

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR - LEGANÉS
INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN



PROYECTO FIN DE CARRERA

**Modelo de canal y prestaciones
para un sistema MIMO con
antenas parásitas**

AUTOR: Daniel García Sánchez

TUTORA: Matilde P. Sánchez Fernández

Leganés, 2015

TITULO: *Modelo de canal y prestaciones para un sistema MIMO con antenas parásitas*

AUTOR: Daniel García Sánchez

TUTORA: Matilde P. Sánchez Fernández

PRESIDENTA: Eva Rajo Iglesias

SECRETARIO: Joaquín Escudero Garzás

VOCAL: Iria Estevez Ayres

Habiendo obtenido la siguiente calificación:

CALIFICACIÓN:

Presidente

Secretario

Vocal

Agradecimientos

Me gustaría agradecerse a mi familia lo primero, por estar conmigo y aguantarme en esas interminables épocas de exámenes que tan cuesta arriba se hicieron en ocasiones. En especial a mis padres por apoyarme y brindarme la oportunidad de poder formarme como lo he hecho, dándome la independencia que necesitaba y su paciencia incondicional.

También me gustaría nombrar a los pocos pero grandes amigos que he conseguido de esta etapa, fueron un gran apoyo en el día a día.

Por último e igualmente importante, a Mati, mi tutora y profesora, porque es un orgullo haber trabajado contigo. Muchas gracias por haberme dado la oportunidad de realizar este proyecto.

Índice general

1. Introducción	13
1.1. Beneficios de los Sistemas MIMO	13
1.2. Beneficios de MIMO en términos de ganancia	14
1.3. Tendencia hacia MIMO masivo	15
1.4. Teoría de antenas con elementos parásitos	16
1.5. Antenas con elementos parásitos	17
1.6. Disposición elegida: Uniform Linear Array (ULA)	19
2. Modelo de canal realista	21
2.1. Modelo de canal realista con antenas parásitas	21
2.2. Modelo de canal realista MIMO con antenas activas	26
2.3. Particularizaciones y convergencia de métodos	28
3. Capacidad	31
3.1. Introducción	31
3.2. Capacidad en canales SISO	32
3.3. Deducción de la fórmula de capacidad para un canal MIMO	33
4. Resultados simulaciones	35
4.1. Resultados simulaciones	35
4.2. Parámetros empleados en las simulaciones	35
4.3. Búsqueda de las impedancias parásitas óptimas	36
4.4. Efecto del número de antenas	38
5. Conclusiones y líneas futuras de trabajo	51
5.1. Conclusiones	51
5.2. Líneas futuras de trabajo	52

Lista de Figuras

1.1.	Alimentación antenas parásitas	18
1.2.	Disposición de elementos en una antena lineal uniforme ULA	19
2.1.	Modelo de canal con antenas parásitas presentado en [1]	21
4.1.	Capacidad de canal con sistema 2x2 (2 antenas parásitas) comparado con el sistema activo simple sin elementos parásitos y el sistema ideal en el que todos los elementos en suma son activos.	39
4.2.	Capacidad de canal con sistema 3x3 (3 antenas parásitas) comparado con el sistema activo simple sin elementos parásitos y el sistema ideal en el que todos los elementos en suma son activos.	40
4.3.	Capacidad de canal con sistema 4x4 (4 antenas parásitas) comparado con el sistema activo simple sin elementos parásitos y el sistema ideal en el que todos los elementos en suma son activos.	40
4.4.	Capacidad de canal con 2 antenas activas y 2 pasivas fijas en el receptor. Variación del tipo de antenas y cantidades utilizadas con un total de 4 en el transmisor.	41
4.5.	Capacidad de canal MIMO 2x2 en (bps/Hz) variando la distancia entre elementos en el transmisor d_t , dejando fijo en el receptor $d_r = \frac{\lambda}{2}$	43
4.6.	Capacidad de canal MIMO 3x3 en (bps/Hz) variando la distancia entre elementos en el transmisor d_t , dejando fijo en el receptor $d_r = \frac{\lambda}{2}$	44
4.7.	Capacidad de canal MIMO 4x4 en (bps/Hz) variando la distancia entre elementos en el transmisor d_t , dejando fijo en el receptor $d_r = \frac{\lambda}{2}$	45
4.8.	Capacidad de canal MIMO 2x2 con 2 antenas parásitas en ambos extremos del sistema en (bps/Hz) variando la dispersión angular de salida ASD con la dispersión angular de llegada fija a $ASA = 360^\circ$	47

- 4.9. Capacidad de canal MIMO 3x3 con 3 antenas parásitas en ambos extremos del sistema en (bps/Hz) variando la dispersión angular de salida ASD con la dispersión angular de llegada fija a $ASA = 360^\circ$ 48
- 4.10. Capacidad de canal MIMO 4x4 con 4 antenas parásitas en ambos extremos del sistema en (bps/Hz) variando la dispersión angular de salida ASD con la dispersión angular de llegada fija a $ASA = 360^\circ$ 49

Lista de Tablas

4.1. Parámetros invariantes en la simulación. M_T , M_P , M_R y M_Q representan el número de antenas en transmisor y receptor y d_t y d_r son la distancias entre elementos de los arrays	36
4.2. Resultados de capacidad en (bps/Hz) para valores reales de $z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1	37
4.3. Resultados de capacidad en (bps/Hz) para valores complejos positivos de $z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1.	38
4.4. Resultados de capacidad en (bps/Hz) para valores complejos negativos de $z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1.	38
4.5. Resultados de capacidad en (bps/Hz) para $z_i = w_i = 50$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1.	38
4.6. Parámetros empleados para la simulación del efecto del número de antenas en la capacidad del canal MIMO AWGN.	39
4.7. Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO con 2, 3 y 4 antenas con la aportación de el mismo número de antenas parásitas tanto en recepción como en transmisión. Comparación entre los escenarios simples con el mínimo número de antenas activas e ideales, con el doble de elementos activos.	42
4.8. SNR en dB que se consigue para cada una de las capacidades indicadas en un canal con 2 antenas activas y 2 pasivas fijas en el receptor. Variación del tipo de antenas y cantidades utilizadas con un total de 4 en el transmisor.	43

4.9. Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 2x2 con 2 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con distancia fija entre elementos en el receptor de $d_r = \lambda/2$ y variación como se indica de distancia entre elementos en el transmisor d_t	44
4.10. Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 3x3 con 3 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con distancia fija entre elementos en el receptor de $d_r = \lambda/2$ y variación como se indica de distancia entre elementos en el transmisor d_t	45
4.11. Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 4x4 con 4 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con distancia fija entre elementos en el receptor de $d_r = \lambda/2$ y variación como se indica de distancia entre elementos en el transmisor d_t	46
4.12. Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 2x2 con 2 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con dispersión angular de llegada $ASA = 360^\circ$ y variación de la dispersión de salida ASD	47
4.13. Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 3x3 con 3 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con dispersión angular de llegada $ASA = 360^\circ$ y variación de la dispersión de salida ASD	48
4.14. Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 4x4 con 4 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con dispersión angular de llegada $ASA = 360^\circ$ y variación de la dispersión de salida ASD	49

Capítulo 1

Introducción

Este estudio tiene como objetivo el análisis del impacto de elementos radiantes parásitos en el transmisor y receptor de un sistema de comunicaciones MIMO (*multiple-input multiple-output*). El ahorro económico que conlleva el uso de estos elementos, los cuales no disponen de cadena de radiofrecuencia tras ellos, hace de su rendimiento un estudio realmente interesante considerando el número de antenas que, cada vez más, sistemas como MIMO masivo utilizan. Cuantificaremos su influencia en términos de capacidad de canal y veremos cuál es su comportamiento al variar otros parámetros que condicionan nuestro sistema.

Expondremos los beneficios de implementar sistemas MIMO en los canales de comunicaciones así como el impacto teórico de la inclusión de elementos pasivos. Se detallarán los modelos utilizados para el cálculo de la matriz de canal y analizaremos los resultados obtenidos.

1.1. Beneficios de los Sistemas MIMO

Durante los últimos años los sistemas inalámbricos que hacen uso de múltiples antenas en el transmisor y el receptor, sistemas conocidos como MIMO, han visto aumentado su uso y popularidad muy rápidamente [2]. Uno de los principales hándicaps a los que uno se enfrenta en las comunicaciones inalámbricas es el desvanecimiento por propagación multitrayecto (*multi-path fading*).

La propagación multitrayecto hace referencia a la llegada de la señal transmitida hacia el receptor a través de diferentes trayectorias. En dichas trayectorias la señal experimenta retrasos temporales, distinto ángulo de llegada y variación de frecuencia (i.e. efecto Doppler) a causa de la dispersión de las ondas electromagnéticas. De este modo la señal recibida varía en potencia, tiempo, frecuencia, y/o todas ellas a la vez mediante la superposición de

todos los elementos multicamino que inciden en el receptor.

Esta fluctuación aleatoria de la señal que produce este fenómeno se conoce como desvanecimiento y puede afectar gravemente nuestro sistema de comunicaciones.

Además de este fenómeno, las restricciones derivadas de las limitaciones de potencia y la escasez de ancho de banda, hacen de MIMO una de las técnicas más fiables para alcanzar las elevadas tasas de transmisión que exigen las comunicaciones actuales.

Mientras que SISO (*single-input single-output*), su predecesor, aprovecha el tiempo y la frecuencia para obtener un mayor rendimiento en sus comunicaciones, MIMO permite explotar la dimensión espacial que provee la utilización de múltiples elementos en el transmisor y el receptor.

A diferencia de un sistema solo con una antena, los sistemas MIMO permiten transmitir por varios elementos a la vez y recibir de igual manera en el receptor. Esta redundancia de datos en el transmisor y receptor se traduce con una mejora sustancial en la capacidad de los sistemas de comunicaciones y protección frente a fenómenos dispersivos presentes frecuentemente en telecomunicaciones.

Podemos ver en un simple ejemplo el efecto en términos de ganancia que conlleva hacer uso de la dimensión espacial de la que MIMO nos permite beneficiarnos. Asumiendo una respuesta al canal constante en todo el ancho de banda de interés y, particularizando en términos de tasa de transmisión, si contamos con un sistema SISO, si el número de antenas totales en transmisión y en recepción es $M_T = M_R = 1$ se consigue llegar a tasas de transmisión de 1 Mbps. Si en vez de utilizar una sola antena en ambos extremos, utilizamos en las mismas condiciones sistemas MIMO de $M_T = M_R = 2$ podemos alcanzar tasas de 2 Mbps. De igual manera, si aumentamos hasta $M_T = M_R = 4$ la tasa de transmisión conseguida aumenta hasta los 4 Mbps. El sistema SISO también sería capaz de llegar a tasas de transmisión de 4 Mbps incrementando en la misma proporción su ancho de banda o elevando la potencia de transmisión en 60 dB, algo completamente inviable.

1.2. Beneficios de MIMO en términos de ganancia

Las ventajas de los sistemas MIMO, detallados en [2], que ayudan a alcanzar semejantes mejoras en sus prestaciones son la ganancia de array, la ganancia por diversidad espacial, la ganancia por multiplexación espacial y la reducción de interferencia. A continuación se explican brevemente cada una de ellas:

Ganancia de array: incremento de la relación señal/ruido (*Signal-to-noise ratio* SNR) producida por una combinación coherente de las señales inalámbricas que llegan al receptor. Dicha combinación coherente se alcanza mediante un procesado espacial en el array receptor y/o mediante un preprocesado espacial en el transmisor. Al mejorar la resistencia al ruido mediante esta combinación, la ganancia de array mejora el alcance y la cobertura de una red inalámbrica.

Ganancia por diversidad espacial: como se menciona anteriormente la amplitud de la señal que llega al receptor fluctúa o se desvanece. Una de las maneras de mitigar este efecto es proveyendo al receptor con copias, idealmente independientes unas de otras, de la señal transmitida en espacio, frecuencia o tiempo. Cuanto mayor es el orden de diversidad, número de copias que llegan al receptor, mayor es la probabilidad de recibir una copia de la señal transmitida que no haya experimentado un desvanecimiento intenso, y por lo tanto aumenta la calidad y la fiabilidad de recepción. Un sistema MIMO con M_T y M_R antenas de transmisión y recepción respectivamente, provee potencialmente $M_T \cdot M_R$ enlaces independientes al desvanecimiento, y por ello una diversidad espacial de orden $M_T \cdot M_R$.

Ganancia por multiplexación espacial: los sistemas MIMO ofrecen un aumento lineal en las tasas de transferencia mediante la multiplexación espacial a través de la transmisión de múltiples flujos de datos independientes en el ancho de banda de operación. Bajo las condiciones de canal apropiadas, como una abundante dispersión en el entorno, el receptor puede separar los flujos de datos. Cada flujo experimenta, al menos, la misma calidad de canal que percibiría con un sistema SISO, viendo mejorada su capacidad por un factor multiplicativo igual al número de flujos. El número de flujos que un sistema MIMO puede soportar de forma fiable es igual al mínimo número de antenas transmisoras y receptoras i.e. $\min\{M_T, M_R\}$. La ganancia por multiplexación espacial aumenta la capacidad de una red inalámbrica.

Reducción y eliminación de interferencias: la interferencia en redes inalámbricas viene dada por la compartición de recursos radio, tiempo y frecuencia. La interferencia se puede mitigar utilizando la dimensión espacial para aumentar la separación entre usuarios o dirigiendo la energía de la señal hacia el usuario deseado y así minimizar la interferencia a otros usuarios. La reducción y eliminación de interferencia mejora el alcance y la cobertura de una red inalámbrica.

1.3. Tendencia hacia MIMO masivo

La tecnología que hace uso de múltiples antenas, MIMO, está empezando a ser madura y contrastada. Prueba de ello es la inclusión de la misma en

estándares inalámbricos de banda ancha como son LTE (*Long Term Evolution*) y Wi-Fi [3]. Siendo implantada en tecnologías con tal proyección, con tan altas expectativas en términos de fiabilidad y altísimas tasas de transferencia, la idea de llevar la inclusión de múltiples antenas al extremo nos brinda un horizonte de grandísimo crecimiento.

Los sistemas conocidos como MIMO masivos o *Large-Scale Antenna Systems* [4], entre otros nombres, buscan la inclusión de un grandísimo número de antenas coherentes y adaptativas, cientos, en la estación base transmisora/receptora, con todas las ventajas y retos que su funcionamiento colectivo conlleva.

Cuanto mayores sean los caminos de transmisión de las señales que enviamos, más fiabilidad, protección contra errores y menor probabilidad hay de que se haya corrompido nuestra señal en todas las variaciones en las que somos capaces de recibirla.

Además, el uso de antenas adicionales permite focalizar la energía de la señal transmitida y recibida en regiones del espacio cada vez más pequeñas. Con esto conseguimos enormes mejoras en rendimiento y eficiencia energética, particularmente cuando se une a la planificación simultánea para el uso de un gran número de terminales, del orden de decenas.

Otros beneficios del uso de MIMO masivo son el uso de componentes de baja potencia, reducción de latencia, simplificación de los protocolos de acceso radio, y robustez a interferencias y *jamming* intencionado. El precio que pagamos ante tal ambición en el empleo de antenas, se encuentra en toda la electrónica necesaria para hacer funcionar de forma activa cada elemento de nuestro array o conjunto de ellos. El número de cadenas de radiofrecuencia que serían necesarias incrementaría proporcionalmente al número de antenas, y la complejidad y el consumo de energía del procesamiento de la señal en ambos extremos también aumentarían considerablemente.

1.4. Teoría de antenas con elementos parásitos

Es importante que conozcamos qué principios físicos nos permiten operar sobre elementos radiantes en los cuales no transmitimos directamente, pero que sí influyen y mejoran nuestras comunicaciones. En teoría de antenas la interacción entre los elementos activos y pasivos de la agrupación varía según el tipo de alimentación que se utilice en ellos.

Cuando se alimentan con fuentes de tensión sin tener en cuenta las impedancias mutuas se producen diferencias de fase en las corrientes de cada elemento. Dichas divergencias producen modificaciones muy significativas en

el diagrama de radiación de la antena respecto al que se obtendrían con fuentes de corriente.

Evidentemente la interacción entre elementos depende de la disposición de la geometría de la agrupación y de la posición relativa de los elementos.

Los voltajes de alimentación de cada elemento del array deben calcularse a partir de la matriz de impedancias mutuas:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & \cdots & z_{NN} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

donde N representa el número total de elementos en el array, con M_T activos y M_P pasivos. En la expresión $z_{ii} = \frac{V_i}{I_j}$ denota la autoimpedancia del elemento i -ésimo para $I_j = 0$ y $\forall j \neq i$. Esta coincide con la impedancia de entrada cuando se encuentra aislado en el espacio libre, sin verse afectada por otros elementos. Por otro lado $z_{ij} = \frac{V_i}{I_j}$ denota la impedancia mutua entre los elementos i -ésimo y j -ésimo. La impedancia mutua viene dada por la tensión en circuito abierto, V_i , inducida por la corriente j -ésima I_j . Luego calculamos la impedancia de entrada de cada elemento mediante la expresión:

$$z_i = \frac{V_i}{I_i} = \sum_{j=1}^N z_{ij} \cdot \frac{I_j}{I_i} = z_{ii} + \sum_{j \neq i} z_{ij} \cdot \frac{I_j}{I_i} \quad (1.2)$$

De esta expresión podemos ver que si hay poca influencia entre los elementos las impedancias de entrada se parecerán mucho a las autoimpedancias ya que las impedancias mutuas tendrán valores muy pequeños.

Habitualmente, las autoimpedancias e impedancias mutuas se calculan experimentalmente, son un valor conocido de la implementación. Se suelen usar métodos como el método de la fuerza electromotriz inducida, entre otros, para su cálculo.

1.5. Antenas con elementos parásitos

En la fabricación de antenas se pueden alimentar solo unos elementos de la agrupación de nuestro array dejando los demás cortocircuitados. Los elementos en los que aplicamos alimentación son conocidos como elementos activos, mientras que los que los cortocircuitados se denominan parásitos.

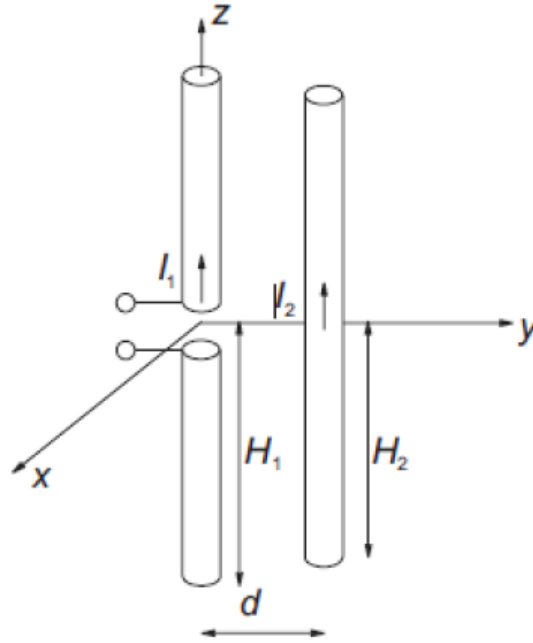


Figura 1.1: Alimentación antenas parásitas

Podemos valernos de la ecuación (1.2) para analizar las características de nuestro array. Al tener elementos cortocircuitados, el vector de impedancias $\mathbf{z} = \{z_1, \dots, z_{M_P}\}$ con M_P número de antenas parásitas, cuyos elementos calculamos mediante la expresión, contendrá algunos valores nulos, mientras que un pequeño cálculo nos permite comprobar que las intensidades de los elementos que no tienen alimentación son distintas de cero. Esta aportación de los elementos parásitos se produce por efecto de las impedancias mutuas.

De la expresión individual de la intensidad de un elemento parásito (1.3) podemos ver que el signo puede producir cambios en el comportamiento de la antena. La elección del tipo de impedancia parásita marca el signo de la fase y, por ende, el del máximo del diagrama de radiación. Si se utiliza un elemento capacitivo se invierte el signo de la corriente inducida, mientras que si usamos uno inductivo, signo más, se sigue con la dirección marcada por los elementos activos.

$$I_n = \frac{-1}{z_{nn}} \sum_{i \neq n} z_{in} I_i \quad (1.3)$$

1.6. Disposición elegida: Uniform Linear Array (ULA)

Para el estudio del canal con antenas parásitas hemos elegido la disposición vertical u horizontal equiespaciada de todos los elementos del array, lo que se conoce como *Uniform Linear Array*.

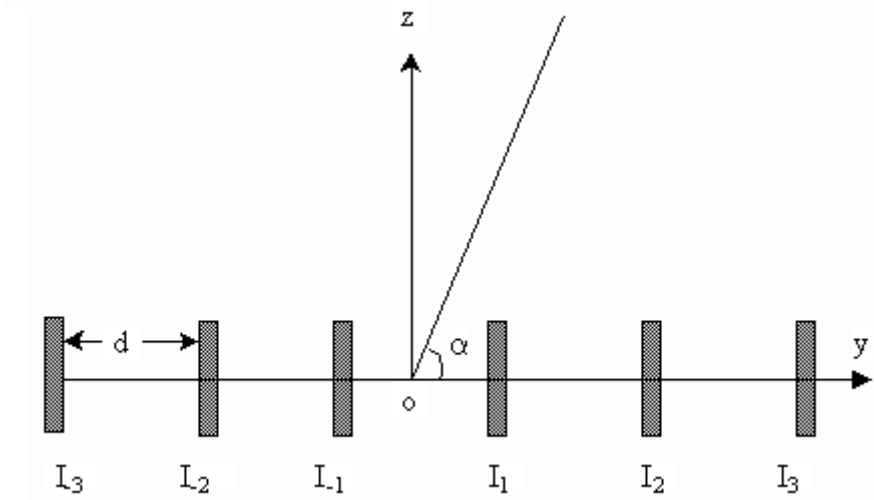


Figura 1.2: Disposición de elementos en una antena lineal uniforme ULA

En este tipo de arrays se disponen todos los elementos del mismo en una línea recta con espaciado uniforme entre ellos. La diferencia que adquieren estos elementos se ve reflejada en la fase de la alimentación de los elementos activos:

$$I_n = I \exp(j(n - \frac{1}{2})\beta) \quad (1.4)$$

que define los máximos y nulos en su diagrama de radiación. Donde I_n representa la intensidad del elemento n -ésimo del array, n toma valores desde $\{1, \dots, M_T\}$, I denota la intensidad de referencia y β el incremento de desfase angular entre elementos. En este estudio asumiremos arrays ULA en cada uno de los extremos con diagrama de radiación tipo broadside. Es decir, tendrá un máximo de radiación en la dirección normal al eje del array.

Capítulo 2

Modelo de canal realista

2.1. Modelo de canal realista con antenas parásitas

El modelo que describe nuestro canal MIMO con antenas parásitas usa solo parámetros S cuyos componentes de transmisión son expresión directa de la matriz de canal, y puede ser aplicado a sistemas con múltiples antenas activas y parásitas en transmisión y en recepción.

Dicho modelo se ilustra según la figura siguiente figura:

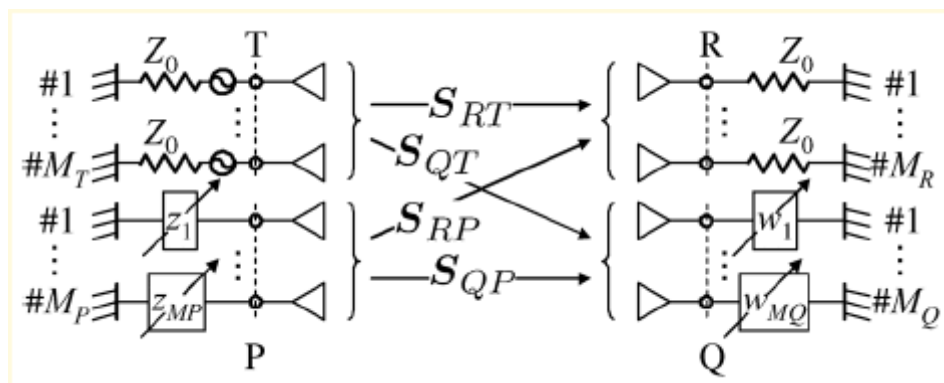


Figura 2.1: Modelo de canal con antenas parásitas presentado en [1]

Como vemos en el dibujo, dividimos el sistema en cuatro planos de referencia; dos en el transmisor T y P, y dos en el receptor, R y Q. Cada uno de estos planos denotará las antenas activas y parásitas en transmisor y receptor respectivamente, y nos servirán para generar la formulación necesaria en nuestra estimación del canal.

El número de antenas activas en el transmisor viene dado por M_T , mien-

tras que el número de elementos reactivos en el mismo se expresa mediante M_P . Del mismo modo en el receptor tendremos M_R y M_Q para designar el número de elementos activos y pasivos respectivamente.

Los puertos de las antenas del transmisor y receptor están adaptadas a la impedancia que se asume de referencia Z_0 . Por otro lado, los puertos de las antenas parásitas constan de las impedancias reactivas $\mathbf{z} = \{z_1, \dots, z_{M_P}\}$ en el origen, y $\mathbf{w} = \{w_1, \dots, w_{M_Q}\}$ en el destino. Todas ellas están conectadas con sus respectivos planos P y Q.

Al poder dividir nuestro sistema en 4 sistemas de antenas diferenciadas, podemos expresar la matriz de parámetros S de este sistema multiantena como:

$$\mathbf{S}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{TT} & \mathbf{S}_{TR} & \mathbf{S}_{TP} & \mathbf{S}_{TQ} \\ \mathbf{S}_{RT} & \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RP} & \mathbf{S}_{RQ} \\ \mathbf{S}_{PT} & \mathbf{S}_{PR} & \mathbf{S}_{PP} & \mathbf{S}_{PQ} \\ \mathbf{S}_{QT} & \mathbf{S}_{QR} & \mathbf{S}_{QP} & \mathbf{S}_{QQ} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

donde los subíndices indican los planos de referencia descritos anteriormente. Describimos el tamaño de cada una de estas matrices en función de los elementos de sus arrays como:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{TT} &\in \mathbb{C}^{M_T \times M_T} \\ \mathbf{S}_{TR} &= \mathbf{S}_{RT}^T \in \mathbb{C}^{M_T \times M_R} \\ \mathbf{S}_{TP} &= \mathbf{S}_{PT}^T \in \mathbb{C}^{M_T \times M_P} \\ \mathbf{S}_{TQ} &= \mathbf{S}_{TQ}^T \in \mathbb{C}^{M_T \times M_Q} \\ \mathbf{S}_{RR} &\in \mathbb{C}^{M_R \times M_R} \\ \mathbf{S}_{RP} &= \mathbf{S}_{PR}^T \in \mathbb{C}^{M_R \times M_P} \\ \mathbf{S}_{RQ} &= \mathbf{S}_{RQ}^T \in \mathbb{C}^{M_R \times M_Q} \\ \mathbf{S}_{PP} &\in \mathbb{C}^{M_P \times M_P} \\ \mathbf{S}_{PQ} &= \mathbf{S}_{PT}^T \in \mathbb{C}^{M_P \times M_Q} \\ \mathbf{S}_{QQ} &\in \mathbb{C}^{M_Q \times M_Q} \end{aligned} \quad (2.2)$$

- \mathbf{S}_{RT} corresponde a la matriz de canal de las antenas activas transmisoras y receptoras, no se pueden deducir directamente sus valores al estar los canales superpuestos por efecto de las antenas parásitas.
- \mathbf{S}_{QT} es la matriz de canal entre las antenas transmisoras y las antenas parásitas receptoras.
- \mathbf{S}_{RP} es la matriz de canal entre las antenas parásitas transmisoras y las antenas receptoras.

- \mathbf{S}_{QP} es la matriz correspondiente al canal entre las antenas parásitas. Ninguno de sus elementos está conectado al interfaz de radiofrecuencia, luego no hay transmisión efectiva a estos elementos.

Todos ellos se presuponen desconocidos antes del cálculo de la matriz de canal. A partir de estos elementos y aplicando el modelado de canal lineal explicado en este documento podemos obtener teóricamente, como veremos a continuación, la mayoría de ellos. Algunas partes de la matriz del canal MIMO \mathbf{S}_s se conocen antes del cálculo del canal, puesto que representan características físicas de los arrays de antenas.

Por ejemplo la matriz de parámetros \mathbf{S}_{TT} , describe el comportamiento de los elementos activos de la antena transmisora y cómo interactúan entre ellos. Su diagonal representa la reflexión de sus componentes, y el resto, el acoplo mutuo de sus elementos. De esta manera el parámetro S_{11} de dicha matriz describe la cantidad de potencia que refleja el puerto 1 del array de antenas activas de transmisión sobre sí mismo, es decir, la cantidad de potencia que se envía hacia él y que realmente se transmite por él. Idealmente, si no hubiera acoplo entre estos elementos, estas matrices corresponderían a matrices identidad.

Se asume que los parámetros de dispersión de las antenas activas transmisoras y receptoras \mathbf{S}_{TT} y \mathbf{S}_{RR} son siempre constantes puesto que son determinados en el momento de fabricación de los arrays. Por lo que la disposición de los elementos del array de antenas, como el espaciado entre elementos, debe ser fijado durante el proceso de este método. En un proceso de medición real, los parámetros S de los array de antenas deberían medirse antes del cálculo de la matriz de canal.

Los parámetros S del sistema multiantena descritos en (2.1) pueden reescribirse, cuando las antenas parásitas se conectan a las cargas reactivas como:

$$\mathbf{S}'_S = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{TT} & \mathbf{S}_{TR} \\ \mathbf{S}_{RT} & \mathbf{S}_{RR} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{TP} & \mathbf{S}_{TQ} \\ \mathbf{S}_{RP} & \mathbf{S}_{RQ} \end{pmatrix} \Psi \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{PT} & \mathbf{S}_{PR} \\ \mathbf{S}_{QT} & \mathbf{S}_{QR} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

donde,

$$\Psi = \left[\begin{pmatrix} \Gamma_T^{-1} & 0 \\ 0 & \Gamma_R^{-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{PP} & \mathbf{S}_{PQ} \\ \mathbf{S}_{QP} & \mathbf{S}_{QQ} \end{pmatrix} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

$$\Gamma_T = \begin{pmatrix} \Gamma_{T1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Gamma_{TM_P} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{M_P \times M_P} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{\Gamma}_R = \begin{pmatrix} \Gamma_{R1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Gamma_{RM_Q} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{M_Q \times M_Q} \quad (2.6)$$

Las expresiones $\mathbf{\Gamma}_{Ti} \mathbf{\Gamma}_{Rj}$ denotan los coeficientes de reflexión de las cargas reactivas i -ésima y j -ésima de las antenas transmisoras y receptoras respectivamente. A su vez, definimos los coeficientes de reflexión como:

$$\Gamma_{Ti} = \frac{z_i - Z_0}{z_i + Z_0} \quad (2.7)$$

$$\Gamma_{Rj} = \frac{w_j - Z_0}{w_j + Z_0} \quad (2.8)$$

siendo Z_0 la impedancia de referencia. Asumiremos que las antenas activas de ambos extremos del sistema equivalen a la impedancia de referencia.

En (2.1) la diagonal de las matrices representadas muestra la reflexión observada en el transmisor y el receptor. A partir de los parámetros \mathbf{S} podemos caracterizar la matriz de canal de nuestro sistema, que no solamente depende de la propagación entre los planos T y R, sino que también depende de los planos Q y P, donde tenemos los elementos parásitos. En base a esto, podemos reescribir dicha expresión como

$$\mathbf{H} = \mathbf{S}_{RT} + (\mathbf{S}_{RP}, \mathbf{S}_{RQ}) \Psi \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{PT} \\ \mathbf{S}_{QT} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T} \quad (2.9)$$

Podemos reescribir Ψ como

$$\Psi = \left[\mathbf{I} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{\Gamma}_T(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{PP}\mathbf{\Gamma}_T)^{-1}\mathbf{S}_{PQ} \\ \mathbf{\Gamma}_R(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{QQ}\mathbf{\Gamma}_R)^{-1}\mathbf{S}_{QP} & 0 \end{pmatrix} \right]. \quad (2.10)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{\Gamma}_T(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{PP}\mathbf{\Gamma}_T)^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{\Gamma}_R(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{QQ}\mathbf{\Gamma}_R)^{-1} \end{pmatrix}$$

Si tenemos en cuenta las series de Neumann, $(\mathbf{I} + \mathbf{A})^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (-\mathbf{A})^n$, podemos reescribir Ψ considerando solo los dos primeros términos de la serie de Neumann. Cuando la norma de Frobenius ¹ de \mathbf{A} es muy pequeña la serie se simplifica, $(\mathbf{I} + \mathbf{A})^{-1} \simeq \mathbf{I} + \mathbf{A}$. En (2.1) la matriz de canal de los arrays parásitos, $\mathbf{S}_{PQ} (= \mathbf{S}_{QP}^T)$, y las normas de Frobenius de $\mathbf{\Gamma}_T(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{PP}\mathbf{\Gamma}_T)^{-1}\mathbf{S}_{PQ}$ y $\mathbf{\Gamma}_R(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{QQ}\mathbf{\Gamma}_R)^{-1}\mathbf{S}_{QP}$ se hacen muy pequeñas si la distancia entre las antenas

¹La norma de Frobenius se define como la raíz cuadrada de la suma de los valores absolutos de las raíces cuadradas de los elementos de la matriz.

parásitas es suficientemente grande. Aplicando estas aproximaciones Ψ queda como sigue,

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{11}\mathbf{S}_{PQ}\Psi_{22} \\ \Psi_{22}\mathbf{S}_{QP}\Psi_{11} & \Psi_{22} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

donde

$$\Psi_{11} = \Gamma_T(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{PP}\Gamma_T)^{-1} \in \mathbb{C}^{M_P \times M_P} \quad (2.12)$$

$$\Psi_{22} = \Gamma_R(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{QQ}\Gamma_R)^{-1} \in \mathbb{C}^{M_Q \times M_Q} \quad (2.13)$$

Tanto Ψ_{11} como Ψ_{22} dependen (2.9) se puede expresar como

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \simeq & \mathbf{S}_{RT} + \mathbf{S}_{RP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PT} + \mathbf{S}_{RP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QT} + \\ & \mathbf{S}_{RQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PT} + \mathbf{S}_{RQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QT} \end{aligned} \quad (2.14)$$

La ecuación de canal resultante expresada en (2.14) está formada por términos que explican caminos particulares de transmisión. Por ejemplo, $\mathbf{S}_{RQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PT}$, describe el camino que parte de T, se propaga por P, se refleja en P, alcanza Q, se transmite por Q y llega a R. El término $\mathbf{S}_{RP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QT}$ se particulariza por dar dos saltos entre las antenas parásitas, se propaga en una activa T y llega a R tras reflejarse en Q y P. Ambos caminos sufren tres pérdidas de propagación. Otros caminos solo sufren un camino de propagación². Por tanto, esta aproximación puede ser utilizada siempre y cuando, las antenas receptoras no estén muy próximas al transmisor.

Puesto que el término $\mathbf{S}_{RP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QT}$ es extremadamente pequeño comparado con los otros cuatro, puede ser despreciado.

Despreciando el camino indicado la expresión (2.14) queda simplificada como

$$\mathbf{H} \simeq \mathbf{S}_{RT} + \mathbf{S}_{RP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PT} + \mathbf{S}_{RQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QP}\Psi_{11}\mathbf{S}_{PT} + \mathbf{S}_{RQ}\Psi_{22}\mathbf{S}_{QT} \quad (2.15)$$

²La fuerza del acoplo mutuo puede ser mucho mayor que la de propagación

2.2. Modelo de canal realista MIMO con antenas activas

A la hora de calcular algunos de los elementos descritos en la matriz de canal del modelo con antenas parásitas (2.15), nos valemos del desarrollo de un sistema MIMO solo con elementos activos descrito en [5] mediante el cual, como se indica más adelante, podemos calcular la mayoría de parámetros S que necesitamos.

Como se describe en [6], en ausencia de movimiento el campo eléctrico E para una determinada polarización incidente en el receptor móvil situado en \mathbf{r} , puede ser descrito como la superposición de ondas planas.

Podemos generalizar para nuestro caso de múltiples antenas, en el que el canal MIMO se caracteriza por la matriz de canal \mathbf{H} . Los elementos h_{nm} que conforman la matriz de canal describen el desvanecimiento que sufre el elemento m -ésimo transmitido por la estación base (BS), al llegar al elemento n -ésimo de la antena receptora. Las antenas de transmisión y recepción constan de M_T y M_R elementos respectivamente. De esta forma, los elementos de la matriz de canal h_{nm} quedan descritos según la expresión

$$h_{mn} = \int \int S(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \cdot e^{-j\mathbf{k}\mathbf{r}_m} \cdot e^{j\mathbf{k}'\mathbf{r}'_n} d\mathbf{k}' d\mathbf{k} \quad (2.16)$$

La función de dispersión $S(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ puede interpretarse como la versión discreta de la transformada de Fourier doble de la función de Green, $G(\mathbf{r}'_n, \mathbf{r}_m)$, donde \mathbf{r}_m representa las coordenadas del transmisor y \mathbf{r}'_n la ubicación del receptor.

Resumiendo las características de nuestro canal, vamos a asumir que el canal es estacionario, y experimenta desvanecimiento plano con correlación espacial.

Si muestreamos el espacio del vector onda en un conjunto finito de ondas planas, tanto en el transmisor como en el receptor, en función de las direcciones $\{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_L\}$ y $\{\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2, \dots, \mathbf{k}'_L\}$ respectivamente, y teniendo en cuenta [6] podemos escribir la matriz de canal \mathbf{H} como

$$\begin{aligned}
\mathbf{H} = & \begin{bmatrix} e^{jk'_1 r'_1} & e^{jk'_2 r'_1} & \dots & e^{jk'_{L'} r'_1} \\ e^{jk'_1 r'_2} & e^{jk'_2 r'_2} & \dots & e^{jk'_{L'} r'_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{jk'_1 r'_{M_P}} & e^{jk'_2 r'_{M_P}} & \dots & e^{jk'_{L'} r'_{M_P}} \end{bmatrix} \\
& \times \begin{bmatrix} S(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}_1) & S(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}_2) & \dots & S(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}_L) \\ S(\mathbf{k}'_2, \mathbf{k}_1) & S(\mathbf{k}'_2, \mathbf{k}_2) & \dots & S(\mathbf{k}'_2, \mathbf{k}_L) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S(\mathbf{k}'_{L'}, \mathbf{k}_1) & S(\mathbf{k}'_{L'}, \mathbf{k}_2) & \dots & S(\mathbf{k}'_{L'}, \mathbf{k}_L) \end{bmatrix} \\
& \times \begin{bmatrix} e^{-j\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1} & e^{-j\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_2} & \dots & e^{-j\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_{M_T}} \\ e^{-j\mathbf{k}_2 \mathbf{r}_1} & e^{-j\mathbf{k}_2 \mathbf{r}_2} & \dots & e^{-j\mathbf{k}_2 \mathbf{r}_{M_T}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{-j\mathbf{k}_L \mathbf{r}_1} & e^{-j\mathbf{k}_L \mathbf{r}_2} & \dots & e^{-j\mathbf{k}_L \mathbf{r}_{M_T}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

La ecuación (2.17) viene descrita por la función de dispersión $S(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ que relaciona la inclinación de la onda plana emitida en el transmisor \mathbf{k} con la dirección en el receptor \mathbf{k}' . Además, dicha expresión depende de las posiciones \mathbf{r}'_n y \mathbf{r}_m , que son, como ya hemos definido, respectivamente la posición del elemento n -ésimo en el receptor y el elemento m -ésimo en el transmisor.

Podemos simplificar (2.17) expresando de forma matricial:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}_N^H \mathbf{S} \mathbf{B}_M \tag{2.18}$$

donde \mathbf{B}_N y \mathbf{B}_M son matrices rectangulares, independientes y deterministas dependientes de la geometría de la antena. \mathbf{S} es una matriz rectangular cuyos estadísticos vienen definidos por la dispersión angular del canal. Asumiendo que las entradas del canal son Gaussianas complejas y que los desvanecimientos son independientes, \mathbf{S} está completamente caracterizada por la dispersión angular de potencia en azimut³(PAS) conjunta.

Como establecen Pedersen et al. en [7], la dispersión angular de potencia del transmisor viene dada por las columnas de la matriz mientras que los elementos de las filas describen el PAS en el receptor, asumiendo PAS separables.

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}_N^H \boldsymbol{\Sigma}_{ASA}^{\frac{1}{2}} \mathbf{G} \boldsymbol{\Sigma}_{ASD}^{\frac{1}{2}} \mathbf{B}_M \tag{2.19}$$

En la ecuación (2.19) podemos encontrar la versión simplificada del canal completo. En ella \mathbf{G} es una matriz Gaussiana con elementos independientes e idénticamente distribuidos y varianza unitaria. $\boldsymbol{\Sigma}_{ASA}$ y $\boldsymbol{\Sigma}_{ASD}$ son matrices

³El espectro de potencia en azimut, (*Power Azimut Spectrum* PAS) describe la distribución de la potencia de la señal en función del ángulo de llegada al receptor.

diagonales de traza normalizada a uno, cuyos elementos vienen definidos por la dispersión angular de potencia PAS.

En este modelo solo tenemos en cuenta el ángulo acimutal, ya que la propagación en el ángulo de elevación para alturas suficientemente grandes [8], ha sido demostrada ser mucho menor que la propagación en el acimut.

2.3. Particularizaciones y convergencia de métodos

Para el cálculo de la mayoría de los elementos que conforman (2.15) nos valemos del cálculo de los elementos de \mathbf{H} del modelo de canal de banda estrecha explicado en este documento. Además, en lo concerniente a los elementos que debemos conocer a priori a la hora de calcular la matriz de canal, y que por ende dependen exclusivamente de las características físicas de los componentes que lo conforman, realizamos un modelo basado en la distancia entre elementos de los arrays uniformes ULA. La razón de decantarnos por un este modelo teórico se basa principalmente en la indisponibilidad de mediciones prácticas reales. Ante tal ausencia de datos, realizamos una aproximación con sentido físico basada en la distancia entre elementos activos y parásitos. Con esta aproximación el elemento parásito con mayor influencia y aportación de potencia de los elementos activos será el más próximo al eje transversal al ULA, y el que menor distancia le separa de los elementos activos. Para ello definimos

$$\mathbf{D}_{Tx} = \begin{pmatrix} d_{11}^{-1} & \cdots & d_{1M_T}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{M_P j}^{-1} & \cdots & d_{M_P M_T}^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

donde d_{ij} representa la distancia entre el elemento i -ésimo de las antenas parásitas y el j -ésimo de las activas. El índice con menor distancia siempre será d_{iM_T} , puesto que los demás siempre irán alejándose más de la antena activa conforme nos acerquemos al extremo del ULA parásito.

Medimos cada componente de \mathbf{D}_{Tx} o \mathbf{D}_{Rx} en distancias entre elementos del array, d_t y d_r respectivamente. Es decir, en un ejemplo en el que tuviéramos 6 elementos en un array, mitad activos mitad parásitos, el elemento del extremo parásito constaría de las siguientes distancias $d_{61} = 5$, $d_{62} = 4$ y $d_{63} = 3$ normalizadas a d_t y d_r según se refieran a un elemento del transmisor o receptor respectivamente.

Nuestra aproximación teórica premia la proximidad a los elementos activos, es decir cuanto menor distancia haya entre el elemento de la antena parásita y los componentes del array activo, mayor será el parámetro de dispersión asociado. Por ello cada elemento de las matrices \mathbf{D}_{Tx} y \mathbf{D}_{Rx} es la inversa de la distancias que hemos descrito. Con esta descripción establecemos

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{PT} &= \mathbf{D}_{Tx} \cdot C_p \\ \mathbf{S}_{QR} &= \mathbf{D}_{Rx} \cdot C_p\end{aligned}\tag{2.21}$$

donde C_p representa una constante que representará el mayor porcentaje de aportación que un elemento activo hará sobre uno pasivo. Esta situación se da entre el último elemento del ULA activo y el primer elemento del ULA parásito, donde la distancia es la unidad $d_{iM_T}^{-1} = 1$.

Desde el punto de vista de transmisión, los elementos parásitos nos permiten aumentar la SNR y la diversidad en recepción, mientras que no aportan multiplexación espacial, es decir no podemos transmitir una señal específica diferente sobre ellos, sino que complementan las excitadas en los elementos activos. En términos de la matriz de canal de parámetros de dispersión S , los elementos $\mathbf{S}_{TP} = \mathbf{S}_{RQ} = 0$

Para el cálculo de las matrices de dispersión de las antenas activas del sistema, \mathbf{S}_{TT} y \mathbf{S}_{RR} , asumimos que no hay pérdidas en los puertos y toda la potencia se transmite a través de ellos sin afectar al resto de puertos. Los puertos de las antenas activas son independientes entre sí. No así con las antenas parásitas que complementan transmisor y receptor, que como hemos visto dependen de la distancia entre elementos.

No podemos transmitir sobre los elementos parásitos de la misma manera que lo hacemos con los activos. Consideramos que no hay puerto en ellos, por lo tanto si utilizamos M_T antenas activas y M_P parásitas en ambos extremos del sistema, el resultado final de la matriz de canal tendrá las dimensiones $M_T \times M_P$. No se refleja la influencia de los componentes reactivos en las dimensiones del canal, pero sí en el cálculo de los parámetros de dispersión, que mejoran sus prestaciones. Los componentes parásitos no tienen cadena de RF y el extremo de entrada está cortocircuitado a masa, por esto consideramos que no hay puertos sobre los que transmitir. A pesar de ello, consideramos que toda la potencia inducida en los elementos parásitos se transmite y se recibe de forma independiente, $\mathbf{S}_{PP} = \mathbf{I}$ y $\mathbf{S}_{QQ} = \mathbf{I}$ con dimensiones $M_P \times M_P$ y $M_Q \times M_Q$ respectivamente.

Capítulo 3

Capacidad

3.1. Introducción

El objeto principal de este estudio es el análisis de la capacidad de un sistema MIMO con antenas parásitas y cómo influyen parámetros como la impedancia reactiva de los elementos parásitos y la distancia entre elementos, entre otros. Habiendo expuesto el modelo de canal que vamos a utilizar, exploraremos a continuación la base teórica de nuestro principal objetivo, la capacidad, y los límites que su cálculo conllevan.

A finales de los años 40 Claude Shannon definió la capacidad de canal mediante una teoría matemática de comunicaciones. Definió la capacidad de canal, denotada C , como la máxima tasa de transferencia que se puede lograr en el canal con fiabilidad y sin restricciones de complejidad ni en el transmisor ni en el receptor.

Demostó que para una capacidad dada $R < C$, existen códigos de canal a tasa R con una tasa de error de bloque arbitrariamente pequeña. Por lo que, para una tasa $R < C$ y para cualquier probabilidad de error deseada, que no sea cero, existe un código a tasa R que consigue la probabilidad de error deseada.

Esto conlleva códigos que pueden no tener longitudes factibles a la hora de alcanzar dichas tasas. Longitud que puede verse incrementada si las restricciones de probabilidad de error decrecen y/o se aumenta la tasa R . Si utilizásemos tasas superiores a la capacidad de canal $R > C$, no podríamos conseguir tasas de error pequeñas, y por tanto la probabilidad de error estaría muy alejada de cero. Todo esto también fue contrastado por los estudios de Shannon, con lo que concluyó que la capacidad de canal es un verdadero límite en las comunicaciones.

3.2. Capacidad en canales SISO

Shannon caracterizó la capacidad de canal en términos de la información mutua de canal entre la entrada y la salida. El modelo de canal básico se basa en una entrada aleatoria X , una salida aleatoria Y , y la relación probabilística que hay entre X e Y , que normalmente viene caracterizada por la densidad espectral de potencia condicional mutua entre ambas. La información mutua de un solo canal de usuario SISO, con entradas y salidas aleatorias viene dada por

$$I(X; Y) = \int_{S_x, S_y} f(x, y) \log \left(\frac{f(x, y)}{f(x)f(y)} \right) dy dx \quad (3.1)$$

donde $f(x)$ y $f(y)$ denotan las densidades de potencia de las entradas y las salidas, y $f(x, y)$ denota la densidad de potencia mutua. La integral se evalúa sobre los soportes S_x , S_y de las variables X e Y . El logaritmo es en base 2, por lo que las unidades de la información mutua vienen dadas por bits por uso del canal.

La información mutua, como se detalla en [9], también puede describirse en términos de la diferencia de entropía entre la salida del canal y la salida condicional:

$$I(X; Y) = h(Y) - h(Y|X) \quad (3.2)$$

donde la entropía de la salida del canal se define como

$$h(Y) = - \int_{S_y} \log f(y) dy \quad (3.3)$$

y la entropía condicional es

$$h(Y|X) = - \int_{S_y, S_x} f(x, y) \log f(y|x) dx dy \quad (3.4)$$

Shannon probó que la capacidad de canal era igual a la maximización de la expresión de información mutua sobre todas las posibles distribuciones de entrada

$$C = \max_{f(x)} I(X; Y) = \max_{f(x)} \int_{S_x, S_y} f(x, y) \log \left(\frac{f(x, y)}{f(x)f(y)} \right) dy dx \quad (3.5)$$

Para el caso de un canal invariante en el tiempo con ruido aditivo blanco Gaussiano, AWGN, la capacidad puede definirse como:

$$C = B \log_2(1 + \gamma) \quad (3.6)$$

donde B corresponde al ancho de banda, γ es la relación señal a ruido, la distribución de entrada es Gaussiana y la capacidad resultante se cuantifica en bits por segundo (bps).

Todas estas expresiones son válidas para un solo usuario con un único elemento de transmisión y recepción, en cuyo caso X e Y serían escalares. Para el caso que aquí analizamos, las del canal MIMO, estas expresiones pueden reescribirse, de nuevo para un solo usuario, denotando \mathbf{x} como el vector enviado por las antenas transmisoras, e \mathbf{y} es el vector obtenido en las antenas receptoras. Por tanto, la capacidad del canal MIMO AWGN está basada en la información mutua entre los vectores de entrada y los de salida.

3.3. Deducción de la fórmula de capacidad para un canal MIMO

Ahora que tenemos definida la expresión de capacidad para sistemas SI-SO, como se muestra en [10] vamos a derivar a través de la información mutua las expresiones para el caso de MIMO cuando el modelo de señal que tenemos es $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$.

Partiendo de nuevo de la información mutua, podemos deducir que $H(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = H(\mathbf{n})$, por tanto

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{n}) \quad (3.7)$$

siendo $H(\mathbf{n})$ la entropía del ruido. Para maximizar la expresión, y por tanto la capacidad, tenemos que maximizar la entropía de \mathbf{y} .

Asumimos que el ruido es aditivo Gaussiano de media cero y que contiene elemento i.i.d complejos con simetría circular, $CN(0, \sigma^2)$. La densidad de probabilidad de una variable de simetría circular Gaussiana, con matriz de covarianza \mathbf{Q} y media $\mu = 0$ es

$$f(\mathbf{x}) = \det(\pi\mathbf{Q})^{-1} \cdot \exp(-\mathbf{x}^H \cdot \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{x}) \quad (3.8)$$

La entropía diferencial de \mathbf{x} compleja Gaussiana con covarianza \mathbf{Q} viene dada por

$$\begin{aligned}
H(f_Q(\mathbf{x})) &= E_{f_Q}[-\log_2(f_Q(\mathbf{x}))] \\
&= \log_2(\det(\pi\mathbf{Q}) + \log_2(e) \cdot E[\mathbf{x}^H \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{x}]) \\
&= \log_2 \det(\pi e \mathbf{Q})
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Mediante (3.7) y (3.9) obtenemos

$$\begin{aligned}
I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{n}) \\
&= \log \det(\pi e \mathbf{Q}_y) - \log \det(\pi e \mathbf{Q}_n) \\
&= \log \frac{\det(\pi e \mathbf{Q}_y)}{\det(\pi e \mathbf{Q}_n)} \\
&= \log \det(\mathbf{Q}_y \mathbf{Q}_n^{-1}) \\
&= \log \det((\mathbf{H}^H \mathbf{Q}_x \mathbf{H} + \mathbf{Q}_n) \mathbf{Q}_n^{-1}) \\
&= \log \det(\mathbf{I} + \mathbf{H}^H \mathbf{Q}_x \mathbf{H} \mathbf{Q}_n^{-1})
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Capítulo 4

Resultados simulaciones

4.1. Resultados simulaciones

Los escenarios que hemos simulado se han realizado para un único canal y un único usuario. Como hemos explicado, el tipo de canal que asumimos es un canal MIMO AWGN, donde la distribución de potencia es uniforme y la ganancia de canal es unitaria e invariante en el tiempo.

Los principales puntos de interés de las simulaciones se han centrado en el cálculo de la capacidad de canal respecto a la SNR utilizada, además de la mejora que producen estos elementos en los niveles de señal del sistema. Progresivamente hemos ido aumentando el número de antenas parásitas tanto en transmisor como en receptor comprobando el impacto de estos elementos en la mejora del sistema.

Además, se han hecho simulaciones para hallar el valor óptimo de las impedancias reactivas que mejoran el rendimiento de los arrays parásitos. En base a estos resultados, se han hecho pruebas variando la dispersión de potencia angular de salida ASD y el espaciado entre elementos radiantes en el transmisor.

4.2. Parámetros empleados en las simulaciones

Para el cálculo de todos los resultados que se muestran en este estudio se han generado 600 realizaciones del canal y el valor de capacidad mostrado corresponde a la media de las realizaciones del canal.

Todos los elementos que conforman los arrays se consideran omnidireccionales. La dispersión de potencia angular es mucho mayor en el plano azimutal

que en el de elevación. Por ello, este último es despreciado y el plano azimutal se muestrea según θ en todo el rango $[0 : 2\pi]$.

Todos los arrays de recepción y transmisión, tanto activos como parásitos, siguen la disposición uniforme ULA. Como hemos visto, en ella se disponen los elementos omnidireccionales en el mismo eje separados d_t en el transmisor y d_r en el receptor.

En cuanto a la distribución de potencia asumida en el canal, se considera un PAS laplaciano en el transmisor y uniforme en el receptor. Dicha dispersión angular en el transmisor viene dado por el ASD y en el receptor por ASA. La orientación de transmisión se considera perpendicular al eje del array de transmisión, con lo que hace que describamos una antena de tipo *broadside*.

4.3. Búsqueda de las impedancias parásitas óptimas

La primera duda que surge de los parámetros físicos a fijar de las antenas parásitas es la impedancia reactiva con la que diseñarlas. La elección de este parámetro es básico para la correcta obtención de resultados en estas simulaciones, puesto que como se expuso en la explicación del modelo utilizado, este valor puede tener influencia en la capacidad, que es el principal objetivo de nuestro estudio.

Además, nos ayudará a comprobar si estas impedancias siguen influyendo en la mejora del sistema a pesar de la normalización de la matriz de canal resultante. Aunque al generar las realizaciones del modelo de banda estrecha, utilizado para el cálculo de varios parámetros de la matriz final, normalizamos a potencia 1, los primeros cálculos de resultados mostraron un desajuste en la matriz del canal parásito. Esta operación debería eliminar este efecto.

Las antenas activas nos sirven de referencia y asumimos que están diseñadas con una impedancia de $Z_0 = 50\Omega$. Para una primera aproximación del impacto de estas impedancias en nuestro sistema, partimos de los parámetros fijos indicados en la tabla

Z_0	M_T	M_P	M_R	M_Q	d_t	d_r	λ	D	ASD	ASA
50 [Ω]	2	2	2	2	$\frac{\lambda}{2}$ [m]	$\frac{\lambda}{2}$ [m]	0.1667 [m]	1000 [m]	20°	360°

Tabla 4.1: Parámetros invariantes en la simulación. M_T , M_P , M_R y M_Q representan el número de antenas en transmisor y receptor y d_t y d_r son la distancias entre elementos de los arrays

Partiendo de valores de impedancia reales, variamos la impedancia de

z_i y w_i , alrededor de la impedancia de referencia Z_0 . Vamos realizar esta comprobación con un sistema 2x2 con 2 antenas parásitas en cada extremo por simplicidad de cálculo. El objetivo es ver la variabilidad de la capacidad en base a la impedancia, su influencia debe ser la misma si aumentamos el número de antenas.

Adaptando totalmente la impedancia $z_i = w_i = Z_0$ en términos de potencia conseguiríamos máxima adaptación, máxima transmisión de potencia. Las simulaciones constatan que si mantenemos los valores parásitos relativamente cerca de la referencia los resultados no varían, por lo que nuestra normalización minimiza su efecto.

		$z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$		
		50	350	5000
SNR [dB]	-5	0.70	0.70	0.66
	0	1.58	1.63	1.43
	5	3.04	3.16	2.61
	12	6.02	6.29	4.74
	23	12.34	12.73	9.02

Tabla 4.2: Resultados de capacidad en (bps/Hz) para valores reales de $z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1

La tabla 4.2 muestra la relación que hay entre la capacidad y el aumento de la impedancia real de los elementos parásitos. El aumento de 7 veces la impedancia de referencia prácticamente no varía el resultado, la aportación máxima que vemos para SNR's altas es de $0.4 \left[\frac{\text{bps}}{\text{Hz}} \right]$, por encima de 12.5 dB.

De modo ilustrativo, hemos realizado simulaciones con $z_i = w_i = 5000[\Omega]$, lo que supone un aumento de 100 veces la impedancia de referencia. En ese caso vemos claramente el impacto que tiene sobre el sistema. El uso de valores tan altos sí tiene impacto para SNR's altas, en las que vemos una disminución de $3.5 \left[\frac{\text{bps}}{\text{Hz}} \right]$. Para SNR's bajas, por debajo de 12.5 dB la variación es mucho menor.

Realizamos a continuación pruebas para complementar la parte real de las impedancias parásitas, seguiremos utilizando como referencia $z_i = w_i = Z_0 = 50[\Omega]$, para conseguir adaptación con los elementos activos. Fijada dicha parte real añadimos una impedancia compleja, vamos a estudiar si esta aportación compleja tiene impacto en la capacidad, una impedancia inductiva o capacitiva.

Tras realizar las pruebas con impedancias inductivas positivas y negativas, como se expone en la tabla 4.3 y 4.4, vemos que la aportación a la capacidad de ambos elementos es insignificante.

		$z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$		
		$50 + 6j$	$50 + 46j$	$50 + 146j$
SNR [dB]	-5	0.69	0.69	0.70
	0	1.57	1.57	1.59
	5	3.01	3.01	3.07
	12	5.96	5.95	6.09
	23	12.22	12.19	12.42

Tabla 4.3: Resultados de capacidad en (bps/Hz) para valores complejos positivos de $z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1.

		$z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$		
		$50 - 6j$	$50 - 46j$	$50 - 146j$
SNR [dB]	-5	0.69	0.69	0.69
	0	1.58	1.57	1.57
	5	3.04	3.01	3.01
	12	6.02	5.96	5.96
	23	12.34	12.24	12.24

Tabla 4.4: Resultados de capacidad en (bps/Hz) para valores complejos negativos de $z_i[\Omega] = w_i[\Omega]$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1.

En base a estos datos, para las simulaciones posteriores vamos a utilizar la impedancia indicada en la tabla 4.5, y a su vez vamos tener como referencia sus valores de capacidad mostrados.

	SNR [dB]				
	-5	0	5	12	23
$z_i = w_i = 50[\Omega]$	0.69	1.57	3.02	6.00	12.30

Tabla 4.5: Resultados de capacidad en (bps/Hz) para $z_i = w_i = 50$ utilizando la configuración MIMO 2x2 con 2 elementos parásitos en ambos extremos del sistema y los parámetros indicados en la tabla 4.1.

4.4. Efecto del número de antenas

Una vez establecidos todos los parámetros de nuestras simulaciones podemos comprobar el efecto que tienen en nuestro modelo de canal el número de antenas empleadas. Para poder comparar correctamente el efecto de las antenas parásitas, vamos a relacionar los resultados con el mismo sistema

solo con antenas activas y el mismo sistema con el número total de antenas activas igual a las activas y parásitas empleadas.

Para estas simulaciones hemos elegido los parámetros indicados en la tabla 4.6.

Z_0	d_t	d_r	λ	D	ASD	ASA	z_i	w_i
50 [Ω]	$\frac{\lambda}{2}$ [m]	$\frac{\lambda}{2}$ [m]	0.1667 [m]	1000 [m]	20°	360°	50 [Ω]	50 [Ω]

Tabla 4.6: Parámetros empleados para la simulación del efecto del número de antenas en la capacidad del canal MIMO AWGN.

En las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se muestran los resultados obtenidos con la configuración indicada en la tabla 4.6 para sistemas MIMO parásitos 2x2, 3x3 y 4x4 respectivamente.

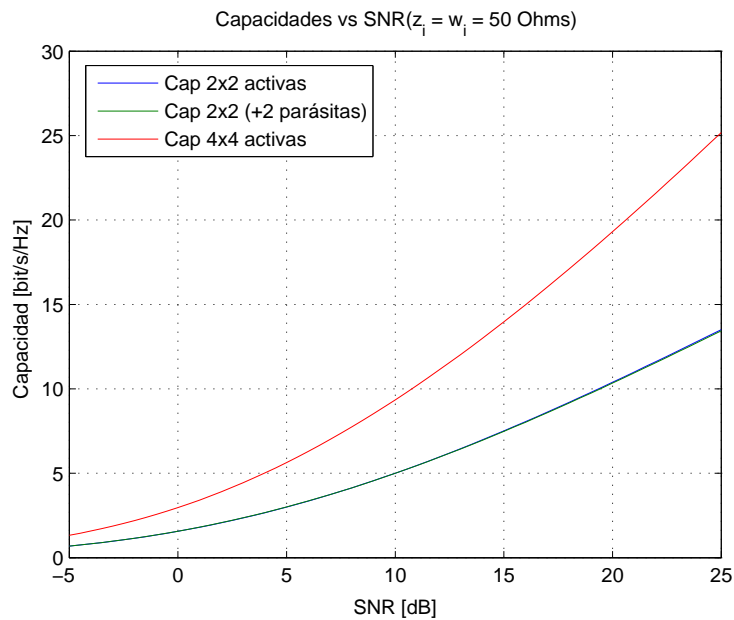


Figura 4.1: Capacidad de canal con sistema 2x2 (2 antenas parásitas) comparado con el sistema activo simple sin elementos parásitas y el sistema ideal en el que todos los elementos en suma son activos.

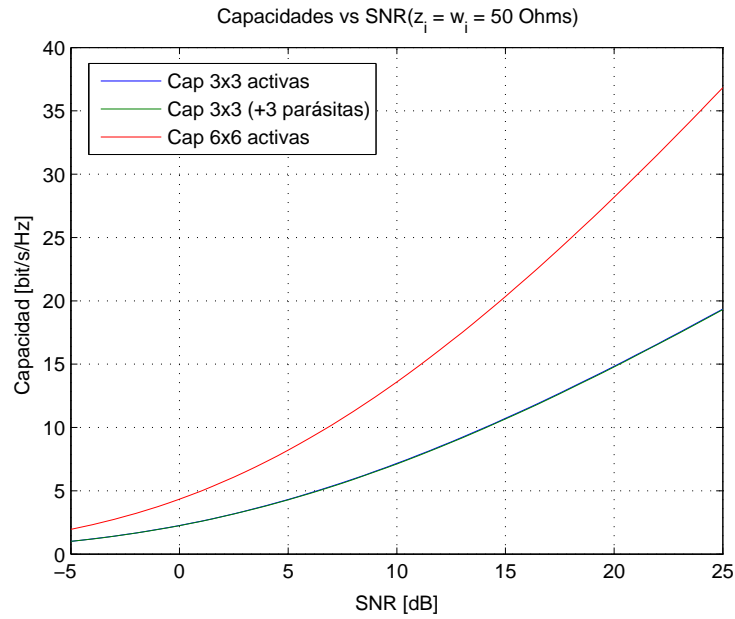


Figura 4.2: Capacidad de canal con sistema 3x3 (3 antenas parásitas) comparado con el sistema activo simple sin elementos parásitos y el sistema ideal en el que todos los elementos en suma son activos.

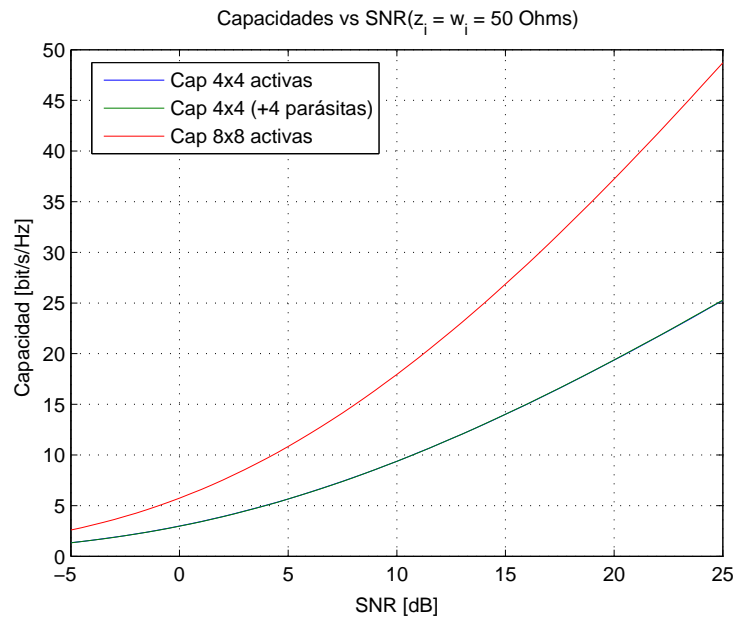


Figura 4.3: Capacidad de canal con sistema 4x4 (4 antenas parásitas) comparado con el sistema activo simple sin elementos parásitos y el sistema ideal en el que todos los elementos en suma son activos.

En la tabla (4.7) vemos de forma cuantitativa el impacto de los elemen-

tos parásitos en la capacidad del sistema en comparación con los sistemas mencionados anteriormente. Vemos que la capacidad de los sistemas MIMO parásitos tienen una capacidad inferior, o igual en el mejor de los casos, a su sistema equivalente solo con antenas activas. Encontramos estos resultados para los sistemas 3x3 en los que, por ejemplo, para una $\text{SNR} = 5[\text{dB}]$ conseguimos una capacidad de $4.31 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ mientras que el sistema simple, solo con antenas activas, consigue una ligera ventaja llegando a $4.35 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$. Lo mismo ocurre con el sistema MIMO 4x4, con $5.57 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ para las parásitas y $5.67 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ para el sistema activo. El sistema 2x2 en este caso consigue igualar o mejorar, tan solo una insignificantes décimas, al sistema sin parásitas.

En ningún caso los sistemas MIMO con elementos parásitos consiguen acercarse en términos de capacidad al sistema ideal en el que el número de antenas activas es igual a la suma de las activas y parásitas del sistema parásito. Nuestro sistema MIMO consigue otro tipo de ventajas que no se aprecian en números de capacidad, como es un gran aumento de la SNR por mejora y aprovechamiento de la diversidad espacial.

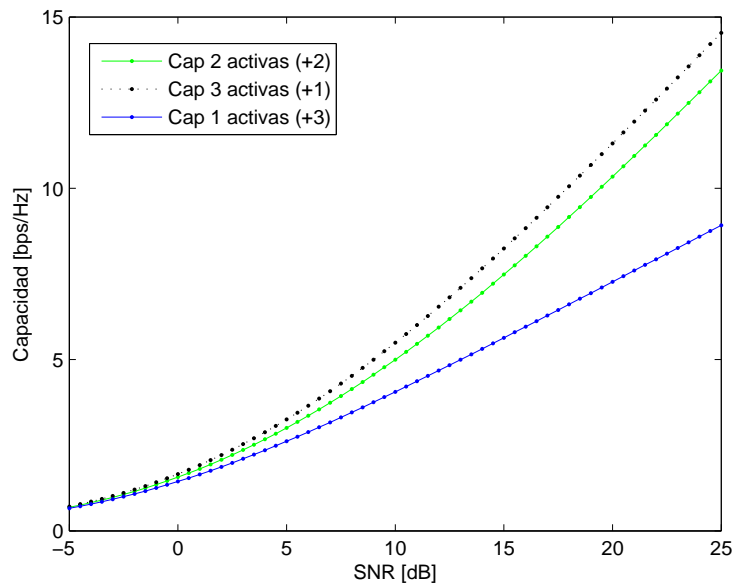


Figura 4.4: Capacidad de canal con 2 antenas activas y 2 pasivas fijas en el receptor. Variación del tipo de antenas y cantidades utilizadas con un total de 4 en el transmisor.

En la figura 4.4 vemos cómo influye la configuración de las antenas parásitas en el transmisor en nuestro sistema manteniendo la configuración del receptor con 2 antenas activas y 2 parásitas. Variamos la configuración de las 4 antenas a 3 activas y 1 parásita, 2 activas y 2 parásitas y 1 activa y 3 parásitas. Podemos ver en la gráfica que para una capacidad fija cuanto ma-

	Sistema MIMO 2x2			Sistema MIMO 3x3			Sistema MIMO 4x4			
	2x2	2x2 (+2 parásitas)	4x4	3x3	3x3(+3 parásitas)	6x6	4x4	4x4 (+4 parásitas)	8x8	
SNR [dB]	-5	0.68	0.70	1.34	1.02	1.01	1.96	1.33	1.30	2.61
	0	1.55	1.58	2.98	2.29	2.27	4.35	2.98	2.92	5.76
	5	2.98	3.03	5.66	4.35	4.31	8.22	5.67	5.57	10.87
	12	5.93	5.97	11.13	8.57	8.49	16.16	11.14	11.03	21.36
	23	12.21	12.22	22.82	17.58	17.50	33.31	22.85	22.73	44.07

Tabla 4.7: Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO con 2, 3 y 4 antenas con la aportación de el mismo número de antenas parásitas tanto en recepción como en transmisión. Comparación entre los escenarios simples con el mínimo número de antenas activas e ideales, con el doble de elementos activos.

por número de antenas parásitas tengamos mayor es la SNR. En la tabla 4.8 vemos la SNR conseguida para cada una de las configuraciones a medida que aumentamos y disminuimos de igual manera el número de antenas activas y parásitas.

		Capacidad $\frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$			
		2.5	5	7.5	10
Configuración de antenas en el transmisor	1 activa 3 parásitas	4.5	13	20.5	28.5
	2 activas 2 parásitas	3.5	10	14.5	19
	3 activas 1 parásita	3	9	14	18

Tabla 4.8: SNR en dB que se consigue para cada una de las capacidades indicadas en un canal con 2 antenas activas y 2 pasivas fijas en el receptor. Variación del tipo de antenas y cantidades utilizadas con un total de 4 en el transmisor.

Una vez conseguidos los resultados para distintos números de antenas vamos a analizar las prestaciones de nuestro canal variando la distancia entre elementos radiantes del transmisor d_t dejando fija la distancia en el receptor a $d_r = \frac{\lambda}{2}$. De este modo vemos cómo impacta este parámetro en nuestro sistema con antenas parásitas.

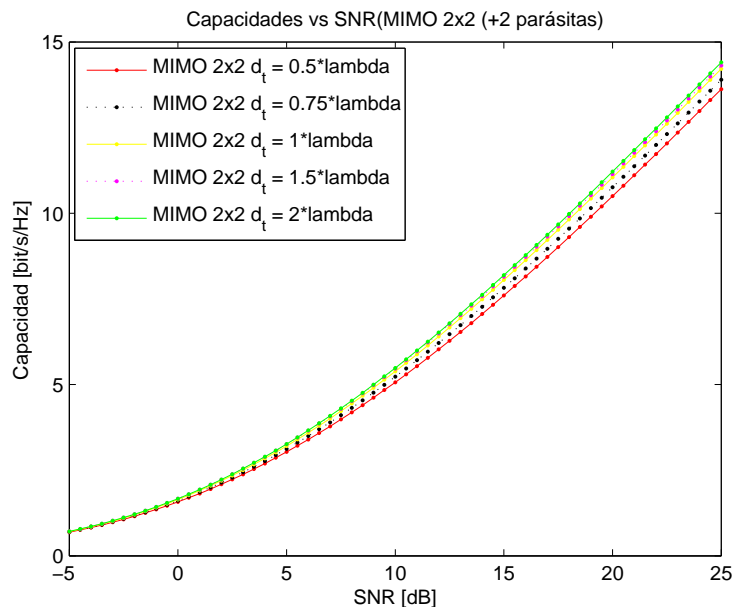


Figura 4.5: Capacidad de canal MIMO 2x2 en (bps/Hz) variando la distancia entre elementos en el transmisor d_t , dejando fijo en el receptor $d_r = \frac{\lambda}{2}$.

		Sistema MIMO 2x2				
		$d_t = \lambda/2$	$d_t = 0.75\lambda$	$d_t = \lambda$	$d_t = 2\lambda/3$	$d_t = 2\lambda$
SNR [dB]	-5	0.69	0.70	0.71	0.71	0.71
	0	1.58	1.61	1.64	1.67	1.67
	5	3.03	3.12	3.21	3.26	3.26
	12	6.03	6.21	6.40	6.49	6.52
	23	12.35	12.62	12.93	13.03	13.12

Tabla 4.9: Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 2x2 con 2 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con distancia fija entre elementos en el receptor de $d_r = \lambda/2$ y variación como se indica de distancia entre elementos en el transmisor d_t .

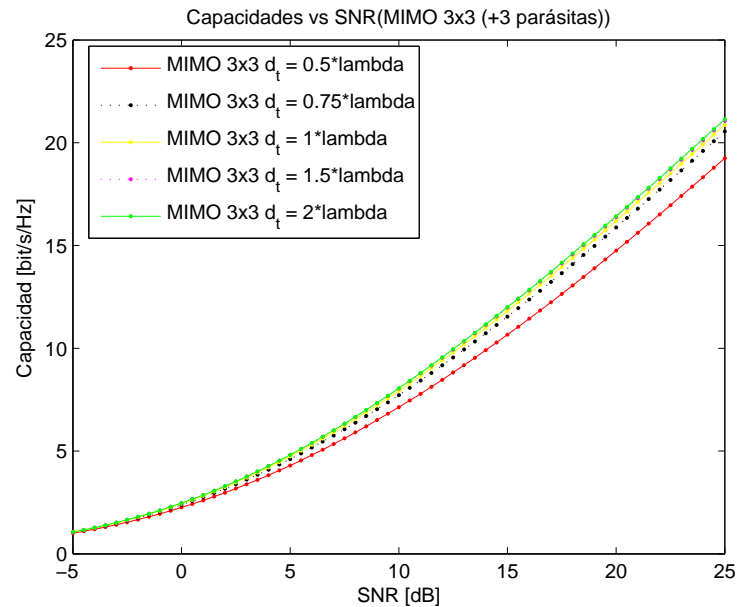


Figura 4.6: Capacidad de canal MIMO 3x3 en (bps/Hz) variando la distancia entre elementos en el transmisor d_t , dejando fijo en el receptor $d_r = \frac{\lambda}{2}$.

		Sistema MIMO 3x3				
		$d_t = \lambda/2$	$d_t = 0.75\lambda$	$d_t = \lambda$	$d_t = 2\lambda/3$	$d_t = 2\lambda$
SNR [dB]	-5	1.00	1.04	1.05	1.06	1.06
	0	2.26	2.38	2.44	2.47	2.47
	5	4.30	4.61	4.74	4.81	4.82
	12	8.47	9.17	9.41	9.55	9.56
	23	17.41	18.66	18.97	19.18	19.23

Tabla 4.10: Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 3x3 con 3 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con distancia fija entre elementos en el receptor de $d_r = \lambda/2$ y variación como se indica de distancia entre elementos en el transmisor d_t .

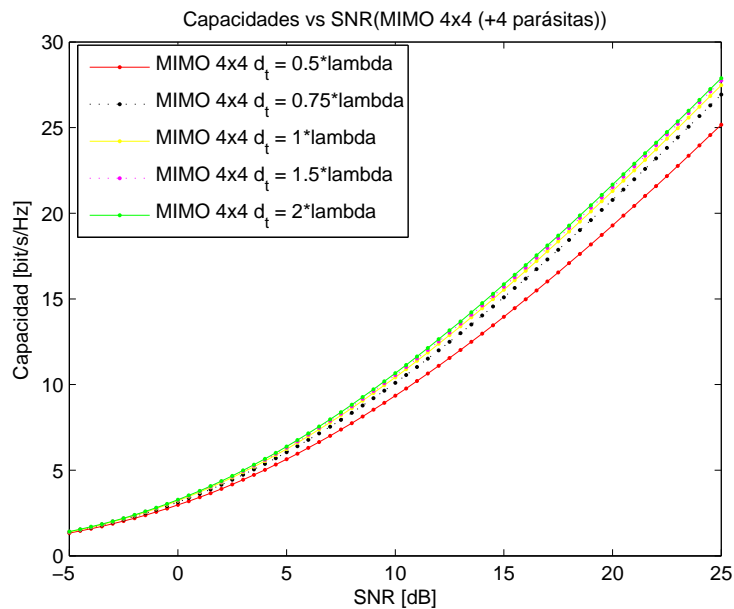


Figura 4.7: Capacidad de canal MIMO 4x4 en (bps/Hz) variando la distancia entre elementos en el transmisor d_t , dejando fijo en el receptor $d_r = \frac{\lambda}{2}$.

		Sistema MIMO 4x4				
		$d_t = \lambda/2$	$d_t = 0.75\lambda$	$d_t = \lambda$	$d_t = 2\lambda/3$	$d_t = 2\lambda$
SNR [dB]	-5	1.33	1.37	1.40	1.41	1.41
	0	2.97	3.13	3.22	3.25	3.28
	5	5.64	6.05	6.24	6.31	6.38
	12	11.09	11.99	12.37	12.52	12.65
	23	22.76	24.43	24.97	25.22	25.36

Tabla 4.11: Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 4x4 con 4 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con distancia fija entre elementos en el receptor de $d_r = \lambda/2$ y variación como se indica de distancia entre elementos en el transmisor d_t .

Los resultados presentados en la tabla 4.9 muestran cómo para un sistema 2x2 con 2 antenas parásitas en ambos extremos de la comunicación, cuanto mayor es el espaciado entre elementos mejor es la capacidad obtenida. Obtenemos una diferencia pequeña de $0.20 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ entre $d_t = \lambda/2$ y $d_t = 2\lambda$ para SNR por debajo de 12 dB. En cambio, para valores mayores de SNR, donde las curvas de capacidad son más lineales la mejora llega a ser de $0.60 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ entre $d_t = \lambda/2$ y $d_t = 2\lambda$. Podemos ver gráficamente este resultado en la figura 4.5.

En las tablas 4.10 y 4.11, se muestran los resultados de esta variación para sistemas MIMO 3x3 y 4x4 con el correspondiente número de antenas parásitas. Los resultados también muestran una influencia positiva en la capacidad al aumentar el espaciado entre elementos. En el sistema MIMO 3x3 se consigue un aumento de casi $0.50 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ entre $d_t = \lambda/2$ y $d_t = 2\lambda$ para valores por debajo de SNR = 5[dB]. Para valores grandes la mejora roza los $2 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$. La diferencia es más amplia en el sistema MIMO 4x4 en el que se consigue casi un aumento de $1 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ para el mismo rango de espaciado en bajas SNR y casi $3 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ en la zona lineal. Se puede apreciar esta mejora en la distancia entre las curvas de las gráficas 4.6 y 4.7.

Con el fin de ver cómo se comporta nuestro modelado de canal parásito ante diferentes entornos vamos a variar la dispersión angular de potencia de salida, ASD, considerando fija la dispersión ASA = 360° en el receptor.

Para todas las configuraciones utilizadas vemos el mismo comportamiento cuando variamos el perfil de dispersión angular de salida. Cuanto más rico en dispersión es nuestro entorno, es decir, cuando la señal enviada es desviada en un mayor rango de direcciones, mayor es la capacidad de canal obtenida. Si la dispersión es menor la SNR conseguida para la misma capacidad es mayor. Podemos corroborar este comportamiento en las tablas 4.12, 4.13 y 4.14. También podemos ver gráficamente en las figuras 4.8, 4.9 y 4.10, que la mejora para SNR mayores de 10[dB] es muy considerable en el rango $ASD = 5 - 40^\circ$. Se consiguen aumentos de $2 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$, $3 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ y casi $5 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ para sistemas MIMO parásitos 2x2, 3x3 y 4x4 respectivamente.

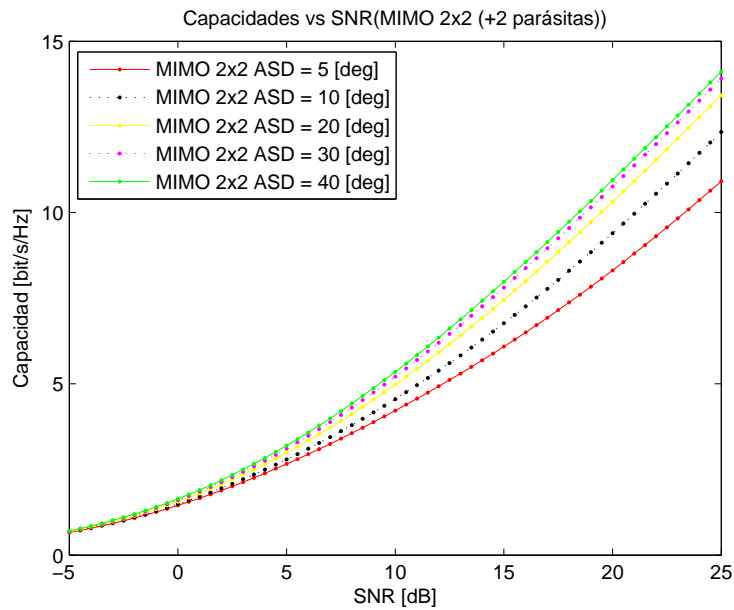


Figura 4.8: Capacidad de canal MIMO 2x2 con 2 antenas parásitas en ambos extremos del sistema en (bps/Hz) variando la dispersión angular de salida ASD con la dispersión angular de llegada fija a $ASA = 360^\circ$.

		Sistema MIMO 2x2				
		$ASD = 5^\circ$	$ASD = 10^\circ$	$ASD = 20^\circ$	$ASD = 30^\circ$	$ASD = 40^\circ$
SNR [dB]	-5	0.66	0.67	0.69	0.70	0.71
	0	1.45	1.49	1.56	1.60	1.64
	5	2.66	2.79	2.99	3.11	3.20
	12	4.93	5.39	5.91	6.20	6.35
	23	9.83	11.14	12.16	12.63	12.83

Tabla 4.12: Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 2x2 con 2 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con dispersión angular de llegada $ASA = 360^\circ$ y variación de la dispersión de salida ASD .

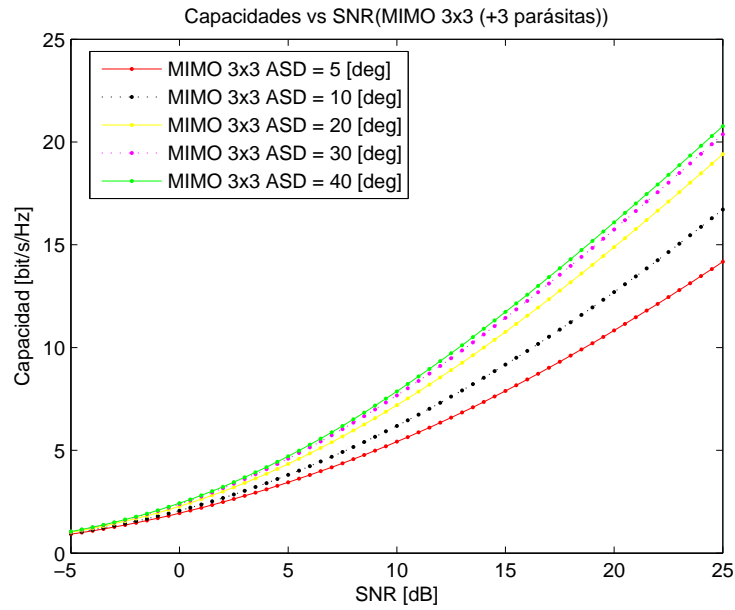


Figura 4.9: Capacidad de canal MIMO 3x3 con 3 antenas parásitas en ambos extremos del sistema en (bps/Hz) variando la dispersión angular de salida ASD con la dispersión angular de llegada fija a $ASA = 360^\circ$.

		Sistema MIMO 3x3				
		$ASD = 5^\circ$	$ASD = 10^\circ$	$ASD = 20^\circ$	$ASD = 30^\circ$	$ASD = 40^\circ$
SNR [dB]	-5	0.92	0.96	1.01	1.04	1.05
	0	1.94	2.07	2.28	2.38	2.43
	5	3.44	3.81	4.34	4.60	4.71
	12	6.34	7.31	8.55	9.10	9.34
	23	12.79	15.05	17.56	18.49	18.87

Tabla 4.13: Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 3x3 con 3 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con dispersión angular de llegada $ASA = 360^\circ$ y variación de la dispersión de salida ASD .

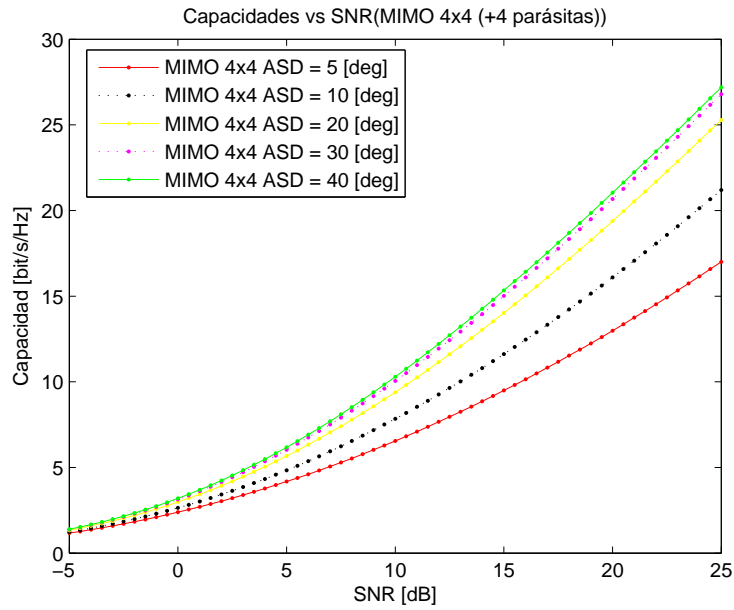


Figura 4.10: Capacidad de canal MIMO 4x4 con 4 antenas parásitas en ambos extremos del sistema en (bps/Hz) variando la dispersión angular de salida ASD con la dispersión angular de llegada fija a $ASA = 360^\circ$.

		Sistema MIMO 4x4				
		$ASD = 5^\circ$	$ASD = 10^\circ$	$ASD = 20^\circ$	$ASD = 30^\circ$	$ASD = 40^\circ$
SNR [dB]	-5	1.17	1.23	1.33	1.37	1.39
	0	2.39	2.64	2.98	3.13	3.19
	5	4.18	4.84	5.67	6.03	6.18
	12	7.66	9.26	11.15	11.94	12.21
	23	15.33	19.09	22.87	24.30	24.69

Tabla 4.14: Capacidad (bps/Hz) para sistemas MIMO 4x4 con 4 antenas parásitas tanto en transmisión como en recepción. Cálculos realizados con dispersión angular de llegada $ASA = 360^\circ$ y variación de la dispersión de salida ASD .

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras de trabajo

5.1. Conclusiones

A lo largo de este estudio hemos analizado el impacto de los diferentes parámetros de nuestro modelo en las prestaciones de los sistemas MIMO parásitos.

En términos de capacidad, comparado con configuraciones que no incluyen elementos parásitos, nuestro modelo no mejora la capacidad de canal pero sí lo hace en relación señal a ruido. Cuantos más elementos parásitos incluimos en nuestro transmisor más diversidad espacial añadimos a nuestro sistema, y por ello la SNR mejora considerablemente.

En cuanto al número de antenas empleadas, cuanto más antenas activas tienen los sistemas mayor capacidad consigue nuestro modelo. El inconveniente que tienen los elementos activos es que precisan de una amplia y costosa cadena de radiofrecuencia con el que conforman la información a transmitir. Como ya indicamos en las motivaciones de este estudio, el ahorro de estos componentes es un gran beneficio a la hora de implementar un sistema de comunicaciones. Simplemente incluyendo elementos parásitos en el transmisor y el receptor no mejora la capacidad del sistema simple MIMO $M_T \times M_R$, pero sí mejora los niveles de señal, protege contra errores al incluir mayores caminos de transmisión y aumenta la diversidad espacial. En un principio esperábamos una mejora de capacidad respecto al sistema mencionado, pero comprobamos que esa hipótesis no era correcta. A pesar de ello, como mencionamos a continuación, además de añadir otros beneficios a nuestro sistema hemos visto que afinando otros parámetros del modelo además del número de antenas empleadas, sí podemos mejorar la capacidad del canal.

También se ha comprobado el efecto del espaciado en las antenas. Fijando

el espaciado en recepción hemos visto cómo aumentando el espaciado entre elementos radiantes hasta en dos veces la longitud de onda en el transmisor, sacrificamos SNR para aumentar la capacidad de canal hasta en $2 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ con configuraciones MIMO 4x4 y 4 elementos parásitos.

Además hemos visto cómo un aumento en la dispersión del perfil de potencia influye en la capacidad de canal. Manteniendo el ASD en valores bajos entre $5 - 20^\circ$ conseguimos aumentos de entre $0.5 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$ y $1.5 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$, pero si la dispersión es aún mayor, simulados perfiles de hasta 40° , el aumento puede ser de más de $3 \frac{\text{bps}}{\text{Hz}}$.

5.2. Líneas futuras de trabajo

Una vez obtenidas conclusiones teóricas apoyadas con simulaciones en MATLAB, como hemos hecho, se podrían ratificar estos datos realizando un pequeño escenario físico con pocas antenas en el que comprobásemos que la variación de los parámetros indicados produce los efectos beneficiosos mostrados a nivel de SNR y capacidad.

Este estudio se ha realizado suponiendo un canal MIMO AWGN invariante en el tiempo con ganancia unidad constante. El estudio de la influencia de antenas parásitas en estos sistemas se podría continuar para canales cuya ganancia de canal variase a lo largo del tiempo. Además, se pueden suponer diferentes hipótesis sobre la información de la matriz \mathbf{H} en el transmisor y receptor, suponiendo los escenarios CSIT (*Channel State Information at the transmitter*) y CSIR (*Channel State Information at the receiver*) respectivamente. También podemos suponer desconocido el estado instantáneo del canal y probar nuestro sistema MIMO parásito sobre escenarios en los que solo conocemos la distribución de canal en alguno de los extremos de comunicación. Describiendo escenarios CDIT (*Channel Distribution Information at the transmitter*) o CDIR (*Channel Distribution Information at the receiver*) para el transmisor o receptor respectivamente.

Nosotros hemos modelado el canal suponiendo que los elementos tanto de transmisión como de recepción son independientes entre sí, es decir asumimos que $\mathbf{S}_{TT} = \mathbf{S}_{RR} = \mathbf{I}$ y $\mathbf{S}_{PP} = \mathbf{S}_{QQ} = \mathbf{I}$. Se podría simular acoplo mutuo en los elementos de las antenas que se traduciría en correlación entre los elementos de estas matrices, algo más realista que el modelo ideal que hemos seguido en este estudio.

Bibliografía

- [1] Naoki Honma. Method of MIMO Channel Estimation Between Parasitic Antenna Arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 61, May 2013.
- [2] E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, and H. V. Poor. *MIMO wireless communications*. Cambridge University Press, 2007.
- [3] Q. Li, G. Li, W. Lee, M. il Lee, D. Mazzaresse, B. Clerckx, and Z. Li. MIMO techniques in WiMAX and LTE: a feature overview. *IEEE Communications Magazine*, 48, 2010.
- [4] Fredrik Rusek, Daniel Persson, Buon Kiong Lau, Erik G. Larsson, Thomas L. Marzetta, Ove Edfors, Fredrik Tufvesson, Post Print, Fredrik Rusek, Daniel Persson, Buon Kiong Lau, Erik G. Larsson, Thomas L. Marzetta, Fredrik Rusek, Daniel Persson, Buon Kiong Lau, Erik G. Larsson, Thomas L. Marzetta, Ove Edfors, and Fredrik Tufvesson. Scaling up mimo: Opportunities and challenges with very large arrays. *IEEE Signal Process. Mag*, pages 40–60, 2013.
- [5] M. Sánchez-Fernández, S. Zazo, and R. Valenzuela. Performance Comparison between Beamforming and Spatial Multiplexing for the Downlink in Wireless Cellular Systems. *IEEE Transactions on Communications*, 19, December 2001.
- [6] D. Chizhik. Slowing the time-fluctuating MIMO channel by beam forming. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 3(5):1554 – 1565, September 2004.
- [7] K. I. Pedersen, P. E. Mogensen, and B. H. Fleury. A Stochastic Model of the Temporal and Azimuthal Dispersion Seen at the Base Station in Outdoor Propagation Environments. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 49(2):437 – 447, March 2000.
- [8] H. Xu, M. Gans, N. Amitay, R. Valenzuela, T. Sizer, R. Storz, D. Taylor, M. McDonald, and C. Tran. MIMO channel capacity for fixed wireless:

- measurements and models. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, volume 2, pages 1068 – 1072, October 2001.
- [9] A. Goldsmith. *Wireless communications*. Cambridge University Press, 2004.
- [10] Emre Telatar. Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels. 10(6), November 1999.
- [11] A. Kalis and A. G. Kanatas. *Parasitic Antenna Arrays for Wireless MIMO Systems*. Springer, 2014.