Documento de Trabajo 96-05
Serie de Economía 02
Marzo 1996

Departamento de Economía
Universidad Carlos III de Madrid
Calle Madrid, 126
28903 Getafe (Spain)
Fax (341) 624-9875

EL PAPEL DE LA EDUCACION EN LA AGLOMERACION URBANA

Olga Alonso Villar*

Resumen

En este trabajo desarrollamos un modelo de equilibrio general en el que la educación produce una externalidad positiva en la economía y, por tanto, el gobierno tiene cabida como mecanismo corrector de la misma. Nuestro interés es encontrar de qué forma el capital humano puede influir en la concentración de la actividad económica en grandes núcleos urbanos en un contexto de áreas metropolitanas. La introducción de este factor permite la aparición de nuevos equilibrios, como son aquellos en los que coexisten dos ciudades de distinto tamaño, resultado que sólo había sido obtenido en la literatura bajo supuestos menos razonables.

Palabras clave
Capital Humano; Externalidad Positiva; Concentración.

* Departamento de Economía de la Universidad Carlos III de Madrid.

1. Introducción

La idenficación de fenómenos que sólo se pueden modelizar bajo rendimientos crecientes a escala tiene sus orígenes en los años 40, pero su aplicación global a la economía es bastante más tardía.

Los modelos de rendimientos constantes o decrecientes llevan consigo unicidad de equilibrio y resultan más fáciles de tratar. La agricultura, la minería y, en general, todos aquellos sectores económicos basados en recursos naturales se modelizan bien mediante modelos de rendimientos decrecientes.

Sin embargo, no ocurre así con aquellos otros basados en el conocimiento, tales como la producción de ordenadores, fármacos, automóviles, etc, ya que la construcción de grandes plantas en estos casos permiten mejorar la organización.

Pero si los rendimientos crecientes son tan importantes, ¿por qué han sido ignorados, como plantea Arthur (1990), durante tanto tiempo?

Contrariamente a lo que ocurre con los rendimientos decrecientes, los rendimientos crecientes están vinculados a la multiplicidad de equilibrios, con las dificultades que esto acarrea. Además, ya no existen garantías de que el equilibrio competitivo sea eficiente. De ahí que hayan sido relegados a un plano marginal durante mucho tiempo, como el citado autor sugiere.

Está claro que unos rendimientos son adecuados a unos sectores de la economía, mientras que otros aplican en otros casos. En nuestro trabajo quedará patente la importancia que las economías de escala desempeñan en la concentración de la actividad económica. Sin embargo, eśte no será el único aspecto importante de nuestra modelización. Como apunta Schultz en su trabajo de 1961, la discrepancia entre los ratios de crecimiento de inputs y outputs no son tanto debidos a la omisión de las economías de escala como a las mejoras del ignorado capital humano. Tradicionalmente los economistas han sido conscientes en buena medida de la importancia que las habilidades de las personas tienen en la riqueza de las naciones, midiendo de qué forma el trabajo contribuye al output.

Sin embargo, no han puesto de manifiesto fácilmente el hecho de que la gente invierte en si misma, por los consiguientes trasfondos filosóficos y morales que la inversión en seres humanos puede llevar asociado. Como Schultz comenta, inicialmente, sólo unos pocos economistas veían a los seres humanos como capital, y entre ellos destaca a tres personalidades: Adam Smith, H. von Thunen e Irving Fisher. Hoy en día, nadie duda ya en utilizar el término de capital humano, eliminadas las reticencias que antaño produjo.

Las relaciones sociales pueden ser causa de prosperidad en los negocios, especialmente en aquellos sectores caracterizados por rápidos cambios tecnológicos. En concreto, algunos economistas, entre ellos Saxenian (1994), enfatizan la importancia de este factor para el desarrollo del "Silicon Valley". En esta misma línea Lucas (1988) comenta lo siguiente: "La fuerza que necesitamos postular para explicar el papel central de las ciudades en la vida económica es exactamente del mismo tipo que las externalidades del capital humano que yo postulé como fuerza que explica ciertos hechos del desarrollo agregado". O también: "¿ Por qué puede estar la gente pagando alquileres en Manhattan o en el centro de Chicago, si no es por estar cerca de otra gente?".

Nosotros, en el presente trabajo, planteamos un modelo de equilibrio general en el que el capital humano aparece como un factor más con capacidad para dar un paso adelante en la explicación de las principales causas que favorecen la concentración de la actividad económica en determinados puntos, hecho, por otra parte, fácilmente constatable en las sociedades en las que vivimos.

Existe una rica literatura, basada en una línea de investigación abierta por Krugman, que fundamenta la existencia de tales concentraciones como resultado de las interacciones entre fuerzas centrípetas, capaces de favorecer la aglomeración, y fuerzas centrífugas, que frenan o limitan el tamaño de dichas aglomeraciones. Sumándonos a esta línea de investigación, proponemos un modelo de equilibrio general, que pretende explicar la existencia de áreas metropolitanas, en el que la concentración no surge únicamente de la interacción entre rendimientos crecientes de las empresas individuales, costes de transporte y movilidad de los factores, sino que el capital humano es un factor más que añadir a este grupo[1].

[1]Un trabajo empírico cuyas conclusiones parecen sustentar esta idea es el realizado por Martin y

Además, contrariamente a lo que ocurre en la mayor parte de estos trabajos, el campesinado deja de ser la fuerza capaz de frenar el crecimiento a las ciudades. Este freno estará provocado por el factor congestión, que abarca desde los costes de transporte intraurbanos, al precio de la vivienda pasando por los problemas medioambientales. Todos estos aspectos negativos existentes dentro de las ciudades hacen de las grandes urbes lugares poco atractivos en los que vivir, al contrario de lo que ocurre en aquellas otras poblaciones de menor tamaño. Nosotros obtenemos que el capital humano es un factor que favorece la concentración de los individuos en grandes urbes, siempre que la congestión no sea demasiado elevada. Además se observa la existencia de nuevas configuración de equilibrios que no aparecen en el modelo sin capital humano.

A diferencia de otros trabajos, como Benabou (1993), nosotros no estamos interesados en explicar los nexos entre lugar de residencia, inversiones en educación y producción dentro de una ciudad, o los problemas derivados de la segregación, sino que nuestro objetivo es ver que el capital humano es un factor que atrae a los individuos a las grandes ciudades, como parece ocurrir en la realidad. Al contrario de lo que ocurre en el citado trabajo o en Kremer (1993), consideramos que los individuos cualificados pueden ser sustituidos por grupos de no cualificados, al no ser ambos tipos complementarios en la producción. No existe, como en Arnott y Rowse (1987), una tecnología de la educación, sino que ésta afecta directamente a la producción, siendo la producción mayor cuanto mayor sea el número de individuos cualificados existentes en la ciudad.

El capital humano provoca una externalidad positiva en la economía[2], de tal forma que, en determinados casos, el nivel de educación en equilibrio es inferior al socialmente óptimo. De ahí que hayamos incorporado al gobierno como un agente económico más, con capacidad para modificar las inversiones en educación de los individuos, y por tanto, corregir dicha externalidad. Mostramos también una comparación entre los equilibrios de

Rogers (1993). En él encuentran que la localización industrial y el producto interior bruto de distintas regiones europeas se explica bien por las diferencias regionales en niveles de infraestructuras, en particular debido a las diferencias en educación y telecomunicaciones.

[2]En Rauch (1993) podemos ver soporte empiríco, usando datos de USA, de los beneficios en la productividad derivados de la concentración de capital humano.

largo plazo desde el punto de vista del bienestar social, así como la importancia que tiene el momento en el que la inversión en educación se lleva a cabo.

El trabajo está organizado como sigue. En la sección 2 se presentan los supuestos del modelo y el análisis del corto plazo. En la sección 3 se estudia el equilibrio de largo plazo. El papel del gobierno como corrector de la externalidad que la educación provoca aparece en la sección 4, así como la comparación entre equilibrios de largo plazo desde el punto de vista del bienestar social. Por último en la sección 5 se concluye.

2. El modelo básico

2.1 Supuestos del modelo

Consideremos una economía en la que existen un gran número potencial de bienes que entran en la función de utilidad de los individuos, que supondremos con idénticos gustos, de acuerdo con una función de utilidad tipo CES:

$$U = \left(\sum_i c_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

donde c_i es el consumo del bien i y la elasticidad de sustitución entre bienes, σ, es mayor que 1.

Existen dos tipos de trabajadores en esta economía: cualificados y no cualificados. Supondremos que un individuo no cualificado puede cualificarse tras recibir educación. Serán los individuos cualificados los que eduquen a los no cualificados cobrándoles para ello un precio P_e. Además, tanto educadores como educados pierden un tiempo debido a este proceso de formación, que será de c_1 unidades de tiempo para cada individuo no cualificado que se quiera educar y de c_2 unidades de tiempo para cada educador por cada individuo no cualificado que eduque.

Asumiremos que un individuo cualificado es equivalente a a individuos no cualificados, siendo $a > 1$. Eso significa que a una empresa le dará igual contratar a un individuo cualificado o a a individuos no cualificados, ya que en ambos casos se producirá lo mismo.

Supondremos también que, una vez que los individuos no cualificados sean educados, tendrán una productividad en el trabajo idéntica a los cualificados. Todos los individuos de esta economía tienen una unidad de tiempo que dedicarán bien al trabajo, bien a la educación.

En cuanto a las empresas supondremos que cada una produce un bien diferenciado, bajo rendimientos crecientes a escala, con una tecnología idéntica en la que el trabajo es el único factor de producción y que, además, compiten entre ellas en un régimen de competencia monopolística. La siguiente función representa la mano de obra necesaria para llevar a cabo la producción.

$$L_{ij} = \alpha(k_j^h) \; + \; \beta(k_j^h)x_{ij},$$

donde L_{ij} es el número de horas de trabajo cualificado, o equivalentes, necesarios para producir x_{ij} unidades del bien i en la ciudad j, y k_j^h es el capital humano de esa ciudad. Vemos, pues, que los costes de producción dependen del capital humano (número de individuos cualificados) existentes en la ciudad. Tomaremos para α y β las formas funcionales siguientes:

$$\alpha(k_j^h) = \frac{\alpha}{(1+k_j^h)} \quad (\alpha > 0),$$

$$\beta(k_j^h) = \frac{\beta}{(1+k_j^h)} \quad (\beta > 0).$$

De esta forma ambas funciones son monótonas decrecientes en sus argumentos. En otras palabras, cuanto más cualificados sean los trabajadores de una ciudad más productivos serán todos. El haber considerado ambas funciones no constantes en sus argumentos generará, como veremos más adelante, una externalidad positiva en la educación.

En este modelo existen también unos costes debido al transporte entre ciudades y otro debido a la congestión experimentada dentro de cada ciudad. La forma de incorporar dichos costes (tipo 'iceberg') es la siguiente. Una proporción de la cantidad del bien producido por una empresa va a desaparecer antes de que llegue al consumidor por dos razones. Por un lado, hay una pérdida por transportar el bien de la ciudad en la que se produce j a la ciudad en la que se encuentra el consumidor k (cuando ambos no se encuentran en la misma localización). La cantidad que llega es $e^{-\tau D_{jk}}$, siendo τ el parámetro de transporte, y D_{jk} la distancia entre las ciudades j y k. Por otro lado, dentro de cada ciudad existen unos costes que reflejan todos aquellos aspectos negativos de las mismas y que aparecen englobados bajo el término de congestión (transporte urbano, alto precio de la vivienda, contaminación medioambiental) que hacen de las grandes ciudades lugares poco atractivos para vivir. De ahí que por cada unidad del bien i que haya llegado a la ciudad en la que el consumidor se encuentre, una parte va a desaparecer por la congestión, y esta proporción desaparecida será tanto mayor cuanto mayor sea el tamaño de la misma. Así, si denotamos por λ_k la población de la ciudad k, entonces, $e^{-\gamma\lambda_k}$ será la proporción que llegue al consumidor por cada unidad del bien existente en su ciudad (bien porque haya venido de otra o porque se haya producido en la misma). Tenemos, pues, que cuando el bien se produce en la misma ciudad del consumidor que lo demanda existe únicamente la pérdida ocasionada por la congestión, mientras que si el bien viene de otra ciudad debemos considerar las dos pérdidas conjuntamente, la provocada por el transporte entre ciudades y la debida a la congestión sufrida por el consumidor en la ciudad en la que vive. [3]

Finalmente, supodremos que el capital humano está uniformemente repartido entre la población, de tal forma que la cantidad de individuos cualificados en cada localización es proporcional al tamaño de la misma. Además los individuos cualificados y no cualificados de esta economía se mueven, en la misma proporción, entre diferentes ciudades buscando salarios reales más altos, siendo la ley de movimiento la siguiente:

$$\frac{d\lambda_k^i}{dt} = \mu\lambda_k^i(\omega_k - \bar{\omega}), \ \ \mu > 0$$

donde $i = c(\text{cualificado}), nc(\text{no cualificado})$; ω_k es el salario real por unidad de tiempo de un individuo cualificado en la ciudad k y $\bar{\omega} = \sum_k \frac{\lambda_k^c}{\sum_j \lambda_j^c}\omega_k$ el salario real medio por unidad de tiempo de los individuos cualificados en toda la economía. Supondremos la población total de la economía normalizada a 1. En esta ley de movimiento estamos considerando

[3] Podríamos tratar los costes intraurbanos de congestión de manera más explícita, tales como precio de la tierra y/o tráfico, etc, en las ciudades. Pero, tal extensión, no cambiaría significativamente las principales conclusiones del presente trabajo. Por ello, tomamos esta forma sencilla de congestión urbana.

únicamente los salarios de los individuos cualificados porque, como veremos más adelante, el salario de los no cualificados es una proporción de éste y por tanto, si unos individuos tienen interés en moverse los otros también lo van a tener.

2.2. El equilibrio en el corto plazo

El modelo que aquí discutimos es uno de competencia monopolística, donde cada empresa produce un único bien bajo rendimientos crecientes a escala. La existencia de rendimientos crecientes va a implicar que cada bien se produzca en una sola ciudad, y por tanto, ciudades diferentes van a tener cestas de bienes diferentes. Ahora bien, como todos los bienes entran en la función de utilidad de los individuos, éstos no demandarán sólo los bienes producidos en su ciudad, sino que importarán el resto de las otras ciudades. El precio que finalmente pagará cada consumidor por cada unidad de bien consumida (precio c.i.f.) dependerá del precio cargado por la empresa (precio f.o.b.) y de los costes de transporte y congestión. De ahí que cada empresa se enfrente a dos tipos de demanda, la de la ciudad en la que se encuentra ubicada y la demanda exterior. El hecho de que ambas demandas tengan una misma elasticidad precio de σ (ver Alonso Villar (1994) para demostración) lleva consigo que los costes de transporte y congestión no afecten al comportamiento de las empresas, y así el precio f.o.b. escogido por la empresa que produce el bien i en la ciudad j es:

$$p_{ij} = w_j \beta(k_j^k) \frac{\sigma}{\sigma - 1} \tag{1}$$

Vemos, pues, que el precio depende solamente del salario nominal (por unidad de tiempo), w_j, que cobra un individuo cualificado y del número de individuos cualificados que viven en la ciudad. El resto de los parámetros son comunes a todas las localizaciones. Por tanto, todos los precios de los bienes producidos dentro de la misma ciudad serán iguales. Debido a la relación existente entre trabajadores cualificados y no cualificados, el salario nominal de un trabajador no cualificado será igual al de uno cualificado de su ciudad dividido por a.

Puesto que estamos en un contexto de competencia monopolística las empresas entrarán en el mercado hasta que los beneficios que reciban las existentes se hagan cero. Ello implicará que la cantidad producida por cada una sea:

$$x_{ij} = \alpha(\frac{\sigma - 1}{\beta}) \text{ por cada bien } i \text{ y ciudad } j. \tag{2}$$

El haber considerado que las funciones $\alpha(.)$ y $\beta(.)$ dependen de forma análoga del capital humano nos permite obtener que la cantidad producida por cada empresa no dependa de características propias de la población que habita en la ciudad en la que la empresa está ubicada y esto facilitará el cálculo del óptimo en cuanto al nivel de educación que calcularemos más tarde. Como cada empresa produce la misma cantidad del bien y tiene la misma tecnología dentro de la misma ciudad j, el número de empresas que tienen cabida dentro de la misma, n_j, dependerá de la cantidad de trabajadores cualificados dentro de la misma. Este número se obtiene dividiendo la cantidad de trabajadores, cualificados o equivalentes, existentes en la ciudad j entre los individuos que cada empresa necesita.

Suponemos que el capital humano de cada ciudad puede ser alterado si los individuos no cualificados se educan. Por ello, ahora pasaremos a calcular el precio de la educación en cada ciudadP_{ej} y la cantidad de educación en equilibrio.

La renta de un individuo de la ciudad j no cualificado si no se educa es de $\frac{w_j}{a}$ y si se educa es de $(1 - c_1)w_j - P_{ej}$, ya que ha perdido c_1 unidades de tiempo en la educación. Por tanto, este individuo se educará si y sólo si

$$P_{ej} \leq w_j(1 - c_1 - \frac{1}{a}).$$

Llamemos P_{ej}^* a la expresión de la derecha, $w_j(1 - c_1 - \frac{1}{a})$. La curva de demanda de educación agregada de la ciudad en cuestión será pues:

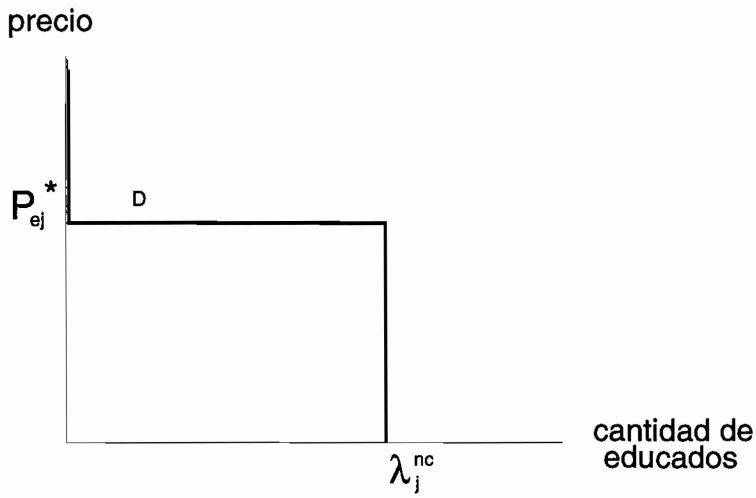


figura 1.

donde, λ_j^{nc} es el número de individuos no cualificados en la ciudad j. Análogamente, la renta de un individuo cualificado de la ciudad j si no educa es w_j y si educa a m_{ej} individuos no cualificados es $(1 - c_2 m_{ej})w_j + P_{ej}m_{ej}$. De ahí que este individuo esté dispuesto a educar a esos individuos si y sólo si

$$P_{ej} \geq c_2 w_j.$$

Llamemos P_{ej}^{**} a la expresión de la derecha. Para calcular la función de oferta agregada de educación en la ciudad j habrá que tener en cuenta que la cantidad máxima de individuos no cualificados que cada individuo cualificado puede educar es $\frac{1}{c_2}$, y por tanto, la cantidad máxima que pueden ser educados es $\frac{\lambda_j^c}{c_2}$, donde λ_j^c es el número de individuos cualificados de la ciudad j. Así pues, la función de oferta queda como sigue:

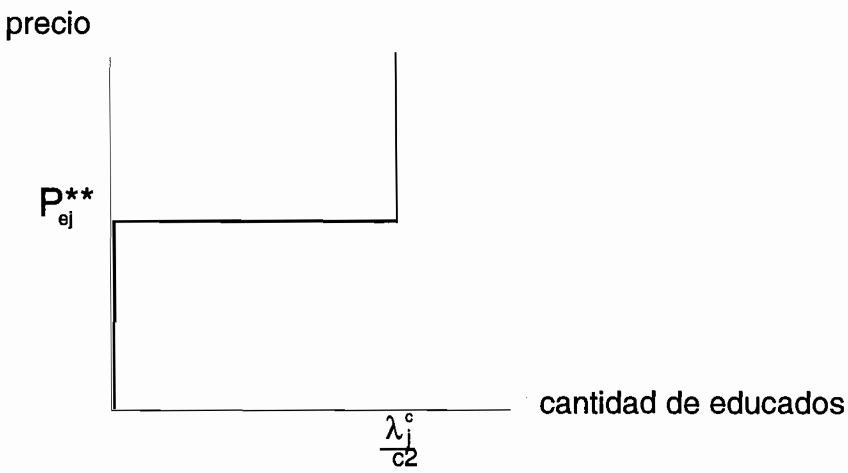


figura 2.

Para calcular la cantidad de educación de equilibrio hay que distinguir tres casos:

- $P^*_{ej} > P^{**}_{ej} \iff c_2 < 1 - c_1 - \frac{1}{a}$.

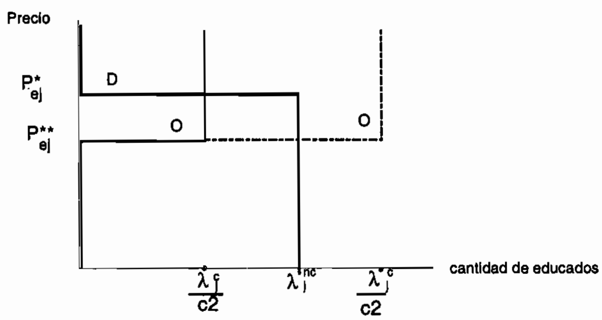


figura 3.

En este caso vemos que en equilbrio se educan todos los individuos que pueden, ya sean éstos el total de no cualificados λ_j^{nc} (si $\frac{\lambda_j^c}{c2} > \lambda_j^{nc}$) o solamente una parte, $\frac{\lambda_j^c}{c2}$ (en el caso opuesto). Además, el precio de la educación coincide con P^{**}_{ej} en el primer caso y con P^*_{ej} en el segundo.

- $Pe^{*} < Pe^{**} \Longleftrightarrow c_2 > 1 - c_1 - \frac{1}{a}$.

  En equilibrio no se educa nadie ya que lo máximo que están dispuestos a pagar los no cualificados es menor que lo mínimo que los cualificados están dispuestos a cobrar por la educación.

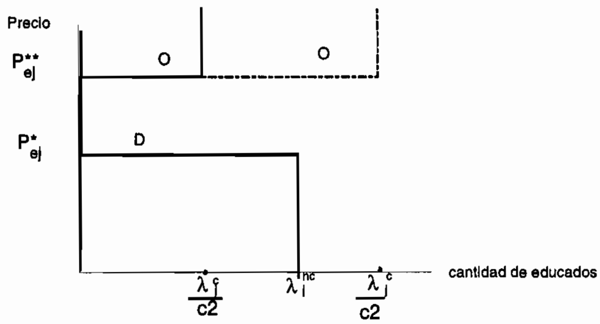


figura 4.

- $P^{*}_{ej} = P^{**}_{ej} \Longleftrightarrow c_2 = 1 - c_1 - \frac{1}{a}$.

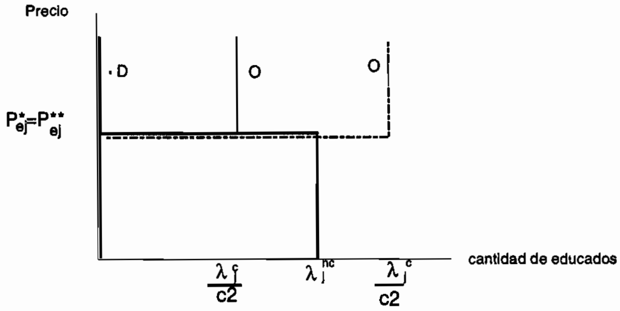


figura 5.

En estas condiciones cualquier cantidad entre 0 y $\frac{\lambda^c_j}{c2}$ es de equilibrio y el precio de equilibrio para la educación es: $P_{ej} = P^{*}_{ej} = P^{**}_{ej}$.

Dada la población de cada ciudad, λ_k, calcularemos por último el salario nominal de los trabajadores cualificados, w_k. El de los no cualificados simplemente se obtiene del anterior dividiendo por a. A partir de ahora consideraremos que sólo existen dos ciudades y que el salario nominal en la ciudad 1, w_1, es igual a 1. Cambiaremos, además, las unidades de los bienes de tal forma que $\beta = \frac{(\sigma-1)}{\sigma}$ en la función de costes de producción, con lo cual el precio f.o.b. cargado por cada empresa se simplifica y toma la forma:

$$p_{ij} = w_j(1 + k_j^h)^{-1}$$

donde, $k_j^h = \lambda_j^c + \lambda_j^c m_{ej}$.

Para ello comenzaremos resolviendo el siguiente problema:

$$\max \left(\sum_i c_i^{k\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$
$$\text{s.t.} \ \sum_i p'_{ik} c_i^k = m$$

donde, c_i^k es el consumo del bien i de un individuo de la ciudad k, p'_{ik} es el precio c.i.f. pagado por el consumidor de la ciudad k por el bien i, y m es la renta del mismo.

Si calculamos las condiciones de primer orden obtenemos

$$c_i^k = \frac{p_{2k}'^{\sigma}}{p_{ik}'^{\sigma}} c_2^k.$$

Esta ecuación puede ser reescrita de la forma siguiente:

$$p'_{ik} c_i^k = \frac{p_{2k}'^{\sigma}}{p_{ik}'^{\sigma-1}} c_2^k.$$

Teniendo en cuenta que el consumo del bien i en la ciudad k es la suma de los diferentes consumos realizados por sus ciudadanos, que denotaremos por C_i^k y que la relación anterior es válida para cada individuo de la ciudad k tenemos que

$$p'_{ik} C_i^k = \frac{p_{2k}'^{\sigma}}{p_{ik}'^{\sigma-1}} C_2^k.$$

Denotamos por Y_k la renta existente en la ciudad k. Sabemos que el precio de la educación pagado por los educados (individuos no cualificados que quieren ser cualificados) va a parar a manos de los individuos educadores (individuos cualificados) de la ciudad, por tanto, podemos escribir dicha renta de la forma siguiente:

$$Y_k = \lambda_k^c(1 - c_2 m_{ek})w_k + (\lambda_j^{nc} - m_{ek}\lambda_k^c)\frac{w_k}{a} + m_{ek}\lambda_k^c(1 - c_1)w_k,$$

donde el superíndice c indica cualificado y nc no cualificado, y m_{ek} es el número de individuos que cada educador de la ciudad k educa.

Por otro lado, esta renta de la ciudad k se destina a pagar los gastos en los distintos bienes que estos individuos consumen. Es decir, $Y_k = \sum_i p'_{ik}C_i^k$. Usando la relación obtenida anteriormente que relacionaba los gastos en bien i con los del bien 2 llegamos a que

$$Y_k = p'_{2k}C_2^k\left(\sum_i \left(\frac{p'_{2k}}{p'_{ik}}\right)^{\sigma-1}\right).$$

Reordenando esta última expresión podemos escribir que

$$p'_{2k}C_2^k = \frac{Y_k {p'_{2k}}^{1-\sigma}}{\sum_j {p'_{jk}}^{1-\sigma} n_j}.$$

Denotamos por S_{2k} el gasto de la ciudad k en bienes producidos en la ciudad 2, es decir, $S_{2k} = n_2 p'_{2k}C_2^k$ (ahora estamos identificando el bien 2 con uno de los bienes de la ciudad 2). Substituyendo la ecuación anterior en S_{2k}, sumando en k y usando que $p'_{jk} = p_{jk}e^{(\tau D_{jk}+\gamma\lambda_k)}$, llegamos a que los ingresos de la ciudad 2 toman la forma:

$$\sum_k S_{2k} = \frac{\sum_k n_2 Y_k \left(w_2(1 + \lambda_2^c + \lambda_2^c m_{e2})^{-1} e^{\tau D_{2k}+\gamma\lambda_k}\right)^{1-\sigma}}{\left(\sum_j n_j \left(w_j(1 + \lambda_j^c + \lambda_j^c m_{ej})^{-1} e^{\tau D_{jk}+\gamma\lambda_k}\right)^{1-\sigma}\right)}.$$

Por otro lado, los ingresos de la ciudad 2 han de igualar su renta. [4]

$$\sum_k S_{2k} = Y_2,$$

Igualando estas dos últimas expresiones y teniendo en cuenta que el número de empresas que tiene cabida en la ciudad j es

$$n_j = \frac{\lambda_j^c(1 - c_2 m_{ej}) + \frac{(\lambda_j^{nc} - \lambda_j^c m_{ej})}{a} + \lambda_j^c m_{ej}(1 - c_1)}{\alpha\sigma(1 + \lambda_j^c + \lambda_j^c m_{ej})^{-1}},$$

[4]Conviene darse cuenta de que el consumo multiplicado por el gasto en transporte y congestión es la demanda y por tanto, consumo por precio f.o.b. coincide con la demanda multiplicada por el precio c.i.f.. En otras palabras, $\sum_k S_{2k}$ son los ingresos de la ciudad 2.

podemos concluir que el salario nominal en la ciudad 2 toma la forma

$$w_2 = \left[(1 + \lambda_2^c + \lambda_2^c m_{e2}) \sum_k Y_k ((1 + \lambda_2^c + \lambda_2^c m_{e2})^{-1} e^{-(\tau D_{2k} + \gamma \lambda_k)} T_k)^{\sigma - 1} \right]^{\frac{1}{\sigma}},$$

donde T_k es el índice de precios en la ciudad k y puede escribirse como sigue:

$$T_k = \left[\sum_j \lambda_j (w_j e^{\tau D_{jk} + \gamma \lambda_k})^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}.$$

Esto que hemos obtenido para $j = 2$ lo podríamos generalizar para cualquier j.

Lo que hemos obtenido es pues que dada la población de individuos cualificados y no cualificados de cada ciudad (capital humano), así como los parámetros de congestión (γ), transporte (τ) y gustos de los individuos (σ) podemos calcular los salarios nominales de equilibrio de cada ciudad así como sus índices de precios resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$w_j = \left[(1 + \lambda_j^c + \lambda_j^c m_{ej}) \sum_k Y_k ((1 + \lambda_j^c + \lambda_j^c m_{ej})^{-1} e^{-(\tau D_{jk} + \gamma \lambda_k)} T_k)^{\sigma - 1} \right]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{3}$$

$$T_k = \left[\sum_j \lambda_j (w_j e^{\tau D_{jk} + \gamma \lambda_k})^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{4}$$

$$Y_k = \lambda_k^c (1 - c_2 m_{ek}) w_k + (\lambda_j^{nc} - m_{ek} \lambda_k^c) \frac{w_k}{a} + m_{ek} \lambda_k^c (1 - c_1) w_k. \tag{5}$$

Y por tanto, también los salarios reales, que serán los nominales deflactados por el índice de precios.

Este sistema de ecuaciones sólo se puede resolver analícamente en casos sencillos, por ejemplo cuando la población está concentrada en una única ciudad o en el caso de que ambas ciudades tengan idéntico tamaño. En el resto de las situaciones tendremos que valernos del ordenador para simular la solución del sistema para valores dados de los parámetros.

3. El largo plazo

En la sección 2.2 hemos calculado el equilibrio de la economía dada una distribución de la población entre las distintas ciudades. Permitiremos que los individuos de esta economía se puedan mover entre dos posibles localizaciones, en busca de salarios reales más altos. Como ya comentamos en los supuestos del modelo, consideraremos que el capital humano inicial está uniformemente entre las dos localizaciones, de tal forma que, en cada una de ellas, el número de individuos cualificados es proporcional a la población. Por comodidad, tomaremos la distancia entre las dos localizaciones igual a 1.

Definimos el salario real como el nominal deflactado por el índice de precios, es decir, $\omega_j = w_j T_j^{-1}$. De acuerdo con la ley de movimiento definida en el punto 2.1 los trabajadores se van a mover hacia la ciudad de mayor salario real y van a alejarse de la otra ciudad.

Un equilibrio de largo plazo será una distribución de la población entre las dos localizaciones de tal forma que o bien $\omega_1 = \omega_2$, o bien $\omega_1 < \omega_2$ y $\lambda_1 = 0$ o el caso recíproco, $\omega_1 > \omega_2$ y $\lambda_1 = 1$. Es decir, ambas ciudades deben ofrecer el mismo salario real o, en caso de que el salario que una ofrezca sea menor que el de la otra, el equilibrio será la concentración en la ciudad que ofrezca el mayor.

Proposición 1. *La concentración de la población en la ciudad 1 es un equilibrio si y sólo si los costes de congestión son suficientemente pequeños con relación a los costes de transporte y además el nivel de individuos cualificados (capital humano) es suficientemente alto. En concreto, si y sólo si*

$$\gamma \leq \tau(\frac{2\sigma - 1}{\sigma}) + ln(1 + \lambda_1^c + \lambda_1^c m_{e1})$$

donde m_{e1} es la cantidad de educación ofertada en el equilibrio a corto plazo cuando la población se encuentra en la ciudad 1, y que es un valor que depende únicamente de los parámetros del modelo, como hemos visto en la sección anterior.

Demostración:

Se sigue de sustituir en el sistema de ecuaciones (3), (4), (5), que definen el salario nominal en la ciudad 2, así como los índices de precios en ambas ciudades, los valores $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0$. Calculando ω_1 y ω_2 y comparándolos entre sí se obtiene que $\omega_1 \geq \omega_2$ si y sólo si la condición expresada en el enunciado de la proposición se satisface. □

Hemos obtenido, pues, que la congestión es una fuerza centrífuga, ya que, fijados el resto de los parámetros, cuanto mayor sea γ la concentración se vuelve más difícil. Dicho de otra forma, cuanto mayor sea la congestión que exista en una gran ciudad más interés tendrán sus ciudadanos en irse a vivir a una ciudad cercana cuya congestión sea menor. De ahí que el modelo que hemos propuesto tenga sentido en un contexto de áreas metropolitanas. Por otro lado, cuanto mayor es el coste de transporte entre ciudades mayor es el interés de los ciudadanos en quedarse en la gran ciudad ya que en ella se le pueden ofrecer más bienes o servicios.

El resultado fundamental que diferencia esta proposición de la obtenida en un trabajo similar por Alonso Villar (1994) es que el capital humano (número de individuos cualificados) es un elemento que atrae hacia las grandes ciudades, que es donde se encuentra en mayor cantidad. En las grandes urbes no solamente es mayor el número de cines, tiendas especializadas, teatros, etc, en definitiva, bienes que se ofrecen, sino también es donde mayor es el número de individuos cualificados, como abogados, médicos, profesores, etc, que hacen de las mismas lugares atractivos en los que vivir.

También podemos observar estos resultados gráficamente. En las siguientes figuras representaremos en el eje de ordenadas la población en la ciudad 1, y en el eje de abscisas la curva de diferencia entre el salario real en la ciudad 1 y el correspondiente a la ciudad 2. En todas las simulaciones que se presentan a lo largo del presente trabajo supondremos que la elasticidad de sustitución toma el valor 4, y que $a = 2$.

En estos primeros ejemplos fijaremos la proporción de individuos cualificados como el 25% de la población.

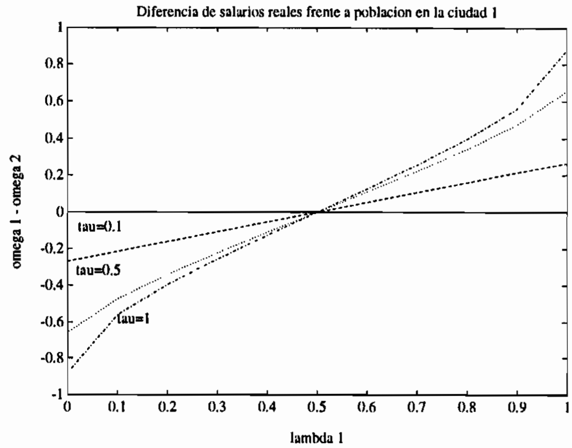


Figura 6. $\gamma = 0.1$

Vemos cómo a medida que el parámetro de transporte aumenta, la concentración se hace más evidente. Hay un giro de la curva de diferencia de salarios reales en sentido contrario a las agujas del reloj.

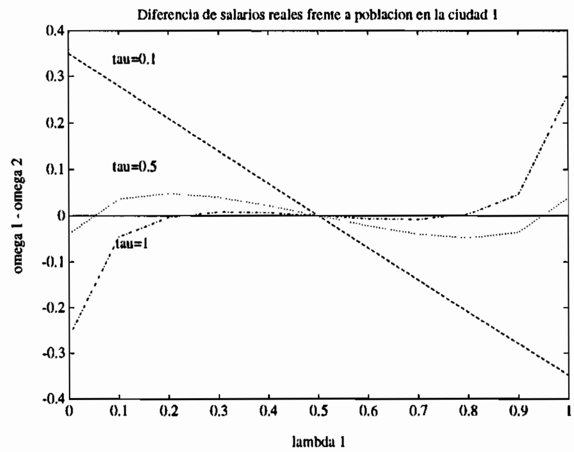


Figura 7. $\gamma = 1$

Comparando este gráfico con el anterior vemos que al ser la congestión más alta para valores de transporte para los que antes la concentración era equilibrio ahora deja de serlo ($\tau = 0.1$), o bien tanto la concentración como la dispersión entre ambas ciudades son simultáneamente equilibrios ($\tau = 0.5, 1$). En estos dos últimos casos aparecen además dos equilibrios (inestables) más.

Si fijamos el parámetro de transporte y variamos el de congestión vemos que a medida que ésta aumenta hay un giro de la curva de diferencia de salarios en el sentido de las agujas del reloj, es decir, la concentración es más difícil.

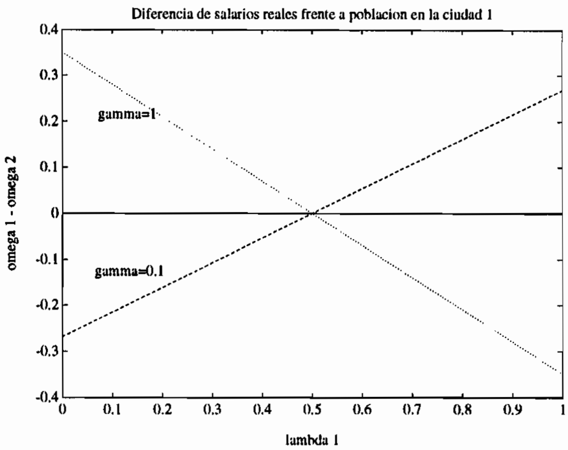


Figura 8. $\tau = 0.1$

Al aumentar la proporción de individuos cualificados vemos también que la concentración es más probable.

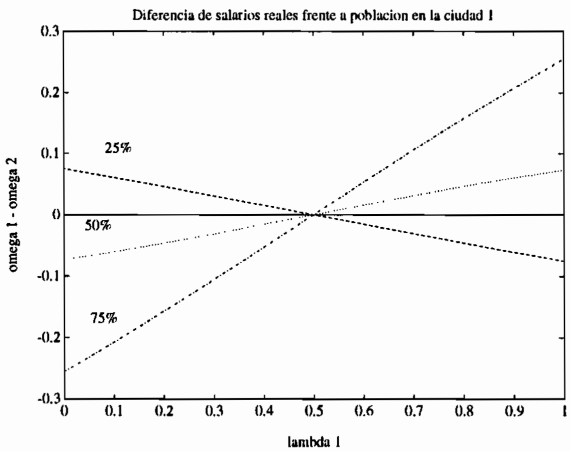


Figura 9. $\tau = 0.1, \gamma = 0.5$

Por otro lado, siempre que el nivel de capital humano se halle uniformemente repartido entre las poblaciones, el reparto igualitario de la población entre las dos ciudades es equilibrio, independientemente de los valores de los parámetros.

Acabamos de ver en las figuras anteriores que no siempre el equibrio se mantiene ante pequeñas modificaciones de la población. De hecho si nos fijamos en el equilibrio de reparto igualitario de la figura 8, con $\gamma = 0.1$, vemos cómo si λ_1 aumenta el salario real en dicha ciudad disminuye con relación al de la otra y por tanto habrá un movimiento de población en sentido contrario a la variación de λ_1. La ley de movimiento en el caso de dos ciudades toma la forma:

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = \mu\lambda_1(1-\lambda_1)(\omega_1 - \omega_2)$$

Utilizando esta expresión podemos ver que un equilibrio es estable si y sólo si $\frac{d(\omega_1-\omega_2)}{d\lambda_1} < 0$. En la figuras 6 y 7 podemos apreciar que cuando $\tau = 0.1, \gamma = 0.1$ la concentración es el único equilibrio estable, mientras que si $\tau = 0.1, \gamma = 1$ el único equilibrio estable es el reparto igualitario entre las dos ciudades, y si $\tau = 0.5, \gamma = 1$ entonces ámbos equilibrios coexisten.

Por otro lado, si los cualificados constituyesen el 50% entonces podríamos tener una situación como la siguiente:

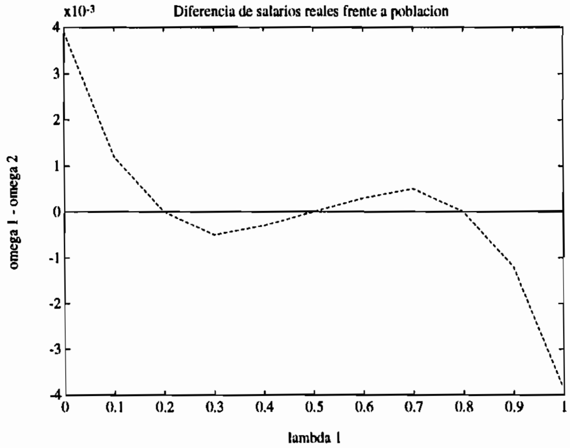


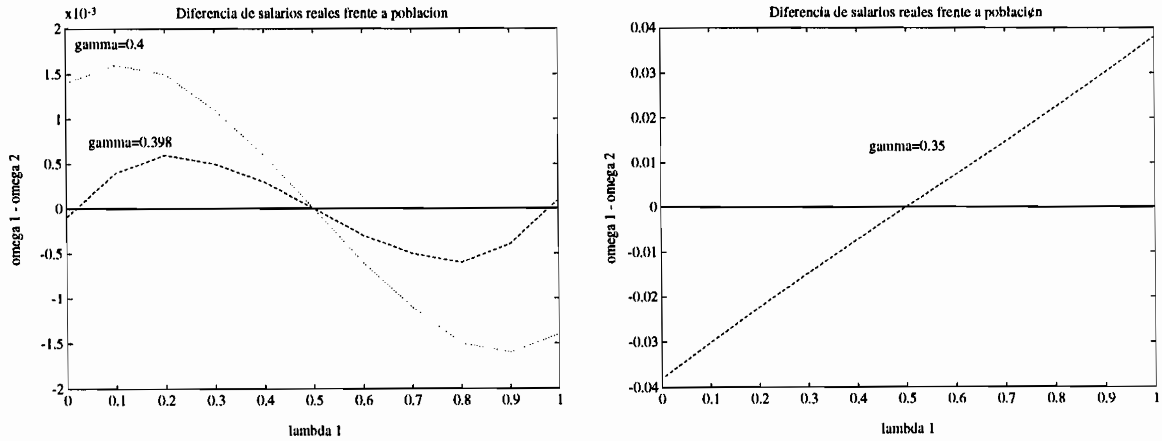
Figura 10. $\tau = 0.1, \gamma = 0.585$

en la que hay dos equilibrios interiores estables distintos del reparto igualitario.

Obsérvese aquí que introducir capital humano en el modelo de Alonso Villar (1994) nos permite obtener un resultado interesante. Aparecen equilibrios asimétricos $(\lambda_1 \neq \frac{1}{2})$ estables, lo cual le permite mayor riqueza y realismo. De esta forma, pueden coexistir dos ciudades en equilibrio estable sin que éstas tengan la misma población. Más aún, la introducción del capital humano permite la existencia de una gran ciudad junto con otra pequeña, configuración de ciudades típica de áreas metropolitanas. Este mismo tipo de equilibrios habían sido obtenidos por Brakman et al. (1994), en un modelo basado en Krugman (1993), en el que no se incluye el capital humano, y en el que, además, la congestión es introducida de tal forma que cuanto mayor es el número de empresas ubicadas en una región mayores son las desventajas, en cuanto a la productividad de los trabajadores, de las mismas. Esta no parece ser la forma más realista de introducir congestión, ya que las empresas se pueden beneficiar de la cercanía de otras, ya sean del mismo sector o no, como se deduce del estudio empírico llevado a cabo en Glaeser et al. (1992). Por tanto, nosotros hemos obtenido el mismo tipo de equilibrios pero con supuestos más razonables.

Se puede comprobar que si la concentración es equilibrio es también estable, independientemente de los valores de los parámetros.

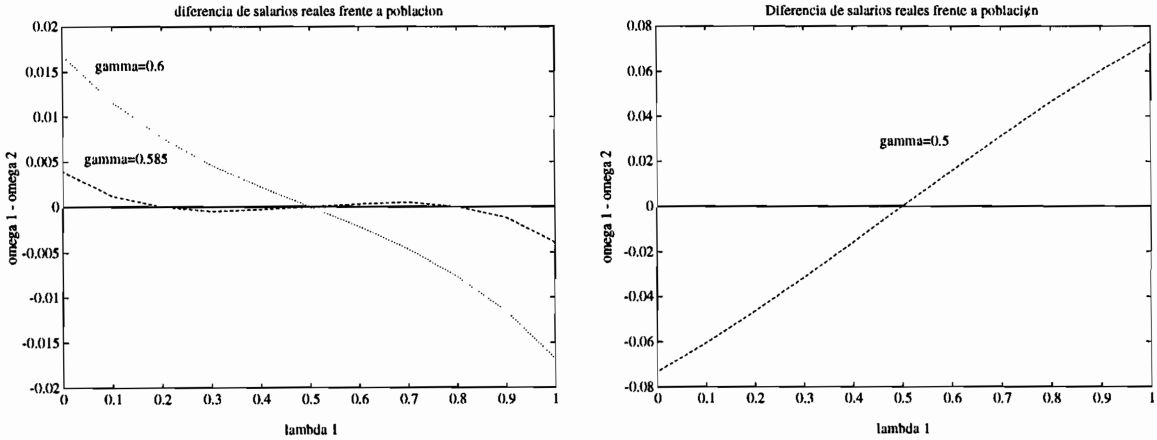
En los ejemplos siguientes veremos cómo si los costes de transporte son pequeños y la congestión es suficientemente alta, aparecen equilibrios asimétricos estables. También veremos también que cuanto mayor sea el capital inicial del que parte la economía mayor es el abanico de posibilidades del parámetro de transporte bajo el cual conseguimos tales equilibrios. Si el 25% de la población está formada por individuos cualificados, entonces las curvas de diferencias de salarios reales entre ambas poblaciones tendrán las siguientes formas, dependiendo del parámetro de congestión γ:



Figuras 11a. y 11b. $\tau = 0.1$

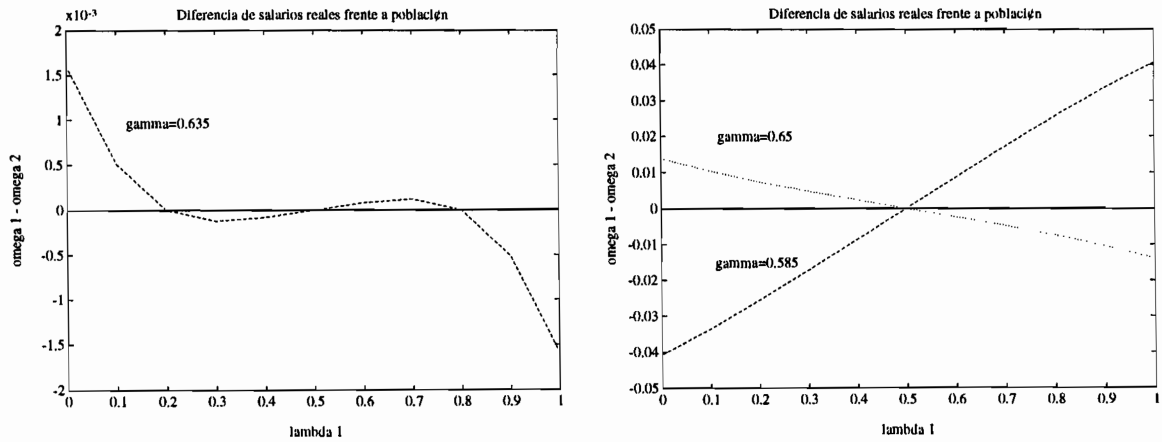
A pesar del pequeño valor del parámetro de transporte existen tres posibilidades: en la primera sólo existe concentración (congestión pequeña $\gamma = 0.35$); en la segunda existe dispersión igualitaria (congestión grande $\gamma = 0.4$); y en la tercera coexisten ambos equilibrios estables (congestión intermedia $\gamma = 0.398$). Es decir, el paso de la concentración a la no concentración se realiza a través de un equilibrio inestable.

Si aumentamos el número inicial de cualificados al 50% de la población vemos que para el mismo valor de $\tau = 0.1$ y para un valor intermedio de γ ($\gamma = 0.585$) aparecen dos equilibrios asimétricos (diferente población) estables.



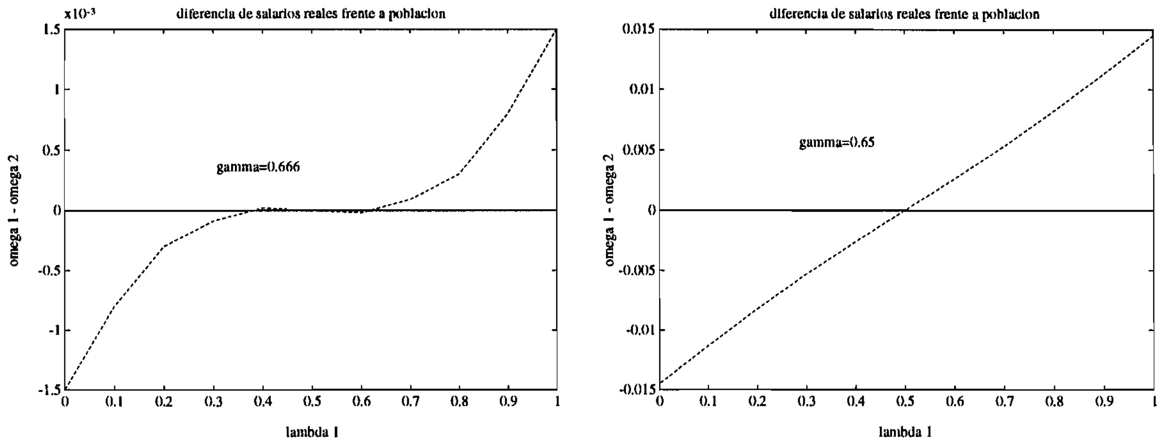
Figuras 12a., 12b $\tau = 0.1$

Incluso si aumentamos $\tau = 0.13$ se sigue verificando lo anterior:



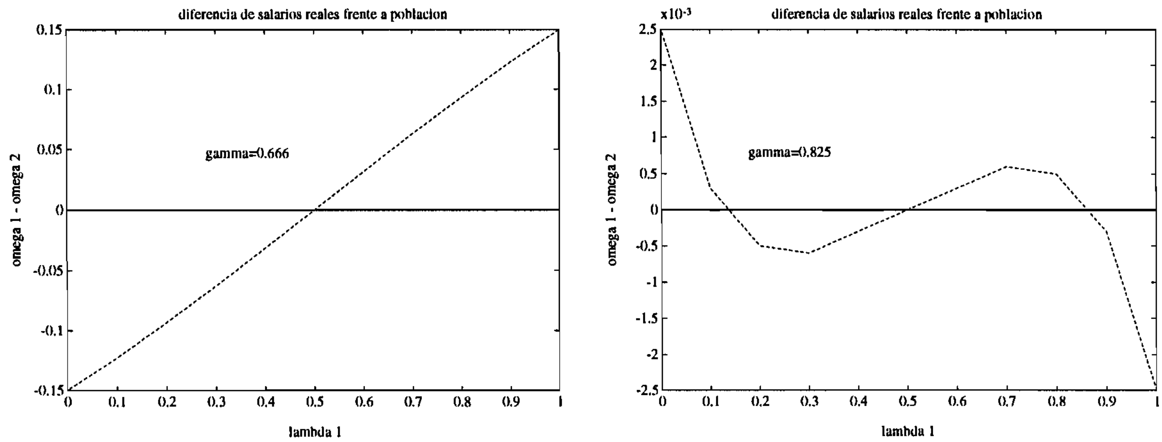
Figuras 13a. y 13b. $\tau = 0.13$

Sin embargo, si $\tau = 0.15$ entonces el coste de transporte es demasiado alto para que aparezcan dos ciudades de tamaño diferente y el paso de la concentración a la dispersión se vuelve a producir a través de un equilibrio inestable, como podemos observar en la siguiente figura:



Figuras 14a. y 14b. $\tau = 0.15$

Si ahora aumentásemos el capital humano hasta el 75% de la población entonces tendríamos las siguientes figuras:



Figuras 15a. y 15b. $\tau = 0.15$

Vemos que, a medida que el capital humano aumenta, existen valores mayores de τ bajo los cuales pueden coexistir dos ciudades de distinto tamaño como equilibrios estables. Esto se debe a que, a pesar de que las ventajas de la concentración por ahorro en transporte no son muy altas cuando τ es pequeño, sin embargo, la acumulación de capital humano puede ejercer una fuerza centrípeta mayor y obligar a la concentración. En cambio, si la congestión es alta esto no es sostenible. De ahí que cuando la congestión es pequeña el transporte es la fuerza dominante. Si la congestión es intermedia y el transporte lo permite (τ es pequeño), va a ser el capital humano el que determine si va a existir dispersión asimétrica o no (si las ventajas de la aglomeración son grandes lo más parecido a la concentración es una ciudad grande junto con una pequeña). Finalmente, si la congestión es muy grande la dispersión igualitaria será el único equilibrio sostenible.

4. El papel del gobierno

En este trabajo hemos planteado un modelo que pretende explicar los principales elementos que favorecen la concentración de la actividad económica y aquellos otros que la frenan, en un contexto de áreas metropolitanas. En la sección 2.2 calculamos el valor de todas las variables en cada ciudad tomando como dadas las cantidades de individuos cualificados y no cualificados. Ahora determinaremos si la cantidad de educación obtenida en equilibrio es la óptima [5]. De la misma forma que hicimos en el cálculo del equilibrio tendremos que distinguir tres casos. Pero, previamente, escribiremos la expresión que proporciona el número de empresas que tiene cabida en una ciudad j cuando en ella cada individuo cualificado se encarga de la educación de me^j individuos no cualificados. La cantidad producida de cada bien no depende del nivel de capital humano (ecuación (2)), mientras que la variedad de bienes, n_j sí depende del él. Por tanto, el nivel eficiente de educación será aquel que maximice el valor de n_j.

$$n_j = \frac{\lambda_j^c(1 - c_2 m_{ej}) + \frac{(\lambda_j^{nc} - \lambda_j^c m_{ej})}{a} + \lambda_j^c m_{ej}(1 - c_1)}{\alpha\sigma(1 + \lambda_j^c + \lambda_j^c m_{ej})^{-1}},$$

La derivada de esta expresión respecto de m_{ej} es

$$\frac{\partial n_j}{\partial m_{ej}} = \frac{\lambda_j^c}{\alpha()}(1 - c_1 - \frac{1}{a} - c_2 - \alpha\prime() n_j \sigma).$$

[5] En realidad, óptimo en el sentido de second-best, ya que la existencia de rendimientos crecientes implica, per se, cierta ineficiencia.

Consideremos, pues, los siguientes casos:

- $Pe^* > Pe^{**} \iff c_2+c_1 < 1-\frac{1}{a}$. En este caso, la derivada anterior es positiva y, por tanto, el nivel óptimo de educación es el mayor posible. Vemos, pues, que óptimo y equilibrio coinciden.

- $Pe^* < Pe^{**} \iff c_2+c_1 > 1-\frac{1}{a}$. Si evaluamos la derivada en el equilibrio ($m_{ej}=0$) veremos que si el valor de c_2+c_1 no dista demasiado de $1-\frac{1}{a}$ entonces la derivada es positiva, lo cual significa que aumentando el nivel de educación se podrían conseguir más bienes en la ciudad. Por tanto, no siempre el equilibrio es óptimo.

- $Pe^* = Pe^{**} \iff c_2+c_1 = 1-\frac{1}{a}$. En este último caso, la derivada anterior es positiva, con lo cual, el nivel óptimo de educación es el máximo posible. Esto implica que óptimo y equilibrio vuelven a diferir.

Hemos visto cómo la cantidad de educación ofertada en equilibrio puede ser menor que la socialmente óptima cuando los costes de la educación para los educadores son suficientemente altos. En otras palabras, hemos comprobado que la cantidad de bienes de la economía aumentaría si se incrementara el nivel de educación. La externalidad es debida a que, cuanto mayor sea el capital humano, mayor será la productividad de todos, al estar trabajando entre mayor número de individuos cualificados. Por tanto, el capital humano ejerce una externalidad positiva en la economía y el gobierno tiene cabida en el modelo como un agente corrector de la misma. Por ello, en este apartado, supondremos que el gobierno tiene capacidad para incentivar a los individuos a educarse, y a educar, decidiendo la cantidad de individuos m_e que cada individuo cualificado debe educar. Esta cantidad óptima depende solamente de cuáles sean los costes de la educación (c_1, c_2) debido al tiempo que hay que emplear en la misma, y de las ventajas en la productividad de los individuos cualificados frente a los que no lo son (a). Como estos parámetros son comunes a las dos ciudades y el nivel de individuos cualificados es el mismo (igual proporción) la cantidad óptima de educación será común a las dos ciudades y por tanto, es indiferente calcular este valor en el corto o en el largo plazo. A pesar de que el nivel óptimo de educación en ambos casos coincide, las inversiones en educación pueden tener efectos diferentes desde el punto de vista del bienestar social dependiendo de si la inversión en educación se realiza antes de que la economía llegue al largo plazo o antes. Así por ejemplo, si el 25% de la población está formada por individuos cualificados, $\tau = 0.5, \gamma = 1, a = 2, c_1 = 0.4, c_2 = 0.1$ (con estos costes lo óptimo es que se invierta en educación lo máximo posible, lo cual difiere del equilibrio) tenemos las siguientes curvas de salarios reales dependiendo del nivel de educación:

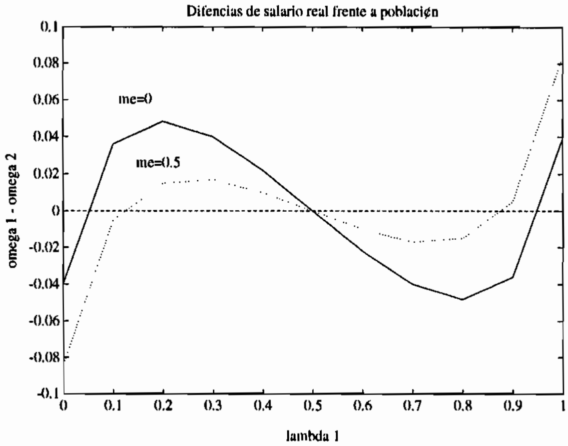
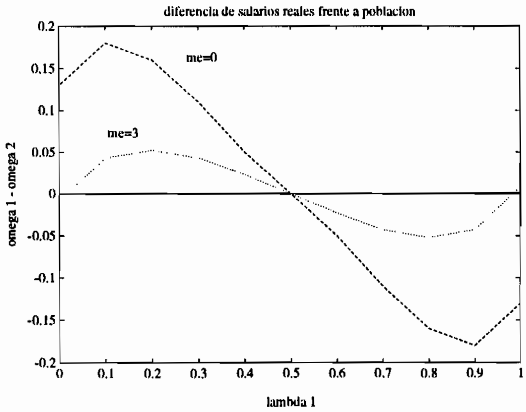


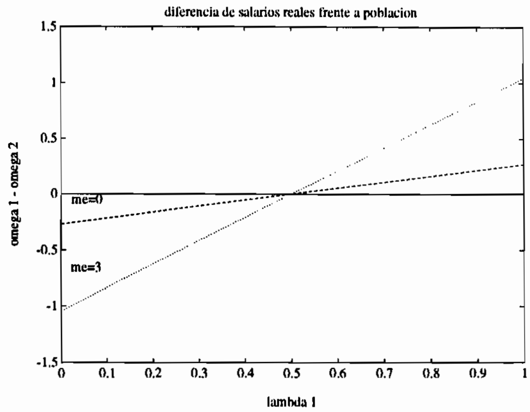
Figura 16. $\tau = 0.5, \gamma = 1$

Si la situación inicial de la que partiésemos fuese tal que λ_1 tomase un valor comprendido entre los dos equilibrios inestables de la izquierda, entonces si primero se realiza la mejora en educación y luego se permitiese que la economía convergiese al equilibrio del largo plazo llegaríamos a la concentración en la ciudad 1, mientras que si primero se la deja converger y luego se lleva a cabo la mejora en educación se llegaría al equilibrio de dispersión igualitaria y ambas configuraciones llevan asociado distinto nivel de bienestar social.

A partir de ahora tomaremos los siguientes valores para los parámetros de costes de educación y ventaja en la productividad de los individuos cualificados: $c_1 = 0.4, c_2 = 0.1, a = 2$, bajo los cuales lo óptimo es que se eduquen todos los que puedan.

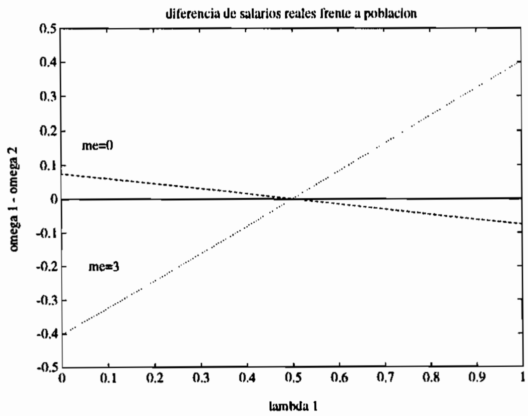
En los gráficos siguientes veremos cómo un aumento de la educación conlleva una mayor concentración, lo cual va en la línea de lo obtenido en la proposición 1 puesto que cuanto mayor sea el capital humano mayor será la concentración.

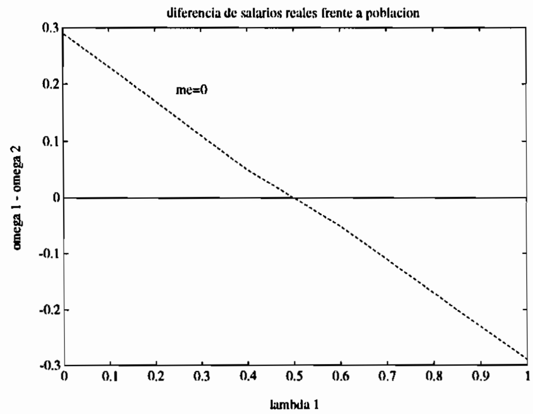




Figuras 17. y 18. $\tau = 0.1, \gamma = 0.1$, $\tau = 0.1, \gamma = 0.5$

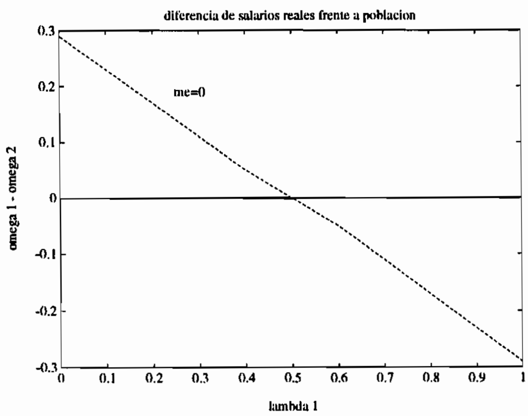
Aumentando la congestión y/o el coste de transporte tenemos los siguientes gráficos:

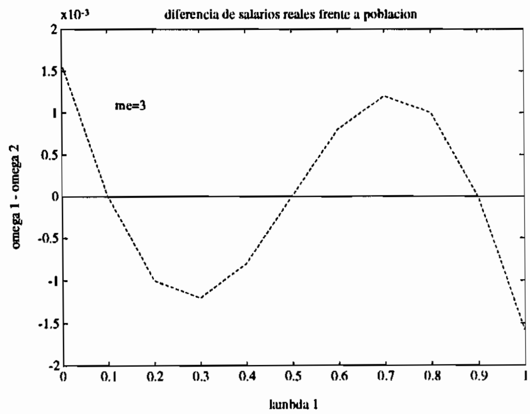




Figuras 19. y 20. $\tau = 0.1, \gamma = 0.87$, $\tau = 0.5, \gamma = 1.55$

Finalmente, otro posible caso es





Figuras 21a y 22b. $\tau = 0.5, \gamma = 1$

Cuando la proporción de cualificados es del 25% el número óptimo que debe educar cada uno es de 3, de ahí que hayamos tomado m_e igual a este valor.

Podemos observar cómo en algunos casos, como el de la figura 17 con $m_e = 3$, tanto la concentración como la dispersión igualitaria pueden coexistir como equilibrios estables. La proposición siguiente permite compararlos desde el punto de vista del bienestar social.

Proposición 2. *Bajo las mismas inversiones en educación, m_e, la renta de la economía si los individuos están igualitariamente distribuidos entre las dos ciudades es mayor que si están concentrados en una ciudad si y sólo si:*

$$\gamma > \frac{2}{\sigma - 1} ln \left(\frac{2}{1 + e^{\tau(1-\sigma)}} \right) + \frac{2\sigma}{\sigma - 1} ln \left(\frac{1 + \lambda_1^c + \lambda_1^c m_{e1}}{1 + \bar{\lambda}_1^c + \bar{\lambda}_1^c m_{e1}} \right),$$

donde λ_1^c es el número de individuos cualificados en la ciudad 1 cuando la población se encuentra concentrada en dicha ciudad y $\bar{\lambda}_1^c$ es el valor correspondiente cuando la población se haya igualitariamente repartida entre las dos poblaciones.

Con lo cual, si los costes de congestión son muy altos la dispersión será lo mejor, mientras que si los costes de transporte son altos es mejor la concentración. Vemos, también cómo la existencia de capital humano favorece la situación de concentración.

Demostración: Empezemos calculando los índices de precios en ambas situaciones y la renta real, que será la nominal, Y_j, deflactada por el índice de precios en la ciudad correspondiente. En ambos casos, concentracilón y dispersión igualitaria, sabemos ya que el salario nominal de los individuos cualificados es 1. Por lo que cuando la población está concentrada en la ciudad 1 tenemos que

$$\begin{aligned} T_1 &= \lambda_{1e}^{\frac{1}{1-\sigma}} (1 + \lambda_1^c + \lambda_1^c m_{e1})^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} e^{\gamma} \\ Y_1^r &= \lambda_{1e} T_1^{-1}, \end{aligned}$$

donde por λ_{1e} denotamos el número de individuos cualificados o equivalentes [6]. Con lo cual, podemos escribir que

$$Y_1^r = \lambda_{1e}^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} (1 + \lambda_1^c + \lambda_1^c m_{e1})^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} e^{-\gamma}.$$

[6] Ver ecuación (5) para mayor claridad

En el caso de dispersión igulitaria la renta real total será la suma de las rentas reales de cada ciudad, que serán iguales dada la simetría del problema. Con lo cual, teniendo en cuenta que los índices de precios en ambas ciudades coinciden y toman la forma

$$T_1 = \bar{\lambda}_{1e}^{\frac{1}{1-\sigma}}(1 + \bar{\lambda}_1^c + \bar{\lambda}_1^c m_{e1})^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} e^{\gamma}(1 + e^{\tau(1-\sigma)})^{\frac{1}{1-\sigma}},$$

podemos escribir:

$$Y_{\frac{1}{2}}^r = 2\bar{\lambda}_{1e}^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}(1 + \bar{\lambda}_1^c + \bar{\lambda}_1^c m_{e1})^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} e^{\gamma}(1 + e^{\tau(1-\sigma)})^{\frac{1}{\sigma-1}}.$$

Comparando ambas rentas reales y utilizando el hecho de que $\lambda_{1e} = 2\bar{\lambda}_{1e}$, podemos concluir que:

$$Y_{\frac{1}{2}}^r > Y_1^r \Longleftrightarrow \gamma > \frac{2}{\sigma - 1} ln\left(\frac{2}{1 + e^{\tau(1-\sigma)}}\right) + \frac{2\sigma}{\sigma - 1} ln\left(\frac{1 + \lambda_1^c + \lambda_1^c m_{e1}}{1 + \bar{\lambda}_1^c + \bar{\lambda}_1^c m_{e1}}\right).$$

□

Debido a la dificultad de resolver de forma analítica el sistema de ecuaciones que define los salarios no es fácil comparar desde el punto de vista del bienestar el equilibrio que tenemos sin mejoras en educación y el que obtenemos después. Sin embargo, en algunos casos sencillos podemos obtener esto analíticamente, como ocurre en la proposición siguiente.

Proposición 3. *Bajo el supuesto de que* $c_2 + c_1 = 1 - \frac{1}{a}$, *y por tanto, teniendo en cuenta que óptimo y equilibrio difieren, si los individuos se encuentran inicialmente en un equilibrio estable de concentración, después de que el gobierno realize la inversión óptima en educación la concentración seguirá siendo equilibrio y además mejorará el bienestar social.*

Más aún, si inicialmente la dispersión igualitaria fuese un equilibrio estable y al realizar la mejora en educación se mantuviese como equilibrio estable o bien la concentración fuese el equilibrio que resultase, entonces la situación después de la inversión sería mejor que la anterior, en el sentido de aumento en el nivel de utilidad de los individuos.

Demostración:

Sabemos por la proposición 1 que si la concentración era equilibrio inicialmente, lo será en mayor medida después de la inversión en educación. Por tanto, si la inversión óptima es que se eduquen todos los que puedan la concentración será equilibrio.

Por otro lado, cuando los individuos se encuentran bien concentrados en una única ciudad, o bien igualitariamente distribuidos entre las dos ciudades, los salarios que obtienen los individuos cualificados es igual a la unidad. Esto implica que, bajo el supuesto de que $c_1 + c_2 = 1 - \frac{1}{a}$, las rentas nominales tanto de los cualificados como de los que no lo son coincidan si hay educación o si no la hay. Con lo cual, una vez que se ha realizado la mejora en educación los individuos siguen manteniendo su renta nominal. Como ya sabemos el número de bienes de la economía aumenta con la educación, lo cual conlleva que el precio que cada empresa carga por el producto debe disminuir para que se siga vendiendo la misma cantidad (que no depende del nivel de capital humano). Con lo cual, de todo esto se deduce que el nivel de utilidad de los individuos aumenta al invertir en educación. □

5. Conclusiones

En el presente trabajo hemos desarrollado un modelo de equilibrio general que intenta explicar la formación de áreas metropolitanas, en un contexto de competencia monopolística. Hemos obtenido que los rendimientos crecientes a escala, la existencia de costes de transporte interurbano y el capital humano de las ciudades son factores que favorecen la concentración de la actividad económica en una única ciudad. Por otro lado, la existencia de costes de congestión constituye un freno a dicha aglomeración. Un resultado que parece inferirse de lo obtenido es que, en un contexto nacional y no metropolitano, cuanto mayor sea el capital humano de una región mayor será su capacidad para atraer empresas de otras regiones, con el correspondiente resultado de desigualdad regional que esto acarrea. A diferencia del modelo sin capital humano hemos obtenido que no sólo el reparto igualitario de la población entre las dos posibles localizaciones es, junto con la concentración, un posible equilibrio estable, sino que aparecen otros equilibrios estables asimétricos, lo cual le permite al modelo mayor realismo y riqueza. Así, pueden coexistir poblaciones de distinto tamaño, entre las cuales cabe la posibilidad de una gran urbe junto con un pequeño satélite, configuración típica de áreas metropolitanas. Hemos obtenido, además, que este tipo de equilibrios aparecen con mayor frecuencia cuanto mayor es el nivel de capital humano de las ciudades, y siempre y cuando la congestión tome valores intermedios, que impidan la concentración total, pero que simultáneamente, no hagan necesaria la distribución igualitaria de la población.

Hemos comprobado que el equilibrio y el óptimo no van siempre a la par, pudiendo ocurrir que la cantidad de educación ofertada en equilibrio, y que permitirá a los individuos no cualificados pasar a serlo, sea inferior a la socialmente óptima. La externalidad positiva que la educación conlleva permite incorporar al gobierno como un agente económico más con capacidad para obligar a los individuos no cualificados a educarse y a los cualificados a educar siempre que el mercado no lleve al resultado eficiente por sí solo. En la línea de lo obtenido al analizar el capital humano, hemos visto que las inversiones en educación favorecen la concentración. Vemos, además que la mejora en educación conduce a la economía a un equilibrio mejor desde el punto de vista del bienestar social. Hemos puesto de manifiesto en algún ejemplo que las inversiones en educación pueden conducir a equilibrios de largo plazo diferentes, y por tanto, diferentes niveles de bienestar social, dependiendo del momento en que dicha inversión se lleve a cabo. Por último hemos comparado el bienestar que distintos equilibrios llevan asociado para un nivel dado de educación.

Referencias

[1] Alonso Villar, O., 1994, "Configuration of cities: the effects of congestion and government", *mimeograph, Universidad Carlos III de Madrid.*

[2] Arnott, R. and Rowse, J., 1987, "Peer group effects and educational attainment", *Journal of Public Economics*, **32**, 287-305.

[3] Arthur, B., 1990, "Positive feedbacks in the economy", *Scientific American*, **262**, 92-99.

[4] Benabou, R., 1993, "Workings of a city: location, education, and production",*Quarterly Journal of Economics*, **August**, 619-652.

[5] Brakman, S., Garretsen, H., Gigengack, R., van Marrewijk, C., and Wagenvoort, R., 1994, "Congestion and industrial location", document presented at the 34th European Congress of the Regional Science Association, Groningen.

[6] Glaeser, E., Kallal, H., Scheinkman, J., and Shleifer, A., 1992, "Growth in cities", *Journal of Political Economy*, **100**, 1126-1152.

[7] Kremer, M., 1993, "The O-ring theory of economic development", *Quarterly Jounal of Economics* , **August**, 551-575.

[8] Krugman, P., 1991, "Increasing returns and economic geography", *Journal of Political Economy*, **99**, 483-499.

[9] —, 1992, "A dynamic spatial model", *National Bureau of Economic Research*, **4219**.

[10] —, 1993, "First nature, second nature and metropolitan location", *Journal of Regional Science*, **33**, 129-144.

[11] —, 1993, "On the number and location of cities", *European Economic Review*, **37**, 293-298.

[12] Lucas, R.E., 1988, "On the mechanics of economic development", *Journal of Monetary Economics*, **22**, 3-22.

[13] Martin, P. y Rogers, C.A., 1993, "Trade effects of regional aid", *The european community's new entrants: shifting weights in Europe, editors Baldwin and Kiander, CEPR and Cambridge University Press, forthcoming.*

[14] Rauch, J.E., 1993, "Productivity gains from geographic concentration of human capital: evidence from the cities", *Journal of Urban Economics*, **34**, 380-400.

[15] Saxenian, A., 1994, *Regional Advantage: Culture, and Competition in Silicon Valley and Route 128*, Cambridge (Mass.): Harvard University Press.

[16] Schultz, W., 1961, "Investment in human capital", *The American Economic Review*, **LI**, 1-17.