemos asumir que:

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{for } J_{surf Max} < J_{p surf} , \\ 1 - a \cdot (J_{surf Max} - J_{p surf}) & \text{for } J_{surf Max} > J_{p surf} . \end{cases} \quad (6.4)$$

donde  $a$  que depende de la geometría de la configuración y  $J_{p surf}$  es el parámetro de penetración inicial que queremos calcular.

A continuación veremos como obteniendo el valor de la eficacia Meissner  $\eta$  y de  $J_{surf Max}$  para diferentes posiciones podemos determinar con buena precisión  $a$  y  $J_{p surf}$  y de ahí derivar el valor de  $H_p$  usando (6.1).

### 6.2.2 Aplicación práctica

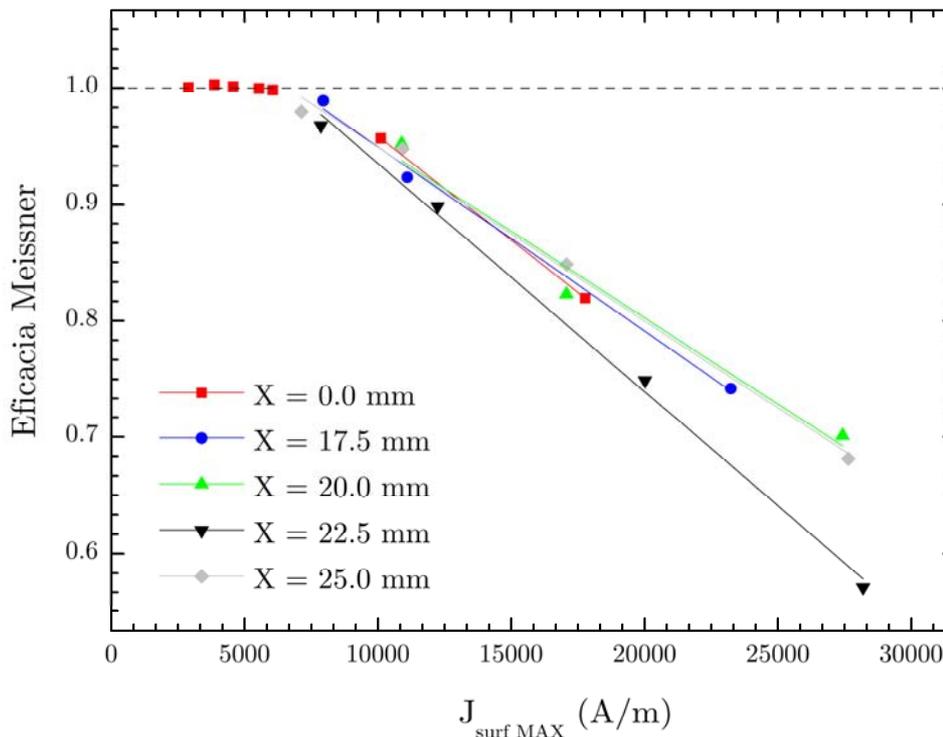
Hemos utilizado los datos de medidas de fuerzas del Capítulo 5 para realizar el estudio del campo de penetración inicial. A los datos ya obtenidos hemos añadido algunos puntos para tener una determinación más precisa. Estos puntos se han buscado en posiciones más cercanas al límite geométrico que habíamos esta-

blecido en el Capítulo 5 para forzar efectivamente una penetración de flujo magnético y observar mejor las diferencias.

Así pues las posiciones medidas a las cuales hemos medido el valor de la fuerza vertical son en movimiento radial  $X = 0.0, 5.0, 10.0, 15.0, 17.5, 20.0, 22.5$  y  $25.0 \pm 0.1$  mm; a 4 diferentes alturas  $Z = 12.0, 10.0, 8.0$  and  $6.0 \pm 0.1$  mm. Para medir las fuerzas hemos usado siempre el mismo dispositivo experimental que el detallado en el apartado 5.4.1. Hemos igualmente seguido el mismo sistema de coordenadas que el indicado en la .

Podemos representar los valores calculados de eficacia Meissner frente al valor máximo de densidad de corriente superficial en cada posición. Hemos diferenciado en función de la posición radial haciendo barridos en la posición longitudinal. No se han incluido en la gráfica todos los valores de medida que entregaban eficacias Meissner de 1. Sólo los resultados de eficacia 1 para  $X = 0.0$  mm se han incluido como referencia. El criterio para considerar un punto por debajo de la eficacia Meissner completa ha sido tener menos del 0.98 de ratio.

En la Figura 6.2 mostramos el resultado de las medidas y los análisis de densidad de corriente superficial máxima. Hemos añadido las aproximaciones lineales hechas con los puntos de cada posición radial  $X$  que estaban por debajo del criterio de eficacia Meissner completa. La intersección de dichas rectas con la línea de eficacia Meissner completa nos da el valor en densidad de corriente superficial equivalente al campo de penetración inicial.



**Figura 6.2 – Eficacia Meissner en distintos puntos en función de su densidad de corriente superficial máxima.**

Para una mejor visualización no se han incluido las barras de error de cada punto no habiéndose encontrado en ningún punto errores mayores al 0.04 en la eficacia Meissner. El error del cálculo de la eficacia se ha calculado teniendo en cuenta los errores de medida y cálculos descritos en el Capítulo 5.

Se observa que a partir de un cierto valor de  $J_{surf Max}$  la eficacia Meissner decae. Si bien no exacta, la aproximación a un comportamiento lineal parece adecuada. En la Tabla 6.1 resumimos los valores de  $a$  y  $J_{p surf}$  obtenidos conforme a la expresión (6.4).

	$J_{p surf}$ (A/m)	$a$ (m/A)	Coef. Correlación ( $R^2$ )
X = 0.0 mm	$6600 \pm 1065$	-1,5615E-05	1
X = 17.5 mm	$6377 \pm 732$	-1,5367E-05	0.994
X = 20 mm	$5930 \pm 845$	-1,4164E-05	0.979
X = 22.5 mm	$6676 \pm 654$	-1,9622E-05	0.996
X = 25 mm	$6561 \pm 806$	-1,4935E-05	0.993

**Tabla 6.1 – Valores de  $a$  y  $J_{p surf}$  y coeficiente de correlación del ajuste lineal para cada posición X.**

A partir de estos datos podemos obtener una media ponderada del valor de  $J_p$  *surf*. El valor incluye un error de un  $\sigma$  de la media ponderada (Barlow 1989). El valor que obtenemos es  $J_p$  *surf* = 6452  $\pm$  353 A/m. Utilizando la expresión (6.1) sacamos el valor del campo magnético equivalente  $H_p$  = 3226  $\pm$  176 A/m.

En la Tabla 6.2 comparamos este resultado con los valores obtenidos mediante otros métodos para el campo crítico inferior  $H_{C1}$  para una muestra de monocristales de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  a una temperatura de 77 K.

T = 77 K	C. Bömer et al. (Bohmer et al. 1997)	Umewaza et al. (Umewaza & Crabtree 1998)	Kaiser et al. (Kaiser & Swartzendruher 1991)	Wu et al. (Wu & Sridhar 1990)	Método mecánico
$H_{C1} \parallel$ (ab) (A/m)	2900 $\pm$ 250	4500 $\pm$ 450	3580	4950	3226 $\pm$ 176
$H_{C1} \parallel$ c (A/m)	6000 $\pm$ 2300		11000	15518	

**Tabla 6.2 - Valores del campo crítico inferior para una muestra de monocristales de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  a 77 K.**

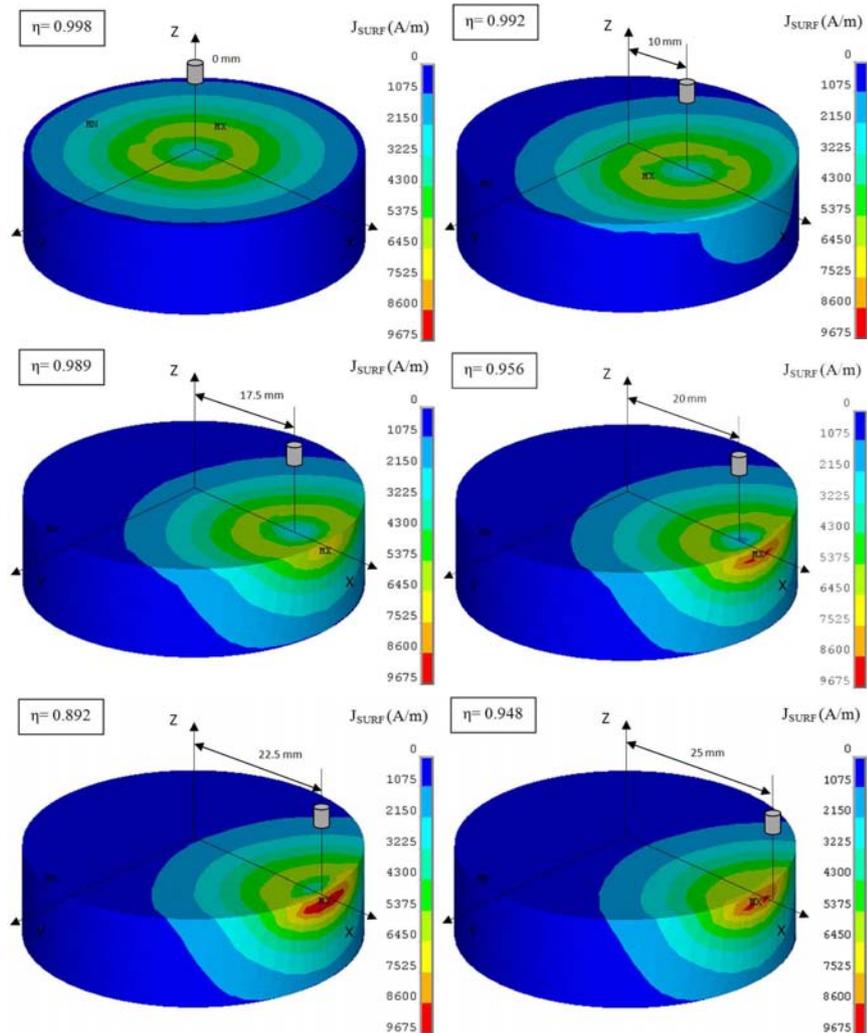
Comprando los valores medidos mediante otros métodos y el método mecánico presentado vemos que el orden de magnitud de nuestro resultado es semejante al de los ya publicados. Además, y como era de esperar al tratarse de una muestra policristalina, el valor obtenido es inferior a los valores medidos salvo en un caso. Igualmente podemos ver que el método parece ser bastante preciso.

La incertidumbre en la determinación de  $J_p$  *surf* se puede reducir incrementando el número de series de medidas. Cada serie de medida produce un nuevo valor para  $H_p$ . Los errores aleatorios se reducen en función de  $\sqrt{N}$ , siendo N el número de series de medida que entregan un valor de  $H_p$ . Es preciso remarcar que no se trata simplemente de repetir la misma serie de medidas varias veces como sería el caso para otros métodos. Por lo tanto, este método es intrínsecamente más preciso que otros métodos utilizados.

Además, los valores alejados del estado Meissner completo contribuyen a mejorar la precisión del método. La determinación de las pendientes de las líneas de regresión tiene una propagación de errores más conveniente que en los casos de medidas de cambios de pendiente de la tangente de las curvas de magnetización. Otros métodos necesitan de medidas más precisas para obtener un error razonable para  $H_{C1}$ .

Mostramos en la Figura 6.3 las distribuciones de densidad de corriente superficial  $J_{surf}$  en módulo para entender mejor como afectan los bordes a la penetra-

ción del flujo en el interior. En la secuencia de gráficos se ha mantenido fija la posición  $Z$  en altura y se presentan distintas posiciones radiales  $X$ .



**Figura 6.3 – Distribución del módulo de la densidad de corriente superficial en diferentes posiciones radiales  $X$  a una altura de  $Z = 10.0$  mm. Las zonas en color amarillo, naranja y rojo están por encima del límite calculado para  $J_p$  surf.**

Observamos que cuando el imán se aproxima al borde del cilindro superconductor se dan zonas de densidad de corrientes más altas. Como las corrientes máximas permitidas están limitadas por la naturaleza del material, el superconductor no es capaz de apantallar eficazmente el campo magnético que se le aplica y por lo tanto las líneas de flujo empiezan a penetrar. Es esa situación se da que localmente el superconductor ha transitado del estado Meissner completo al estado mixto.

Se ve que para la misma altura las distribuciones de densidad de corrientes son diferentes en magnitud, siendo más bajas en el centro que en los bordes. Esto

lo podemos explicar analizando la forma del campo magnético que genera un imán y utilizando la expresión (6.1). En la cara lateral el campo magnético tangencial a la superficie es mayor que el campo magnético tangencial a la cara superior del cilindro lo que genera mayores corrientes.

Este análisis concuerda con otros estudios hechos sobre el efecto de bordes y del grosor y de la pastilla superconductor y de las magnetizaciones en los bordes descritos por otros autores, todo ellos hechos dentro de campos magnéticos uniformes (Morozov et al. 1996)(B. Schmidt & Morozov 1997)(Brandt 2000).

Así pues este método no sólo nos permite determinar con qué campo magnético se inicia la penetración sino que además nos dice dónde.

Por lo tanto, se ha demostrado que el método obtiene resultados similares a los obtenidos por otros métodos. Igualmente, se ha demostrado que el método es intrínsecamente más preciso que los habituales hasta la fecha además que proporciona información adicional como la localización de la penetración inicial que otros métodos no pueden.

Además, el hecho de que este procedimiento se haya diseñado a temperatura ambiente (siempre y cuando que el superconductor esté por debajo de su temperatura crítica) le da una aplicabilidad mayor, pudiéndose instalar con facilidad en sistemas industriales de producción como parte del proceso de control de calidad.

Como trabajo futuros para este desarrollo proponemos en primer lugar comparar directamente los resultados de la muestra utilizada con los resultados mediante otros métodos con la misma muestra. Se propone a su vez la programación del método en alguna línea de producción de cables superconductores para su control de calidad.



# Capítulo 7

## APLICACIONES

*En este capítulo presentamos algunos ejemplos de aplicaciones directas del modelo para calcular fuerzas entre imán y superconductores de distintas geometrías. Concretamente, calculamos el comportamiento de un imán sobre una esfera superconductora y aplicamos el modelo al diseño de un mecanismo detector de proximidad basado en el efecto de volteo (o flip effect) entre un imán y un superconductor toroidal.*

### 7.1 Imán permanente y esfera superconductora

#### 7.1.1 Introducción

Como indicamos en el Capítulo 1 existen diferentes modelos para calcular las fuerzas de interacción magnéticas entre imanes y superconductores. La mayoría de ellos están basados en el método de las imágenes. Este método se usa habitualmente en cálculos analíticos. Debido a la complejidad de dichos cálculos sólo se suelen resolver configuraciones con un alto grado de simetría como pueden ser cilindros, cilindros infinitamente largos, semiplanos infinitos o esferas.

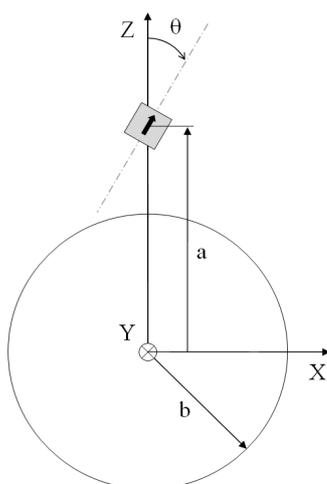
Recientemente ha habido un gran interés en el caso concreto de un dipolo magnético puntual y una esfera superconductora. Varios estudios han analizado la energía magnética y las fuerzas correspondientes de interacción para diferentes posiciones y orientaciones relativas entre un dipolo magnético puntual y una esfera superconductora.

Coffey et al. (Coffey 2000),(Coffey 2002) calcularon las soluciones analíticas usando el método de las imágenes para las configuraciones tangencial y radial del imán con respecto a la esfera. En estos artículos Coffey concluyó que la fuerza de levitación en la configuración tangencial era la mitad de la configuración radial para una esfera en el estado Meissner completo. Sin embargo, Lin (Lin 2006) and Palaniappan (Palaniappan 2007) demostraron que el resultado para la orientación tangencial de Coffey era incorrecto. Más recientemente, Al-Khateeb et al. (Al-Khateeb et al. 2008) (a partir de ahora referenciado como AAAA) reivindicaron haber resuelto el problema para un dipolo – esfera superconductor de orientación arbitraria de nuevo usando el método de las imágenes. No obstante, de nuevo Palaniappan demostró que estos cálculos estaban también equivocados (Palaniappan 2009).

En este apartado presentamos los cálculos de fuerzas y pares entre un imán finito y una esfera superconductora que hemos realizado utilizando la expresión PDGP. Se comparan nuestros resultados con los equivalentes obtenidos por Palaniappan y AAAA para confirmar de nuevo la validez de la expresión y comparar nuestros resultados basados en un modelo local con los basados en el método de las imágenes. Se ha analizado el efecto del tamaño finito del imán. Además, a partir de los cálculos de par hemos deducido el ángulo de equilibrio entre un imán y una esfera superconductora.

### 7.1.2 Sistema esfera superconductora – imán permanente

El sistema de coordenadas que se ha usado es el mostrado en la Figura 7.1.



**Figura 7.1 – Sistema de referencia para el sistema imán esfera superconductora.**

Se ha utilizado la misma nomenclatura que la utilizada en los artículos con los que hacemos comparación. En nuestro caso el punto de referencia del imán es el centro de masas puesto que el imán tiene tamaño finito. Exactamente se ha considerado un imán cilíndrico de 5 mm de altura por 5 mm de diámetro. La dirección de magnetización se ha fijado paralela al eje de revolución del imán y el material considerado fue un  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  con una magnetización de 962 kA/m. Así pues el momento magnético asociado a dicho imán será  $0.094 \text{ Am}^2$ . La forma y magnetización del imán permanente se ha mantenido constante en todos los cálculos.

El parámetro  $a$  es la distancia radial desde el centro de masas del imán al centro de la esfera. El parámetro  $\theta$  indica que el ángulo entre el eje Z y el eje de revolución del imán. El radio de la esfera se ha denominado con el parámetro  $b$  y se ha mantenido constante a 20 mm en todos los cálculos.

### 7.1.3 Cálculos y discusión

#### 7.1.3.1 Fuerzas

Se han calculado las fuerzas entre la esfera superconductora y el imán para distintas distancias  $a$  y diferentes orientaciones  $\theta$ . En la Figura 7.2 se muestran las fuerzas en la dirección radial Z sobre el imán.

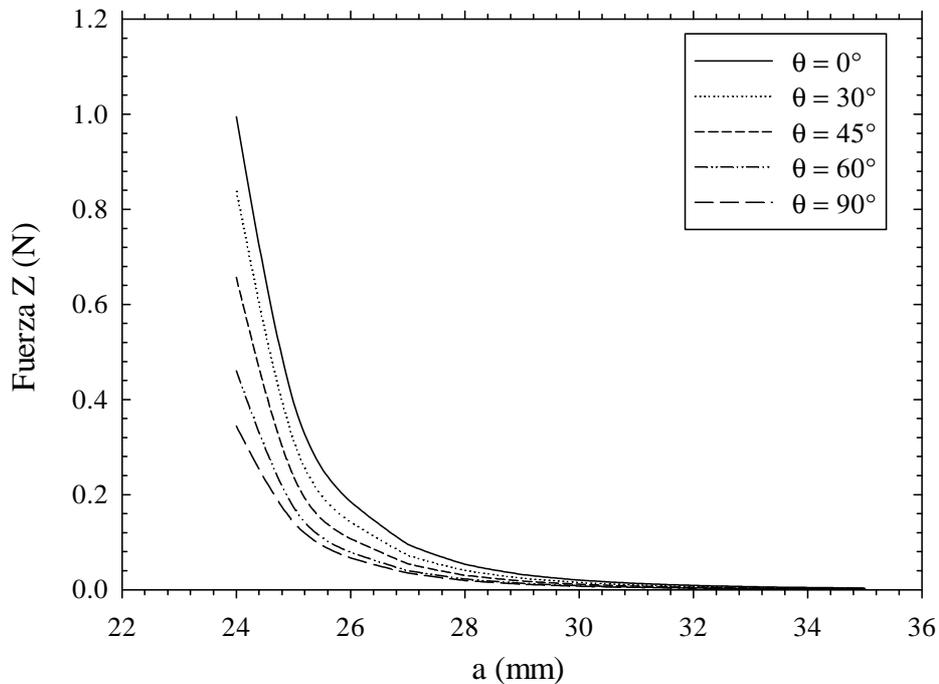
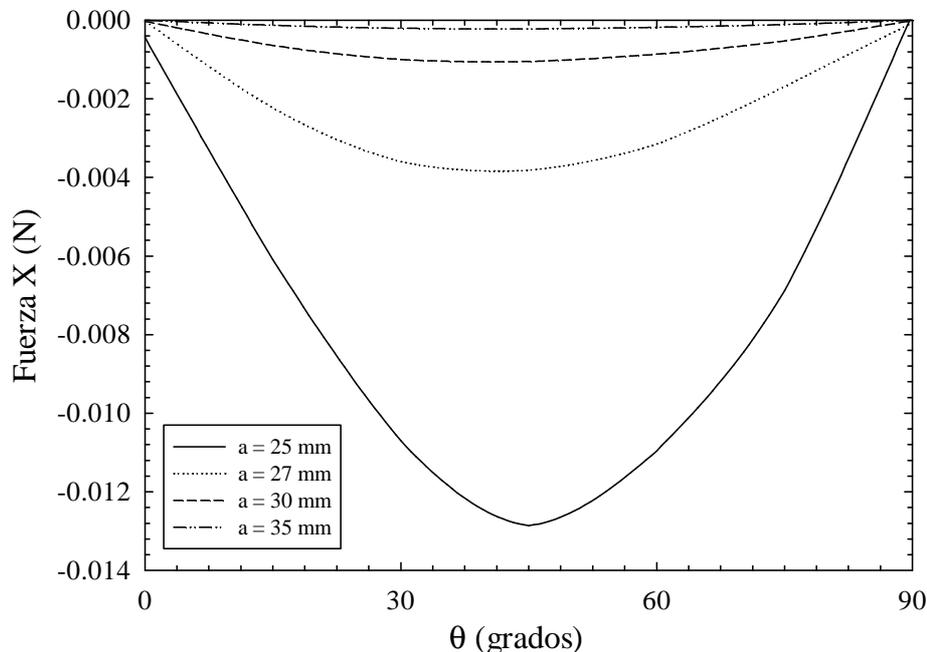


Figura 7.2 – Fuerza Z en función de la distancia  $a$  para diferentes orientaciones.

Se observa un fuerte decaimiento inicial con la distancia al igual que una diferencia de fuerzas entre las distintas orientaciones siendo los valores de fuerza mayores para la orientación  $\theta = 0^\circ$  (orientación radial) y los más pequeños para  $\theta = 90^\circ$  (orientación tangencial).



**Figura 7.3 – Fuerza X en función del ángulo de orientación para distintas posiciones radiales  $a$ .**

En la Figura 7.3 mostramos los valores de la fuerza sobre el imán en la dirección tangencial. Vemos que los valores decrecen con la distancia  $a$  igual que sucedía con la componente radial de la fuerza. Sin embargo, para el caso de la componente tangencial tenemos valores nulos a  $0^\circ$  y a  $90^\circ$  y un mínimo en  $45^\circ$ .

### 7.1.4 Pares

Hemos calculado igualmente el par entorno al eje Y que actúa sobre el imán. En la Figura 7.4 vemos de nuevo un máximo a  $45^\circ$  en todas las distancias  $a$ . Vemos que para los valores de  $\theta = 0^\circ$  y  $90^\circ$  el valor de par es nulo. Esto implica que esas son las orientaciones de equilibrio o ángulos de equilibrio. Sin embargo, de las dos posiciones de equilibrio la que tiene la posición estable es la de  $90^\circ$ . Es decir que un imán libre de girar sobre una esfera superconductora tenderá alinear su orientación magnética tangencialmente a la superficie de la esfera.

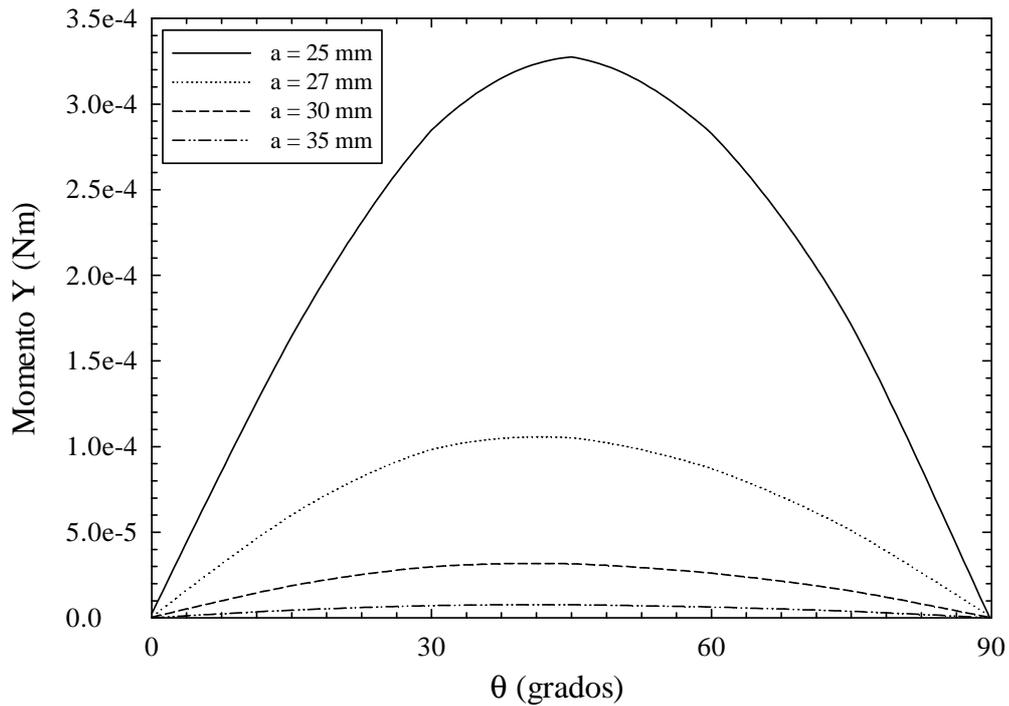


Figura 7.4 – Momento entorno al eje Y en función del ángulo de orientación para diferentes distancias  $a$ .

### 7.1.5 Comparación de resultados

Para analizar el efecto del tamaño finito del imán y comparar la validez de la expresión basada en el modelo PDGP se han comparado nuestros resultados con los obtenidos por Palaniappan (Palaniappan 2009) y AAAA (Al-Khateeb et al. 2008). Concretamente, se han comparado los nuestros resultados con los valores dados por la expresión (7) y la expresión (4) de las correspondientes referencias. El momento magnético puntual considerado para el imán es el asociado dada su magnetización y su volumen:  $m = 0.094 \text{ Am}^2$ .

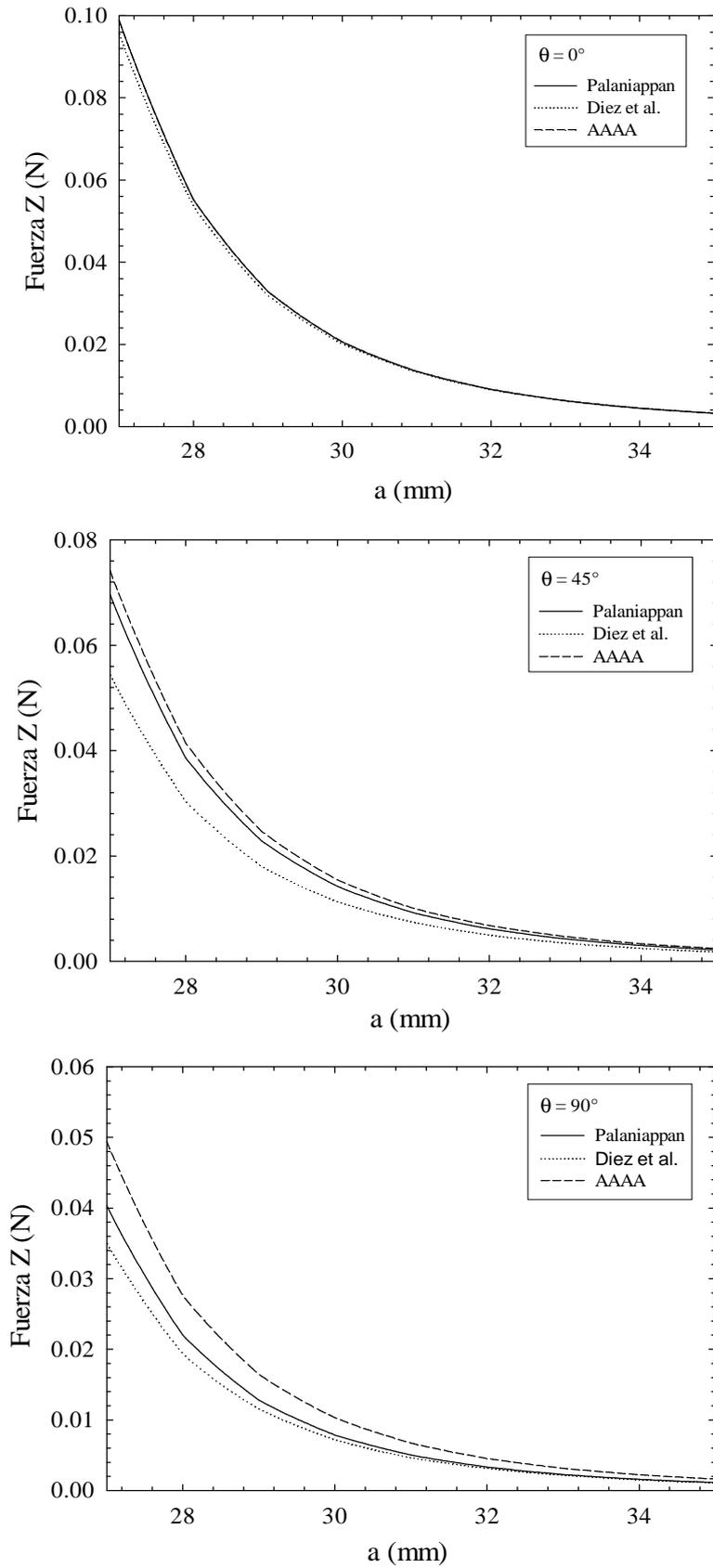


Figura 7.5 – Comparación con cálculos basados en el método de las imágenes y para dipolo magnético puntual.

En la Figura 7.5 mostramos las comparaciones para 3 ángulos de orientación distintos. Para una orientación de  $0^\circ$  Palaniappan y AAAA obtienen exactamente los mismos valores, nuestros resultados tienen un muy buen acuerdo siendo menor el error a medida que nos alejamos de la esfera superconductora.

En la orientación de  $45^\circ$  nuestros valores se alejan de Palaniappan (considerados correctos) al igual que los de AAAA. Vemos que el efecto del tamaño finito del imán influye más. En este caso los valores de AAAA se aproximan más a los de Palaniappan que los nuestros.

En la orientación tangencial  $90^\circ$  en cambio nuestros cálculos se aproximan más a los considerados como correctos que los de AAAA. No obstante vemos de nuevo que la diferencia entre nuestros resultados y los valores de Palaniappan es mayor cuanto más cerca de la esfera estemos (mayores efectos de tamaño finito). Para valores alejados de la superficie de la esfera el acuerdo entre nuestros valores calculados a partir de la expresión PDGP y los calculados por Palaniappan basados en el método de las imágenes es muy bueno.

Así pues, se han calculado las fuerzas y pares que actúan entre un imán permanente de tamaño finito y una esfera superconductora. Se ha demostrado que para todos los casos de orientación del imán las fuerzas decaen con la distancia rápidamente. Estas fuerzas también dependen del ángulo de orientación. Se ha encontrado un máximo para las fuerzas en dirección tangencial a la superficie en  $45^\circ$  y en  $0^\circ$  para las fuerzas radiales.

También se ha calculado el par en torno al eje Y demostrando que existen dos ángulos de equilibrio en orientaciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Más concretamente se ha determinado que el ángulo de equilibrio estable es  $90^\circ$  lo cual implica que un imán permanente libre de girar sobre una esfera superconductora tenderá a alinearse tangencialmente con esta.

Para finalizar hemos comparado los valores obtenidos con la expresión PDGP con resultados obtenidos de expresiones basadas en el método de las imágenes obteniendo un buen acuerdo entre ellas y demostrando el efecto del tamaño finito del imán.

## 7.2 Cálculo de mecanismos basados en el efecto de volteo y pautas para el diseño

### 7.2.1 Introducción

En el apartado **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** hemos aplicado el modelo PDGP al cálculo de fuerzas entre esfera superconductora e imán. Como hemos indicado este caso también había sido tratado anteriormente mediante el método de las imágenes. Casos más complicados no han sido tratados aún mediante el método de las imágenes por la complejidad de los cálculos analíticos. Sin embargo, con el modelo local PDGP no tenemos la limitación de formas que el método de las imágenes. Así pues, por ejemplo, hemos calculado la interacción entre un imán cilíndrico y un superconductor de forma toroidal, caso que hasta donde sabemos no se ha tratado.

Concretamente, hemos analizado el par que se ejerce sobre un imán situado en el eje de revolución del toroide. Con este análisis se ha encontrado que existe un fenómeno nombrado como efecto de volteo (o *flip effect*) en el cual la orientación de equilibrio estable del imán cambia súbitamente a partir de un cierto punto pasando de una orientación vertical a una horizontal. Este fenómeno puede ser fácilmente utilizado como detector digital de proximidad.

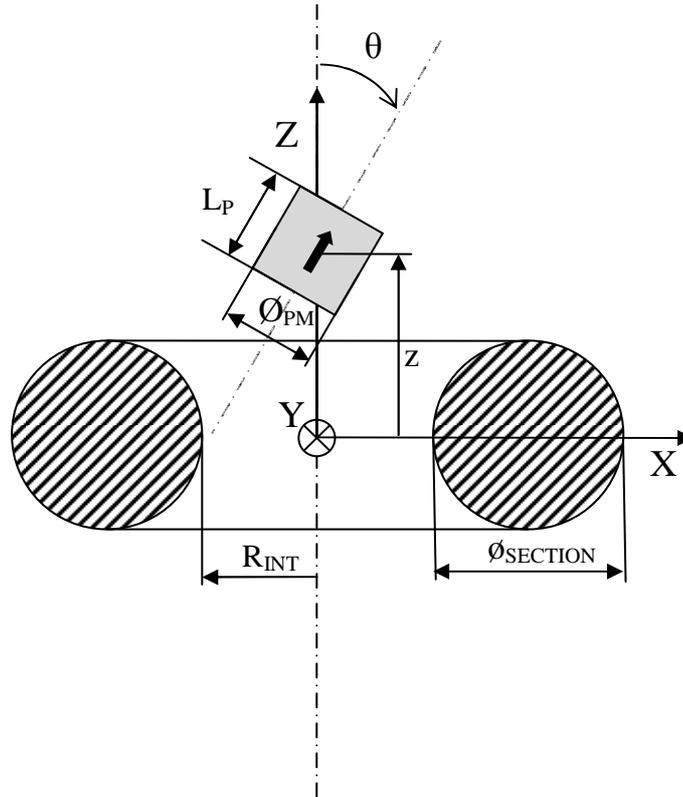
### 7.2.2 Cálculos demostrativos del efecto de volteo

Se ha considerado un toroide superconductor y un imán permanente cilíndrico de  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  situado sobre el eje de revolución  $Z$  del toro. En la Figura 7.6 se puede ver el sistema de coordenadas seguido así como los diferentes parámetros que se han utilizado para el cálculo del ajuste y diseño del punto de volteo. Cada cálculo ha utilizado el centro de masas del imán como punto de referencia.

Inicialmente el toro superconductor tiene un radio interno  $R_{\text{INT}} = 6$  mm y un diámetro de sección  $\varnothing_{\text{SECTION}} = 10$  mm. El imán cilíndrico tiene una altura de  $L_{\text{PM}} = 5$  mm y un diámetro  $\varnothing_{\text{PM}} = 5$  mm. Las propiedades magnéticas del imán se han fijado como  $H_{\text{COERCIVITY}} = 875$  kA/m y una remanencia de  $B_{\text{R}} = 1.18$  T. La dirección de magnetización es paralela con su eje de revolución.

Las variables  $\theta$  y  $z$  son los parámetros geométricos de orientación y posición del imán que variamos para demostrar el efecto de volteo. El parámetro  $z$  es la distancia en  $Z$  desde el plano medio del toroide al centro de masas del imán y  $\theta$

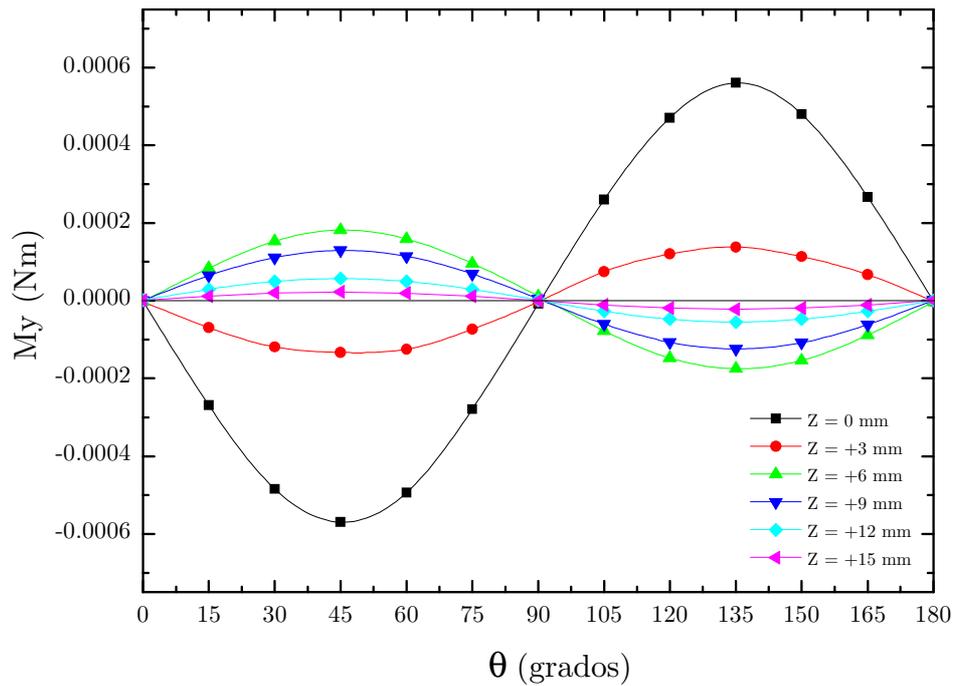
es la orientación relativa entre el eje de revolución del toroide y el eje de revolución del imán.



**Figura 7.6 – Sistema de coordenadas y parámetros utilizados.**

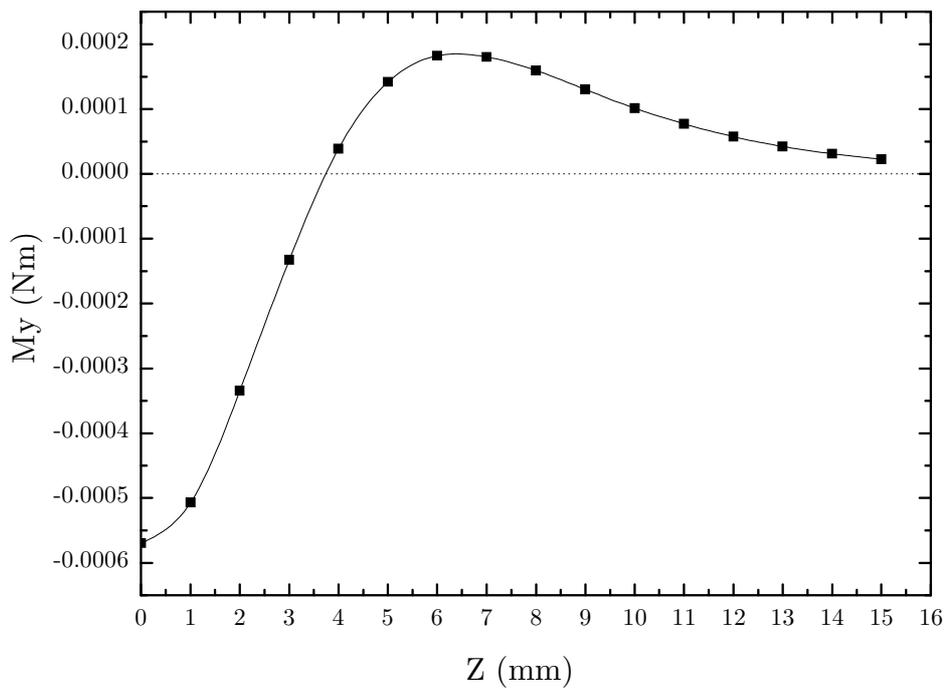
La orientación de equilibrio o ángulo de equilibrio  $\theta_{eq}$  se determina para cada posición  $z$  calculando el par en la dirección  $Y$  ( $M_y$ ) que se ejerce sobre el imán. El ángulo de equilibrio se da en los puntos donde  $M_y(\theta_{eq}) = 0$ . El signo de la primera derivada de la función  $M_y(\theta_{eq})$  determina si en punto de equilibrio es estable o inestable.

En la Figura 7.7 se presentan los cálculos para el par  $M_y$  en función del ángulo de orientación del imán en diferentes posiciones  $z$ . En todas las posiciones  $z$  se encuentran máximos (o mínimos) en las orientaciones  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 135^\circ$ . Es de notar que en los ángulos donde hemos encontrado un mínimo este pasa a ser un máximo directamente conforme aumentamos la altura  $z$ . Concretamente esto sucede entre  $z = 3$  mm y  $z = 6$  mm. Los ángulos de equilibrio son  $\theta = 0^\circ$  y  $\theta = 90^\circ$ . No obstante, y analizando el signo de la pendiente se da el caso que para  $z = 0$  mm y  $z = 3$  mm el ángulo de equilibrio estable es  $\theta = 0^\circ$  en cambio para el resto de las posiciones  $z$  el ángulo de equilibrio estable es  $\theta = 90^\circ$ . Si analizamos más detenidamente este cambio de equilibrio estable vemos que se da súbitamente. Esto significa que si colocamos el imán libre de rotar y sobre el eje de revolución del toro lo desplazamos habrá un giro brusco en la orientación angular. Este cambio brusco es lo que denominamos efecto de volteo o *flip effect*.



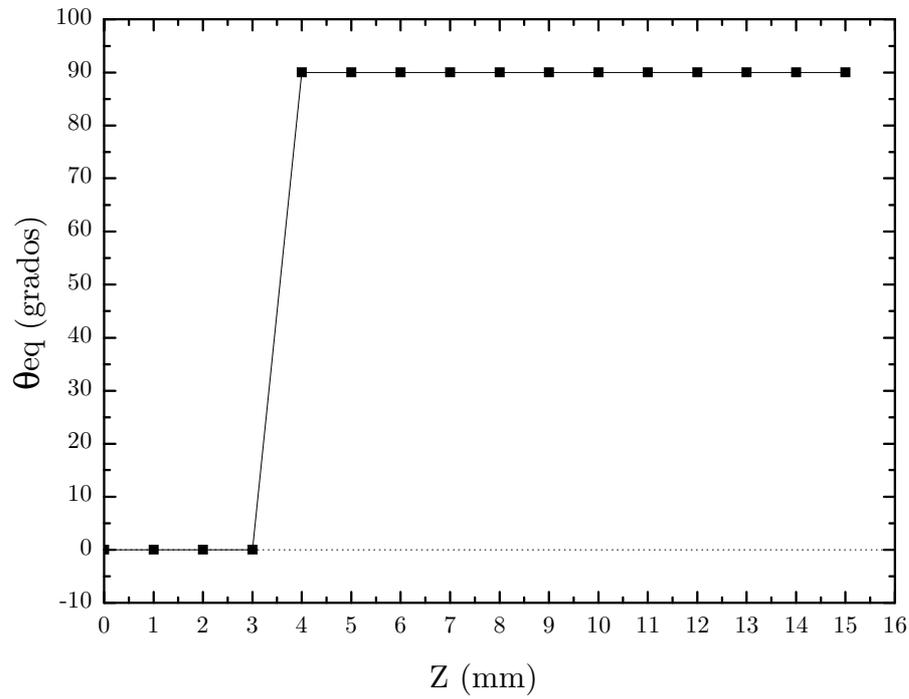
**Figura 7.7 – Par en el eje Y sobre el imán permanente en función del ángulo de orientación para distintas posiciones Z.**

La determinación precisa del punto exacto de cambio o punto de volteo se puede hacer calculando la función  $M_y(z)$  para el ángulo de  $45^\circ$  y encontrando la raíz de la función. En la Figura 7.8 presentamos dicho cálculo y vemos que el punto de volteo está entre  $z = 3 \text{ mm}$  y  $z = 4 \text{ mm}$  y concretamente se ha encontrado en  $z = 3.72 \text{ mm}$ .



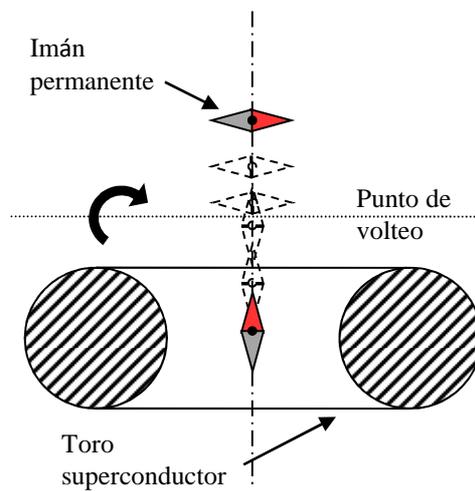
**Figura 7.8 – Par en el eje Y en función de  $z$  para un ángulo de  $\theta = 45^\circ$ .**

En la Figura 7.9 vemos el cálculo del ángulo de equilibrio estable en función de la posición  $z$ .



**Figura 7.9 – Ángulo de equilibrio estable  $\theta_{eq}$  en función de  $z$ .**

Así pues hemos demostrado que existe el fenómeno de cambio brusco que hemos denominado como efecto de volteo. En la Figura 7.10 vemos un esquema del fenómeno.



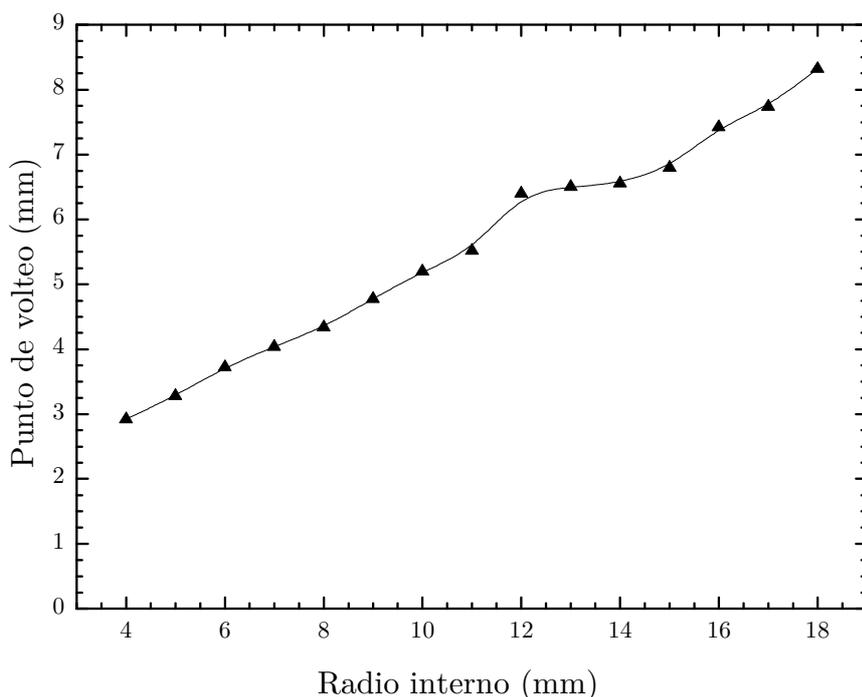
**Figura 7.10 – Esquema ilustrativo del efecto de volteo.**

### 7.2.3 Pautas para el diseño de mecanismos basados en el efecto de volteo

El efecto de volteo puede ser utilizado por ejemplo para un detector de proximidad sin contacto. Igualmente puede ser utilizado en magneto-microscopía, cribas sin contacto o niveles magnéticos entre otras posibles aplicaciones.

Para poder utilizar el efecto de volteo es necesario disponer de un conocimiento a la hora de poder diseñar y fijar el punto donde se quiere que suceda el cambio brusco de orientación. Se ha hecho un análisis de la dependencia del punto de volteo con varios parámetros geométricos del sistema toroide superconductor-imán. Concretamente se ha analizado la dependencia con respecto a tres parámetros geométricos: radio interior ( $R_{INT}$ ), diámetro de sección ( $\varnothing_{SECTION}$ ) y diámetro del imán ( $\varnothing_{PM}$ ).

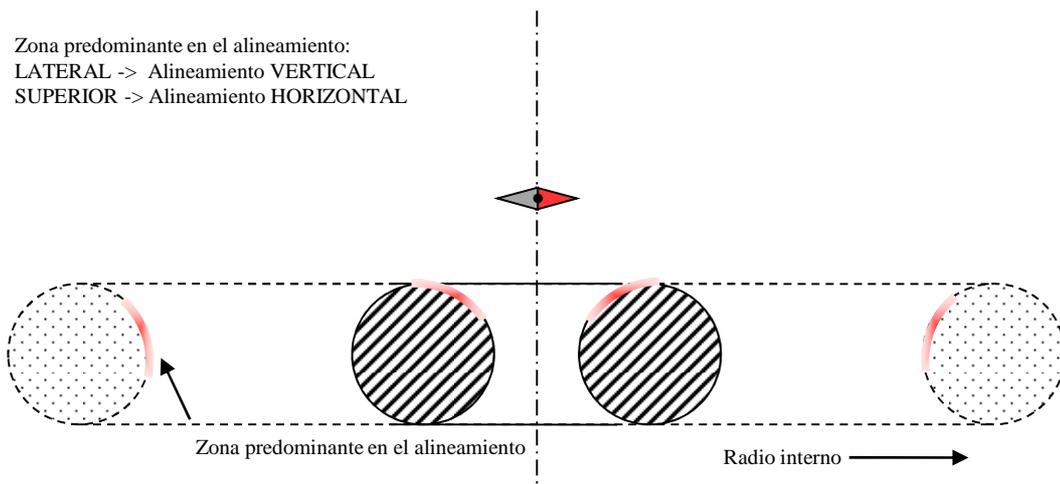
En la Figura 7.11 se muestra la variación del punto de volteo en función del radio interno  $R_{INT}$ . Vemos que el punto se eleva conforme hacemos el radio interno mayor.



**Figura 7.11 – Punto de volteo en función del radio interno para diámetro de sección de 10 mm y un imán cilíndrico de 5 mm x 5 mm.**

Intuitivamente puede parecer extraño este comportamiento teniendo en cuenta que un imán siempre es repelido por un superconductor en estado Meissner completo. Sin embargo, no se trata de repulsión entre imán y superficie superconductora sino de alineamiento entre superficies.

Como vimos en el Capítulo 5 se ha demostrado experimentalmente que un imán tiende a alinear su dirección magnética perpendicularmente a la normal de una superficie superconductora. Esto explica el efecto de volteo. Cuando el imán está principalmente afectado por las superficies interiores del toro entonces se equilibra en la orientación vertical. A medida que alejamos el imán del centro del toroide las superficies que contribuyen más a la repulsión son las zonas superiores y cuando en este caso el imán horizontalmente. La competición entre las distintas zonas de la superficie es lo que hace el cambio brusco de orientación, ver Figura 7.12.



**Figura 7.12 – Esquema de contribuciones de cada zona en función del radio interior para una misma altura del imán.**

Incrementando el radio interior lo que hacemos es forzar a que las superficies que contribuyen más sean las laterales, obligando a subir la posición  $z$  para obtener el cambio de orientación de equilibrio de vertical a horizontal.

**Es interesante detenerse en analizar la parte inicial lineal de la**

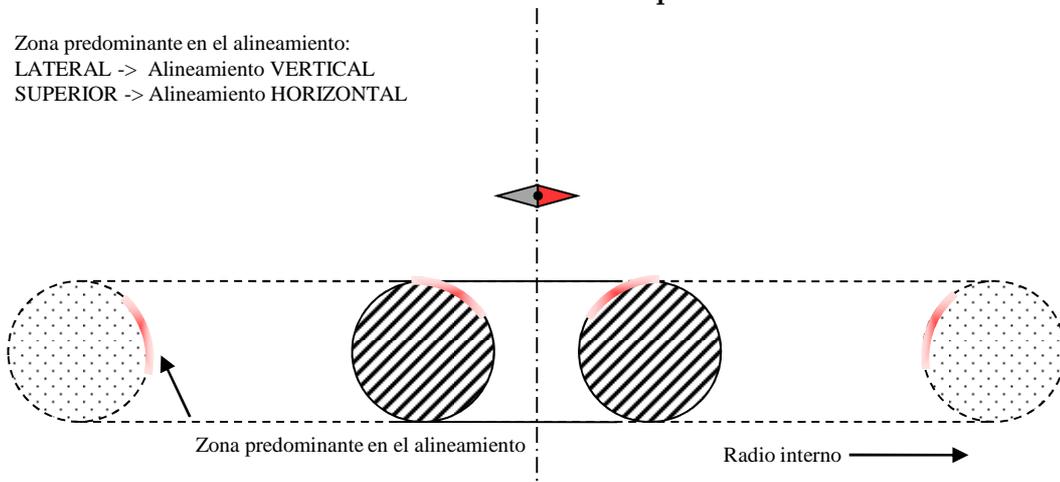
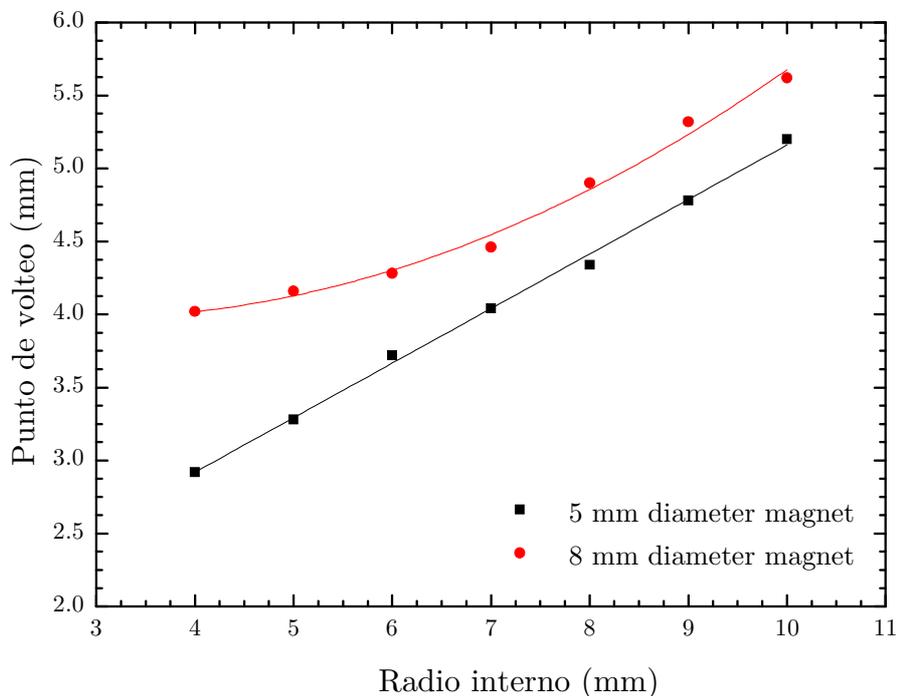
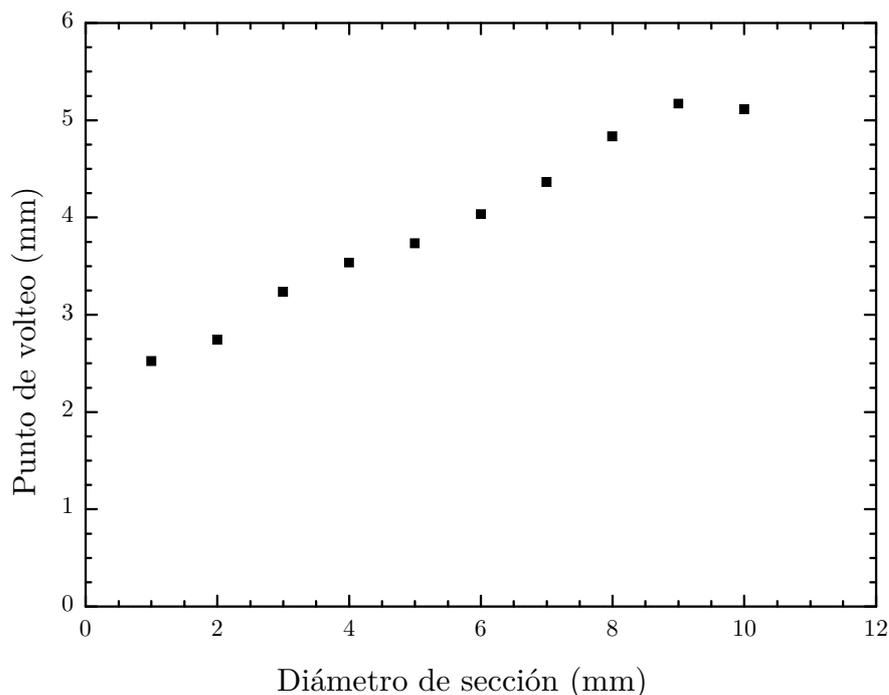


Figura 7.12. Si calculamos el coeficiente de correlación entre 4 mm y 10 mm obtenemos un valor de  $R = 0.997$ , es decir una muy buena linealidad. Sin embargo y como vemos en la Figura 7.13 el carácter lineal desaparece si aumentamos el diámetro del imán en cuestión. En ese caso, el de 8 mm de diámetro el ajuste puede hacerse parabólico. Esto nos permite concluir que disminuyendo el tamaño del imán el diseño puede volverse más simple.



**Figura 7.13 – Punto de volteo en función del radio interno para un imán de 5 mm de diámetro y otro de 8 mm de diámetro de alturas 5 mm ambos.**

Igualmente se ha tratado la dependencia del punto de volteo en función del diámetro de la sección del toro, Figura 7.14.



**Figura 7.14 – Punto de volteo en función del diámetro de sección para un radio interior de 6 mm y un imán de 5 mm x 5 mm.**

Vemos de nuevo que el punto de volteo se produce más arriba conforme aumentamos el diámetro. Para explicar esto utilizamos el mismo razonamiento que antes. Para un mismo valor de radio interior, si aumentamos el diámetro las zonas que predominan son las laterales interiores y por eso el alineamiento vertical es más importante al aumentar el diámetro, lo que implica que el punto suba.

Este estudio analiza por primera vez el comportamiento magnetomecánico entre un imán permanente y un superconductor toroidal en estado Meissner.

Se ha demostrado que existe un fenómeno denominado efecto de volteo en el cual un imán situado en el eje de revolución del toro cambia bruscamente su orientación relativa entre imán y superconductor pasando de una orientación vertical a una horizontal. Se ha visto que hallando la raíz de la función del par a 45 grados de orientación se puede determinar precisamente el punto en donde se producirá el giro de orientación.

Una vez demostrado el comportamiento, hemos analizado cómo afecta la variación de distintos parámetros geométricos del sistema a la altura relativa a la que se produce el efecto de volteo. Concretamente, hemos visto que tanto si aumentamos el radio interior como si aumentamos el diámetro de la sección del toro el punto se eleva. Para imanes pequeños la variación puede considerarse lineal mientras que para imanes más anchos es parabólica. Así pues se han presentado algunos parámetros de diseño que pueden ser útiles al ingeniero mecánico para ajustar con precisión el punto de volteo para elaborar distintos mecanismos sin

contacto como pueden ser un detector de proximidad sin contacto. Igualmente puede ser utilizado en magneto-microscopía, cribas sin contacto o niveles magnéticos entre otras posibles aplicaciones.

# Capítulo 8

## CONCLUSIONES

*Este capítulo está dedicado a resumir las conclusiones obtenidas en la tesis y listar las aportaciones originales de la misma. Igualmente, indicamos cuáles son los posibles desarrollos futuros de esta línea de investigación.*

### 8.1 Conclusiones y aportaciones

La presente tesis doctoral ha dado lugar a las siguientes conclusiones y aportaciones originales:

- Se ha extendido el modelo PDGP al cálculo de pares entre imanes y superconductores en estado Meissner completo.
- De las expresiones del modelo se han derivado varias pautas para la optimización y diseño de mecanismos levitantes.
- Se ha demostrado numéricamente que el principio de superposición no es aplicable a la expresión PDGP por ser una expresión no lineal.
- Se ha programado un algoritmo para poder utilizar de forma práctica y universal el modelo PDGP en programas de elementos finitos.
- Hemos estudiado la sensibilidad del mallado obteniendo errores inferiores al 3% para un valor de finura de malla del 0.07 %.
- Se ha verificado experimentalmente la validez de las herramientas de cálculo basadas en el modelo PDGP mediante dos procedimientos

(fuerzas y ángulos) al obtener un buen acuerdo entre experimento y predicción teórica.

- Se ha demostrado que existe un fenómeno de alineamiento entre imanes y superficies superconductoras.
- Se ha analizado el efecto de alineamiento modificando parámetros como el tamaño del imán y la altura sobre el superconductor. Para alturas más cercanas a la superficie el alineamiento es más rígido. Para imanes más pequeños igualmente el alineamiento es más rígido.
- Se ha desarrollado un método mecánico para la determinación del campo de penetración inicial para superconductores de tipo II, demostrando que el método obtiene resultados similares a los obtenidos por otros métodos siendo dicho método más simple e intrínsecamente más preciso.
- Se han calculado las fuerzas y pares que actúan entre un imán permanente de tamaño finito y una esfera superconductora. Se ha demostrado que para todos los casos de orientación del imán las fuerzas decaen con la distancia rápidamente. Estas fuerzas también dependen del ángulo de orientación. Se ha encontrado un máximo para las fuerzas en dirección tangencial a la superficie en  $45^\circ$  y en  $0^\circ$  para las fuerzas radiales.
- Se ha calculado el par en torno al eje Y demostrando que existen dos ángulos de equilibrio en orientaciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Más concretamente se ha determinado que el ángulo de equilibrio estable es  $90^\circ$  lo cual implica que un imán permanente libre de girar sobre una esfera superconductora tenderá a alinearse tangencialmente con esta.
- Se han comparado los valores obtenidos con las herramientas basadas en la expresión PDGP con resultados obtenidos por expresiones basadas en el método de las imágenes obteniendo un buen acuerdo entre ellas.
- Se ha demostrado el efecto del tamaño finito del imán frente al comportamiento de un dipolo magnético puntual en posiciones cercanas a las superficies superconductoras.
- Se ha demostrado que existe un fenómeno denominado efecto de volteo entre un superconductor toroidal y un imán situado en el eje de revolución del

- Se ha mostrado que hallando la raíz de la función del par a  $45^\circ$  de orientación se puede determinar precisamente el punto en donde se producirá el giro de orientación.
- Hemos concluido que tanto si aumentamos el radio interior del toro como si aumentamos el diámetro de la sección del toro el punto de volteo se eleva. Esta variación para imanes pequeños puede considerarse lineal mientras que para imanes más anchos es parabólica.

## 8.2 Desarrollos futuros

Se proponen las siguientes tareas para continuar avanzando en la línea de investigación marcada por la presente tesis:

- Extender el modelo PDGP para analizar elementos superconductores en estado mixto combinando las herramientas desarrolladas con el cálculo convencional de fuerzas en materiales magnetizables.
- Elaborar un elemento finito superconductor completo para integrarlo en alguno de los software comerciales utilizados.
- Comparar el método mecánico para la determinación del campo de penetración inicial con otros métodos usando la misma muestra.
- Aplicar el método mecánico para la determinación del campo de penetración inicial a algún caso industrial concreto como puede ser en el control de calidad de una línea de producción de cables superconductores.
- Explotar el efecto de volteo para construir o diseñar mecanismos levitantes superconductores concretos.
- Utilizar el modelo PDGP para buscar puntos o zonas de estabilidad completa de levitación en toros, semiesferas y otras geometrías complejas.

## Chapter 8

# CONCLUSIONS

*This chapter summarizes the conclusions drawn in this Ph.D. thesis and lists the original contributions it makes to this field of science. We also suggest some areas of further study that could be undertaken in the future, as a result of this thesis.*

### 8.3 Conclusions and contributions

This Ph.D. thesis has made the following contributions to this field of science and led to these conclusions:

- The PDGP model has been extended to include the calculation of torques between magnets and superconductors.
- Some design and optimization guidelines for levitation forces have been developed from the expressions of the PDGP model.
- The Superposition principle is not applicable to the PDGP expression because it is not a linear expression. This has been demonstrated numerically.
- A FEM algorithm has been programmed in order to use the PDGP model in a practical and universal way.
- An solution error of less than 3% has been proven for a refinement mesh of 0.07 %

- A strong agreement between experimental and theoretical prediction has been obtained for both procedures (forces and angle). Thus, the validity of these tools based on the PDGP model has been verified.
- A mechanical alignment effect between magnet and superconductor surfaces has been shown.
- This alignment effect has been analyzed, modifying different parameters of the system such as the size of the magnet or the height over the superconductor. For smaller magnets, the alignment effect seems to be more rigid, as it is for smaller distances between magnet and superconductor.
- A mechanical method to determine the first penetration field for type II superconductors has been developed. This method obtains similar results, yet is simpler and intrinsically more precise than others.
- Forces and torque between a finite magnet and a superconducting sphere have been calculated. For every orientation of the magnet, the forces strongly decrease as the distance between the magnet and superconductor increases. The orientation angle of the magnet also impacts the forces.
- Furthermore, the torque has been analyzed, showing that there are two equilibrium angles for the orientations at  $0^\circ$  and  $90^\circ$ . Specifically, the stable equilibrium angle has been determined to be  $90^\circ$ . This implies that a magnet free to rotate over a superconducting sphere will tend to align itself transversely to the sphere.
- For the sphere-magnet system, the values obtained by the FEM tools based on the PDGP model have been compared to those obtained by the method of the images, with positive agreement between both methods.
- Moreover, the forces between a sphere and a finite magnet, and those for an equivalent sphere-magnetic dipole system have been compared. A difference between the forces has been shown due to a finite size effect of the magnet.
- A flip effect on a magnet when it is placed over a superconducting torus has been demonstrated.
- By obtaining the root of the function of the torque at  $45^\circ$  of orientation, the flip effect point can be determined precisely.

- Also, we conclude that this flip effect point can occur in elevated positions, if we increase both the inner radius of the superconducting torus and the cross section diameter.

## 8.4 Future developments

Given the results of this thesis, we propose the following future developments:

- To extend the PDGP model to include analysis of superconductors in the mixed state by combining the tools presented here with the traditional calculation of magnetized materials.
- To design a complete finite element of superconductor which could be integrated into the commercial FEM software.
- To compare the mechanical method developed in this thesis to determine the first penetration field with the other method, using the same sample.
- To integrate the mechanical method used to determine the first penetration field, into a specific industrial environment, such as the quality control of a superconducting wire production line.
- To exploit the flip effect for designing and manufacturing levitating mechanisms.
- To use the PDGP model to search for complete levitation stability points (or zones) in tori, semi-spheres and other kinds of complex geometries.

# BIBLIOGRAFÍA

## Publicaciones del contenido de esta tesis

- Diez-Jimenez, E., Perez-Diaz, J.L. & Castejon, C., 2010. Finite element algorithm for solving superconducting Meissner repulsion forces. I.R.E.M.E. 4 (6) pp. 673-675 (**Capítulo 4**)
- Diez-Jimenez, E. & Perez-Diaz, J.L., 2010. Flip effect in the orientation of a magnet levitating over a superconducting torus in the Meissner state. Physica C, 471(1-2), pp.8-11. (**Apartado 7.2**)
- Diez-Jimenez, E., Sander, B., et al., 2010. Tailoring of the flip effect in the orientation of a magnet levitating over a superconducting torus: geometrical dependencies. Physica C, 471(7-8), pp.229-232. (**Apartado 7.2**)
- Diez-Jimenez, E., Perez-Diaz, J.L. & Garcia-Prada, J.C., 2011. Local model for magnet–superconductor mechanical interaction: Experimental verification. Journal of Applied Physics, 109(6), p.063901. (**Capítulo 3 y 5**)
- Valiente-Blanco, I., Diez-Jimenez, E. & Perez-Diaz, J.L., 2011. Alignment effect between a magnet over a superconductor cylinder in the Meissner state. Journal of Applied Physics, 109, p.07E704. (**Capítulo 5**)

- Diez-Jimenez, E., Perez-Diaz, J.L. & Garcia-Prada, J.C., 2011. Mechanical method for experimental determination of the first penetration field in high-temperature superconductors. *IEEE transactions on Applied Superconductivity*, *Aceptado en Julio 2011*. (**Capítulo 6**)
- Diez-Jimenez, E., Perez-Diaz, J.L. & Valiente-Blanco, I., Force and torque between a superconducting sphere and a finite size permanent magnet. *Enviado al Journal of Applied Physics*. (**Apartado 7.1**)
- Diez-Jimenez, E., Garcia-Prada, J.C. & Perez-Diaz, J.L., 2009. Verificación experimental del modelo Pérez-Díaz/García-Prada para el cálculo de fuerzas entre campos magnéticos y superconductores en estado Meissner. In XXII Bienal de Física, Real Sociedad Española de Física. Ciudad Real (Spain).
- Perez-Diaz, J.L. et al., 2010. First transition effects in magnet-superconductor levitating mechanisms. In 11th Cryogenics 2010 IIR International Conference. Bratislava (Slovakia).
- Diez-Jimenez, E., Perez-Diaz, J.L. & Garcia-Prada, J.C., 2010. A mechanical method for experimental determination of the lower critical field in high-temperature superconductors. In ICEC 23 - ICMC 2010 proceedings. Wroclaw (Poland).
- Diez-Jimenez, E., Perez-Diaz, J.L., Garcia-Prada, J.C., et al., 2010. Finite element algorithm for solving superconducting Meissner repulsion forces. In ICEC 23 - ICMC 2010 proceedings. Wroclaw (Poland).
- I. Valiente-Blanco, E. Diez-Jimenez, Perez-Diaz J.L., 2010. Alignment effect between a magnet over a superconductor cylinder in the Meissner state. In 55th annual conference on Magnetism & magnetic materials. Atlanta (USA).
- J.L. Perez-Diaz and Efrén Diez-Jimenez, "Foundations of Meissner superconductor magnet mechanisms engineering". *Superconductivity - Theory and Applications*, InTech, Julio 2011 ISBN 978-953-307-151-0.
- P201130910 - MECANISMO NANOPOSICIONADOR SIN CONTACTO DE LARGA CARRERA- Fecha de prioridad: 02-06-2011. Inventores: José Luis Pérez Díaz, Efrén Díez Jiménez, Ignacio Valiente Blanco, Juan Carlos García Prada. Titularidad: UC3M.

## Referencias

- Abrikosov, A.A., 1952. Vliyanie termicheskoi ionizatsii na raspredelenie chastits v neravnomerno nagretom gaze. *Zhurnal Eksperimentalnoi I Teoreticheskoi Fiziki*, 22(3), pp.321-330.
- Al-Khateeb, H.M. et al., 2008. Levitation Force Between a Small Magnet and Superconducting Sphere. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 21(2), pp.93-96.
- Alario, M.A. & Vicent, J.L., 1991. *Superconductividad* 1st ed., Madrid: EUDEMA.
- Bardeen, J., Cooper, L.N. & Schrieffer, J.R., 1957. Theory of superconductivity. *Physical Review*, 106(1), pp.162-164.
- Barlow, R., 1989. *Statistics : a guide to the use of statistical methods in the Physical Sciences* J. W. & Sons, ed.,
- Bean, C.P., 1964. Magnetization of high-field superconductors. *Reviews of Modern Physics*, 36(1), pp.31-38.
- Bednorz, J.G. & Muller, K.A., 1986. Possible highT<sub>c</sub> superconductivity in the Ba- La- Cu- O system. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 64(2), pp.189-193.
- Bohmer, C., Brandstatter, G. & Weber, H.W., 1997. The lower critical field of high-temperature superconductors. *Supercond. Sci. Technol.*, 10, p.A1-A10.
- Brandt, E.H., 1989. Levitation in physics. *Science*, 243(4889), p.349.
- Brandt, E.H., 2000. Superconductors in realistic geometries: geometric edge barrier versus pinning. *Physica C*, 332, pp.99-107.
- Camacho, D. et al., 2001. Calculation of levitation forces in permanent magnet-superconductor systems using finite element analysis. *Journal of Applied Physics*, 82(3), pp.1461-1468.
- Coffey, M.W., 2002. Levitation Force Between a Horizontally Oriented Point Magnetic Dipole and a Superconducting Sphere. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 15(4).

## BIBLIOGRAFÍA

- Coffey, M.W., 2000. Levitation Force Between a Point Magnetic Dipole and Superconducting Sphere. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 13(3).
- Davis, L. & Logothetis, E., 1988. Stability of magnets levitated above superconductors. *Journal of Applied physics*.
- Diaz-Garcia, J.A., 2008. *Sistematización del diseño de dispositivos de levitación superconductora por efecto meissner*. Universidad Carlos III de Madrid.
- Diez-Jimenez, E., 2008. *Software de modelización de interacción entre imán y superconductor en estado meissner*. Leganés: UC3M.
- Giaro, K., Gorzkowski, W. & Motylewski, T., 1990. A correct description of the interaction between a magnetic moment and its image. *Physica C*, 168, pp.479-481.
- de Haas, W.J. & Voogd, J., 1930. The influence of magnetic fields on superconductors. *KNAW Proc*, 33(1/5), pp.258-261.
- Hahn, P. & Weber, H.W., 1983. Automatic device for magnetization measurements on superconductors. *Cryogenics*, 23(2), pp.87-90.
- Hauser, A., 1997. Calculation of superconducting magnetic bearings using a commercial FE-program (ANSYS). *Magnetics, IEEE Transactions on*, 33(2), pp.1572-1575.
- Hull, J.R., 2000. Superconducting bearings. *Supercond. Sci. Technol.*, 13, p.R1-R15.
- Hull, J.R. & Cansiz, A., 1999. Vertical and lateral forces between a permanent magnet and a high-temperature superconductor. *Journal of Applied physics*, 86(11), p.6396.
- Jackson, J.D., 1975. *Classical Electrodynamics*, New York: John Wiley & Sons.
- Josephson, B.D., 1962. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics Letters*, 1, pp.251-253.
- Kaiser, D.L. & Swartzendruber, L.J., 1991. Lower critical field measurements in YBACUO single crystals. In *Conference on Advances in Materials Science and Applications Of High Temperature Superconductors*. Greenbelt, USA: NASA, Washington, pp. 249-255.

- Kasal, R.B. et al., 2007. Simulation of Dynamic Levitation Force Taking Flux Creep Into Account. *IEEE transactions on applied superconductivity*, 17(2), pp.2158-2161.
- Knizhnik, A. et al., 2003. Interrelation of preparation conditions, morphology, chemical reactivity and homogeneity of ceramic YBCO. *Physica C*, 400(1-2), pp.25-35.
- Lin, Q., 2006. Theoretical development of the image method for a general magnetic source in the presence of a superconducting sphere or a long superconducting cylinder. *Physical Review B*, 74(2), p.24510.
- Ma, K.B., Postrekhin, Y.V. & Chu, W.K., 2003. Superconductor and magnet levitation devices. *Review of Scientific Instruments*, vol. 74, n. 12, December, 74(12).
- Meilikhov, E. & Shapiro, V., 1992. Critical fields of the HTSC superconductors. *Supercond. Sci. Technol.*, 5. Available at: <http://www.iop.org/EJ/abstract/0953-2048/5/1S/090>.
- Meissner, W. & Ochsenfeld, R., 1993. Short initial announcements. *Naturwissenschaften*, 21, pp.787-788.
- Moon, F.C., 1994. *Superconducting Levitation*, New York: John Wiley & Sons.
- Morozov, N., Zeldov, E. & Majer, D., 1996. Negative Local Permeability in Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8</sub> Crystals. *Physical review letters*.
- Onnes, H.K., 1911. Further experiments with liquid helium. D. On the change of electrical resistance of pure metals at very low temperatures, etc. V. The disappearance of the resistance of mercury. *KNAW Proc*, 14(1), pp.113-115.
- Onnes, H.K. & Perrier, A., 1911. Researches of magnetism. III. On para and diamagnetic at very low temperatures. *KNAW Proc*, 14, pp.115-122.
- Palaniappan, D., 2007. Field induced by an axial magnetic dipole in the presence of two fused superconducting spheres: Analytic solution. *Physical Review B*, 75, p.016502.
- Palaniappan, D., 2009. Magnetic Interaction Force and a Couple on a Superconducting Sphere in an Arbitrary Dipole Field. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 22(5), pp.471-477.

## BIBLIOGRAFÍA

- Perez-Diaz, J.L. & Garcia-Prada, J.C., 2007. Interpretation of the method of images in estimating superconducting levitation. *Physica C*, 467, pp.141-144.
- Perez-Diaz, J.L., Garcia-Prada, J.C. & Diaz-Garcia, J.A., 2008. Universal Model for Superconductor-Magnet Forces in the Static Limit. *I.R.E.M.E.*, 2(2).
- Pippard, A.B., 1953. Superconductivity. *Nature*, 172(4385), pp.896-897.
- Poole, C.P. et al., 2007. *Superconductivity* 2nd ed. Elsevier, ed., Amsterdam: Elsevier.
- Schmidt, B. & Morozov, N., 1997. Angular dependence of the first-order vortex-lattice phase transition in  $\text{Bi-2Sr-2CaCu-2O-8}$ . *Physical Review B*.
- Schmidt, V.V., 2002. *The Physics of Superconductors: Introduction to Fundamentals and Applications* Springer. Springer, ed., Berlin: Springer.
- Tinkham, M., 1996. *Introduction to superconductivity* 2nd ed., Mc-Graw Hill.
- Umezawa, A. & Crabtree, G.W., 1998. Anisotropy of the lower critical field, magnetic penetration depth, and equilibrium shielding current y single-crystal YBACUO. *Physical Review B*, 38(4), pp.2843-2846.
- Valiente-Blanco, I., 2010. *Sistema experimental para la medición del ángulo de equilibrio entre imanes y superconductores*. Universidad Carlos III de Madrid.
- Vandervoort, K.G., Welp, U. & Kessler, J.E., 1991. Magnetic measurements of the upper and lower critical fields of oxygen-deficient  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  single crystals. *Physical Review B*.
- Weber, H.W. et al., 1991. Anisotropy effects in superconducting niobium. *Physical Review B*, 44(14), pp.7585-7600.
- Wu, D. & Sridhar, S., 1990. Pinning forces and lower critical fields in YBACUO crystals: temperature dependence and anisotropy. *Physical Review Letters*, 65(16).

# APÉNDICES



## A. Programación en ANSYS Multiphysics

Para la programación se ha seleccionado el módulo de ANSYS Multiphysics v10 puesto que tiene la capacidad de poder hacer tanto análisis electromagnéticos como mecánicos e estructurales. Sin embargo en la programación sólo se utiliza el *solver* electromagnético, si bien un tipo de elemento mecánico también se usa.

Este manual no tiene como objetivo hacer una introducción inicial al trabajo con superconductores en ANSYS multiphysics v10, por lo que se darán por supuestos unos conocimientos básicos/medios del funcionamiento del programa.

La simulación consta de dos partes: el cálculo electromagnético y el post-procesado. Para la primera parte es indistinto utilizar el modo gráfico o el APDL (listado de comandos) pero para la segunda se aconseja utilizar el APDL. Como pequeña ayuda para iniciarse en la escritura APDL, ANSYS muestra la equivalencia entre acciones en modo gráfico y línea de comandos en la sección *Session Editor* al final del árbol de utilidades principales.

El tipo de elemento recomendado es el SOLID98 fijado con un solo grado de libertad MAG (potencial magnético) para aumentar la velocidad de la solución. Igualmente, es necesario usar el elemento SURF154 que proporcionará información geométrica útil para el post-procesado imposible de obtener rápidamente de otra forma. El elemento SURF154 no tiene el grado de libertad MAG por lo que entra en la matriz de coeficientes pero no afecta.

Los pasos para la primera parte de la simulación son:

- Seleccionar los tipos de elemento SOLID98 y SURF154 eligiendo el grado de libertad MAG. El tipo de cálculo se establece automáticamente tras la elección de SOLID98 a *Magnetic*.
- Definir los materiales a usar. Para el volumen de superconductor se fija una permeabilidad relativa de 1: MP,MURX,1,1. Para calcular imanes hay que introducir la permeabilidad relativa y el valor de la coercitividad vectorialmente (índice la orientación del imán).
- Generar las geometrías de los elementos y añadir un volumen de envoltura. Es necesario fusionar los volúmenes (VOVLAP, all).
- Asignar las propiedades correspondientes a cada volumen (después de fusionado) con el elemento SOLID98.
- Asignar las superficies del superconductor con el elemento SURF154.

- Mallar todo el sistema con el elemento 3D SOLID98 con el tamaño de malla que se considere adecuado.
- Mallar la superficie del superconductor con el elemento SURF154.
- Aplicar si las hubiera otras cargas electromagnéticas.
- Resolver el sistema de ecuaciones electromagnéticas.

Con el sistema resuelto se pasa al post-procesado para el cálculo de las presiones y fuerzas. Esta parte se recomienda hacerla mediante APDL.

Los comandos en ANSYS se insertan en la línea de comando situada en la parte superior de la pantalla, Figura A.1. Se pueden copiar y pegar una lista de comandos entera que ANSYS ejecutará reglón por reglón.

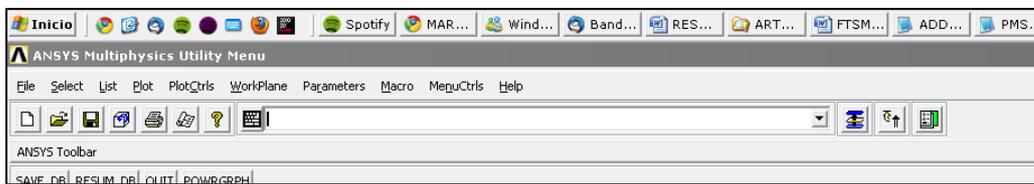


Figura A.1 – Línea de comandos de ANSYS.

## Cálculo de fuerzas

Si se inserta la lista de comandos que se explica a continuación, el programa automáticamente mostrará la resultante de las fuerzas sobre el superconductor. La distribución de fuerzas, presiones y corrientes superficiales también son accesibles desde las opciones ETABLE (ver la ayuda de ANSYS). El listado puede ser escrito en cualquier editor de texto (cuanto más simple mejor). Se han remarcado en rojo en el listado los valores o parámetros que hay que verificar puesto que dependiendo del sistema simulado y de la máquina pueden ser diferentes en cada caso. A continuación describiremos las distintas partes del listado:

1. Esta sección inicia seleccionando los elementos de superficie SURF154 que en el ejemplo tienen asignado el número de tipo 2 (ESEL,S,TYPE,,2 verificar en cada caso). Inicializa algunas variables útiles y registra en la base de datos interna (accesible desde ETABLE) los valores para el área de cada elemento SURF154 y las 3 componentes del vector normal correspondiente. Es obligatorio comprobar que las normales de los elementos apunten hacia fuera del volumen superconductor. Esto se puede hacer en el apartado *Vector Plot – User Defined – nx, ny, nz*.

```

/POST1
ESEL,S,TYPE,,2
*GET,nummin,ELEM,,NUM,min
*GET,numelem,ELEM,,COUNT
elemactual=nummin
numcolumn=14
ETABLE,areas,NMISC,1
ETABLE,nx,NMISC,2
ETABLE,ny,NMISC,3
ETABLE,nz,NMISC,4

```

2. La siguiente parte registra el número de cada nodo de la superficie para sacar el valor de la densidad de flujo magnético en dicho nodo. Estos valores son accesibles desde el menú *Parameter*.

```

*dim,tabla,ARRAY,numelem,numcolumn
*DO,i,0,numelem-1,1
tabla(i+1,1)=elemactual
*VGET,tabla(i+1,2),ELEM,elemactual,ETAB,areas
*VGET,tabla(i+1,3),ELEM,elemactual,ETAB,nx
*VGET,tabla(i+1,4),ELEM,elemactual,ETAB,ny
*VGET,tabla(i+1,5),ELEM,elemactual,ETAB,nz
*VGET,tabla(i+1,6),ELEM,elemactual,NODE,1
*VGET,tabla(i+1,7),ELEM,elemactual,NODE,2
*VGET,tabla(i+1,8),ELEM,elemactual,NODE,3
elemactual=ELNEXT(elemactual*ENDDO
allsel

```

3. Esta parte hace la media del valor del campo magnético entre los 3 nodos del elemento para sacar el valor a utilizar en la expresión. Notemos que de nuevo hay que inserta el número del tipo de elemento SURF154.

```
*DO,i,0,numelem-1,1
*get,hix,Node,tabla(i+1,6),H,X
*get,hiy,Node,tabla(i+1,6),H,y
*get,hiz,Node,tabla(i+1,6),H,z
*get,hjx,Node,tabla(i+1,7),H,X
*get,hjy,Node,tabla(i+1,7),H,y
*get,hjz,Node,tabla(i+1,7),H,z
*get,hkx,Node,tabla(i+1,8),H,X
*get,hky,Node,tabla(i+1,8),H,y
*get,hkz,Node,tabla(i+1,8),H,z
tabla(i+1,9)=(hix+hjx+hkx)/3
tabla(i+1,10)=(hiy+hjy+hky)/3
tabla(i+1,11)=(hiz+hjz+hkz)/3
*ENDDO
ESEL,S,TYPE,,2 !selección de los surf154
ETABLE,hxmed,H,X
ETABLE,hymed,H,Y
ETABLE,hzmed,H,Z
elemactual=nummin
*DO,i,0,numelem-1,1
*Vput,tabla(i+1,9),ELEM,elemactual,ETAB,hxmed
*Vput,tabla(i+1,10),ELEM,elemactual,ETAB,hymed
*Vput,tabla(i+1,11),ELEM,elemactual,ETAB,hzmed
elemactual=ELNEXT(elemactual)
*enddo
```

4. La última parte opera con todos los vectores y muestra la resultante.

```
VCROSS,aux,aux,aux,NX,NY,NZ,HXMED,HYMED,H
ZMED
VCROSS,px,py,pz,AUX,AUY,AUZ,HXMED,HYMED
,HZMED
MU=12.5664E-7
SMULT,bxmed,HXMED,,MU,1,
SMULT,bymed,HYMED,,MU,1,
SMULT,bzmed,HZMED,,MU,1,
SMULT,jx,AUX,,2,1,
SMULT,jy,AUY,,2,1,
SMULT,jz,AUZ,,2,1,
SMULT,fx,PX,AREAS,50.26548E-7,0.5,
SMULT,fy,PY,AREAS,50.26548E-7,0.5,
SMULT,fz,PZ,AREAS,50.26548E-7,0.5,
SSUM
```

En esta última parte se ve cómo se calculan los diferentes vectores usando la función VCROSS. La función SSUM hace la sumatoria de las fuerzas de cada elemento y muestra la resultante total.

De nuevo, si queremos ver las distribuciones de fuerza, presiones y corrientes superficiales utilizamos la opción *Vector Plot – User Defined*, insertando como *label* (fx,fy,fz) para fuerzas, (px,py,pz) para presiones y (jx,jy,jz) para corrientes. En la Figura A.2 se muestra un ejemplo de la distribución vectorial de fuerzas.

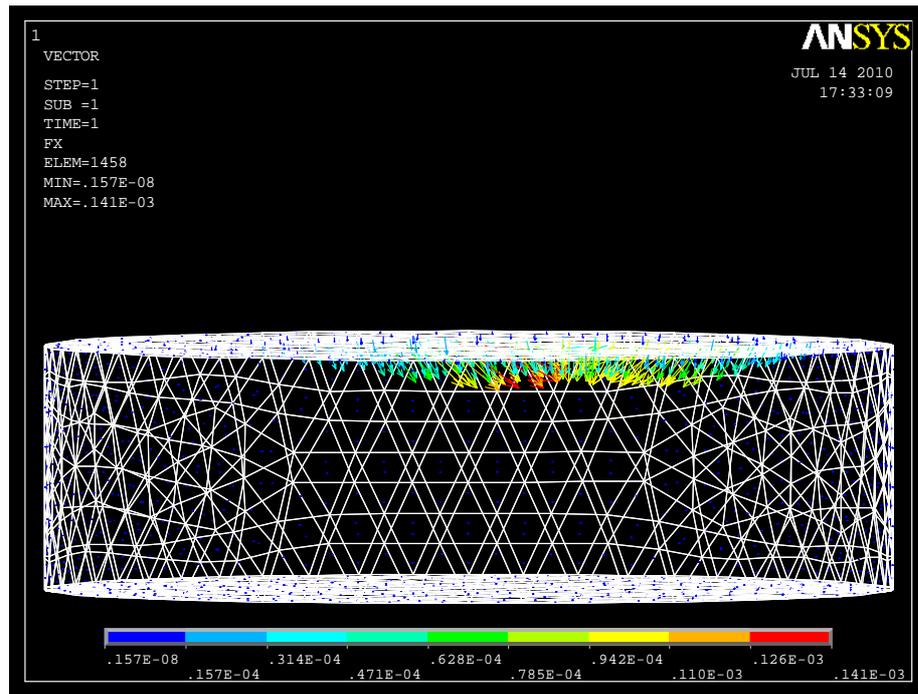


Figura A.2 – Ejemplo de distribución de fuerzas vectorial.

## Cálculo de pares

Con la distribución de fuerzas calculada se calcula la distribución de pares y los pares totales (es imprescindible haber calculado antes las fuerzas).

Los pares se pueden calcular respecto a cualquier punto del sistema, no obstante como en la mayoría de los casos nos interesará calcular los pares sobre alguno de los elementos sólidos en general (superconductor y/o imán) el listado está preparado para que cambiando únicamente el número correspondiente del volumen (segunda línea *volum=3*) se calculen los pares para dicho volumen. Para calcular los pares en cualquier punto arbitrario basta con eliminar las 8 primeras líneas y asignar a las variables *vcx*, *vxy* y *vcz* las correspondientes coordenadas del punto en cuestión antes de la novena instrucción.

El programa obtiene automáticamente las coordenadas del centro de masas del volumen indicado en la segunda línea. Remarquemos de nuevo que en la línea 10 se ha de indicar el número de tipo del elemento SURF154.

```

/PREP7
volum=3
VSEL,all
VSEL,S,VOLU,,volum
VSUM
*get,vcx,VOLU,volum,CENT,X
*get,vcy,VOLU,volum,CENT,Y
*get,vcz,VOLU,volum,CENT,Z
/POST1
ESEL,S,TYPE,,2
ETABLE,ecx,CENT,X
ETABLE,ecy,CENT,Y
ETABLE,ecz,CENT,Z
elemactual=nummin
*dim,auxi,ARRAY,1,3
*DO,i,0,numelem-1,1
*VGET,tabla(i+1,12),ELEM,elemactual,ETAB,ecx
*VGET,tabla(i+1,13),ELEM,elemactual,ETAB,ecy
*VGET,tabla(i+1,14),ELEM,elemactual,ETAB,ecz
auxi(1,1)=tabla(i+1,12)-vcx
*Vput,auxi(1,1),ELEM,elemactual,ETAB,ecx
auxi(1,2)=tabla(i+1,13)-vcy
*Vput,auxi(1,2),ELEM,elemactual,ETAB,ecy
auxi(1,3)=tabla(i+1,14)-vcz
*Vput,auxi(1,3),ELEM,elemactual,ETAB,ecz
elemactual=ELNEXT(elemactual)
*enddo
VCROSS,mx,my,mz,ecx,ecy,ecz,fx,fy,fz
SSUM

```

Se debe seguir el idéntico procedimiento que el descrito para fuerzas para poder ver la distribución vectorial de pares, en este caso con las *label: mx, my* y *mz*.

## B. Programación en Ansoft Maxwell

El software comercial Ansoft Maxwell v13 es un programa diseñado específicamente para el cálculo FEM de sistemas electromagnéticos. Tiene capacidades para analizar tanto sistemas magnéticos como electromagnéticos, en estático y en evolución temporal. No es motivo de este manual hacer una introducción inicial al trabajo con Ansoft Maxwell v13, por lo que se darán por supuestos unos conocimientos básicos/medios del funcionamiento del programa. Si se parte de cero con el programa recomendamos que se inicie el aprendizaje realizando los diversos tutoriales que vienen en la ayuda, son realmente ilustrativos.

Para la programación de la expresión PDGP utilizaremos un diseño tridimensional y se seleccionará como *Solution type* la opción *Magnetostatic*. Se dividirá el cálculo en dos partes: el cálculo electromagnético y el post-procesado para el cálculo de fuerzas. Se recomienda usar la interfaz visual, no obstante Ansoft Maxwell dispone de un sistema de *script* de comandos basado en lenguaje BASIC muy útil y simple de utilizar.

El árbol del gestor de proyectos (*Project manager*) es una herramienta muy útil ya que examinando apartado por apartado el usuario puede elaborar todos los requisitos necesarios para la simulación del sistema. Siguiendo los apartados encontramos:

- *Model*: en este paso es donde se elabora la geometría del sistema. La geometría del sistema se hace conjuntamente con la asignación de materiales. El programa dispone de una amplísima variedad de materiales ya definidos y tiene capacidades para definir materiales nuevos. En el caso de la simulación de superconductores el material a seleccionar para el volumen es *Vacuum* o *Air* indistintamente. En necesario generar un volumen de envoltura o *Region* en la terminología del software.
- *Boundaries*: La caras exteriores del volumen *Region* deben llevar la condición de contorno de *Zero tangencial field*.
- *Excitations*: Si se desea incluir algún elemento generador de campo magnético por corriente eléctrica se establece en este apartado.
- *Parameters*: No se deben asignar ningún parámetro de cálculo de fuerza o de par. Esto ya se hará posteriormente con el post-procesado.
- *Mesh operations*: En este apartado se puede establecer el tamaño medio de la malla de los distintos volúmenes y así configurar el mallado

total como se estime oportuno (ver capítulo 4). Maxwell no necesita que se le asignen tipos de elementos. No son accesibles por el usuario.

- *Analysis*: Se debe crear una instancia de *Solution setup* para poder resolver el sistema electromagnético. Los valores de solución adaptativa predefinidos son: *Maximum number of passes =10* y *Percent error =1*. Dichos valores son adecuados para soluciones que no incluyan materiales con curvas B-H no lineales, si no se debe afinar más.
- *Optimetrics*: Si la intención es simular una sola configuración geométrica determinada no se utiliza. Sin embargo, y para aprovechar al máximo el potencial de Ansoft Maxwell se recomienda utilizar *Optimetrics* para hacer cálculos en función de parámetros. Se puede parametrizar las geometrías, los materiales y los mallados.

Una vez que se ha resuelto el sistema electromagnético pasamos al post-procesado.

## Cálculo de fuerzas

Para realizar el post-procesado hace falta acceder a la herramienta *Fields Calculator*. En la Figura B.1 se muestra dónde se encuentra dicha herramienta.

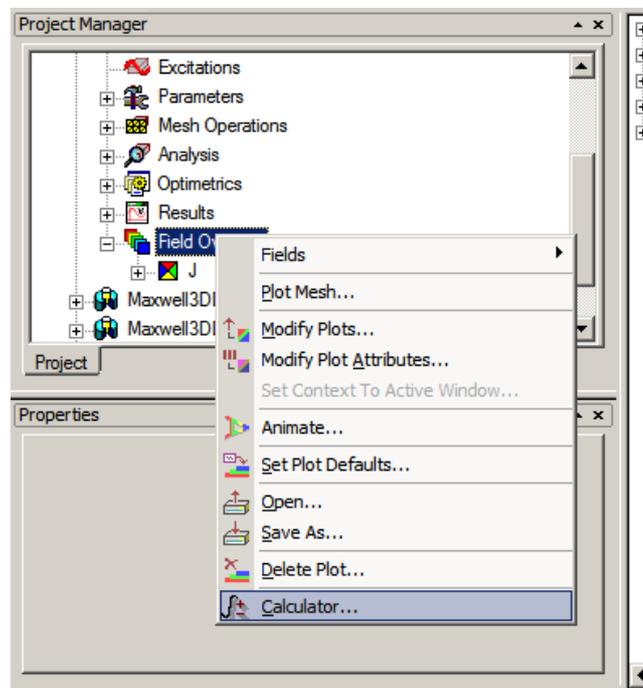


Figura B.1 – Localización de *Fields calculator*.

Aparece entonces el cuadro de diálogo mostrado en la Figura B.2. En cuadro se divide en diferentes partes. En la parte superior 1 se sitúan las soluciones derivadas de la solución principal que el programa calcula por defecto, de ellas conviene fijarse en *H\_Vector* solución vectorial de la intensidad de campo magnético. Las subsecuentes soluciones derivadas que iremos calculando aparecerán en dicha tabla. El botón *Copy to stack* se utiliza para insertar una solución en la pila de cálculo. El boton *Add...* sirve para añadir una solución derivada obtenida en la pila.

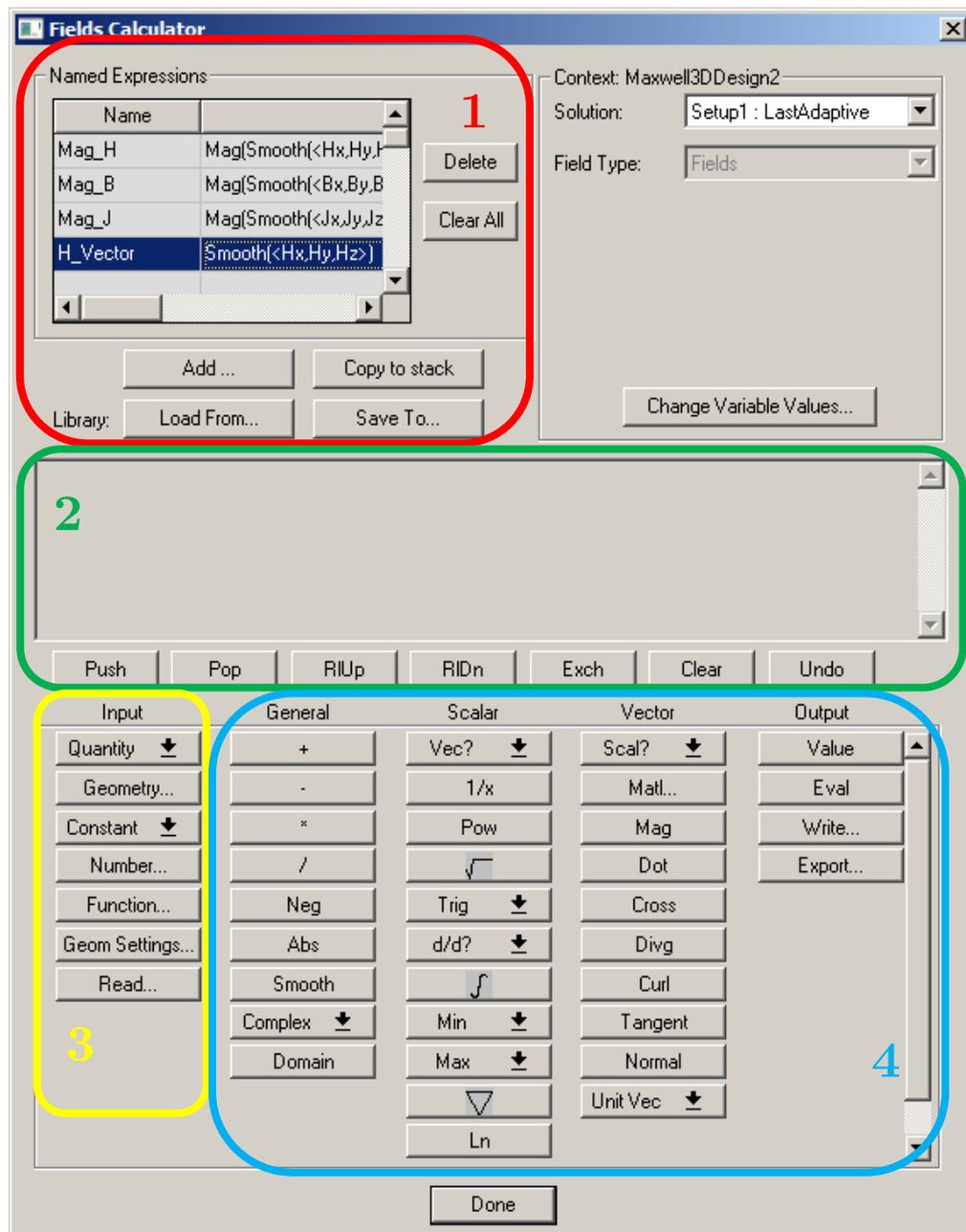


Figura B.2 – Cuadro de diálogo de *Fields Calculator*.

La zona 2 es la pila de operandos. Los operandos pueden ser de tipo: números o vectores de valores puntuales, elementos geométricos, variables, parámetros,

campos vectoriales y/o campos escalares. Los botones que están justo debajo de la pila sirven para editar el orden de los operandos en la pila. Los elementos de la zona 3 *Input* sirven para introducir otro tipo de elementos a la pila de operandos aparte de soluciones derivadas. La zona 4 dispone los operadores matemáticos que se pueden aplicar en la pila de operandos. Están divididos en 4 columnas dependiendo del tipo de operando al que se le apliquen.

Para calcular las fuerzas hay que ir elaborando las distintas partes de la expresión (3.13) que recordemos se escribía

$$\frac{d\vec{F}}{dS} = 2\mu_0(\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap}) \times \vec{H}^{ap}$$

Empezaremos obteniendo el campo vectorial de las presiones superficiales. Para ello:

- Insertamos la geometría del superconductor y calculamos el campo vectorial de sus normales:
  - *Input (3) – Geometry – Surface – Nombre de la superficie asignada al superconductor*
  - *Vector (4) – Unit Vec – Normal*
- Hacemos el doble producto vectorial:
  - *Seleccionar H\_Vector (1) – Copy to stack*
  - *Vector (4) – Cross*
  - *Seleccionar H\_Vector (1) – Copy to stack*
  - *Vector (4) – Cross*
- *Multiplicamos las constantes:*
  - *Input (3) – Number – Scalar – 2*
  - *Input (3) – Constant – Mu0*
  - *General (4) - \* - \**

Debe quedar en la pila un resultado como:

*Vec:\*(Cross(Cross(SurfaceNormal,H\_Vector),H\_Vector),2.51327412287183 E-006)*

Utilizando el botón *Add... (1)* añadimos la nueva solución derivada con el nombre *Presiones*. Esta nueva solución debe aparecer en el listado de la zona 1.

Si se quieren obtener el campo de presiones en magnitud basta con:

- *Seleccionar Presiones (1) – Copy to stack*
- *Vector (4) – Mag*

Y salvarlo con *Add...* bajo otro nombre, por ejemplo *PresionesMag*.

A continuación integramos las presiones en cada una de las 3 componentes para obtener la resultante de fuerzas:

- Insertamos la solución *Presiones*:
  - *Seleccionar Presiones (1) – Copy to stack*
- Elegimos la componente a calcular (como ejemplo Z):
  - *Vector (4) – Scal? - ScalarZ*
- Integramos en toda la superficie:
  - *Input (3) – Geometry – Surface – Nombre de la superficie asignada al superconductor*
  - *Scalar (4) – Integral (viene indicado por el símbolo  $\int$ )*

Debemos obtener en la pila:

*Scl:Integrate(Surface("Nombre de la superficie SC"), ScalarZ(Presiones))*

Utilizando el botón *Add... (1)* añadimos la nueva solución derivada con el nombre *FuerzaZ*. El mismo procedimiento se sigue para las 3 componentes.

Para mostrar las soluciones de fuerzas simplemente se accede al menú *Maxwell 3D – Fields – Fields – Named expressions* donde deben aparecer las soluciones calculadas. Es necesario haber seleccionado la superficie superconductora previamente. Para obtener los valores numéricos se utiliza *Maxwell 3D – Results – Create Fields Report – Rectangular plot* o *Maxwell 3D – Results – Output variables*.

## Cálculo de corrientes y pares

Para calcular la densidades de corrientes superficiales utilizamos la expresión (3.10) que recordemos es

$$\vec{j}_s = 2(\vec{n}_s \times \vec{H}^{ap})$$

Derivamos el campo vectorial haciendo:

- Insertamos la geometría del superconductor y calculamos el campo vectorial de sus normales:
  - *Input (3) – Geometry – Surface – Nombre de la superficie asignada al superconductor*
  - *Vector (4) – Unit Vec – Normal*
- Hacemos el producto vectorial e insertamos la constante:
  - *Seleccionar H\_Vector (1) – Copy to stack*
  - *Vector (4) – Cross*
  - *Input (3) – Number – Scalar – 2*
  - *General (4) - \**

En la pila debemos obtener:

*Vec : \*(Cross(SurfaceNormal, H\_Vector), 2)*

Utilizando el botón *Add... (1)* añadimos la nueva solución derivada con el nombre *Densidades*. Esta nueva solución debe aparecer en el listado de la zona 1.

Si se quieren obtener el campo de presiones en magnitud basta con:

- *Seleccionar Densidades (1) – Copy to stack*
- *Vector (4) – Mag*

Y salvarlo con *Add...* bajo otro nombre, por ejemplo *DensidadesMag*.

Para calcular el par ejercido sea sobre el volumen superconductor o sobre el elemento generador se parte de la solución *Presiones*. Antes de insertar la solución *Presiones* se debe calcular el campo vectorial posición desde el centro de masas del superconductor (o del imán o elemento generador) a cualquier punto de la superficie del superconductor. Para ello:

- *Input (4) – Function -Vector – Seleccionar X – Set X*
- *Input (4) – Function -Vector – Seleccionar Y – Set Y*
- *Input (4) – Function -Vector – Seleccionar Z – Set Z*
- *Input (3) – Number – Vector – Coordenadas del centro de masas. (Si se tiene parametrizado el centro de masas se insertan las variables desde Input (4) – Function –Vector)*
- *General (4) – “- Restar”*

Con el cálculo del vector posición hacemos el producto vectorial:

- *Seleccionar Presiones (1) – Copy to stack*
- *Vector (4) – Cross*

Utilizando el botón *Add... (1)* añadimos la nueva solución derivada con el nombre *PresMomentos*. Esta nueva solución debe aparecer en el listado de la zona 1.

A continuación integramos *PresMomentos* en cada una de las 3 componentes para obtener la resultante de los momentos:

- Insertamos la solución *PresMomentos*:
  - *Seleccionar PresMomentos (1) – Copy to stack*
- Elegimos la componente a calcular (como ejemplo Z):
  - *Vector (4) – Scal? - ScalarZ*
- Integramos en toda la superficie:
  - *Input (3) – Geometry – Surface – Nombre de la superficie asignada al superconductor*
  - *Scalar (4) – Integral (viene indicado por el símbolo  $f$ )*

Debemos obtener en la pila:

*Scl:Integrate(Surface(“Nombre de la superficie SC”), ScalarZ(PresMomentos))*

Utilizando el botón *Add... (1)* añadimos la nueva solución derivada con el nombre *MomentoZ*. El mismo procedimiento se sigue para las 3 componentes.

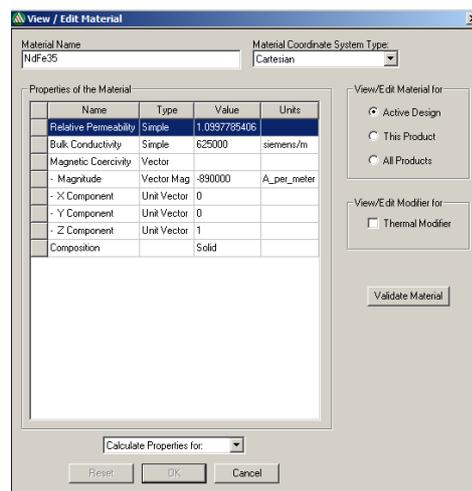
## Notas

### *Simular paramétricamente: Project Variables*

Cuando se inicia el aprendizaje para realizar análisis paramétricos se aprende a usar variables internas para cada diseño. Primero se asigna la variable de diseño a alguna característica geométrica como puede ser una coordenada o un giro y luego se aplica el análisis paramétrico *Optimetrics* para por ejemplo observar un determinado comportamiento haciendo un barrido en una dirección o en una rotación específica.

Sin embargo esto se puede hacer siempre y cuando el material correspondiente al volumen afectado por la parametrización sea isótropo. Cuando por ejemplo tratamos con imanes permanentes y materiales anisótropos se debe prestar atención a las variables de parametrización que se aplican ya que un cambio en la geometría puede no estar correspondido con un cambio en la característica anisotrópica del material.

Para un imán permanente (u otro material anisótropo) se define la dirección de magnetización en la ventana de edición de materiales, Figura B.3. Si se desea girar el imán paramétricamente, junto con el cambio de la geometría el cambio de dirección debe ser parametrizado en las propiedades del material igualmente. Puesto que la definición del material afecta a todo el proyecto y no sólo al diseño activo, no se pueden utilizar variables comunes.



**Figura B.3** – Cuadro de diálogo de edición de un material anisótropo.

Para este tipo de parametrización es necesario definir previamente una variable más global. Esto se hace en el menú *Projects – Projects variables...*

Una vez definido el tipo de variable esta se utiliza de la misma forma que las variables internas al diseño. Las variables de proyecto se diferencian de las internas por llevar el carácter \$ delante del nombre.

Las variables de proyecto aparecen en la lista de variables de *Optimetrics* y se pueden usar de la misma manera. Además, sólo las variables de proyecto pueden ser introducidas en el *Field Calculator* para parametrizar soluciones derivadas.

### *Cálculo del ángulo de equilibrio: Método de la bisección*

Para calcular el ángulo de equilibrio (ángulo para el cuál el momento sobre el imán es nulo) de un imán frente a un superconductor podemos aplicar el método de la bisección siempre y cuando identifiquemos el rango en el que presuponemos que estará el ángulo de equilibrio que nos interesa. Recordemos que siempre hay dos ángulos de equilibrio: uno estable y uno inestable.

Así pues elegido un rango de búsqueda basta con aplicar el método de la bisección para haya el ángulo de equilibrio. El método de la bisección es un algoritmo de búsqueda de raíces que trabaja dividiendo el intervalo a la mitad y seleccionando el subintervalo que tiene la raíz.

Para automatizar el proceso de la búsqueda de la raíz se ha escrito un *script* de comandos basado en BASIC que realiza todos los pasos necesarios introduciendo únicamente el rango a estudiar y la precisión de la solución que se desea.

La variable de proyecto a definir se llama \$angle y hay que utilizarla para indicar el giro geométrico y el giro del material (ver sección anterior). Previamente también hay que configurar como *Output variables* las soluciones derivadas para el cálculo de fuerzas, pares y magnitud de densidad de corriente crítica.

Dentro del *script* se han resaltado en rojo los valores a editar que son: ruta de salida de datos, ángulo inicial (*anguloini*), precisión (*precisión*), rango (*rango*) y nombre del análisis. Hace falta crear un análisis antes de ejecutar el script. El rango total a analizar irá desde el ángulo denominado como ángulo inicial hasta el final del rango, es decir hasta el ángulo inicial + el rango.

Para hacer un cálculo se han de introducir los valores a editar que se consideren oportunos, salvar el *script* con la extensión *.vbs* y ejecutarlo desde el menú *Tools – Run script*.

```
Dim oAnsoftApp
Dim oDesktop
Dim oProject
Dim oDesign
Dim oEditor
Dim oModule
Set oAnsoftApp = CreateObject("AnsoftMaxwell.MaxwellScriptInterface")
Set oDesktop = oAnsoftApp.GetAppDesktop()
Set oProject = oDesktop.GetActiveProject()
Set oDesign = oProject.GetActiveDesign()
Dim angulo
Dim fx
Dim fy
Dim fz
Dim mx
Dim my
Dim mz
Dim jm
Dim fin
Dim oFS,ofile,path,range,line

path = "C:\resultados.txt"
Set oFS = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set ofile = oFS.OpenTextFile (path, 8, True)

fin=0
precision=1
anguloini = 80
tramo=20

Do while fin < precision

if tramo <1 then
fin=2
end if

ang=anguloini
oProject.SetVariableValue "$angle", ang & "deg"
oDesign.Analyze "Setup1"
Set oModule = oDesign.GetModule("OutputVariable")
```

```

fx=oModule.GetOutputVariableValue("FuerzaX","", "Setup1 : LastAdap-
tive","Fields","")
fy=oModule.GetOutputVariableValue("FuerzaY","", "Setup1 : LastAdap-
tive","Fields","")
fz=oModule.GetOutputVariableValue("FuerzaZ","", "Setup1 : LastAdap-
tive","Fields","")
mx=oModule.GetOutputVariableValue("MomentoX","", "Setup1 :
LastAdaptive","Fields","")
my=oModule.GetOutputVariableValue("MomentoY","", "Setup1 :
LastAdaptive","Fields","")
mz=oModule.GetOutputVariableValue("MomentoZ","", "Setup1 :
LastAdaptive","Fields","")
jm=oModule.GetOutputVariableValue("Jmaxima","", "Setup1 : LastAdap-
tive","Fields","")

If my>=0 then
anguloini=anguloini+tramo
Else
tramo=tramo/2
anguloini=anguloini-tramo
End If

Loop

ofile.WriteLine( anguloini & " " & fx & " " & fy & " " & fz & " " & mx & "
" & my & " " & mz & " " & jm)

```

El programa escribirá en el archivo definido en la línea 22 el valor calculado para el ángulo y las correspondientes soluciones derivadas calculas para ese giro.