

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Estudio a fatiga de un cuadro de bicicleta mediante el método de elementos finitos

PROYECTO FIN DE CARRERA



Autor: Miguel Ángel Naranjo Hipólito

Tutor: Alejandro Quesada González

Departamento: Ingeniería Mecánica

Titulación: Ingeniería Industrial

Fecha: Octubre 2015

Índice de contenido

| | |
|--|----|
| 1. Introducción | 1 |
| 2. Objetivos | 2 |
| 3. Estado del arte | 3 |
| 3.1. La bicicleta | 3 |
| 3.2. El cuadro. Materiales y fabricación..... | 6 |
| 3.2.1. Acero..... | 8 |
| 3.2.2. Aluminio..... | 9 |
| 3.2.3. Titanio | 9 |
| 3.2.4. Fibra de carbono..... | 10 |
| 3.3. Biomecánica..... | 12 |
| 3.3.1. Resistencias al desplazamiento | 12 |
| 3.3.2. Estudio de las fuerzas propulsivas..... | 14 |
| 3.3.3. Eficacia en el pedaleo | 16 |
| 3.4. Fatiga..... | 17 |
| 3.4.1. Curva S-N | 17 |
| 3.4.2. Factores modificativos del límite de fatiga | 18 |
| 3.4.3. Tensiones fluctuantes..... | 22 |
| 3.4.4. Daño acumulado. Regla de Miner | 22 |
| 4. El método de los elementos finitos..... | 24 |
| 4.1. Introducción..... | 24 |
| 4.2. Evolución histórica | 25 |
| 4.3. Fundamentos del método | 29 |
| 4.4. Formulación general | 30 |
| 4.4.1. Elemento..... | 30 |
| 4.4.2. Campo de desplazamientos del elemento | 30 |
| 4.4.3. Campo de deformaciones del elemento | 31 |
| 4.4.4. Campo de esfuerzos del elemento | 31 |
| 4.4.5. Equilibrio del elemento | 31 |
| 4.4.6. Integración del sistema de ecuaciones para el medio continuo..... | 33 |
| 4.4.7. Elemento tipo placa..... | 33 |
| 4.4.8. Elemento Solid..... | 37 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 4.5. | La herramienta ANSYS | 42 |
| 4.5.1. | Métodos de resolución de ANSYS | 42 |
| 4.5.2. | Fatigue Ansys | 44 |
| 5. | Descripción del sistema a modelizar | 46 |
| 5.1. | Características del cuadro a analizar | 46 |
| 5.2. | Curva S-N y factores modificativos del límite de fatiga del cuadro..... | 51 |
| 5.3. | Descripción de las cargas | 55 |
| 5.3.1. | Restricciones..... | 55 |
| 5.3.2. | Cargas con el ciclista sentado sin pedalear | 59 |
| 5.3.3. | Cargas con el ciclista pedaleando sentado..... | 60 |
| 5.3.4. | Cargas con el ciclista pedaleando de pie..... | 61 |
| 6. | Metodología | 63 |
| 6.1. | Elaboración del modelo con elementos tipo placa | 64 |
| 6.2. | Elaboración del modelo con elementos tipo sólido | 85 |
| 6.3. | Análisis a fatiga | 99 |
| 7. | Conclusiones..... | 106 |
| 8. | Trabajos futuros | 108 |
| 9. | Bibliografía | 109 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|--|-----|
| Tabla 3-1. Valores de a y b, para determinar el factor de acabado superficial. | 19 |
| Tabla 3-2. Valores del factor de confiabilidad..... | 20 |
| Tabla 3-3. Valores de coeficientes de reducción de resistencia a la fatiga de perfiles huecos de sección circular..... | 22 |
| Tabla 5-1. Dimensiones de los tubos del cuadro..... | 48 |
| Tabla 5-2. Composición del acero cromoly. | 49 |
| Tabla 5-3. Propiedades del acero cromoly. | 49 |
| Tabla 5-4. Valores del factor de tamaño para cada uno de los tubos..... | 52 |
| Tabla 5-5. Valores de los coeficientes de reducción de soldadura. | 53 |
| Tabla 5-6. Valores del límite de fatiga de las zonas del cuadro. | 54 |
| Tabla 5-7. Reparto de pesos con el ciclista sentado. | 59 |
| Tabla 5-8. Cargas con el ciclista sentado sin pedalear. | 60 |
| Tabla 5-9. Reparto de pesos con el ciclista pedaleando sentado. | 60 |
| Tabla 5-10. Cargas con el ciclista pedaleando sentado..... | 61 |
| Tabla 5-11. Reparto de pesos con el ciclista pedaleando de pie. | 62 |
| Tabla 5-12. Cargas con el ciclista pedaleando de pie..... | 62 |
| Tabla 6-1. Cargas en el tubo del pedalier en el modelo con elementos placa. | 77 |
| Tabla 6-2. Cargas en el tubo frontal en el modelo con elementos placa..... | 79 |
| Tabla 6-3. Cargas en el tubo frontal en el modelo con elementos placa..... | 79 |
| Tabla 6-4. Tensiones en unión tubo del pedalier y el tirante inferior con elementos Shell181. | 84 |
| Tabla 6-5. Tensiones en unión tubo del pedalier y tubo del asiento con elementos Shell181. | 84 |
| Tabla 6-6. Cargas en el tubo del pedalier en el modelo con elementos placa. | 94 |
| Tabla 6-7. Cargas en el tubo frontal en el modelo con elementos placa..... | 94 |
| Tabla 6-8. Tensiones de Von Mises en la unión del tubo del pedalier y el tirante inferior con elementos Solid185. | 98 |
| Tabla 6-9. Tensiones de Von Mises en la unión del tubo del pedalier y el tubo del asiento con elementos Solid185. | 98 |
| Tabla 6-10. Estados de carga. Ciclista pedaleando sentado. | 99 |
| Tabla 6-11. Estados de carga. Ciclista pedaleando de pie..... | 100 |
| Tabla 6-12. Resultados finales..... | 105 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 3-1. Evolución histórica de la bicicleta. | 4 |
| Figura 3-2. Racor..... | 6 |
| Figura 3-3. Soldadura TIG. | 7 |
| Figura 3-4. Tubos del cuadro. | 7 |
| Figura 3-5. Cuadro de acero. | 8 |
| Figura 3-6. Cuadro de aluminio. | 9 |
| Figura 3-7. Cuadro de titanio..... | 10 |
| Figura 3-8. Cuadro de fibra de carbono. | 10 |
| Figura 3-9. Cuadro de bambú..... | 11 |
| Figura 3-10. Cuadro de una bicicleta de contrarreloj..... | 13 |
| Figura 3-11. Componentes de la fuerza de pedaleo. | 15 |
| Figura 3-12. Curva S-N. | 18 |
| Figura 3-13. Representación de las tensiones fluctuantes. | 22 |
| Figura 4-1. Representación esquemática del campo de desplazamientos de un elemento. | 30 |
| Figura 4-2. Representación de las fuerzas que intervienen en un elemento. | 32 |
| Figura 4-3. Elemento Shell de 3 y 4 nodos. | 33 |
| Figura 4-4. Representación esquemática del campo de desplazamientos del elemento..... | 34 |
| Figura 4-5. Esquema de desplazamientos, giros, fuerzas y momentos en un nodo. | 35 |
| Figura 4-6. Representación del campo de desplazamientos de un elemento tetraédrico de 4 nodos. | 37 |
| Figura 4-7. Forma explícita de la submatriz de rigidez para el elemento tetraédrico de 4 nodos. | 40 |
| Figura 5-1. Bicicleta del análisis..... | 46 |
| Figura 5-2. Plano del cuadro..... | 47 |
| Figura 5-3. Plano secciones del tubo inferior..... | 47 |
| Figura 5-4. Plano de una puntera trasera..... | 48 |
| Figura 5-5. Imagen de soldadura del tubo del asiento y del tubo inferior, con el tubo del pedalier..... | 49 |
| Figura 5-6. Imagen de soldadura del tubo frontal con el tubo inferior. | 50 |
| Figura 5-7. Curva S-N de las zonas del tubo del asiento lejos de las uniones soldadas. 53 | |
| Figura 5-8. Curva S-N de la unión soldada del tubo del asiento con el tubo del pedalier. . 54 | |
| Figura 5-9. Restricciones en las punteras traseras..... | 55 |
| Figura 5-10. Restricciones en el tubo frontal. | 56 |
| Figura 5-11. Restricciones en el cuadro..... | 56 |
| Figura 5-12. Representación de la distancia entre pedal y pedalier..... | 57 |
| Figura 5-13. Imagen del eje y rodamiento interno del tubo frontal. | 59 |
| Figura 5-14. Imagen del eje y el tubo del pedalier..... | 59 |
| Figura 6-1. Elemento Shell181..... | 65 |
| Figura 6-2. Selección de elemento Shell 181..... | 65 |

| | |
|---|----|
| Figura 6-3. Selección de secciones. | 66 |
| Figura 6-4. Selección del modelo de material. | 67 |
| Figura 6-5. Propiedades del material. | 67 |
| Figura 6-6. Modelización del tubo inferior. | 68 |
| Figura 6-7. Modelización de los tirantes o vainas. | 69 |
| Figura 6-8. Modelización de las punteras traseras. | 70 |
| Figura 6-9. Representación de unión del tubo superior con el del asiento. | 71 |
| Figura 6-10. Representación de la unión del tubo del asiento con el tubo superior y los tirantes superiores. | 71 |
| Figura 6-11. Modelo con elementos Shell181. | 72 |
| Figura 6-12. Selección de propiedades para las áreas. | 73 |
| Figura 6-13. Representación del modelo con sus distintas secciones. | 73 |
| Figura 6-14. Representación del mallado del tubo del pedalier. | 74 |
| Figura 6-15. Representación del mallado del modelo con elementos Shell181. | 75 |
| Figura 6-16. Restricciones en las punteras traseras en el modelo. | 76 |
| Figura 6-17. Restricciones en el eje frontal en el modelo. | 76 |
| Figura 6-18. Restricciones en el modelo con elementos tipo placa. | 77 |
| Figura 6-19. Cargas verticales del pedal en el modelo con elementos placa. | 78 |
| Figura 6-20. Selección del tipo de análisis. | 79 |
| Figura 6-21. Tensiones con el ciclista sin pedalear con elementos Shell181. | 80 |
| Figura 6-22. Tensiones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Shell181. .. | 81 |
| Figura 6-23. Deformaciones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Shell181. 81 | |
| Figura 6-24. Tensiones en el tubo del pedalier con el ciclista pedaleando sentado con elementos Shell181. | 82 |
| Figura 6-25. Tensiones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Shell181. | 83 |
| Figura 6-26. Deformaciones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Shell181. .. | 84 |
| Figura 6-27. Elemento Solid185. | 86 |
| Figura 6-28. Selección de elemento Solid185. | 86 |
| Figura 6-29. Representación unión elementos placa y sólido. | 88 |
| Figura 6-30. Representación del tubo del pedalier y de las soldaduras con volúmenes. | 89 |
| Figura 6-31. Perfil del tubo del pedalier y de las uniones soldadas. | 89 |
| Figura 6-32. Representación de los volúmenes. | 90 |
| Figura 6-33. Modelo con elementos Solid185 y Shell181. | 91 |
| Figura 6-34. Representación de elementos Solid185. | 92 |
| Figura 6-35. Representación del mallado del modelo con elementos Solid185. | 93 |
| Figura 6-36. Tensiones con el ciclista sin pedalear con elementos Solid185 y Shell181. ... | 95 |
| Figura 6-37. Tensiones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Solid185. .. | 96 |
| Figura 6-38. Deformaciones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Shell181 y Solid185. | 97 |
| Figura 6-39. Tensiones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Solid185. | 97 |
| Figura 6-40. Deformaciones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Solid185. .. | 98 |

| | |
|--|-----|
| Figura 6-41. Cuadro de Solution Controls. | 100 |
| Figura 6-42. Cuadro de configuración de dimensiones de fatiga..... | 101 |
| Figura 6-43. Cuadro de curva S-N..... | 102 |
| Figura 6-44. Cuadro de localizaciones. | 102 |
| Figura 6-45. Cuadro de historial de cargas..... | 103 |
| Figura 6-46. Cuadro de asignación de número de ciclos..... | 103 |
| Figura 6-47. Solución del análisis a fatiga con el ciclista sentado. | 103 |
| Figura 6-48. Solución del análisis a fatiga con el ciclista de pie. | 104 |
| Figura 6-49. Solución del análisis a fatiga con el ciclista de pie en nodo 113673..... | 104 |

1. Introducción

En el mundo actual existen temas que toman más importancia, como el cambio climático, el ahorro energético y el respeto por el medio ambiente y no se puede dejar de lado la importancia de medios de transporte como la bicicleta. Aunque antiguamente la bicicleta se ha considerado un elemento de ocio, cada día somos más conscientes de las implicaciones sociales y políticas de las que está dotada. Los movimientos sociales, a favor, de su uso en ciudad y la necesidad de mejorar las bicicletas de competición, han hecho que la industria dedique más inversión al estudio de nuevos materiales, geometrías y nuevas funcionalidades que añadir.

Este medio de transporte es elegido por muchas personas, aproximadamente 800 millones de bicicletas son utilizadas diariamente en el mundo, la mayoría son bicicletas urbanas y de paseo. Válido para trasladarse tanto por ciudad como por zonas rurales, su uso está generalizado en la mayor parte de Europa, llegando a ser, en países como Suiza, Alemania, Países Bajos, algunas zonas de Polonia y los países escandinavos, uno de los principales medios de transporte. En Asia, especialmente en China y la India, es el principal medio de transporte. Son dedicadas a todo tipo de usos cotidianos, especialmente cuando se trata de recorrer numerosos trayectos cortos, ya que se pueden recorrer cuatro veces más rápidos que a pie y de una manera cómoda.

Desde su aparición en 1817, la bicicleta ha ido evolucionando hasta el momento actual en el que existen una diversidad de tipos, teniendo gran aceptación la bicicleta de montaña, último actor en entrar en concurso y que ha sido la evolución más notable y que presenta mayores cambios con respecto al modelo inicial.

La bicicleta de montaña o bicicleta todo terreno (BTT) es una bicicleta destinada para el ámbito deportivo o de ocio en terrenos agrestes, por lo que la resistencia de sus partes es un punto principal. En los últimos años, la industria ha intentado reducir el peso de las bicicletas, debido a la resistencia que deben tener las partes de la bicicleta de montaña, hay que tener cuidado con la vida de ciertos elementos de la bicicleta al reducir el peso de los mismos.

2. Objetivos

El objetivo de este proyecto es realizar el análisis estático y a fatiga, de un cuadro de bicicleta real, sometido a las fuerzas de propulsión, mediante el método de los elementos finitos. El programa de elementos finitos utilizado para este análisis es el programa de simulación ANSYS.

Para ello, primero se obtendrán valores reales de las fuerzas de propulsión a las que está sometido un cuadro de bicicleta, a partir, de los estudios existentes de biomecánica. Una vez conocidas las fuerzas, se realiza un modelo para analizar en qué zonas se concentran las mayores tensiones.

Posteriormente, se realizará un análisis en mayor profundidad de la zona donde están las mayores tensiones, teniendo en cuenta las soldaduras existentes. También, se realizará un análisis a fatiga de dicha zona, a partir, de un historial de cargas que tenga en cuenta la variedad en las fuerzas de propulsión.

3. Estado del arte

3.1. La bicicleta [1]

La bicicleta es un medio de transporte que utiliza como insumo energético el trabajo que puede ser suministrado por un ser humano. La bicicleta, en su forma actual, es el producto de largos años de intentos de proveer al ser humano de un medio de locomoción.

Los componentes básicos de una bicicleta son: dos ruedas dispuestas en línea, un sistema de transmisión a pedales, un cuadro como estructura donde se integran los componentes, un manillar sujeto a la horquilla para controlar la dirección y un sillín.

La paternidad de la bicicleta se le atribuye al barón Karl Drais, un inventor alemán que nació en 1785. Su rudimentario artefacto, llamado “hobby-horse” (caballito de madera), creado alrededor de 1817, se impulsaba apoyando los pies alternativamente sobre el suelo.

Siguieron las innovaciones, un herrero escocés, en 1839, Kirkpatrick Macmillan, construyó la primera bicicleta a pedales. La usó para realizar un viaje de ida y vuelta hasta Glasgow de 226 km, cubriendo un tramo de 65 km a una velocidad media de 13 km/h. Pero fue Francia quien más impulsó la fabricación de bicicletas. Un constructor de carrozas, Pierre Michaux, acopló bielas y pedales a la rueda delantera de un “hobby-horse” y llamó a su máquina, velocípedo. En 1866-67 presentó un modelo con una rueda delantera de mayor diámetro que la trasera, entre otras innovaciones. En 1869 se produjeron varios inventos cruciales, como el buje de rodamientos, las ruedas con radios metálicos, los neumáticos de goma sólidos, la rueda libre, el guardabarros y un cambio de cuatro marchas.

Dado que los pedales y las bielas del velocípedo estaban acoplados a la rueda delantera, cuanto más grande fuera ésta, más rápido podía ir. A principios de los años 70 del pasado siglo, el velocípedo se había convertido en un alto biciclo, con una rueda delantera casi tan alta como un hombre, el mayor inconveniente estaba en la falta de estabilidad cuando la rueda tropezaba con un pequeño obstáculo.

En 1885, John Kemp Starley crea “la bicicleta de seguridad”, donde la rueda delantera es más pequeña y gracias al uso de los rodamientos, es propulsada por una cadena, se le acopló frenos, para una mayor seguridad. Añadiéndose poco después, en 1888, los neumáticos desarrollados por John Boyd Dunlop, donde en su tubo interior se rellenan de aire, amortiguando parte del golpeteo contra los caminos.

La bicicleta de seguridad se extendió rápidamente por todo el mundo industrializado. En 1896, una bicicleta podía costar el salario de 3 meses de un trabajador medio, pero

ya en 1909 se había reducido a menos de un mes de trabajo. Esta bicicleta tiene una gran semejanza con la bicicleta que todos conocemos hoy en día.

A mediados de los 70, un grupo de entusiastas en el Marin Couty, California, comenzaron a competir con las bicis por los cortafuegos del monte Tamalpais. Debido a las malas condiciones del terreno se producían roturas en las bicicletas que no estaban adaptadas, por lo que los corredores buscaron una alternativa más duradera y económica, y fue así, cómo surgió la bicicleta de montaña.

Los avances en la tecnología de los tubos, el desarrollo de las piezas de aleación y el uso de cambio de marchas a base de desviadores, dieron lugar a bicicletas ligeras y de alta calidad.

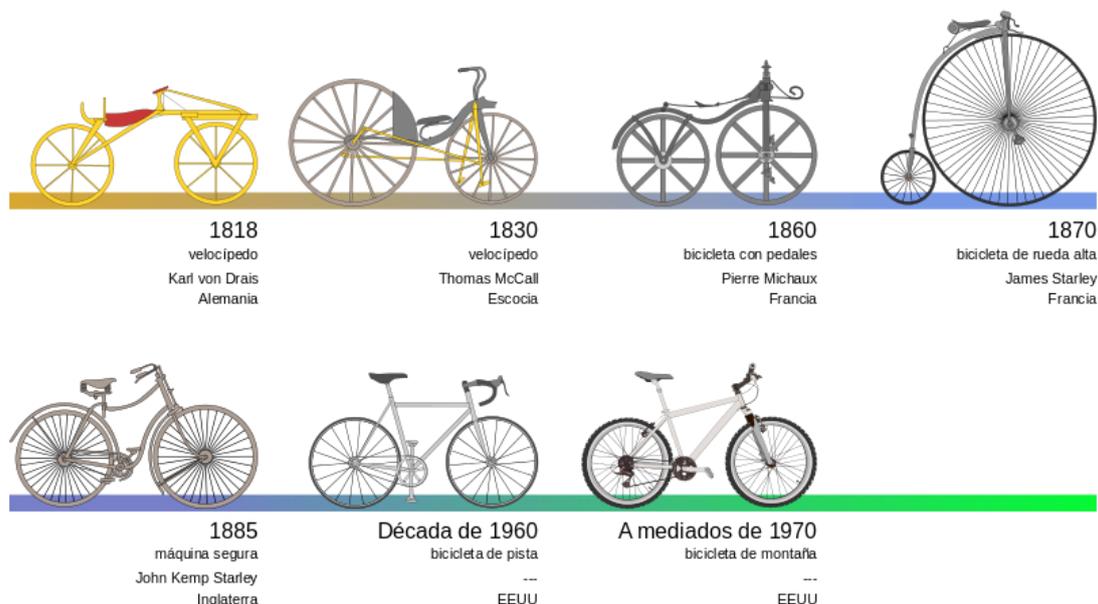


Figura 3-1. Evolución histórica de la bicicleta.

La figura ilustra diversas etapas por las que se pasó durante el desarrollo de esta tecnología. Aunque hay un interesante boceto de 1493 atribuido a Leonardo da Vinci en el que aparecen algunos rasgos como pedales, tracción en la rueda trasera y cadena que todavía permanecen en el diseño de las bicicletas modernas y que no fue sino hasta finales del siglo pasado que fueron desarrollados.

En las últimas décadas han surgido diversos tipos de bicicleta teniendo en cuenta la función para la que están diseñadas. Aunque los tres principales tipos son:

- **La bicicleta doméstica.** La mayoría de bicicletas en el mundo son de este tipo. Son dedicadas a tareas cotidianas, especialmente para realizar numerosos trayectos cortos en ciudad. Son bicicletas bastante cómodas debido a su peso,

asiento y manillar. Otro modelo que se encuentra en las grandes ciudades son las plegables.

- **La bicicleta de montaña.** Se caracteriza por unos componentes más resistentes a los impactos del terreno y por estar provista, en algunos casos, de un sistema de suspensión.
- **La bicicleta de carreras.** Este tipo de bicicleta está diseñada y construida para la velocidad, tiene una batalla corta, ángulos de asiento y frontales muy verticales que permite al ciclista adoptar una posición de aerodinámica y un modo más eficaz de transmitir la potencia a los pedales.

En la bicicleta se hace uso de los músculos de las extremidades inferiores mediante un movimiento (circular) y a una velocidad (60-90 r.p.m.) adecuados a la naturaleza de la persona. Este trabajo muscular es transmitido a una máquina liviana y estructuralmente resistente y de una manera muy eficiente, permitiendo a la persona ahorrar energía. Durante los últimos años se han realizado varios estudios biomecánicos al respecto.

Claro que este ahorro en energía no sería efectivo si la máquina no fuera en sí, un mecanismo muy eficiente, casi 200 años de desarrollo de la bicicleta han hecho de este vehículo una máquina casi perfecta, lo que parece una herramienta trivial es en realidad un mecanismo con mucho contenido técnico y científico.

3.2. El cuadro. Materiales y fabricación.

El cuadro es la pieza básica de una bicicleta, ya que es la estructura principal en la cual se fijan los demás componentes. Además, debe soportar grandes esfuerzos y permanecer rígido. Con el paso del tiempo, han ido surgiendo una variedad de materiales, pero la geometría tradicional del mismo no ha cambiado considerablemente.

Aunque existen distintos tipos de geometría de cuadro, sigue siendo el más común el cuadro diamante, el cual, consta de dos triángulos formados por tubos, los cuales pueden ser de varios tipos de material. Hay algunos tipos de bicicletas que no tienen este tipo de cuadro como son “la bicicleta para damas”, tándem, etc.

La geometría del cuadro está definida por la longitud de los tubos y los ángulos que forman entre sí. Habitualmente los ángulos que forman el tubo frontal con la referencia horizontal (suelo) y el tubo del asiento con la referencia horizontal son parecidos o iguales, y son los ángulos a los que se hace referencia en el diseño del cuadro, dichos ángulos suelen ser entre 68° y 75°.

Normalmente las bicicletas con ángulos bajos tienden a tener mayor distancia entre ejes y suelen ser más cómodas y estables, mientras que las bicicletas con ángulos mayores tienen mayor ángulo de horquilla y suelen ser más maniobrables pero algo más incómodas en superficies bacheadas.

Existen diferentes tamaños de cuadro, en función de la talla que tenga el ciclista. Es importante tener una bicicleta acorde a la talla para poder realizar un correcto ejercicio al pedalear, lo cual se puede conseguir con el tamaño del cuadro, la variación de la altura del sillín y la altura del manillar. Para lo cual, son importantes las longitudes del tubo superior y la del tubo del asiento.

En un cuadro, los tubos pueden juntarse mediante soldadura a filete o con racores. El método empleado para soldar suele ser mediante soldadura TIG (principalmente cuadros con tubos metálicos). Los cuadros de materiales no metálicos son unidos mediante racores, exceptuando la fibra de carbono donde existen, además, otros métodos.



Figura 3-2. Racor.

La soldadura TIG emplea un electrodo no consumible de tungsteno y, para la protección del arco, un gas inerte que puede ser argón, helio o una mezcla de ambos. Éste método de soldadura tiene la ventaja de obtener cordones más resistentes, dúctiles y con mayor resistencia a la corrosión, que otros métodos de soldadura. Además se suelen obtener cordones con mejor acabado superficial, lo cual reduce las deformaciones en la zona y aumenta la resistencia a la fatiga. Para este tipo de soldadura se necesita una instalación adecuada y mano de obra cualificada. [2]



Figura 3-3. Soldadura TIG.

Como se dijo anteriormente el cuadro diamante está formado por dos triángulos, que son el triángulo principal y el trasero. Los tubos que forman el triángulo principal son el tubo superior (o horizontal), el tubo frontal (o de dirección), el tubo inferior (también llamado diagonal u oblicuo) y el tubo del asiento. El tubo frontal sostiene la horquilla mediante un cono de bloqueo. El triángulo trasero consta de tubos, de menor diámetro que los del triángulo principal, que unen el tubo del asiento (vainas superiores o tirantes) y el tubo del pedaliar (vainas inferiores) con las punteras traseras, donde está fijada la rueda trasera.

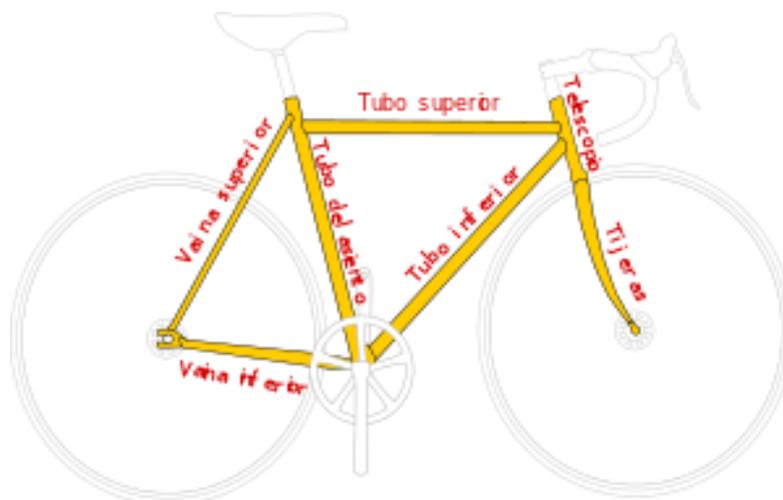


Figura 3-4. Tubos del cuadro.

En cuanto al material empleado para la realización de los tubos existe una gran variedad. En los orígenes de la bicicleta, todos los cuadros se fabricaban de acero, y aquellas aleaciones eran bastante pesadas. Durante los últimos años han surgido nuevos materiales, los cuales son más ligeros y resistentes. Los materiales más utilizados en la actualidad son los siguientes:

3.2.1. Acero

El acero es una aleación de hierro y carbono principalmente, pero también consta de otros elementos como cromo, molibdeno, cobalto, manganeso, níquel, silicio, etc.



Figura 3-5. Cuadro de acero.

Los tubos metálicos son fabricados mediante extrusión y estirado en frío. Un lingote cilíndrico es calentado en un horno para extruirlo, se le hace pasar por un dado cilíndrico con un penetrador, para obtener la forma tubular. Posteriormente, se realiza un estirado en frío para obtener la forma final deseada y se mecaniza las zonas necesarias. [3]

La aleación más utilizada para cuadros de bicicleta es el acero 4130, vulgarmente llamado acero cromoly (debido a los aleados: cromo y molibdeno). Como acero tiene una alta resistencia a la rotura, por ello, los tubos pueden tener diámetros y espesores pequeños, pero debido a las uniones soldadas, los espesores suelen ser en torno a 1 o 2 mm en los extremos (conificado). Además, este acero es más livianos que las aleaciones utilizadas anteriormente. El peso de un cuadro de acero cromoly oscila entre 2000 y 2300 gramos.

Tiene como ventajas un bajo coste, gran resistencia a la rotura y a la fatiga, y es por ello, que se emplea bastante en cuadros de bicicletas de montaña. Sus inconvenientes son el peso y la vulnerabilidad a la corrosión, por lo que estos cuadros siempre están pintados para evitar la corrosión. Hasta hace dos décadas ha sido el material más utilizado en cuadros, por no decir el único. [20]

3.2.2. Aluminio

Desde hace algo más de dos décadas se emplea masivamente para el uso de cuadro de bicicletas. El aluminio puro es un metal blando pero aleado con otros elementos da unas aleaciones con propiedades adecuadas para el uso en cuadros.



Figura 3-6. Cuadro de aluminio.

La aleación más utilizada en cuadros de bicicleta es aluminio 6061 que contiene magnesio y silicio como aleados, para así aumentar su resistencia a la rotura y, sobre todo, a la fatiga. Otra aleación utilizada es aluminio 7005. Los diámetros y los espesores de los tubos son mayores a los del acero, al tener una resistencia a la rotura menor que la del acero y, sobre todo, para reducir la fatiga. Por ello, la reducción de peso no es tan significativa entre un cuadro de acero y uno de aluminio. Al tener que comprar una mayor cantidad de este metal y debido a los costes de extracción los cuadros de aluminio son más caros que los de acero. El peso de un cuadro de aluminio oscila entre 1700 y 2000 gramos.

El aluminio tiene la ventaja de ser más ligero que el acero y tener una alta resistencia a la corrosión y, es el material más utilizado actualmente. Pero sin embargo, el aluminio se fatiga con facilidad y, por ello, se siguen fabricando bicicletas de montaña o bicicletas empleadas para practicar Enduro, descenso, etc., con acero. [20]

3.2.3. Titanio

Este material posee una densidad baja y una resistencia a la rotura similar a la del cromoly, por lo que es una buena opción para construir cuadros resistentes y muy ligeros, pero es un material caro.



Figura 3-7. Cuadro de titanio.

La aleación utilizada para realizar cuadros contiene en torno a un 3% de aluminio y un 2.5% de vanadio, para mejorar sus propiedades. Los tubos suelen ser de dimensiones algo superiores a las de los tubos de acero, pero bastante inferiores a los fabricados de aluminio. El titanio tiene peor resistencia a impacto que el acero, debido a este problema, los tubos tienen dimensiones algo superiores a las del acero. El peso de un cuadro de titanio oscila entre 1900 y 2200 gramos.

El titanio tiene muy buena resistencia a la corrosión y a la fatiga, por tanto, es un material idóneo en cuanto a propiedades mecánicas. Pero es un material caro, difícil de mecanizar y con un complejo proceso de soldadura. [20]

3.2.4. Fibra de carbono

A diferencia de los metales, la fibra de carbono se puede fabricar bajo ciertas especificaciones concretas. Las fibras son extremadamente fuertes, las cuales forman una lámina a la cual se le añade resina epoxi, bien moldeadas estas láminas pueden ser muy ligeras y resistentes. Es un material con una buena relación resistencia/peso y transmite muy bien la energía.



Figura 3-8. Cuadro de fibra de carbono.

Capítulo 3. Estado del arte.

Existen fibras con un alto módulo (gran rigidez) y otras de alta resistencia. En los cuadros las fibras utilizadas suelen ser las de alto módulo, mientras que en la horquilla de alta resistencia. Para fabricar el cuadro, la unión de los tubos se realiza mediante racores metálicos, paneles monocasco o mediante conformación bajo presión.

La fibra de carbono tiene, por tanto, un bajo peso, alta rigidez, resistencia a la rotura, la fatiga y la corrosión, y una buena amortiguación. Pero como cabe esperar es un material caro y puede quebrarse si el cuadro es golpeado con una arista en un punto determinado, como podría ser con una piedra. El peso de un cuadro de fibra de carbono oscila entre 1300 y 1500 gramos. [20]

Estos son los materiales principalmente utilizado en cuadros hoy en día, pero hay algunos más, como, por ejemplo, el bambú. Por extraño que parezca, el bambú es un material parecido a la fibra de carbono, ya que posee fibras de lignina en una matriz de celulosa. Es un material que absorbe muy bien las vibraciones, pero su problema es cómo realizar la unión de las barras, el cual, se soluciona con racores de aluminio.



Figura 3-9. Cuadro de bambú.

Un cuadro de bambú pesa aproximadamente unos 2200 gramos.

Por último, hoy en día se pueden fabricar partes de un cuadro con impresoras 3D, como pueden ser los racores o, incluso, los tubos, pudiendo así realizar un cuadro completo.

3.3. Biomecánica

En el mundo del ciclismo se han realizado numerosos estudios relacionados con la biomecánica, dando lugar a una gran dimensión de documentación relacionada con este tema. La biomecánica es la ciencia que estudia el conjunto del mecanismo (la bicicleta, en este caso) y la persona, para estudiar todas las fuerzas que interactúan en el sistema, como las fuerzas que se oponen al desplazamiento o las fuerzas propulsivas, y también, aspectos para aumentar la eficacia mecánica del desplazamiento. Por ello, la biomecánica abarca numerosos aspectos, pero este proyecto se va a centrar en el estudio de las fuerzas propulsivas, y especialmente las aplicadas contra el pedal.

Aunque tradicionalmente la ingeniería mecánica ha sido la perspectiva científica que ha dedicado más esfuerzos al estudio de la eficacia en el desplazamiento, resulta insuficiente cuando se trata de vehículos propulsados por una persona. Debido a la interacción entre el hombre y la máquina se requieren incorporar otras perspectivas científicas que tengan en cuenta procesos bioenergéticos y de producción de fuerza en el sistema muscular.

Posiblemente debido a aspectos como la relevancia de la bicicleta en el transporte hoy en día, el uso de la bicicleta como ejercicio o terapia y el ciclismo de competición, hay numerosos estudios de la biomecánica del ciclismo. Entre ellos, se encuentran estudios relacionados con las resistencias al desplazamiento, con la dinámica muscular y los estudios cinemáticos y cinéticos relacionados con las fuerzas sobre el pedal y sus variables interactivas son los aspectos que más interesan, debido a que se necesita conocer las cargas que se deben aplicar al modelo del cuadro. Además, sólo puede considerarse como fuerza propulsiva externa a la acción de la gravedad en el caso de que el sistema se encuentre en una pendiente descendiente, el resto de fuerzas propulsivas son interactivas dentro del sistema, como son las ejercidas sobre el sillín, el manillar y, especialmente, sobre los pedales, teniendo en cuenta que dichas fuerzas propulsivas son ejercidas por el ciclista, es decir, por las fuerzas que ejercen sus contracciones musculares y los momentos sobre las articulaciones.

3.3.1. Resistencias al desplazamiento

Existen tres fenómenos que generan fuerzas externas opuestas al desplazamiento: las fuerzas producidas por el aire, la de rozamiento en giro y la que ejerce la gravedad cuando el sistema se desplaza ascendiendo una pendiente. Pero las dos grandes fuerzas que se oponen al desplazamiento son la fuerza de fricción en el contacto de la rueda con el suelo (incluida en fuerzas de rozamiento de giro) y las ejercidas por el aire.

Claramente, la mayor fuerza que se opone al desplazamiento en llano es la aerodinámica (fuerzas ejercidas por el aire), por ejemplo, a una velocidad de 30 Km/h

supone un 80% del total de las fuerzas de resistencia. El aire produce una fricción laminar contra la bicicleta y el ciclista, o dicho de otra manera existe un rozamiento del aire con la superficie de la bicicleta y el ciclista, generando una fuerza opuesta al desplazamiento llamada fuerza de arrastre viscoso o superficial. Además, la estela generada, tras la bicicleta, provoca otro arrastre al separar las líneas de corriente, ya que se produce un fenómeno de succión.

La densidad del aire es igual a 1.21 Kg/m^3 y la viscosidad tiene un valor de $1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ a la temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$, al aumentar la viscosidad, también, aumenta la resistencia al desplazamiento. Como se ha comentado, la fuerza de arrastre viscoso se origina por el desplazamiento que se produce entre las capas de aire más próximas a la superficie del ciclista y bicicleta. Dicha fuerza aumenta al incrementar el rozamiento del aire a través de la superficie, para ello existe el coeficiente de rozamiento, que da un valor de dicho rozamiento, ya que al aumentarlo, su valor es mayor. Sin embargo, un coeficiente de rozamiento pequeño hace que las capas de aire se deslicen a través de la superficie y reduce la fuerza de arrastre viscoso.

Debido a estas resistencias aerodinámicas, las bicicletas de competición (sobre todo las empleadas en contrarreloj) han ido evolucionando para tener formas que reduzcan el coeficiente de rozamiento, y así, las fuerzas opuestas al desplazamiento, para conseguir ir más rápido. Todo ello, ha llevado a diseños de cuadros como el siguiente:



Figura 3-10. Cuadro de una bicicleta de contrarreloj.

Pero el coeficiente de rozamiento de la bicicleta no sólo depende del cuadro, evidentemente, también, afecta considerablemente los demás componentes de la bicicleta como el manillar, las bielas, la tija, las ruedas,..., éstas últimas afectan bastante si son de radios o de una sola pieza, porque las de una sola pieza, reducen el coeficiente de arrastre considerablemente, aunque dificultan la maniobrabilidad.

Además, estas bicicletas permiten al ciclista tener una posición más aerodinámica. Por otro lado, los ciclistas profesionales llevan maillots ajustados, de una sola pieza y de fibras suaves para reducir, aún más, el rozamiento hasta un 30%.

Por tanto, el coeficiente de rozamiento del sistema depende de varios factores como se ha podido ver, siendo la fuerza total de arrastre igual a:

$$F = 0.5 \cdot C_d \cdot \rho_{aire} \cdot v^2$$

Siendo C_d el coeficiente de rozamiento y v la velocidad relativa del aire.

3.3.2. Estudio de las fuerzas propulsivas

La importancia de las fuerzas ejercidas sobre los pedales, con respecto a la eficacia al desplazamiento, han provocado que haya poca investigación respecto a las fuerzas ejercidas en el manillar y el sillín. Un estudio realizado por Soden y Adeyfa (1979) manifiesta que las fuerzas ejercidas sobre el manillar son asimétricas y tienden a compensar las fuerzas, también asimétricas, aplicadas sobre los pedales. Dicho estudio demuestra que la fuerza de empuje sobre el manillar supone un 29% y las de tracción un 71%, cuando se realiza una salida, mientras que durante una escalada la fuerza de empuje es de un 43% y en llano, las fuerzas de empuje pueden superar a las de tracción siendo de un 61%, siendo así el empuje durante un ascenso el doble que durante un terreno llano. [4]

En otras investigaciones realizadas por Bolourchi y Hull (1985) se estudió la relación existente entre la carga aplicada sobre el manillar y la aplicada en el sillín, respecto a la cadencia de pedaleo. En ellas, descubrieron que existe una relación directa entre la fuerza horizontal ejercida en el sillín y la cadencia de pedaleo, aunque estas fuerzas son despreciables comparadas con las ejercidas sobre los pedales. [5]

Por tanto, como se ha dicho anteriormente, la fuerza de propulsión más importante es la ejercida sobre los pedales, la cual, está ligada a su magnitud y dirección. El nuevo diseño de pedales con galgas extensiométricas ha permitido obtener las componentes de la fuerza y calcular su magnitud tanto de la fuerza tangente a la biela como de la coincidente con la dirección de la biela (Hull y Davis, 1981). Aunque los trabajos realizados con galgas han aportado bastante información sobre los pedales, actualmente no se ha desarrollado una teoría que explique los cambios que se producen en los picos de fuerza cuando se modifica algunos parámetros como la altura del sillín, la cadencia, la longitud de la biela,.... [6]

Cuándo se produce el pico máximo de fuerza alcanzado, depende de la técnica individual del ciclista, aunque suele estar comprendida entre 100° y 105° del ciclo de pedaleo, siendo el origen cuando el pedal está en el punto superior respecto al centro del eje del pedalier (Hull y Davis, 1981; Bolourchi y Hull, 1985). La magnitud de la fuerza también cambia dependiendo de la fuerza muscular de cada ciclista y según su posición (Soden y Adeyefa, 1979) y ponen de manifiesto que, sentado sobre el sillín, la fuerza ejercida sobre el pedal es de un 80% el peso corporal con una cadencia de 90 rpm y una potencia de 434W. Sin embargo, cuando la potencia se incrementa, la

fuerza aumenta, y cuando se pedalea de pie, como por ejemplo subiendo una pendiente o en un sprint, la fuerza puede llegar a un 310% del peso corporal. [4] [5]

Los estudios de Bolourchi y Hull (1985), también, estudiaron la importancia de la cadencia de pedaleo, y ponen de manifiesto que afecta significativamente a las fuerzas ejercidas sobre el pedal. Cuando la cadencia aumenta, la fuerza efectiva decrece desde 0° hasta 180° y crece entre 180° y 360°. Además, el estudio dice que cuando se pedalea con cadencias altas, debe haber un desplazamiento hacia delante del sillín, para que la eficacia de las fuerzas aplicadas sea mayor. [5]

En los últimos años se han modificado los pedales de las bicicletas de carretera y de competición, permitiendo una mayor movilidad del pie con nuevos anclajes automáticos, en vez de con los clásicos rastrales. Al permitir una mayor movilidad del pie, permiten optimizar los momentos en la rodilla, los cuales, están relacionados con las fuerzas transversales ejercidas sobre el pedal, influyendo así en la eficacia (Ericson, Nisell y Ekholm, 1984). [7]

A partir del análisis de la secuencia de aplicación de fuerza sobre el pedal se conoce que es la actividad muscular quien acelera las piernas, mientras que la conexión del pie con el pedal hace que el movimiento sea circular alrededor del eje de la biela, por tanto, la fuerza del pedal refleja la actividad muscular y, también, depende de las fuerzas inerciales y de la acción de la gravedad. Dichas fuerzas se dividen en una componente muscular (actividad muscular) y en una componente no muscular (fuerzas inerciales y gravedad), en la siguiente figura se representan las componentes con una cadencia de 70 rpm y 110 rpm, con una potencia de 200 W.

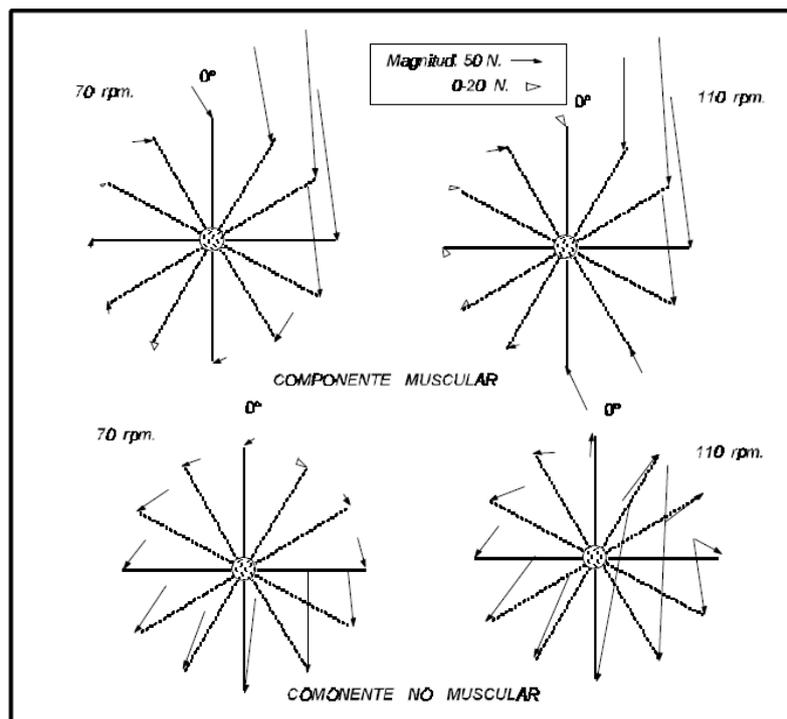


Figura 3-11. Componentes de la fuerza de pedaleo.

En esta figura se puede ver que la componente muscular tiene especial incidencia entre 0° y 150°, y que la componente no muscular, tiene importancia durante gran parte del ciclo. También, se puede observar como al aumentar la cadencia la componente muscular apenas varía, mientras que la no muscular aumenta de forma importante.

3.3.3. Eficacia en el pedaleo

También, se han realizado diversos estudios en cuanto a la eficacia en la aplicación de la fuerza, para conocer los distintos parámetros que la afectan. Los estudios realizados por González y Hull en 1989 analizan cinco parámetros que consideran relevantes y dependientes a la aplicación de las fuerzas sobre el pedal, y llegan a la conclusión de que el parámetro más importante es la cadencia de pedaleo, seguido de la longitud de biela, el ángulo del tubo del sillín, la altura del sillín y, por último, la posición del pie sobre el pedal. Otros estudios indican que el rango para una cadencia óptima está entre 90 rpm y 110 rpm, para las articulaciones de la cadera y el tobillo, pero no influye de forma importante sobre el momento del tobillo. Cabe destacar, que en bicicletas de montaña las cadencias óptimas de pedaleo son más bajas, es por ello, que en el caso del análisis en terreno llano, se considerará una cadencia óptima de 90 rpm en llano. [8]

Cuando un ciclista sube una pendiente la potencia y las fuerzas de propulsión aumentan, y la cadencia de pedaleo baja, y sobre todo, si el ciclista se pone de pie. Es por ello, que las cadencias de pedaleo óptimas cuando se está de pie, están comprendidas entre 60 rpm y 70 rpm.

3.4. Fatiga

Se observa que un componente sometido a cargas alternadas o ciclos de carga, se debilita a lo largo del tiempo, incluso cuando las cargas están considerablemente por debajo de la tensión de rotura estática e, incluso, del límite elástico del material. Éste fenómeno es conocido como fatiga. Ejemplos de componentes que sufren fatiga pueden ser la rueda de un ferrocarril, la biela de un motor, los tornillos, alas de avión,... y en este caso el cuadro de una bicicleta. Además, es una de las principales causas de fallo en la mayoría de las piezas construidas con materiales férricos.

Cada ciclo de fluctuación de la tensión deteriora un poco el cuadro, como puede ser un ciclo de pedaleo. Tras un nº de ciclos determinado, la pieza rompe por fatiga si la tensión alternante es superior al límite de fatiga para vida infinita. La vida a fatiga se puede definir como “el fallo debido a cargas repetitivas que incluye la iniciación y propagación de una grieta o conjunto de grietas hasta el fallo final por fractura”. El análisis de fatiga estructural es una herramienta para evaluar la validez de un diseño, o su durabilidad, bajo condiciones de carga conocidas, como cargas de servicio.

Los resultados de los estudios estructurales (estáticos y dinámicos, lineales y no lineales) se usan como los datos básicos de partida, para definir el estudio de fatiga. El nº de ciclos requeridos para que el fallo por fatiga ocurra en un punto, depende del material y de la fluctuación de las tensiones. Esta información, para ciertos tipos de materiales férricos, la proporciona la llamada Curva S-N. [9]

3.4.1. Curva S-N

La curva S-N representa, en un gráfico logarítmico, la tensión frente al número de ciclos de una pieza. Para determinar la curva S-N y la resistencia de los materiales bajo la acción de cargas de fatiga, se someten probetas a fuerzas variables y se cuentan los ciclos de esfuerzo que soporta el material hasta la rotura. El dispositivo para ensayos de fatiga más empleado es la máquina de flexión rotativa de alta velocidad. Ésta somete a la probeta a flexión pura por medio de pesas.

Por tanto, para conocer la resistencia a la fatiga de un material es necesario un gran número de ensayos debido a la naturaleza estadística de la fatiga. Se realizan ensayos con distintos niveles de tensión. El primer nivel es un nivel de carga próximo a la resistencia a la tracción y el resto son niveles progresivamente inferiores. Se realizan varias pruebas por nivel y los resultados se grafican en un gráfica doble logarítmica (log-log) obteniéndose el diagrama llamado S-N. [9]

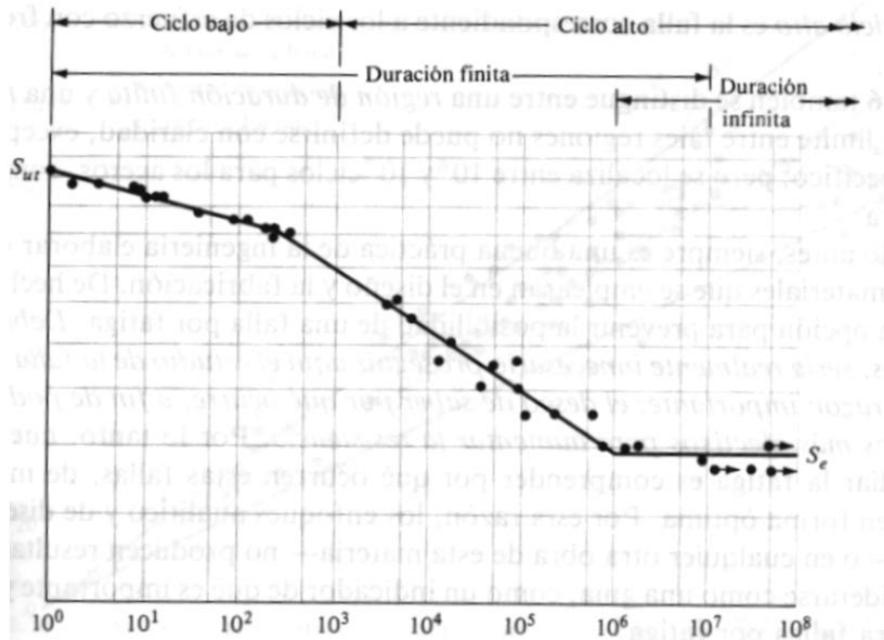


Figura 3-12. Curva S-N.

El empleo de escala logarítmica destaca los cambios de pendientes de la curva que no se manifestaría si se emplearan coordenadas cartesianas. En la **Figura 3-12** se observa que hay tres rectas que podrían aproximar la nube de puntos experimentales. Estas rectas permiten distinguir entre fatiga a bajo número de ciclos (<10³) y fatiga de alto número de ciclos (>10³). La recta horizontal define el límite de resistencia a la fatiga S_e del material. Es el límite de carga por debajo del cual el material no fallará por fatiga.

En la recta de bajo número de ciclos (<10³) se muestra una reducción muy tenue del valor de la tensión para la rotura y el material se comporta de manera muy similar a como lo hace frente a cargas estáticas, pero con una leve reducción de la resistencia (a 10³ ciclos aproximadamente un 10% de reducción de la resistencia (S_{ut})). La segunda recta, llamada de fatiga de ciclo alto (10³-10⁶ ciclos) muestra una reducción mucho más brusca con la duración, al tiempo que se comprueba que el material se comporta de manera sensiblemente distinta a como lo hace frente a cargas estáticas, hasta llegar al valor del límite de fatiga (S_e), en torno a 10⁶ ciclos.

Se han analizado muchos datos de pruebas reales provenientes de varias fuentes y se concluye que el límite de fatiga (S'_e), obtenido en el ensayo de viga rotatoria, puede estar relacionado con la resistencia a tracción (S_{ut}). En el caso de aceros, la relación es:

$$S'_e = 0.5 \cdot S_{ut} \quad \text{para} \quad S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 700 \text{ MPa} \quad \text{para} \quad S_{ut} > 1400 \text{ MPa}$$

3.4.2. Factores modificativos del límite de fatiga

En ingeniería se emplean una serie de factores modificadores que permiten relacionar el límite de resistencia a la fatiga de un elemento mecánico S_e con los resultados de

límite de resistencia a la fatiga obtenidos con probetas de ensayo de viga rotatoria S_e' . Estos factores K_i incluyen, por lo tanto, la influencia de las diferencias con la aplicación real. [9]

Siendo el límite de fatiga del elemento:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f \cdot S_e'$$

Factor de acabado superficial (K_a)

La superficie de la probeta corresponde a un pulido especular. La de la pieza, en general, presenta una rugosidad mayor. La sensibilidad a la rugosidad superficial es mayor cuanto mayor es la resistencia del material.

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b$$

Donde a y b vienen dados en la siguiente tabla:

| Acabado superficial | Coefficiente a (MPa) | Exponente b |
|--|----------------------|-------------|
| Pulido | 1 | 0 |
| Acabado fino (rectificado,...) | 1.58 | -0.085 |
| Mecanizado sin acabar/estirado en frío | 4.51 | -0.265 |
| Laminado en caliente | 57.7 | -0.718 |
| Forjado | 272 | -0.995 |

Tabla 3-1. Valores de a y b, para determinar el factor de acabado superficial.

Factor de tamaño (K_b)

El factor de tamaño se ha evaluado a partir de datos experimentales. Cuanto mayor sea el volumen de la pieza, sometida a tensiones elevadas, mayor será la probabilidad de encontrar un defecto de tamaño crítico, que provoque el inicio de la grieta de fatiga. Por ello, se debe considerar este factor de tamaño.

Los resultados en los casos de flexión y torsión se pueden expresar como:

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} \quad \text{para diámetros: } 2.79 \leq d \leq 51 \quad (d \text{ en mm})$$

$$K_b = 1.189 \cdot d^{-0.097} \quad \text{para diámetros: } 52 \leq d \leq 250 \quad (d \text{ en mm})$$

Para el caso de carga axial el valor del factor de tamaño es 1, ya que en este caso el tamaño no influye en el límite de fatiga.

Factor de confiabilidad (K_c)

Este factor permite de forma analítica diseñar un elemento mecánico sometido a cargas de fatiga de manera que tenga una vida deseada con una determinada confiabilidad. Esto es debido al comportamiento estadístico de los ensayos que se realizan. El comportamiento de la distribución del análisis de resistencias y esfuerzos

es de tipo normal. Así, los valores de K_c en función de la confiabilidad se encuentran en la siguiente tabla:

| Confiabilidad | Factor de confiabilidad K_c |
|---------------|-------------------------------|
| 0.9 | 0.897 |
| 0.95 | 0.868 |
| 0.99 | 0.814 |
| 0.999 | 0.753 |
| 0.9999 | 0.702 |
| 0.99999 | 0.659 |

Tabla 3-2. Valores del factor de confiabilidad.

Factor de temperatura (K_d)

Este factor considera la diferencia de temperatura entre el ensayo realizado y la temperatura de operación. Cuando las temperaturas son bajas, se debe comprobar el fallo frágil, y cuando las temperaturas son altas, se debe comprobar el fallo por fluencia. Esto es debido a la variación del límite elástico y la resistencia a tracción con la temperatura. La variación de la resistencia a fatiga se supone similar a la de la resistencia a tracción.

La obtención de este factor resulta difícil. De hecho, es recomendable la realización de pruebas de laboratorio para su obtención. El siguiente criterio es bastante válido, para el rango de temperaturas indicado:

$$K_d = 1 \quad \text{para} \quad T \leq 450 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$K_d = 1 - 5.8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450) \quad \text{para} \quad 450 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 550 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Factor de concentración de tensiones (K_e)

Un gran número de elementos tienen agujeros, ranuras, chavetas, muescas u otras clases de discontinuidades que alteran la distribución del esfuerzo, ya que en esas zonas existe concentración de tensiones. Los programas basados en el método de los elementos finitos, tienen en cuenta la geometría del modelo y, por tanto, no hace falta corregir este factor y es igual a uno.

La forma de evaluar el valor de K_e es, a través de las siguientes expresiones y conceptos, que se van a definir:

- R_f : Factor de reducción de la resistencia en caso de fatiga = límite de fatiga de probetas sin discontinuidades / límite de fatiga de probetas con discontinuidad.
- q : factor de sensibilidad a las ranuras (depende del material).

Donde:

$$K_e = \frac{1}{R_f}$$

$$q = \frac{R_f - 1}{K_t - 1}$$

El proceso de obtención del factor de concentración de tensiones es el siguiente:

1. Cálculo de K_t por configuración geométrica ó mediante tablas.
2. Especificando el material, se obtiene q .
3. Por medio de las ecuaciones anteriores, se calcula R_f .
4. Obtención de K_e .

Factor de efectos diversos (K_f)

Este factor tiene en cuenta otras características, no analizadas hasta ahora y que pueden afectar. Normalmente es necesaria la realización de experimentos especiales para cuantificarlo. Los más importantes son:

- Los esfuerzos residuales (tensiones que permanecen en el material en ausencia de carga) pueden aumentar el límite de fatiga cuando son compresivos o disminuirlo cuando son tractivos. Hay operaciones como chorreado, martillado, galeado,...que mejoran el límite a fatiga en la superficie de la pieza del componente al introducir tensiones residuales de compresión.
- El límite de fatiga de piezas forjadas, laminadas...puede verse afectado por la direccionalidad de la operación que produce que el material se comporte de forma anisótropa. Así, la resistencia a fatiga transversal puede ser un 10-20% inferior.
- Debido a los diferentes valores de los límites de fatiga del núcleo de un elemento con temple superficial y de la capa templada se puede producir, que se sobrepase este valor en la zona de unión del temple al núcleo.
- La corrosión disminuye la resistencia a fatiga, ya que, se crean puntos de concentración de esfuerzos.
- Recubrimientos electrolíticos como el cromado, niquelado y cadmiado reducen el límite de fatiga hasta el 50%. El galvanizado (revestimiento con Zn) no afecta.
- El fenómeno de corrosión por apriete se produce por el movimiento microscópico en la superficie de piezas mecánicas o estructuras estrechamente ajustadas. Este proceso se reconoce por la existencia de cambio de color en la superficie, picadura y, eventualmente, fatiga.
- Las uniones soldadas de elementos provocan una reducción de la resistencia a la fatiga. Para ello, se emplean coeficientes de reducción de resistencia a la fatiga, dependiendo del tipo de soldadura, determinados por la siguiente tabla:

| Tipo de nudo | | Cordones | Montantes | Diagonales |
|----------------------|-------|----------|-----------|------------|
| Nudos con separación | K | 1,5 | 1,0 | 1,3 |
| | N; KT | 1,5 | 1,8 | 1,4 |
| Nudos con solape | K | 1,5 | 1,0 | 1,2 |
| | N; KT | 1,5 | 1,65 | 1,25 |

Tabla 3-3. Valores de coeficientes de reducción de resistencia a la fatiga de perfiles huecos de sección circular. [10]

Para obtener el factor, se realiza:

$$K_f = \frac{1}{C_f}$$

3.4.3. Tensiones fluctuantes

El cálculo de fatiga se plantea cuando existe una variación en el tiempo de la carga actuante. [9]

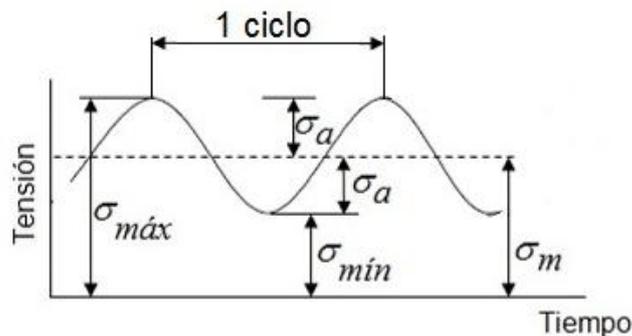


Figura 3-13. Representación de las tensiones fluctuantes.

Se definen los siguientes valores característicos:

$$\sigma_{max} = \text{tensión máxima}$$

$$\sigma_{min} = \text{tensión mínima}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \text{tensión alternate. Amplitud de la tensión}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \text{tensión media}$$

3.4.4. Daño acumulado. Regla de Miner

En general, los ciclos no son de amplitud constante. Se supone linealidad y superposición. Cuando los ciclos no presentan una tendencia (creciente o decreciente) definida se acepta que un punto está del lado de la seguridad si: [2]

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_k}{N_k} \leq 1$$

Capítulo 3. Estado del arte.

Donde:

n_i = número de ciclos de amplitudes σ_{mi}, σ_{ai}

N_i = vida para ciclos de amplitudes σ_{mi}, σ_{ai}

4. El método de los elementos finitos

4.1. Introducción

El método de elementos finitos (MEF) constituye hoy en día un procedimiento habitual de cálculo en mecánica de estructuras y en la mecánica de sólidos en general. Ha adquirido gran importancia en la resolución de problemas de mecánica de sólidos, transferencia de calor, mecánica de fluidos o electromagnetismo.

El objetivo del análisis por elementos finitos consiste en encontrar una solución a los problemas complicados sustituyéndolos por otros más simples. Sustituyendo el problema real por uno más simple para encontrar una solución, aunque sólo seremos capaces de tener una solución aproximada del problema y no exacta.

Estas técnicas numéricas resultan actualmente casi imprescindibles para desenvolverse en el ámbito de la Ingeniería, porque la mayoría de los análisis que se llevan a cabo en la industria están basados en ellas. Además, permiten solucionar casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por los métodos matemáticos tradicionales, y que requerían la creación de prototipos, a su ensayo y a ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que conlleva un alto coste económico y temporal.

El MEF permite generar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo, basándose en hipótesis básicas del método para obtener una solución aproximada a la real. Por ello, sigue siendo necesaria la creación de prototipos, pero en menor cantidad, ya que el modelo de elementos finitos puede ser muy cercano al diseño óptimo.

Los problemas de elementos finitos pueden tener un número finito de componentes bien definidos, denominados discretos, o una subdivisión que prosigue indefinidamente y, entonces, el problema sólo puede definirse haciendo uso de la ficción matemática del infinito, denominados continuos. **[9] [11]**

4.2. Evolución histórica

A pesar de su gran difusión actual, los análisis de elementos finitos de la actualidad son relativamente modernos. Debido a la disponibilidad de herramientas electrónicas de cálculo cada vez más potentes, durante la revolución informática a finales del siglo XX, han dado pie al nacimiento y desarrollo de estas técnicas.

En la década de los cincuenta nació el ordenador digital e hizo posible el cálculo automático de estructuras de barras sin recurrir a tediosos procedimientos, iniciando así el origen de los métodos de elementos finitos. Entonces surgió una nueva técnica de cálculo, prácticamente imposible sin la ayuda de un ordenador, llamada cálculo matricial de estructuras, basada en el álgebra matricial. La base de este cálculo consiste en dividir la estructura en barras, para obtener la solución exacta dentro de las cuales a partir de unos coeficientes que coinciden con los movimientos de los nodos extremos. Estos coeficientes son obtenidos al resolver el sistema de ecuaciones por el equilibrio de todos los nodos de la estructura. Así, sabiendo los coeficientes se obtiene a nivel local de cada barra, la solución de esfuerzos y movimientos de la estructura completa por agregación de soluciones nodales.

A partir del cálculo matricial de estructuras, nace el MEF como una generalización de esta idea. La idea surgió en dividir las estructuras en zonas o elementos más complejos, en vez de en un tramado de barras. Los elementos estarían conectados entre sí por nodos, pero, en dichos nodos sólo se conocería la solución de forma aproximada en función de los movimientos nodales. Igual que en el cálculo matricial, se podía plantear el equilibrio de los nodos, a partir, de las soluciones locales, y obtener, así, los movimientos nodales resolviendo un sistema de ecuaciones. Dichos movimientos nodales definían la solución dentro de cada uno de los elementos en que se había dividido la estructura y, por agregación, la solución en toda ella. Pero en este caso, la solución no era exacta, si no, una aproximación.

La primera vez que se publicó esta idea fue en 1956, en un artículo que apareció en una revista relacionada con la industria aeronáutica. Por tanto, el MEF nació en el ámbito de cálculo de estructuras y esto ha influido en su terminología. Al principio, era un procedimiento de cálculo más, pero, durante los años sesenta los investigadores descubrieron que se podría utilizar no sólo para resolver problemas de cálculo de estructuras, sino también, para problemas de otros campos como problemas de elasticidad o de conducción de calor.

La idea continuaba siendo la misma: dividir el sistema de cálculo en subsistemas más pequeños, y aproximar, en ellos, las variables de campo, en función, de su valor en los nodos. Por otro lado, a pesar de haber sido desarrollado en el ámbito ingenieril, el método tiene raíces matemáticas para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales o a partir de los métodos de residuos ponderados. Y su aplicación a la

Capítulo 4. El método de los elementos finitos.

elasticidad, puede interpretarse como una forma aproximada de resolver las condiciones de equilibrio derivadas del principio de los trabajos virtuales.

Debido a esto, los matemáticos mostraron interés en el método y contribuyeron a explicar con rigor las bases del MEF. Aunque, la contribución de los matemáticos ha ido por detrás de las aplicaciones prácticas, debido a la presión de la industria.

De hecho, el primer libro importante que analiza el MEF desde un punto de vista matemático fue publicado en 1973, mientras que el método llevaba ya quince años empleándose en la industria, alcanzando una gran madurez en su aplicación a problemas lineales.

A finales de los sesenta aparecieron los primeros programas comerciales, entrando en competencia con el otro método de cálculo numérico existente en la época, el método de las distancias infinitas. En los análisis de tensiones en sólidos, el MEF se impuso rápidamente, al estar libre de restricciones de tipo geométrico que dificultan el uso de las diferencias finitas en este campo. Entonces, el MEF había demostrado su potencial y versatilidad, pero todavía tenía un empleo muy restringido dentro de la industria aeroespacial y defensa, debido al altísimo precio de los ordenadores de la época.

Es en esa década cuando aparecen los llamados “centros de cálculo”, vendiendo tiempo de ordenadores a usuarios que carecían de los ordenadores necesarios para resolver problemas industriales. Estos centros de cálculo se organizaban alrededor de un ordenador en el que se encontraban instalados diversos programas, entre ellos, algunos de elementos finitos. Los ingenieros proporcionaban al usuario la documentación necesaria para saber cómo debía introducir los datos al programa e interpretar los resultados obtenidos. Los datos se procesaban en el ordenador y los resultados eran enviados al usuario mediante un listado numérico.

En la década de los setenta los centros tuvieron un auge, y en esa década ayudaron considerablemente a dar a conocer el MEF en industrias como la del automóvil, la de grandes obras civiles y la nuclear, y, por otro lado, aportaron la infraestructura necesaria para hacer un esfuerzo investigador. Por tanto, durante esta década hubo un gran desarrollo en tecnología de elementos, procedimientos de cálculo y un aumento de las prestaciones. El número de publicaciones creció considerablemente y el MEF se utilizaba en problemas más complejos, como el estudio de respuestas no lineales o el cálculo de transitorios. Podría decirse que al final de esta década el desarrollo en las técnicas numéricas superaba la capacidad que podían proporcionar los ordenadores.

A principios de los ochenta aparecen los llamados miniordenadores, provocando un descenso de la demanda de los centros de cálculo. Los avances en las computadoras permitieron que en el mercado existieran máquinas semejantes a las de los centros, pero a un precio mucho más bajo. Según pasaban los años en ésta década aparecieron las primeras estaciones de trabajo, es decir, ordenadores para un único usuario, con

Capítulo 4. El método de los elementos finitos.

una potencia de cálculo importante, con capacidades gráficas y un precio asequible. Debido a esto, los ordenadores se trasladaron de los centros de cálculo a las oficinas de los ingenieros, ganando los ingenieros autonomía y pudiendo experimentar con el MEF.

Durante la década de los ochenta se empieza a alcanzar cierto grado de madurez de los elementos finitos. La mayoría de las investigaciones de esta época se centraron más en las aplicaciones del ámbito no lineal, las cuales, empezaron a ser utilizadas de manera rutinaria, gracias a los avances en potencia de cálculo. El MEF empezó a ser más fácil de utilizar, tanto por el abaratamiento de los ordenadores, como por sus capacidades gráficas, aumentando su popularidad. Además, empezaron a aparecer procesadores gráficos, siendo un paso importante para poder abordar de manera rutinaria, y con un mínimo de garantía, cálculos tridimensionales con geometrías complejas, como las aparecidas en diseño mecánico.

En la década de los noventa hubo una bajada de precios, en los ordenadores, impensable años atrás. Respecto a lo necesario para un cálculo de elementos finitos, podría decirse que es más caro, hoy en día, el programa que el ordenador que se necesita para ejecutarlo. Totalmente distinto a lo ocurrido a principios de los ochenta. Además, los mayores gastos pasaron a ser la preparación del modelo y la interpretación de los resultados, en vez, de la amortización del ordenador o la licencia del programa.

Debido a este abaratamiento en los ordenadores y programas, en los últimos años, ha contribuido a una tremenda difusión de las herramientas de elementos finitos. Cualquier oficina lo tiene a su alcance. Cabe destacar que en la actualidad frecuentemente se llevan a cabo cálculos por personal que desconoce ciertos fundamentos del MEF y sus limitaciones y que, por tanto, no es capaz de evaluar correctamente los resultados obtenidos.

También, en el momento actual existe una importante integración del cálculo de elementos finitos con otras herramientas, dando lugar a la Ingeniería Asistida por Ordenador (“Computer Aided Engineering” – CAE). Integrando el cálculo por elementos finitos con el diseño asistido por ordenador se ha logrado reducir los tiempos de proyecto.

Actualmente, no suceden grandes avances en las técnicas de cálculo y, aunque se sigue investigando, el MEF ha alcanzado un grado de madurez que provoca que no haya progresos espectaculares como los ocurridos en las anteriores décadas. Las cuatro líneas de investigación sobre el MEF, hoy en día, son:

- Adaptar algoritmos de cálculo a las nuevas arquitecturas de ordenadores, para poder aumentar la velocidad de cálculo y, por tanto, el tamaño máximo de problemas abordables.

Capítulo 4. El método de los elementos finitos.

- Desarrollar medidas de error, mallados autoadaptativos y elementos de altas prestaciones, con objeto de aumentar la precisión y fiabilidad de los resultados obtenidos por usuarios en entornos de CAD.
- Desarrollar nuevos elementos y técnicas de solución para aumentar la eficiencia, fiabilidad y robustez de problemas en el ámbito no lineal.
- Obtener y mejorar modelos numéricos de leyes de comportamiento de materiales, para predecir el fallo y para la representación de comportamiento de nuevos materiales.

Por último, actualmente, la mayor aplicación industrial del MEF es el cálculo de tensiones en sólidos y estructuras. Además, en esta parcela no se usa prácticamente otro procedimiento numérico. El cálculo tanto estático como dinámico, se utiliza sobre todo en la fase de diseño o de proyecto, para realizar un uso eficiente del material, incluso en ocasiones, justifica el cumplimiento de una normativa o código de buena práctica. También, se utiliza mucho en estudios a fatiga y de vibraciones.

El cálculo y la visualización de los resultados permiten al ingeniero comprender mejor el funcionamiento de sus diseños y optimizarlos. En este sentido, el MEF ha sustituido casi completamente a los ensayos y pruebas con prototipos. No tanto porque sea más barato, sino por la rapidez, interactividad y facilidad en la comunicación entre el proyectista y su diseño. **[11]**

4.3. Fundamentos del método

La discretización del problema en el caso de un medio continuo se lleva a cabo mediante un proceso de modelización para convertirlo en un número finito de elementos ensamblados entre sí en puntos llamados nodos, el planteamiento de las ecuaciones de desplazamientos para dichos nodos y la imposición de las condiciones de contorno apropiadas en términos de compatibilidad de desplazamiento nodal. [16]

De la resolución del mismo como un todo, se obtendrá el campo de desplazamientos para cada uno de los nodos y, a partir de él y si fuera necesario, el campo de tensiones. [17]

El comportamiento en el interior del elemento se interpolará a partir de los desplazamientos nodales mediante las llamadas funciones de forma.

Según este planteamiento, los errores se deberán principalmente a (i) la aproximación del dominio, (ii) la aproximación del comportamiento en el interior de cada elemento y (iii) la precisión aritmética usada en la resolución del sistema de ecuaciones mediante métodos numéricos. [16]

Definiciones

Nodo: Punto localizado por sus coordenadas en el espacio donde se considera que existen los grados de libertad y las acciones sobre el sistema físico.

Elemento: Representación matemática matricial (denominada matriz de rigidez o de coeficientes) de la interacción entre los grados de libertad de un conjunto de nodos. Los elementos pueden ser lineales, superficiales, volumétricos o puntuales y pueden estar en espacios bidimensionales o tridimensionales.

Función de forma: de un elemento es una función matemática que permite que los valores de los grados de libertad de los nodos sean calculados para otros puntos del elemento. Por eso, la función de forma de un elemento da la distribución de resultados dentro del elemento. La función de forma representa el comportamiento asumido de un determinado elemento. La exactitud de la solución está estrechamente vinculada con cuánto se asemejen los valores que proporciona la función de forma asumida, con el comportamiento real. [12] [14]

4.4. Formulación general

4.4.1. Elemento

El subsiguiente desarrollo matemático considerará un elemento genérico e de nodos i, j, \dots, k , de superficie S^e y volumen V^e . [17]

4.4.2. Campo de desplazamientos del elemento

El campo estará definido por:

$$\{a^e\} = \begin{pmatrix} \{a_i\} \\ \{a_j\} \\ \vdots \\ \{a_k\} \end{pmatrix}$$

Donde $\{a_i\}$ es el vector columna de desplazamientos, de cada nodo en coordenadas

locales, que será de la forma: $\{a_i\} = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix}$

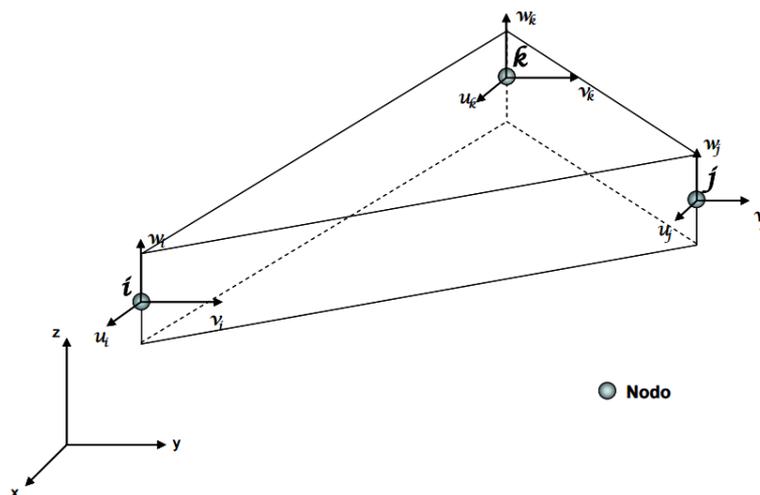


Figura 4-1. Representación esquemática del campo de desplazamientos de un elemento.

El campo de desplazamientos del elemento quedará definido, por tanto, por la relación:

$$u(x \ y \ z) = [N(x \ y \ z)] \cdot \{a^e\} = \left[[N_i(x \ y \ z)], [N_j(x \ y \ z)], \dots, [N_k(x \ y \ z)] \right] \cdot \begin{pmatrix} \{a_i\} \\ \{a_j\} \\ \vdots \\ \{a_k\} \end{pmatrix}$$

Donde $\left[[N_i(x \ y \ z)], [N_j(x \ y \ z)], \dots, [N_k(x \ y \ z)] \right]$ son las denominadas matrices de forma, que se caracterizan por las siguientes propiedades:

- Son cuadradas, ya que, el número de componentes del vector columna $u(x \ y \ z)$ es igual al número de componentes en $\{a_i\}, \{a_j\}, \dots, \{a_k\}$.

- Cumplen $[N_i(x_i \ y_i \ z_i)] = [I]$, $[N_i(x_j \ y_j \ z_j)] = [0]$ si $i \neq j$, puesto que las funciones de interpolación toman los valores de los desplazamientos nodales en los mismos.

Por lo tanto, si se consideran las mismas funciones de forma en todas las componentes de $u(x \ y \ z)$ se deduce que $[N_i(x_i \ y_i \ z_i)] = [N_i(x \ y \ z)] \cdot [I]$ en donde $[N_i(x \ y \ z)]$ es la función escalar de forma.

4.4.3. Campo de deformaciones del elemento

Las deformaciones se obtienen mediante derivadas parciales de los componentes del corrimiento y , en general, se escriben de la forma:

$$\{\gamma\} = [S] \cdot \{u\} = [S] \cdot [N] \cdot \{a^e\} = [B] \cdot \{a^e\} \text{ con } [B] = [S] \cdot [N]$$

Donde $[S]$ es una matriz de operacional que incluye las derivaciones parciales adecuadas, como se verá más abajo.

Teniendo en cuenta que $[N] = \left[[N_i], [N_j], \dots, [N_k] \right]$ se tendrá:

$$[B] = [S][N] = \left[[S][N_i], [S][N_j], \dots, [S][N_k] \right] = \left[[B_i], [B_j], \dots, [B_k] \right]$$

donde: $[B_i] = [S][N_i]$

4.4.4. Campo de esfuerzos del elemento

El campo de esfuerzos $\{\sigma\}$, que contendrá el mismo número de elementos que el campo de deformaciones $\{\gamma\}$, vendrá dado por:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} = [D] \cdot \{\gamma\} - [D] \cdot \{\eta\}$$

Donde $[D]$ es la matriz de rigidez del material y $\{\eta\}$ son las deformaciones iniciales, comúnmente las deformaciones térmicas.

4.4.5. Equilibrio del elemento

Suponiendo que existe una distribución de fuerzas volumétricas por unidad de volumen $\{F_V\}$ y que en sus bordes libres (si los tiene) pueden actuar, además, fuerzas superficiales por unidad de superficie $\{\phi\}$, se trata de calcular el conjunto de fuerzas nodales $\{s\}$ que permite el equilibrio del elemento.

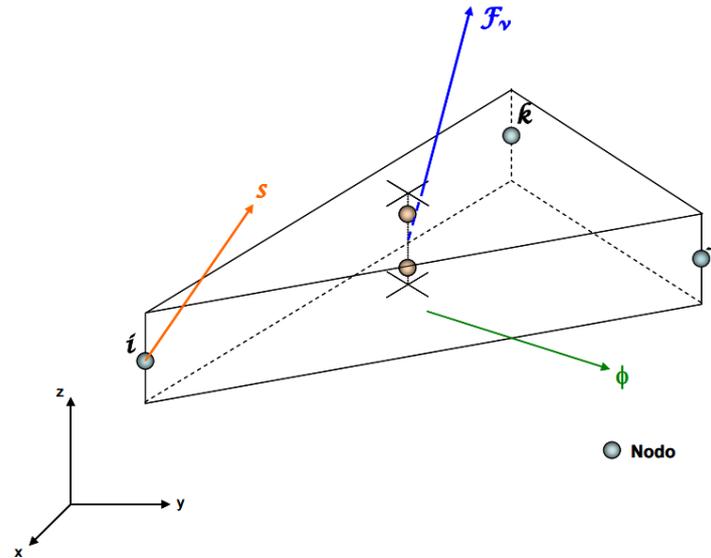


Figura 4-2. Representación de las fuerzas que intervienen en un elemento.

Aplicando el principio de los desplazamientos virtuales en correspondencia a un desplazamiento virtual del elemento arbitrario $\{\delta a^e\}$, el campo de desplazamientos de dicho elemento, vendrá dado por:

$$\{\delta u\} = [N] \cdot \{\delta a^e\}$$

Mientras que el campo de deformaciones virtuales, cinemáticamente consistente con $\{\delta a^e\}$ será:

$$\{\delta \gamma\} = [B] \cdot \{\delta a^e\}$$

De acuerdo con el principio de los desplazamientos virtuales, resultará:

$$\{\delta a^e\} \cdot \{s\} + \int_V \{\delta u\}^T \cdot \{F_v\} \cdot dV + \int_S \{\delta u\}^T \cdot \{\phi\} \cdot dS = \int_V \{\delta \gamma\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV$$

Sustituyendo los valores de $\{\delta u\}$, $\{\delta \gamma\}$ y $\{\sigma\}$ quedará:

$$\{\delta a^e\} \left[\{s\} + \int_V [N]^T \{F_v\} dV + \int_S [N]^T \{\phi\} dS - \int_V [B]^T [D] [B] dV \{a^e\} + \int_V [B]^T [D] \{\eta\} dV \right] = 0$$

Como la expresión anterior debe verificarse, para cualquiera que sea el valor del desplazamiento virtual $\{\delta a^e\}$ que se considere, despejando:

$$\{s\} = \left[\int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV^e \right] \cdot \{a^e\} - \int_{V^e} [B]^T [D] \{\eta\} dV^e - \int_{V^e} [N]^T \{F_v\} dV^e - \int_{S^e} [N]^T \{\phi\} dS^e = [K^e] \cdot \{a^e\} + \{s_0\} - \{p^e\}$$

Donde $[K^e]$ es la matriz de rigidez del elemento, $\{s_0\}$ son las fuerzas iniciales (comúnmente las térmicas) y $\{p^e\}$ la resultante de fuerzas volumétricas y superficiales en el elemento.

4.4.6. Integración del sistema de ecuaciones para el medio continuo

Una vez calculadas las matrices de rigidez de cada uno de los elementos y las resultantes de fuerzas equivalentes en los mismos, es necesario generar las matrices de transformación de coordenadas locales del elemento a coordenadas globales del medio continuo. [17]

Se obtienen así las matrices de rigidez y los vectores de fuerzas equivalentes en ejes globales. Mediante un proceso de ensamblado, se constituirá el sistema completo de ecuaciones con los desplazamiento en los nodos como incógnitas, que se resolverá eliminando los grados de libertad dependientes como consecuencia de las diferentes ligaduras (p.e. los nodos comunes a uno y otro elemento tendrán los mismos desplazamientos).

A partir de sus soluciones y mediante la ecuación:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} = [D] \cdot \{\gamma\} - [D] \cdot \{\eta\}$$

Se recuperará el campo de esfuerzos de cada elemento.

Como se verá en el capítulo 6, los análisis de la estructura del análisis se realizarán mediante la discretización del medio continuo mediante elementos del tipo placa (Shell 181), de 3 y 4 nodos, y mediante elementos sólidos tetraédricos (Solid185), de 4 nodos.

4.4.7. Elemento tipo placa

La formulación aplicada para los elementos tipo placa (Shell) considera elementos genéricos e con 3 nodos i, j, k , y elementos genéricos e' con 4 nodos (i, j, k, l) . [15]

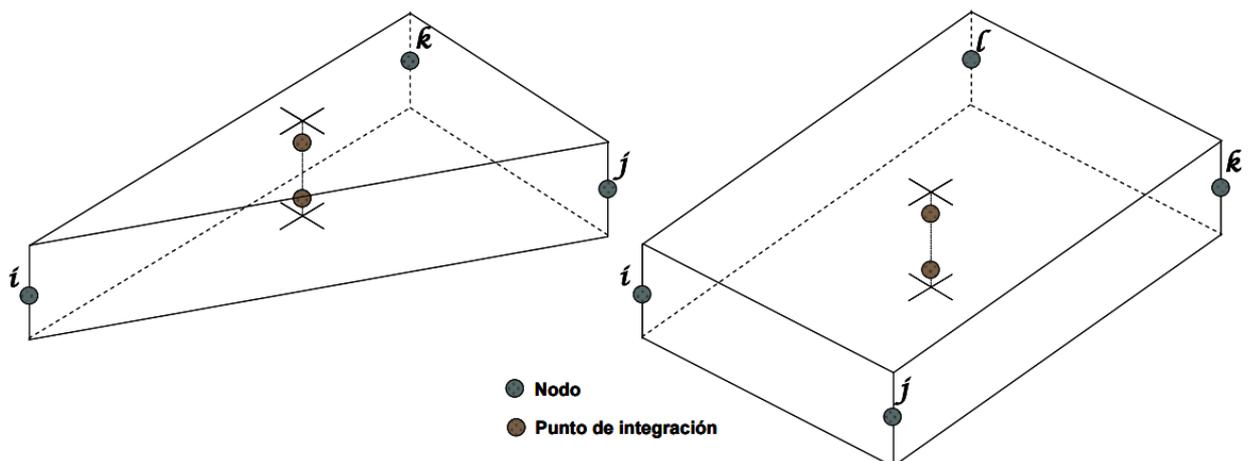


Figura 4-3. Elemento Shell de 3 y 4 nodos.

Campo de desplazamientos del elemento

Los desplazamientos para este elemento vienen dados por las relaciones:

$$u(x, y) = \sum_i N_{mi}(x, y) \cdot u_i - z \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$v(x, y) = \sum_i N_{mi}(x, y) \cdot v_i - z \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$w(x, y) = \sum_i [N_{wj}(x_i, y_i)] \cdot \begin{pmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{pmatrix}$$

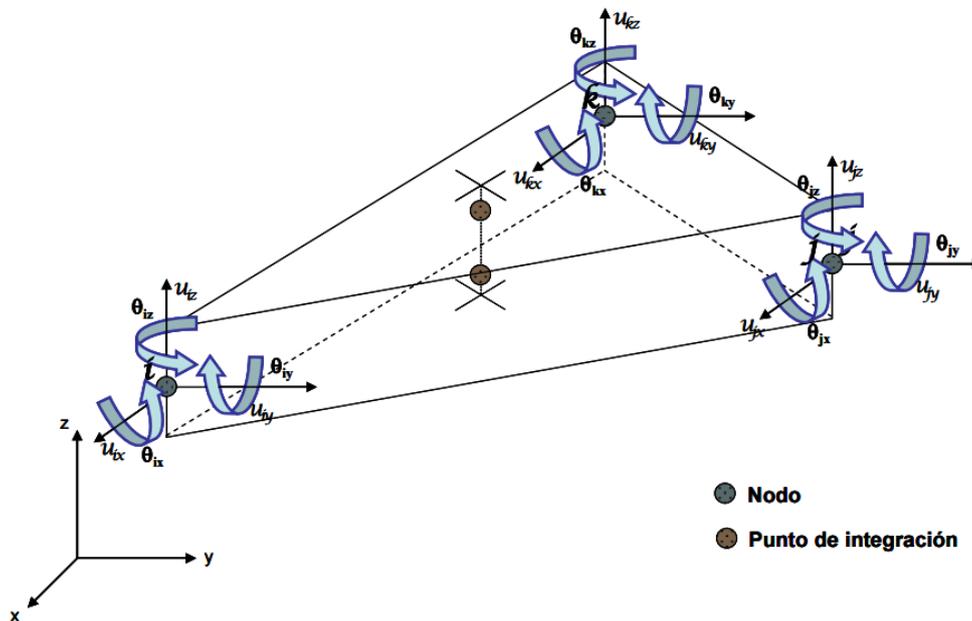


Figura 4-4. Representación esquemática del campo de desplazamientos del elemento.

Donde $N_{mi}(x, y)$ son las funciones de forma para los desplazamientos en el plano, que cumplen:

$$N_{mi}(x_i, y_i) = 1 \text{ para } j = i \text{ y } N_{mi}(x_i, y_i) = 0 \text{ para } j \neq i$$

Y $[N_{wj}(x_i, y_i)]$ son matrices de orden (1, 3), que contienen las funciones de forma para desplazamientos fuera del plano:

$$\begin{aligned} [N_{wj}(x_i, y_i)] &= [1 \quad 0 \quad 0] \text{ para } j = i & [N_{wj}(x_i, y_i)] &= [0 \quad 0 \quad 0] \text{ para } j \neq i \\ \frac{\partial [N_{wj}(x_i, y_i)]}{\partial x} &= [0 \quad 0 \quad 1] \text{ para } j = i & \frac{\partial [N_{wj}(x_i, y_i)]}{\partial x} &= [0 \quad 0 \quad 0] \text{ para } j \neq i \\ \frac{\partial [N_{wj}(x_i, y_i)]}{\partial y} &= [0 \quad -1 \quad 0] \text{ para } j = i & \frac{\partial [N_{wj}(x_i, y_i)]}{\partial y} &= [0 \quad 0 \quad 0] \text{ para } j \neq i \end{aligned}$$

Campo de deformaciones del elemento

A partir del campo de desplazamientos e deducen el campo de deformaciones del elemento, que viene dado por las expresiones:

$$\varepsilon_x(x, y, z) = \frac{\partial u}{\partial x} = \sum_i \frac{\partial N_i(x, y)}{\partial x} \cdot u_i - z \cdot \sum_i \frac{\partial^2 [N_{wj}(x_i, y_i)]}{\partial x^2} \cdot \begin{pmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_y(x, y, z) = \frac{\partial v}{\partial y} = \sum_i \frac{\partial N_i(x, y)}{\partial y} \cdot v_i - z \cdot \sum_i \frac{\partial^2 [N_{wj}(x_i, y_i)]}{\partial y^2} \cdot \begin{pmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{xy}(x, y, z) = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \sum_i \frac{\partial N_i(x, y)}{\partial y} \cdot u_i + \sum_i \frac{\partial N_i(x, y)}{\partial x} \cdot v_i - 2z \cdot \sum_i \frac{\partial^2 [N_{wj}(x_i, y_i)]}{\partial x \partial y} \cdot \begin{pmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{pmatrix}$$

De aquí:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = [B_m(x, y)] \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{pmatrix} + z \cdot [B_w(x, y)] \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \vdots \\ w_n \\ \theta_{xn} \\ \theta_{yn} \end{pmatrix}$$

Campo de esfuerzos del elemento

El campo de esfuerzos para esta formulación verifica la relación descrita para la formulación general.

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\}$$

Equilibrio del elemento

Aplicando el principio de los Trabajos Virtuales para el elemento de forma análoga a la de 3.4.5., resultan las expresiones:

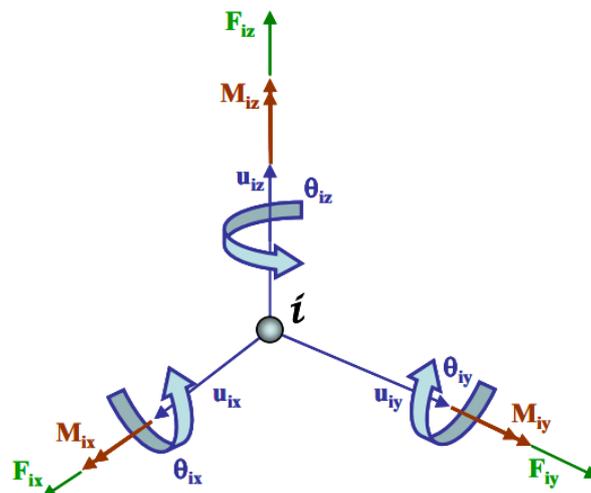


Figura 4-5. Esquema de desplazamientos, giros, fuerzas y momentos en un nodo.

$$\begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{pmatrix} = [K_m] \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{pmatrix}_T + \begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{pmatrix}_V$$

$$\begin{pmatrix} F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ \vdots \\ F_{zn} \\ M_{xn} \\ M_{yn} \end{pmatrix} = [K_w] \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \vdots \\ w_n \\ \theta_{xn} \\ \theta_{yn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ \vdots \\ F_{zn} \\ M_{xn} \\ M_{yn} \end{pmatrix}_T + \begin{pmatrix} F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ \vdots \\ F_{zn} \\ M_{xn} \\ M_{yn} \end{pmatrix}_V$$

Donde la primera ecuación representa las cargas y desplazamientos en el plano, y la segunda la flexión fuera del plano. Las fuerzas con subíndice T corresponden a las cargas debidas a temperatura y las de subíndice V son las cargas nodales equivalentes a las fuerzas volumétricas. En este caso, debido a la simetría, quedan desacopladas las ecuaciones correspondientes a flexión y las de la placa trabajando en su plano. Reorganizando las ecuaciones, se puede escribir de la forma:

$$\begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \\ F_{zn} \\ M_{xn} \\ M_{yn} \\ M_{zn} \end{pmatrix} = [K_e] \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \theta_{z1} \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \\ w_n \\ \theta_{xn} \\ \theta_{yn} \\ \theta_{zn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \\ F_{zn} \\ M_{xn} \\ M_{yn} \\ M_{zn} \end{pmatrix}_T + \begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \\ F_{zn} \\ M_{xn} \\ M_{yn} \\ M_{zn} \end{pmatrix}_V$$

Integración del sistema de ecuaciones para el medio continuo

Con la formulación detallada en la sección anterior, las filas y columnas correspondientes a los giros θ_z son nulas. En algunos modelos, esto puede hacer que la Matriz de rigidez global sea singular. Para evitarlo, existen varias formas de asignar rigideces para estos grados de libertad, que están descritas en la literatura sobre Elementos Finitos. Una vez solventado este posible inconveniente y resuelto el sistema de ecuaciones, se podrían recuperar los esfuerzos.

4.4.8. Elemento sólido

La formulación aplicada para los elementos tipo sólido (o volumétrico) considera elementos genéricos e con 4 nodos (i, j, k, l). [18]

Discretización del campo de elementos

Se considera un sólido tridimensional discretizado en elementos tetraédricos de cuatro nodos (Figura 4-6). El campo de desplazamientos en el interior de un elemento se puede aproximar por:

$$u = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \\ N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \\ N_1 w_1 + N_2 w_2 + N_3 w_3 + N_4 w_4 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i a^e$$

donde

$$N = [N_1, N_2, N_3, N_4] \quad ; \quad N_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix}$$

y

$$a^e = \begin{pmatrix} a^e_1 \\ a^e_2 \\ a^e_3 \\ a^e_4 \end{pmatrix} \quad ; \quad a^e_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix}$$

Son respectivamente, la matriz de funciones de forma y el vector de desplazamientos del elemento y de un nodo.

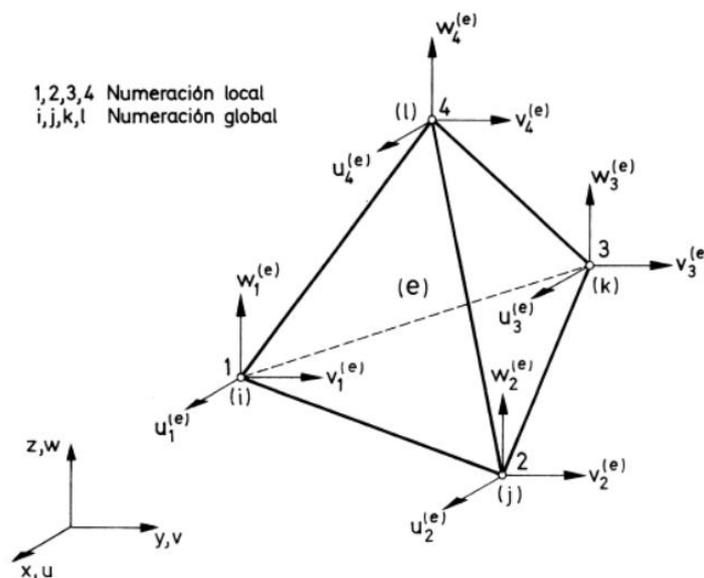


Figura 4-6. Representación del campo de desplazamientos de un elemento tetraédrico de 4 nodos.

Cuatro nodos definen una variación lineal de los desplazamientos en las coordenadas xyz de manera que la expresión analítica de las funciones de forma N_i se puede escribir:

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \\ v &= \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 z \\ w &= \alpha_9 + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12} z \end{aligned}$$

Las constantes α_i se obtienen sustituyendo adecuadamente las coordenadas de los nodos e igualando los desplazamientos a sus valores nodales. Como se ha utilizado la misma aproximación para todos los desplazamientos, basta con calcular las cuatro constantes para un solo desplazamiento. Así, considerando el desplazamiento u :

$$\begin{aligned} u_1 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 + \alpha_4 z_1 \\ u_2 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 + \alpha_4 z_2 \\ u_3 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 + \alpha_4 z_3 \\ u_4 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_4 + \alpha_3 y_4 + \alpha_4 z_4 \end{aligned}$$

resolviendo el sistema anterior y sustituyendo los valores de α_i encontrados se define, tras una ordenación de los términos:

$$u = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{6V^e} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) u_i$$

de donde se deduce que la función de forma de nodo i es:

$$N_i = \frac{1}{6V^e} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) u_i$$

donde V^e es el volumen del elemento, y

$$\begin{aligned} a_i &= \det \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix} & ; & \quad b_i = -\det \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix} \\ c_i &= \det \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_l & 1 & z_l \end{vmatrix} & ; & \quad b_i = -\det \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_l & y_l & 1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Obteniéndose, así, los distintos coeficientes para los valores $i = 1, 2, 3, 4$ mediante la adecuada permutación cíclica de los subíndices i, j, k, l .

Matriz de deformación

Sustituyendo la aproximación del campo de desplazamientos en la expresión del campo de deformaciones, se obtiene, para un elemento genérico de n nodos:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{c} \frac{\delta N_i}{\delta x} u_i \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} v_i \\ \frac{\delta N_i}{\delta z} w_i \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} u_i + \frac{\delta N_i}{\delta x} v_i \\ \frac{\delta N_i}{\delta z} u_i + \frac{\delta N_i}{\delta x} w_i \\ \frac{\delta N_i}{\delta z} v_i + \frac{\delta N_i}{\delta y} w_i \end{array} \right\} = \sum_{i=1}^n B_i a^e_i = B a^e$$

donde B es la matriz de deformación del elemento dada por:

$$B = [B_1, B_2, B_3, \dots, B_n]$$

Siendo B_i la matriz de deformación del nodo i , con:

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta z} \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} & \frac{\delta N_i}{\delta x} & 0 \\ \frac{\delta N_i}{\delta z} & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x} \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta z} & \frac{\delta N_i}{\delta y} \end{bmatrix}$$

Dado que la matriz de deformación del elemento contiene tantas submatrices como nodos tiene el elemento, en el caso estudiado, se tendrá:

$$B = [B_1, B_2, B_3, B_4]$$

y haciendo uso de la ecuación de forma del nodo i , se obtiene

$$B_i = \frac{1}{6V^e} \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 \\ 0 & c_i & 0 \\ 0 & 0 & d_i \\ c_i & b_i & 0 \\ d_i & 0 & b_i \\ 0 & d_i & c_i \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez del elemento

Sustituyendo la ecuación constitutiva de un elemento isótropo en particular en ejes globales en la ecuación del PTV, se obtiene la ecuación de equilibrio del elemento:

$$K^e a^e - f^e = q^e$$

donde K^e es la matriz de rigidez del elemento, f^e es el vector de fuerzas equivalentes nodales y q^e es el vector de las fuerzas nodales de equilibrio. La matriz de rigidez tiene la expresión:

$$[K^e] = \int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV$$

y una submatriz de rigidez típica, relacionando los nodos i y j del elemento, se escribe como:

$$[K^e]_{ij} = \int_{V^e} [B]^T_i [D] [B]_j dV$$

En particular, para el elemento tetraédrico de 4 nodos se puede encontrar una forma explícita sencilla de $[K^e]_{ij}$, puesto que todas las cantidades subintegrales son constantes, como:

$$[K^e]_{ij} = [B]^T_i [D] [B]_j V^e$$

La expresión desarrollada de $[K^e]_{ij}$ para este elemento se representa en la siguiente figura.

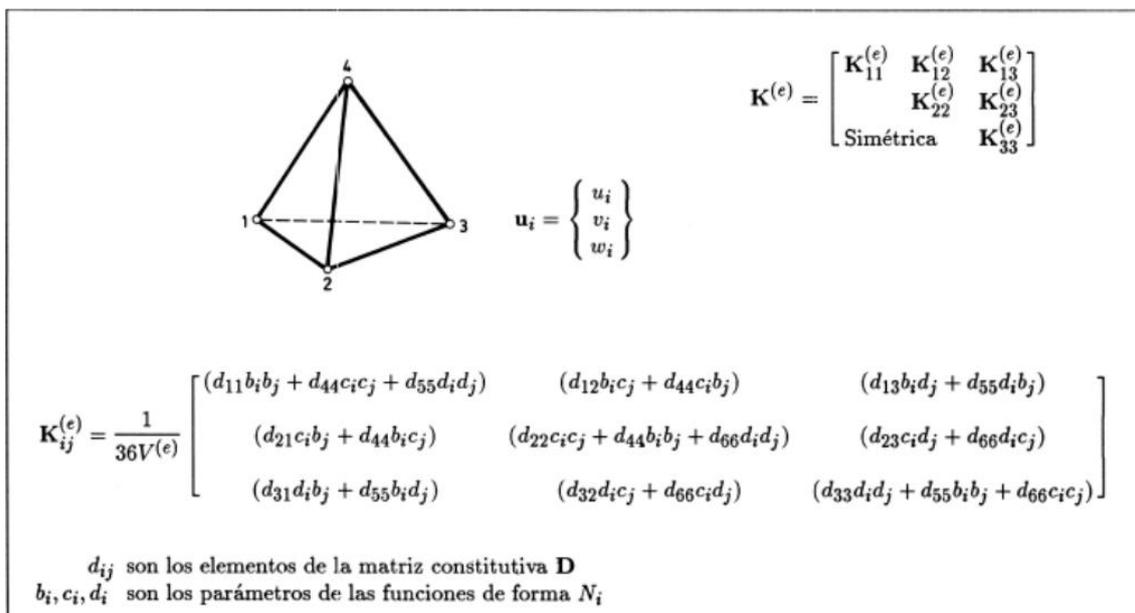


Figura 4-7. Forma explícita de la submatriz de rigidez para el elemento tetraédrico de 4 nodos.

Vector de fuerzas nodales equivalentes

El vector de fuerzas nodales equivalentes tiene la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} f^e &= \int_{V^e} [N]^T b \cdot dV + \int_{A^e} [N]^T t \cdot dA + \int_{V^e} [B]^T [D] \varepsilon^0 \cdot dV - \int_{V^e} [B]^T \sigma^0 \cdot dV \\ &= f_b^e + f_t^e + f_\varepsilon^e + f_\sigma^e \end{aligned}$$

donde la primera integral representa el vector de fuerzas de volumen, la segunda, el de fuerzas de superficie; y la tercera y cuarta los vectores de fuerzas debidas a deformaciones y tensiones iniciales, respectivamente.

La aproximación lineal del elemento tetraédrico de cuatro nodos le confiere una precisión limitada ya que sólo puede modelar exactamente un campo de tensiones o deformaciones uniforme. Esto implica que en zonas donde se prevean gradientes de tensiones elevados será necesario utilizar mallas más tupidas.

Otra peculiaridad inherente al elemento tetraédrico es la dificultad de la discretización de un sólido en una malla de tetraedros, lo que puede ser un grave problema para el análisis de sólidos con geometría irregular.

4.5. La herramienta ANSYS

ANSYS Inc. Fundada en 1970 (Swanson Analysis Systems, Inc.), desarrolla y presta soporte a la ingeniería, introduciendo nuevos métodos para conseguir productos y procesos de fabricación más innovadores –logrando una reducción tanto de los costes como del tiempo invertido hasta la comercialización del producto– con programas de elementos finitos destinados a la simulación, que predicen cómo funcionará y reaccionará determinado producto bajo un entorno real.

ANSYS es un programa de elementos finitos que originalmente ofrece soluciones para resolver análisis estáticos lineales. Sucesivamente se han ido introduciendo módulos, con los que este programa, es capaz de resolver, además, problemas dinámicos no lineales. Los principales módulos de ANSYS son: Multiphysics, Mechanical, Structural, Professional, Design Modeler, Emag (simulaciones electromagnéticas), Paramesh (mallas adaptativas), LS-DYNA, Educational, CFX (análisis y simulación de fluidos) y Fluent. [19]

Es un programa de elementos finitos que da solución a procesos implícitos, es decir, resuelve sistemas estáticos/cuasi-estáticos (fuerzas aplicadas en grandes lapsos de tiempo) en los que el sistema se comporta de forma lineal. Se resuelve en una sola iteración, definida a partir de intervalos grandes de tiempo, ya que las soluciones convergen fácilmente mostrando una gran estabilidad. De manera que utiliza pocos recursos computacionales. [19]

4.5.1. Métodos de resolución de ANSYS

En este apartado se pretende explicar las opciones del programa que se van a utilizar posteriormente en las simulaciones (tratando de mantener el mismo orden que en la programación de éstas). Se va a utilizar tanto el preprocesador como el postprocesador de ANSYS para poder introducir tanto la geometría con sus características como las condiciones de contorno, analizando posteriormente los resultados obtenidos.

En primer lugar hay que elegir en el Menú Principal de ANSYS el tipo de Análisis que se quiere realizar junto con el método de resolución. De entre la gran cantidad de procesos que puede resolver este programa se va a elegir el análisis estructural. [19]

ANSYS trabaja principalmente con dos métodos de resolución: método-p, método-h descritos a continuación:

- **Método-p:** El método-p obtiene resultados como desplazamientos, tensiones, o deformaciones con un grado de precisión determinado. Para calcular estos resultados, el método-p utiliza un polinomio de grado-p (ecuación constitutiva definida en función de las variables de estado del sistema) con el que se llega a una solución aproximada. Funciona definiendo una malla para un elemento,

resolviéndolo para un grado-p determinado y aumentando el grado en cada iteración. Los resultados se obtienen siguiendo un criterio de convergencia. Cuanto mayor es el grado del polinomio mayor es la aproximación a la solución real. Las principales ventajas de este método son: Utiliza una malla constante (normalmente más gruesa que la que se emplearía en el método-h), su flexibilidad (resuelve el sistema independientemente del mallado), su precisión en las soluciones y su velocidad.

- Método-h: Este método, a diferencia del anterior, no utiliza una malla constante si no una adaptativa, siendo necesario afinar el tamaño de la misma para conseguir una mayor precisión en los resultados. Esto hace que la velocidad de resolución del análisis sea menor, ya que cuantos más nodos se definen más se va tardar en resolverlo. Se puede emplear en análisis dinámicos, de fluidos, campos electromagnéticos, etc.

Existen siete tipos de análisis estructurales presentes en la familia de productos de ANSYS que se explican a continuación. Las primeras incógnitas (grados de libertad nodales), que son calculadas en un análisis estructural son los desplazamientos. Otras magnitudes, tales como, tensiones, y las fuerzas de reacción, se derivan de los desplazamientos nodales.

- Análisis estático: se utiliza para determinar los desplazamientos, tensiones, etc. bajo condiciones de carga estática. Ambos análisis, estático lineal y no lineal, pueden incluir no linealidades como plasticidad, rigidez estrés, grandes deformación, grandes tensiones, hiperelasticidad, superficies de contacto, y fluencia.
- Análisis Transitorio: se utiliza para determinar la respuesta de una estructura de forma que en el tiempo se produce una variación de las cargas. Todas las no linealidades comentadas en el análisis estático se pueden introducir. Permite obtener la vida a fatiga introduciendo las variaciones de carga.
- Análisis modal: se utiliza para calcular las frecuencias naturales y formas modales de una estructura.
- Análisis de espectro: Una extensión del análisis modal, que se utiliza para el cálculo de tensiones y deformaciones debido a la un espectro de respuesta o una entrada PSD (vibraciones al azar).
- Análisis armónico: se utiliza para determinar la respuesta de una estructura variando las cargas con el tiempo.
- Análisis del pandeo: Se usa para calcular las cargas de pandeo y determinar las formas del modo de pandeo.
- Análisis explícito dinámico: este tipo de análisis estructural sólo está disponible en el LS-DYNA ANSYS del programa. ANSYS LS-DYNA proporciona una interfaz para el LS-DYNA de elementos finitos explícito para el análisis dinámico, que se

utiliza para calcular soluciones rápidas, para la dinámica de grandes deformaciones y los problemas complejos de contacto.

En este caso solo se van a usar el modelo estático para la resolución de la estructura y el análisis transitorio para obtener la vida a fatiga. Los siguientes datos a introducir dentro del simulador como son los tipos de elementos y el mallado se irán abordando en cada caso. Como la construcción del modelo y las simplificaciones realizadas.

4.5.2. Fatigue Ansys

El fundamento del cálculo, de este módulo, se basa en las variaciones de carga, simplificando a adaptaciones elástico-plástico de ciertas zonas del modelo, y sumando el daño a fatiga acumulado, mediante la regla de Miner. [19]

El programa cuenta con las siguientes capacidades de cálculo a fatiga:

- Permite postprocesar resultados de tensión existentes para determinar los factores de uso a fatiga, para elementos de tipo sólido y placa. (También, permite introducir tensiones, manualmente, para la evaluación a fatiga de modelos con elementos lineales).
- Permite un historial de cargas, en el cual, se puede seleccionar el número de localizaciones, el número de eventos y el número de cargas, dentro de cada evento.
- Permite definir factores de concentración de tensiones para cada localización y factores de escala para cada evento.

Definiciones:

- **Localización:** Es un nodo seleccionado del modelo, el programa almacena los esfuerzos de fatiga de ese nodo. Normalmente, se eligen localizaciones en puntos de la estructura susceptibles a rotura por fatiga.
- **Evento:** Es un conjunto de condiciones de tensión (o de carga), que se producen en diferentes instantes, durante un único ciclo.
- **Carga:** Es una de las condiciones de tensión que forman parte de un evento.
- **Intensidad de tensión alterna:** Es una medida de la diferencia del estado de tensiones entre dos, o más, cargas.

Para realizar un análisis a fatiga, primero hay que resolver cada uno de los estados de cargas mediante un análisis transitorio, para disponer de las soluciones tensionales de cada estado de carga. Posteriormente, en el menú general de postproceso, se accede en el módulo de fatiga, para realizar los siguientes pasos:

1. Reanudar la base de datos (historial de cargas).
2. Establecer las dimensiones (el número de localizaciones, eventos y cargas), definir las propiedades a fatiga del material (comúnmente introduciendo

Capítulo 4. El método de los elementos finitos.

valores de la curva S-N), identificar las localizaciones tensionadas, y definir los factores de concentración de tensiones.

3. Almacenar las tensiones de las localizaciones de interés para los distintos eventos y cargas; asignar el número de ciclos de cada evento y su factor escalar (si fuera necesario).
4. Realizar los cálculos de fatiga.
5. Revisar los resultados.

5. Descripción del sistema a modelizar

5.1. Características del cuadro a analizar

En este proyecto, se va a analizar el cuadro de la siguiente bicicleta:



Figura 5-1. Bicicleta del análisis.

Ésta bicicleta ha sido fabricada por una empresa española, fundada en 1988. La empresa se dedica a la fabricación de bicicletas para diferentes marcas de la Comunidad Económica Europea. Toda la producción, diseño y desarrollo de producto se realiza en su fábrica de Vilablareix (Gerona).

Al ser una bicicleta de montaña, el fabricante decidió construir el cuadro de acero cromoly con una estructura diamante. Podría ser de otro material como titanio o fibra de carbono, pero entonces el precio de la bicicleta crecería considerablemente y, en caso de utilizar aluminio, el fabricante prefirió tener mayor seguridad al emplear acero, ya que, al ser una bicicleta de montaña podría sufrir grandes cargas (sobre todo en las soldaduras), entre ellas, cargas a fatiga, y el aluminio tiene peor resistencia, sobre todo a la fatiga. También cabe destacar, que ésta bicicleta fue fabricada hace más de una década (en el año 2000), cuando aún se estaban optimizando los cuadros de aluminio, y los cuadros de acero eran (y son aún hoy en día) más baratos que los de aluminio.

En el siguiente plano se representa la numeración aplicada para los tubos y los ángulos que forman entre ellos:

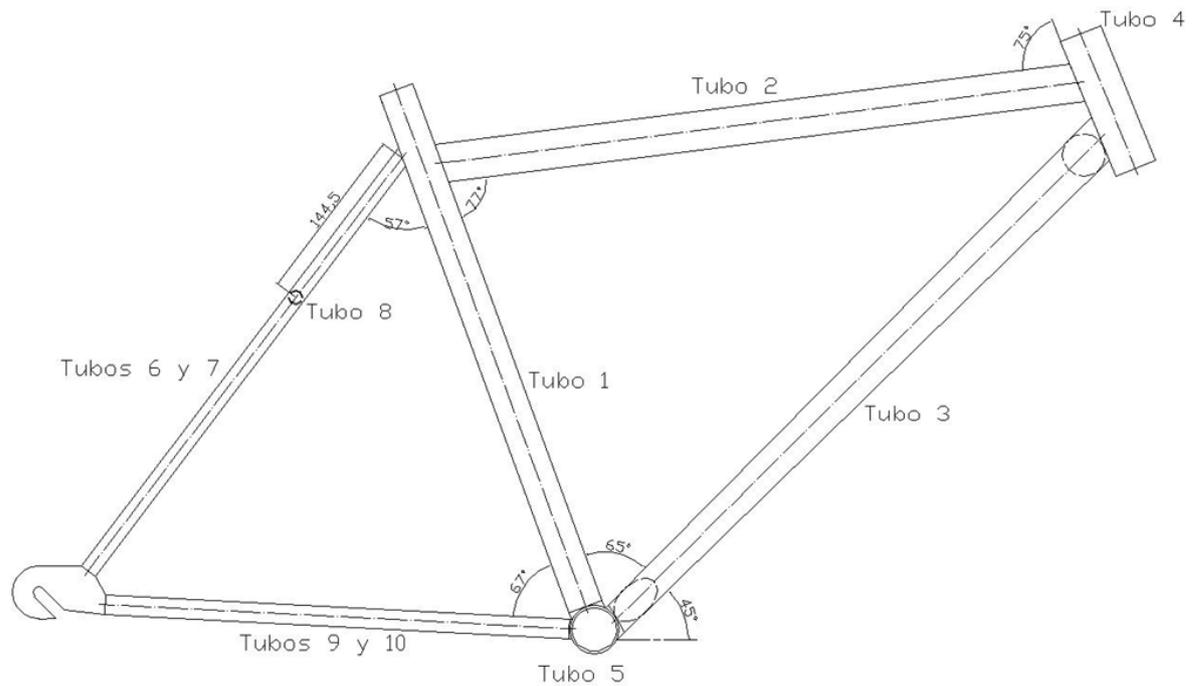


Figura 5-2. Plano del cuadro.

El tubo 1, o tubo del asiento, forma un ángulo de 70° respecto al suelo, y el tubo frontal, o tubo 4, forma un ángulo de 68° respecto al suelo, por lo que los ángulos están comprendidos en el rango típico.

Todos los tubos tienen sección circular hueca, en toda su longitud, excepto el tubo 3, el cual, tiene sección elíptica hueca, en su unión con el tubo 5, y tiene un cambio progresivo de sección hasta tener sección circular hueca, en su unión con el tubo 4 (como se puede apreciar en el plano). Las dimensiones de las secciones son:

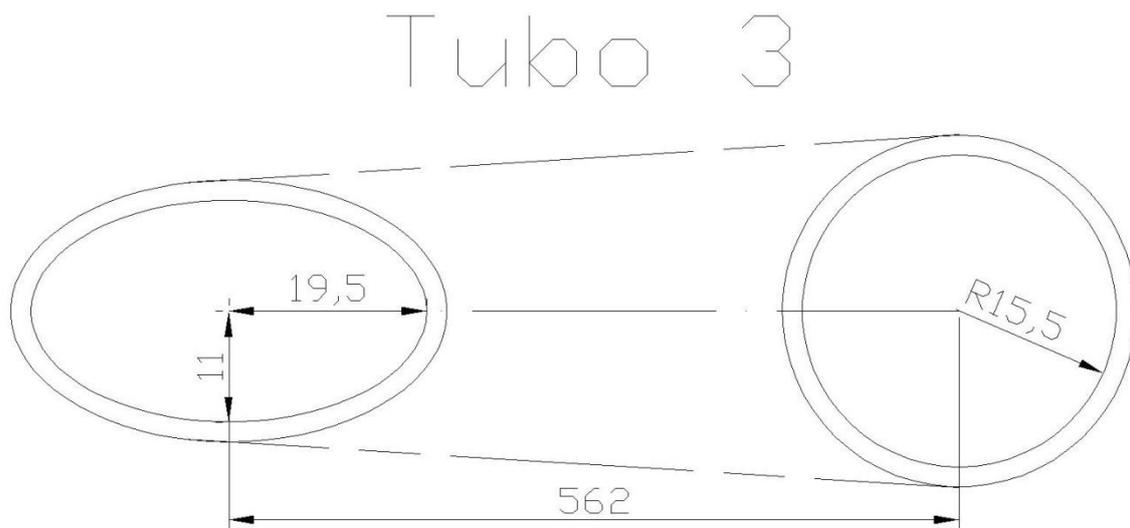


Figura 5-3. Plano secciones del tubo inferior.

Capítulo 5. Descripción del sistema a modelizar.

Las directrices de los tubos 5 y 8 son perpendiculares al anterior plano, y las directrices de los tubos 6, 7, 9 y 10 no están contenidas en el plano ya que tienen cierto ángulo respecto al plano vertical. El ángulo formado entre los tubos 6 y 7 es de 36° , mientras que el ángulo formado entre los tubos 9 y 10 es de 20° . Los tubos 6 y 7 y, el 9 y 10, están unidos, cada pareja respectivamente, a dos punteras traseras, iguales, y que sirven para unir el buje de la rueda trasera al cuadro mediante un tornillo y dos tuercas. Las punteras traseras tienen un espesor de 5 mm y el perfil tiene la siguiente geometría:

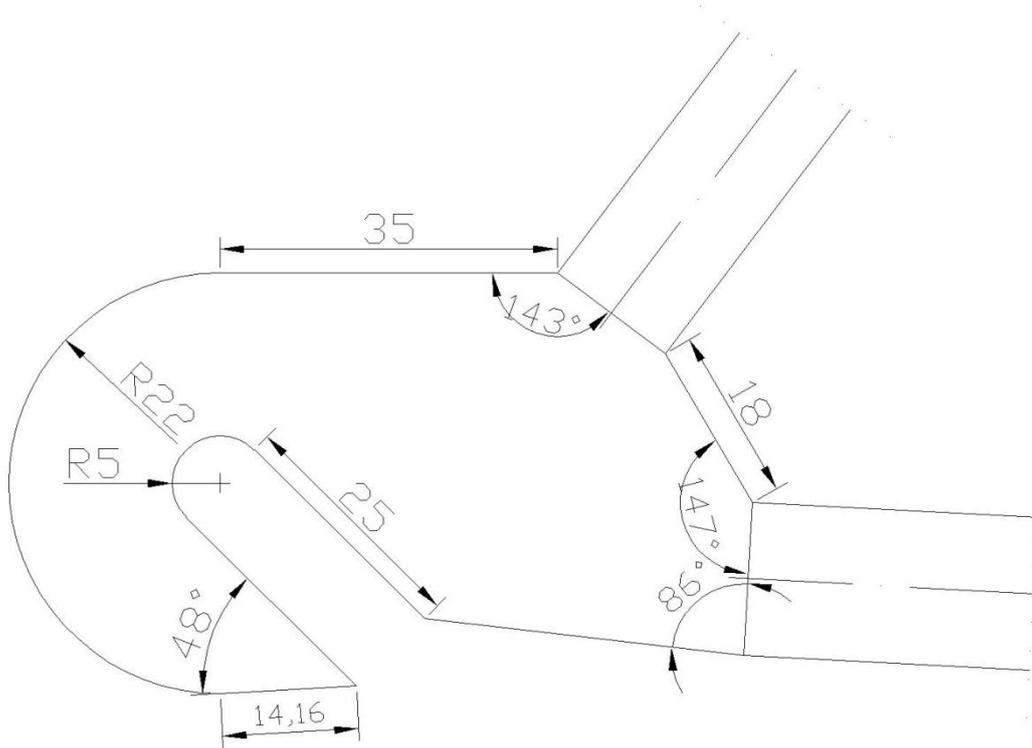


Figura 5-4. Plano de una puntera trasera.

Los espesores de los tubos son:

| Tubo | Diámetro ext. (mm) | Espesor (mm) | Longitud media (mm) | Diámetro int. (mm) |
|------|--------------------|--------------|---------------------|--------------------|
| 1 | 29 | 1,5 | 454 | 26 |
| 2 | 32 | 2 | 525 | 28 |
| 3 | 35* | 2 | 562 | 31* |
| 4 | 35 | 2 | 120 | 31 |
| 5 | 41 | 2 | 80 | 37 |
| 6 | 14 | 1 | 430 | 12 |
| 7 | 14 | 1 | 430 | 12 |
| 8 | 12 | 1 | 60 | 10 |
| 9 | 16 | 1 | 370 | 14 |
| 10 | 16 | 1 | 370 | 14 |

Tabla 5-1. Dimensiones de los tubos del cuadro.*En la sección circular.

Capítulo 5. Descripción del sistema a modelizar.

Como se ha dicho anteriormente, el cuadro, está fabricado de acero cromoly o acero 4130, el cual, tiene la siguiente composición:

| % C | % Cr | % Mo | % Mn | % Si | % P | % S |
|-----------|---------|-----------|---------|-----------|---------|--------|
| 0.28-0.33 | 0.8-1.1 | 0.15-0.25 | 0.4-0.6 | 0.15-0.35 | 0-0.035 | 0-0.04 |

Tabla 5-2. Composición del acero cromoly. [21]

Siendo el resto hierro (Fe).

Es un acero con una alta resistencia a la tracción y ductilidad, es fácil de soldar y es de bajo peso comparado con los aceros anteriormente utilizados para la fabricación de cuadros (ya que tiene mejores propiedades y, por tanto, se emplea menos material). Sus propiedades mecánicas son las siguientes:

| Densidad (ρ) | Mód. de elasticidad (E) | Coef. de poisson (ν) | Límite elástico (S_y) | Tensión a rotura (S_{ut}) | Elongación (ϵ) | Dureza |
|------------------------|-------------------------|----------------------------|---------------------------|-------------------------------|---------------------------|--------|
| 7850 Kg/m ³ | 210 GPa | 0.3 | 480 MPa | 600 MPa | 25 % | 90 HB |

Tabla 5-3. Propiedades del acero cromoly. [21]

Los tubos están unidos mediante soldadura TIG. Además, el cuadro ha sido pintado para reducir el efecto de la corrosión, ya que, al ser de acero, se puede oxidar, pero debido al uso dado, en las siguientes fotografías de las soldaduras se puede apreciar que aparecen zonas oxidadas, y zonas que han perdido la pintura:



Figura 5-5. Imagen de soldadura del tubo del asiento y del tubo inferior, con el tubo del pedalier.



Figura 5-6. Imagen de soldadura del tubo frontal con el tubo inferior.

Posteriormente se realizarán dos modelos, uno con elementos tipo placa y otro con elementos tipo sólido. En el caso del modelo de elementos tipo placa se considerará la unión de las barras es perfecta y no se modelizará las soldaduras.

En el caso del modelo con elementos sólidos, si se ha modelizado las soldaduras alrededor del tubo del pedaliar. La geometría utilizada en este modelo ha sido una similar a la realidad, y se ha tenido que adecuar para que el programa pudiera mallar dicha geometría.

5.2. Curva S-N y factores modificativos del límite de fatiga del cuadro

Para poder realizar un análisis a fatiga, es necesario conocer las propiedades a fatiga de la pieza que se somete al estudio. Y las propiedades del material en el que están fabricadas.

Para ello, se va a tener en cuenta las propiedades del material para obtener el límite de fatiga (S'_e), ya que, está relacionado con la resistencia a tracción (S_{ut}), como se vio en el apartado 3.5.1. El acero cromoly empleado en la fabricación del cuadro tiene una tensión de rotura de 600 MPa, por tanto, su límite de fatiga es:

$$S'_e = 0.5 \cdot S_{ut} = 0.5 \cdot 600 \text{ MPa} = 300 \text{ MPa}$$

Además, se deben aplicar los factores modificativos del límite de fatiga al cuadro. Aunque, debido a su geometría, no serán iguales para todas las zonas del cuadro. Por tanto, se va a proceder a calcular cada uno de los factores modificativos, con las fórmulas y tablas expuestas en el apartado 3.5.2, a continuación.

Factor de acabado superficial (K_a)

Los tubos de acero cromoly son fabricados mediante extrusión y estirado en frío. Por tanto, a partir de la **Tabla 2-1**, se conocen los valores de a y b :

$$a = 4.51 \text{ MPa} \quad y \quad b = -0.265$$

Por tanto:

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b = 4.51 \text{ MPa} \cdot (600 \text{ MPa})^{-0.265} = 0.82787823$$

Se va a considerar que las uniones soldadas tienen el mismo acabado superficial.

Factor de tamaño (K_b)

Este factor es distinto dependiendo del caso de cargas existentes, en este caso, los tubos van a sufrir cargas axiales, cortantes, de flexión y de torsión y, por tanto, no se puede considerar un factor igual a 1. También, depende del tubo que se esté analizando, ya que cada tubo tiene distinto diámetro, exceptuando las dos parejas del triángulo trasero (tubos 6-7 y 9-10). Debido, a que todos los tubos tienen un diámetro inferior a 51 mm, se empleará la siguiente fórmula:

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} \quad \text{para diámetros: } 2.79 \leq d \leq 51 \quad (d \text{ en mm})$$

Donde d es el diámetro exterior, ya que en esa zona se localizan los mayores esfuerzos a flexión. Por tanto, en la siguiente tabla se pueden ver los valores del factor de tamaño para cada uno de los tubos:

| Tubo | Diámetro ext. (mm) | K _b |
|------|--------------------|----------------|
| 1 | 29 | 0,8594801 |
| 2 | 32 | 0,8499473 |
| 3 | 35 | 0,8413614 |
| 4 | 35 | 0,8413614 |
| 5 | 41 | 0,8264129 |
| 6 | 14 | 0,933403 |
| 7 | 14 | 0,933403 |
| 8 | 12 | 0,9498483 |
| 9 | 16 | 0,9193877 |
| 10 | 16 | 0,9193877 |

Tabla 5-4. Valores del factor de tamaño para cada uno de los tubos.

Factor de confiabilidad (K_c)

Este factor permite de forma analítica diseñar un elemento mecánico sometido a cargas de fatiga de manera que tenga una vida deseada con una determinada confiabilidad. En este caso, se va a considerar una confiabilidad del 95%, por tanto según la **Tabla 2-2**: $K_c = 0.868$.

Factor de temperatura (K_d)

Debido a que la temperatura de operación es siempre bastante inferior a 450 °C, el fallo, en caso de producirse, será un fallo frágil, y $K_d = 1$.

Factor de concentración de tensiones (K_e)

Debido a que no existen agujeros, ranuras, chavetas, muescas que alteran la distribución del esfuerzo no habrá zonas con concentración de tensiones en esas zonas, pero pueden existir en otras zonas. Los programas basados en el método de los elementos finitos, tienen en cuenta que la geometría del modelo y, por tanto, no hace falta corregir este factor, en ese caso, por tanto $K_e = 1$, en todas las zonas del cuadro.

Factor de efectos diversos (K_f)

Este factor tiene en cuenta otras características, no analizadas hasta ahora y que pueden afectar. En este caso, se va a despreciar los posibles esfuerzos residuales, la posible direccionalidad y la corrosión en los tubos, al ser características que no afectan en gran medida y son difíciles de cuantificar.

Pero, si se va a tener en cuenta las uniones soldadas que provocan una reducción de la resistencia a la fatiga. Para ello, se emplean coeficientes de reducción de resistencia a la fatiga, dependiendo del tipo de soldadura, determinados por la **Tabla 2-3**, en este caso los tubos están unidos mediante cordones de soldadura con nudos con solape con geometría KT, por tanto:

| Tipo de nudo | | Cordones | Montantes | Diagonales |
|----------------------|-------|----------|-----------|------------|
| Nudos con separación | K | 1,5 | 1,0 | 1,3 |
| | N; KT | 1,5 | 1,8 | 1,4 |
| Nudos con solape | K | 1,5 | 1,0 | 1,2 |
| | N; KT | 1,5 | 1,65 | 1,25 |

Tabla 5-5. Valores de los coeficientes de reducción de soldadura.

Para obtener el factor, se realiza:

$$K_f = \frac{1}{C_f} = \frac{1}{1.5} = 0.666667$$

Por tanto, este factor será igual al valor anterior en las zonas de las uniones, pero no así en las zonas de los tubos alejados de las uniones donde su valor será: $K_f = 1$.

Curva S-N modificada

Como se ha analizado anteriormente, los factores modificativos del límite de fatiga varían en función de la zona analizada, por tanto, la curva S-N también, y será distinta dependiendo de la zona, ya que varía el límite de fatiga S_e .

Para el caso del tubo del asiento, tubo 1, en zonas alejadas de las soldaduras, el límite de fatiga es:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f \cdot S'_e$$

$$S_e = 0.82787823 \cdot 0.8594801 \cdot 0.868 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 300 \text{ MPa} = 185.286 \text{ MPa}$$

La curva S-N, será:

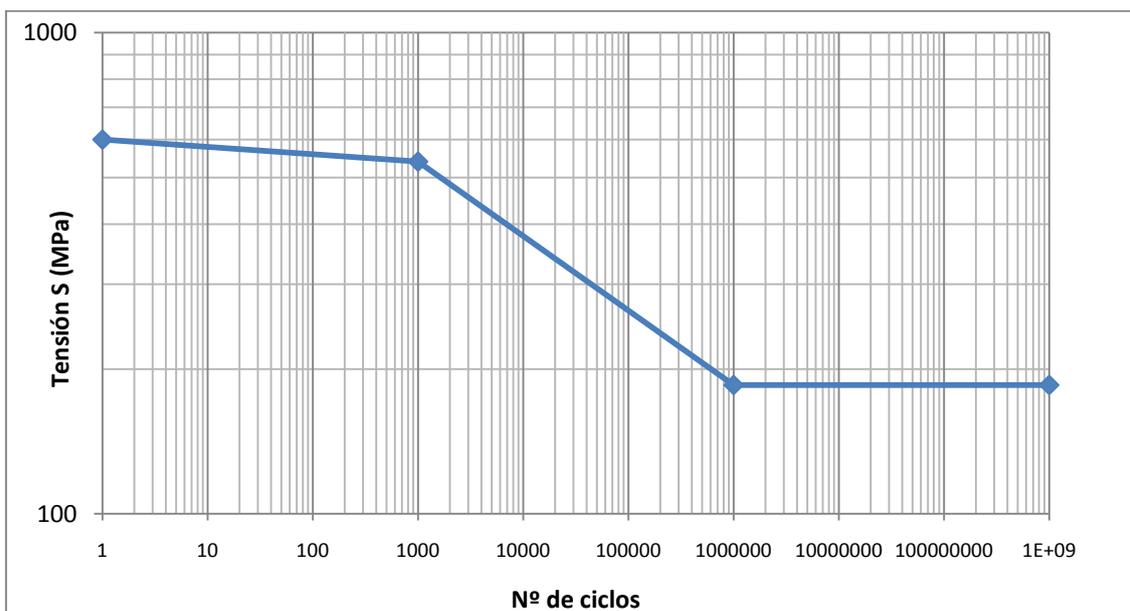


Figura 5-7. Curva S-N de las zonas del tubo del asiento lejos de las uniones soldadas.

Capítulo 5. Descripción del sistema a modelizar.

Sin embargo, en la zona de la soldadura del tubo del asiento con el tubo del pedalier, el límite de fatiga cambia, al variar K_f y, además K_b , al escoger el factor del tubo del pedalier, que es el caso más desfavorable. Por tanto el límite de fatiga es:

$$S_e = 0.82787823 \cdot 0.826413 \cdot 0.868 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0.666667 \cdot 300 \text{ MPa} = 118.772 \text{ MPa}$$

Y, por tanto, también, varía la curva S-N siendo:

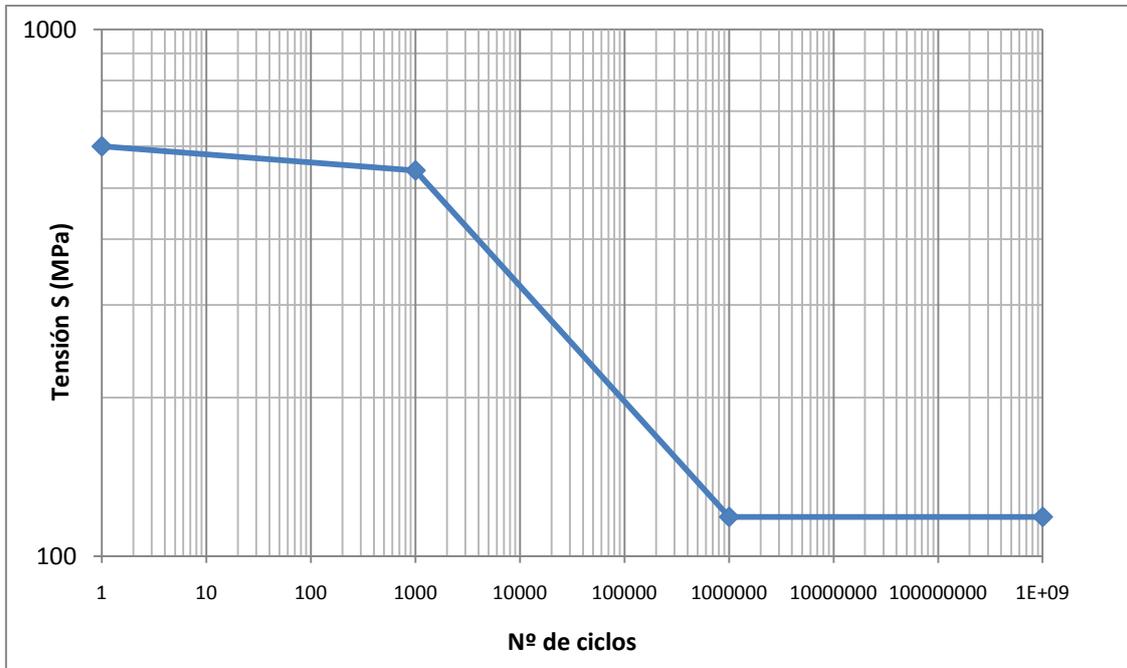


Figura 5-8. Curva S-N de la unión soldada del tubo del asiento con el tubo del pedalier.

Por tanto, se pueden obtener los diferentes valores del límite de fatiga de las distintas zonas, exceptuando las punteras, obteniendo los siguientes valores:

| Tubo | S_e (MPa) | S_e en soldadura (MPa) |
|------|-------------|--------------------------|
| 1 | 185,286273 | 123,524182 |
| 2 | 183,231209 | 122,154139 |
| 3 | 181,380264 | 120,9201759 |
| 4 | 181,380264 | 120,9201759 |
| 5 | 178,157671 | 118,771781 |
| 6 | 201,222543 | 134,1483617 |
| 7 | 201,222543 | 134,1483617 |
| 8 | 204,767818 | 136,511879 |
| 9 | 198,201138 | 132,1340923 |
| 10 | 198,201138 | 132,1340923 |

Tabla 5-6. Valores del límite de fatiga de las zonas del cuadro.

Y a partir, de los valores anteriores, se pueden obtener las diferentes curvas S-N en las demás zonas.

5.3. Descripción de las cargas

Para poder resolver el sistema, se necesita conocer las cargas y restricciones que se deben aplicar en el cuadro, para modelizarlo correctamente. Deben aplicarse, de tal forma, que la solución sea correcta, al menos, en las zonas de interés del análisis.

5.3.1. Restricciones

Para que el programa pueda resolver el sistema, con un análisis estático, se deben restringir los seis grados de libertad, para obtener una solución. Para restringir la componente vertical (u_y , aparece en color marrón), se han impuesto restricciones en las punteras que sostienen el buje de la rueda trasera y en la parte inferior del tubo frontal, donde estaría la horquilla, que sujeta a la rueda delantera. Además, con estas restricciones se ha impedido el giro del cuadro en el eje Z (θ_z).

Se ha impedido en ambas punteras traseras su movimiento transversal al plano del cuadro (u_z , aparece en color azul en las figuras, y el eje z es el perpendicular al plano). Está restricción no es exacta a la realidad, ya que en realidad las punteras están sujetas mediante un tornillo y dos tuercas y se pueden producir pequeños desplazamientos, pero es algo que no afecta al análisis, ya que esa zona no será de importante interés en el análisis. Estas restricciones, también, compensarán los momentos en el eje Y (θ_y). En la siguiente figura sólo aparece una puntera:

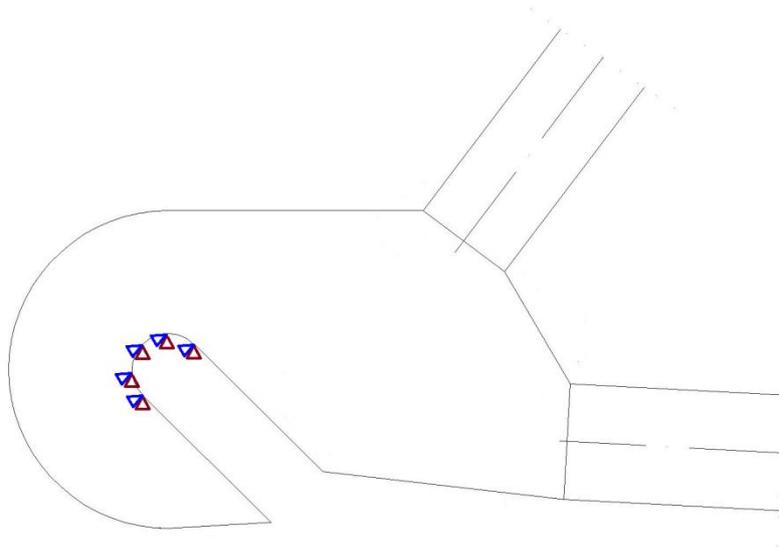


Figura 5-9. Restricciones en las punteras traseras.

En cuanto a los momentos en el eje X (θ_x), estos momentos son producidos por las fuerzas de pedaleo, y son compensados por un momento aplicado en el manillar, por tanto, suelen ser nulos. Pero en caso de que se produzca alguna reacción al momento, pueden ser compensadas por las restricciones u_y y u_z .

Por último, se ha impuesto una restricción puntual en la parte inferior del tubo frontal para restringir el desplazamiento en el eje x (u_x , aparece en color verde en las figuras),

para que el programa pueda resolver el sistema, aunque esta carga no es real y puede afectar a la zona local donde está aplicada, pero dicha zona no será de importante interés en este análisis.

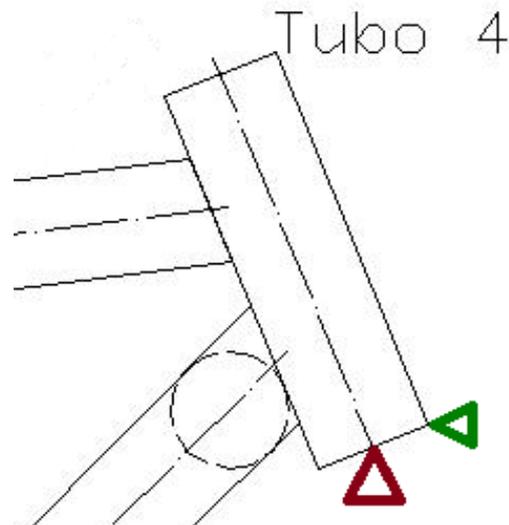


Figura 5-10. Restricciones en el tubo frontal.

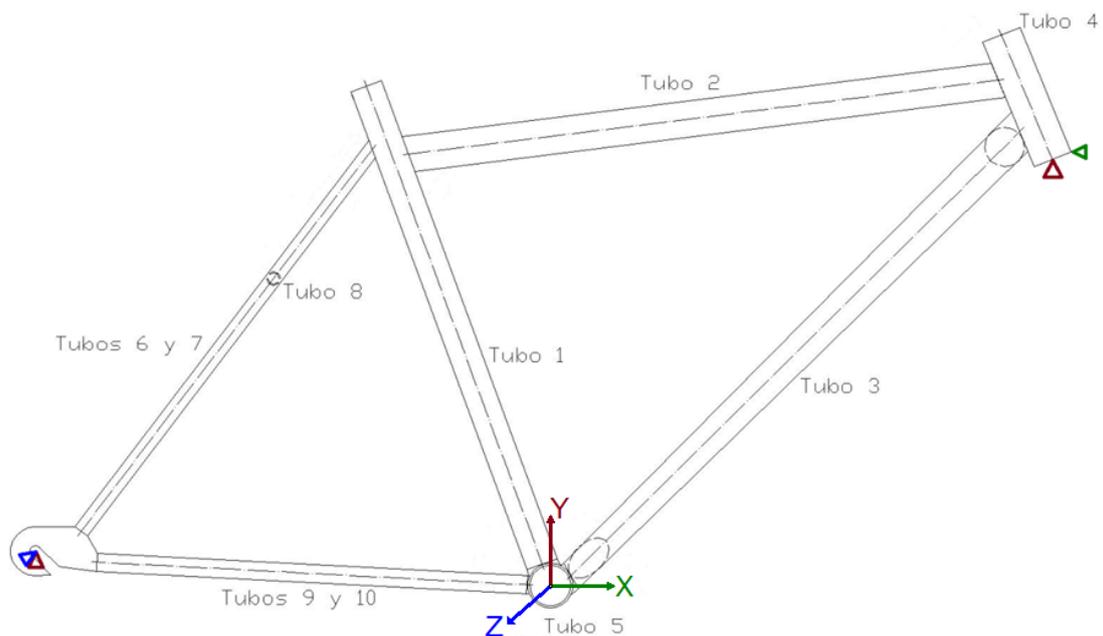


Figura 5-11. Restricciones en el cuadro.

Para determinar las cargas de pedaleo que afectan al cuadro de la bicicleta, es necesario conocer diversos datos de biomecánica, para conocer las magnitudes de dichas fuerzas. Además, las magnitudes dependen del peso del ciclista, en este proyecto se ha supuesto un ciclista con un peso de 800 N, es decir, con una masa corporal de 81.55 Kg.

Pero, dichas fuerzas, también, dependen de la posición del ciclista en la bicicleta, ya que las fuerzas varían si el ciclista está pedaleando sentado en el sillín o de pie, y de la

potencia que se esté empleando en un determinado momento. Es por ello, que se van a suponer tres hipótesis de cargas:

- El ciclista está sentado sin pedalear.
- El ciclista está pedaleando sentado en el sillín.
- El ciclista está pedaleando de pie.

Por tanto, se va distinguir entre los diferentes estados de carga para determinar, así, cada uno de los estados tensionales.

A continuación, se redactan algunas particularidades que se han tenido en cuenta para aplicar las cargas.

Las cargas en los pedales se aplicarán en el modelo como cargas puntuales y verticales, es decir, con la misma dirección que el eje Y, y con sentido negativo.

También, se debe tener en cuenta que el peso (o la carga) en los pedales, es aplicado en el centro del pedal y, por consecuencia, al transmitir esa fuerza al tubo del pedalier, se debe tener en cuenta un momento proporcional al peso y a la distancia entre el extremo del tubo del pedalier (donde se aplicara la fuerza y el momento en el modelo) y el punto donde se aplica la fuerza en la realidad, que es el centro del pedal. Dicho momento tiene componente en el eje X.

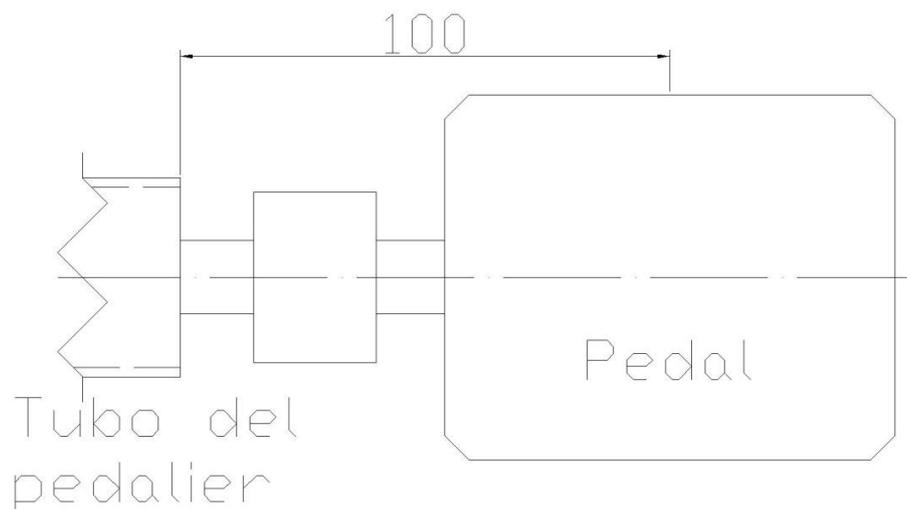


Figura 5-12. Representación de la distancia entre pedal y pedalier.

Como se ve en la figura la distancia entre el centro del pedal (lugar donde aplica la fuerza el pie del ciclista) y el extremo del tubo del pedalier es de 100 mm o, lo que es lo mismo, 0.1 m. Por tanto, el momento es:

$$M_{x,pedal} = F_p \cdot 0.1$$

Cuando la carga se aplica sólo en un pedal, ésta genera un momento, como se ha dicho anteriormente. El ciclista tiende a equilibrar la bicicleta aplicando un momento de la

Capítulo 5. Descripción del sistema a modelizar.

misma magnitud, pero de sentido contrario, en el manillar. Este momento es transmitido a la zona superior del tubo frontal, a través del propio tubo del manillar y de la sujeción de éste al tubo frontal, mediante varias placas de acero, un rodamiento y el eje de dirección. La función del rodamiento es permitir la dirección, pero no es capaz de soportar momentos en el eje X, los cuales los absorbe el cuadro, en este caso el tubo frontal.

Además, la fuerza aplicada en el pedal genera otro momento en el eje Z, pero ese momento es absorbido por el mecanismo del plato y la cadena para transmitirlo como fuerza motriz a la rueda trasera de la bicicleta y en el interior del eje del pedalier existen rodamientos para evitar que se transmita al cuadro y que no existan fuerzas de rozamiento opuestas al movimiento.

Las cargas en el sillín y el manillar se aplicaran en el modelo como presiones lineales en el perímetro superior del tubo del asiento y del tubo frontal, sillín y manillar, respectivamente. En el caso del tubo del asiento, se aplicará en el extremo superior, donde una abrazadera de acero sujeta la tija (tubo fijo al sillín) con un perno.

Para poder aplicar las cargas en el sillín y en el manillar como presiones lineales se necesita conocer los perímetros del tubo del asiento y del tubo frontal. Se va a considerar el diámetro medio para calcularlos:

$$L_{perímetro} = 2\pi \cdot \left(\frac{d_{medio}}{2}\right)$$

Se utiliza el diámetro medio, porque para realizar el primer modelo con ANSYS se emplearán elementos tipo placa, y el programa trabaja con el plano medio con este tipo de elementos.

El tubo del asiento tiene un diámetro medio igual a 27.5 mm, por tanto:

$$L_{tubo\ del\ asiento} = 2\pi \cdot \left(\frac{0.0275}{2}\right) = 0.086393798\ m$$

Y el tubo frontal tiene un diámetro medio de 33 mm, por tanto:

$$L_{tubo\ frontal} = 2\pi \cdot \left(\frac{0.033}{2}\right) = 0.103672558\ m$$

Para aplicar correctamente los momentos respecto al eje X en el modelo, se han creado cuatro placas complementarias, en los extremos del tubo del asiento y del tubo frontal, que modalicen las chapas existentes en la realidad (estos elementos tipo placa se verán en el siguiente capítulo con más detalle). A través de ambos tubos (el del pedalier y el frontal) pasan dos ejes (el eje del pedalier y el de dirección, respectivamente) sujetos por rodamientos y por chapas de acero en sus extremos. El resto de tubos no tienen ningún componente en su interior.

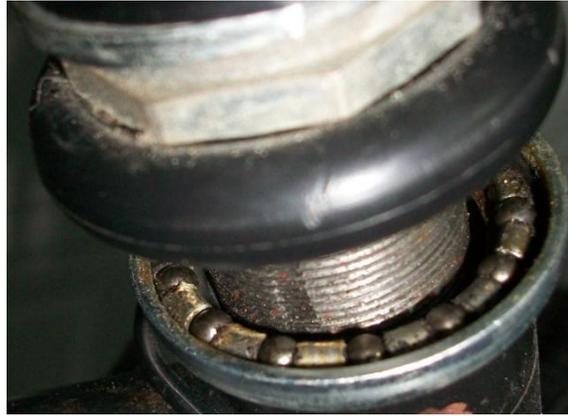


Figura 5-13. Imagen del eje y rodamiento interno del tubo frontal.



Figura 5-14. Imagen del eje y el tubo del pedalier.

5.3.2. Cargas con el ciclista sentado sin pedalear

Para conocer las cargas cuando el ciclista está sentado sin pedalear, se va a realizar un reparto de pesos entre las tres zonas en las que se reparte el peso del ciclista. Esas tres zonas son el manillar (debido a que el ciclista se apoya con los brazos en el manillar), el sillín (lugar donde se sienta el ciclista, y en este caso, donde va a recaer la mayoría del peso) y los pedales (debido al peso de las piernas).

Para este estado, el reparto de pesos es el siguiente:

| | Porcentaje | Peso (N) |
|-----------------|-------------------|-----------------|
| Pedales | 22,5% | 180 |
| Sillín | 62,5% | 500 |
| Manillar | 15,0% | 120 |

Tabla 5-7. Reparto de pesos con el ciclista sentado.

El peso en los pedales está repartido en los dos, por igual, es decir 90 N en cada pedal.

El momento aplicado será igual a:

$$M_{pedal} = 90 \text{ N} \cdot 0.1 \text{ m} = 9 \text{ Nm}$$

Este momento será aplicado tanto en el extremo derecho como en el izquierdo del tubo del pedalier, al tener los dos pies en reposo apoyados en los pedales. Y se compensan debido a que un momento es contrario al otro (uno positivo, en el eje X, y el otro negativo), manteniendo el equilibrio. Por tanto, el ciclista no aplica ningún momento en el manillar para equilibrar la bicicleta, ya que, se supone que va recto.

Por tanto, las cargas serán:

| | Carga puntual (N) | Presión lineal (N/m) | Momento (Nm) |
|--------------------------|----------------------|----------------------|--------------|
| Tubo del pedalier | 180 (90 en cada uno) | - | ±9 |
| Tubo del asiento | - | 5787,452474 | - |
| Tubo frontal | - | 1157,49049 | - |

Tabla 5-8. Cargas con el ciclista sentado sin pedalear.

Según el pedal, así será el signo del momento, en el pedal derecho el momento será positivo y en el pedal izquierdo negativo, respecto al eje X.

Debido a que el ciclista no está realizando ningún esfuerzo físico, no se debe aplicar ningún coeficiente dinámico y, por tanto, las cargas serán iguales a los pesos. Además, en este caso el cuadro no sufre ningún esfuerzo de fatiga, al no variar la carga respecto al tiempo.

5.3.3. Cargas con el ciclista pedaleando sentado

En este caso, hay que tener en cuenta que al estar pedaleando el ciclista, la carga en los pedales no se reparte equitativamente entre los dos. Se va a considerar el caso, en el que el ciclista está realizando el máximo esfuerzo en uno de los pedales, mientras que en el otro no existirá ninguna fuerza, al mover el pie con el pedal en el sentido de pedaleo. Además, al estar realizando un esfuerzo se debe aplicar un coeficiente dinámico en dicha fuerza. Por tanto, la fuerza que aparece en la siguiente tabla es sólo en un pedal.

Se ha reducido el peso en el sillín respecto al caso anterior, ya que al realizar el ciclista un esfuerzo en el pedal, el peso en el sillín se ve reducido, al levantar parte del peso del asiento. También, se ha reducido el peso en el manillar, porque, al aumentar el esfuerzo de tracción, el ciclista ejerce menor fuerza de apoyo en el manillar.

En este caso el reparto de peso y las cargas serán:

| | Porcentaje | Peso (N) | Coefficiente dinámico | Carga (N) |
|-----------------|------------|----------|-----------------------|-----------|
| Pedal | 50,0% | 400 | 1,6 | 640 |
| Sillín | 37,5% | 300 | 1 | 300 |
| Manillar | 12,5% | 100 | 1 | 100 |

Tabla 5-9. Reparto de pesos con el ciclista pedaleando sentado.

Se ha aplicado un coeficiente dinámico de 1.6 para la carga en el pedal, este valor ha sido obtenido a partir de los valores obtenidos de estudios biomecánicos, expuestos en el apartado 3.4.2. En dichos estudios exponían que la fuerza en el pedal puede alcanzar el 80% del peso del ciclista, que en este caso son 640 N. Esta carga genera un momento en el eje del pedaliar, respecto al eje X. El ciclista para compensar este momento, aplica uno igual, pero de sentido contrario en el manillar, por tanto, se aplicará un momento en el extremo superior del tubo frontal. El sentido de los momentos dependerá de si el ciclista está aplicando la carga en el pedal derecho o izquierdo.

| | Carga puntual (N) | Presión lineal (N/m) | Momento (Nm) |
|--------------------------|-------------------|----------------------|--------------|
| Tubo del pedaliar | 640 | - | ±64 |
| Tubo del asiento | - | 3472,471485 | - |
| Tubo frontal | - | 964,5754087 | ±64 |

Tabla 5-10. Cargas con el ciclista pedaleando sentado.

Además, según los estudios de biomecánica, la cadencia que tiene mayor eficacia cuando un ciclista pedalea sentado (en llano mayoritariamente) es 90 r.p.m., por tanto, se considerará esa cadencia para realizar el análisis a fatiga del cuadro. A esa cadencia de pedaleo un ciclo dura 0.666 segundos, por tanto, cada 0.666 segundos el ciclista da 2 pedaladas.

Para el análisis posterior de fatiga, se considerará que la duración de aplicación de la fuerza (640 N) en un pedal durante 0.2 segundos, y que existe una transición de 0.133 segundos hasta que se aplica la carga en el pedal contrario, en esta etapa de transición la carga en los pedales y los momentos en el eje X serán nulos. Esta hipótesis de carga no es igual a la realidad, ya que, según los estudios de biomecánica la fuerza crece y decrece de forma lineal, pero esta simplificación, facilita bastante el análisis y reduce el tiempo computacional considerablemente, dando resultados igualmente valiosos.

5.3.4. Cargas con el ciclista pedaleando de pie

Este caso, tiene la particularidad de que no existirán fuerzas en el sillín y las fuerzas en pedal serán bastante considerables. Al igual que en el caso anterior, se considerará la carga máxima aplicada en un pedal, mientras que en el otro pedal se considerará carga nula.

El peso en el manillar es solamente del 10%, debido a que, al haber mayor fuerza de tracción, el ciclista carga menos peso en el manillar, e intenta que todo su peso recaiga en el pedal para poder aplicar mayor potencia.

Se debe aplicar un coeficiente dinámico para la carga en el pedal, que en este caso, según los estudios de biomecánica se puede alcanzar una carga de hasta el 310% del peso corporal en el pedal cuando el ciclista pedalea de pie, es decir, en este caso 2480 N, lo cual, implica un coeficiente dinámico de 3.444. Este coeficiente es tan alto, ya que

se puede decir que el ciclista salta de un pedal a otro ejerciendo una fuerza bastante considerable. Por tanto, el reparto de pesos y de las cargas es:

| | Porcentaje | Peso (N) | Coefficiente dinámico | Carga (N) |
|-----------------|------------|----------|-----------------------|-----------|
| Pedal | 90,0% | 720 | 3,4444444444 | 2480 |
| Sillín | 0,0% | 0 | 1 | 0 |
| Manillar | 10,0% | 80 | 1 | 80 |

Tabla 5-11. Reparto de pesos con el ciclista pedaleando de pie.

Al igual, que en el caso del ciclista pedaleando sentado, los momentos en el eje del pedalier y en el eje del manillar variarán el sentido (o signo), dependiendo si la fuerza se está ejerciendo en el pie derecho o en el izquierdo.

| | Carga puntual (N) | Presión lineal (N/m) | Momento (Nm) |
|--------------------------|-------------------|----------------------|--------------|
| Tubo del pedalier | 2480 | - | ±248 |
| Tubo del asiento | - | - | - |
| Tubo frontal | - | 771,6603269 | ±248 |

Tabla 5-12. Cargas con el ciclista pedaleando de pie.

Por último, en este caso, según la biomecánica, la cadencia con mayor eficacia es de 60 r.p.m. cuando el ciclista pedalea sentado. A esa cadencia de pedaleo un ciclo dura 1 segundo, por tanto, cada 0.5 segundos el ciclista da 2 pedaladas. Al igual que en el caso anterior, se considerará una fase de carga máxima (2480 N) y una etapa de transición donde las cargas en los pedales y los momentos respecto al eje X son nulos. La duración de aplicación de la fuerza en un pedal será 0.3 segundos, y existe una transición de 0.2 segundos hasta que se aplica la carga en el pedal contrario.

6. Metodología

En este capítulo, se realizará el análisis del cuadro sometido a las cargas de pedaleo mediante el método de los elementos finitos, con la herramienta ANSYS. Para ello, se van a seguir los siguientes pasos:

- Elaboración del modelo con elementos tipo placa.
- Análisis del modelo con elementos tipo placa a cargas estáticas.
- Elaboración del modelo con elementos tipo sólido.
- Análisis del modelo con elementos tipo sólido a cargas estáticas.
- Análisis a fatiga de ambos modelos.

Este proceso se ha seguido creando modelos cada vez con más detalle, es decir, con un mayor número de nodos para obtener una solución más precisa. Se busca tener un modelo cada vez más preciso, para obtener un campo tensional más concreto y conocer con más detalle las comprobaciones de los esfuerzos que se debería realizar en el cuadro, tanto para la secciones de los tubos, como para la resistencia de las soldaduras.

En este análisis no se ha realizado ningún modelo con elementos tipo barra (beam), debido a que se buscaba una solución más precisa, y del modelo con elementos tipo barra se obtienen unos resultados tensionales poco precisos en muchas zonas del cuadro y menos concretos. Pero, es totalmente viable crear un modelo con este tipo de elemento para realizar un análisis preliminar.

6.1. Elaboración del modelo con elementos tipo placa

En primer lugar, se va a llevar a cabo la modelización del cuadro con elementos tipo placa aplicando cargas estáticas, con el objetivo de analizar los resultados obtenidos de este modelo, y decidir qué zona sufre las mayores tensiones. Esa zona se analizará de manera más concreta, posteriormente, con elementos sólidos con cargas estáticas y a fatiga.

Se seguirán los siguientes pasos:

1. Selección del tipo de elemento.
2. Introducción de las secciones de las placas (constantes reales).
3. Selección de las propiedades del material.
4. Modelado de la geometría.
5. Mallado.
6. Imposición de restricciones.
7. Aplicación de cargas.
8. Resolución del modelo.

Con estos puntos quedará definida la solución del modelo y se podrán visualizar los resultados.

Selección del tipo de elemento

Respecto a la definición del tipo de elemento, ANSYS ofrece una gran cantidad de clases diferentes dentro de los elementos tipo placa (o "Shell"). La elección del tipo de elemento determina, entre otros factores, los grados de libertad implicados en el análisis y el espacio dimensional en que se construye el modelo; también condiciona la naturaleza de los resultados obtenidos y el método de cálculo de los mismos.

Este modelo se compone de elementos Shell181, estos elementos están diseñados para trabajar en todo tipo de condiciones de cargas. Es adecuado para el análisis de estructuras de placas finas hasta moderadamente gruesas.

Se escogió por ser un elemento sencillo (al tener menos nodos que otros elementos), que no hacen que la resolución, por parte del ordenador, sea laboriosa, y se reduce de esta manera el tiempo computacional. Es un elemento de 4 nodos con seis grados de libertad en cada nodo: traslaciones en las direcciones x, y, z, y rotaciones sobre los ejes x, y, z.

El elemento Shell181 se puede emplear para análisis lineal, y/o grandes aplicaciones no lineales de tensión. En el dominio del elemento, se admiten esquemas completos y reducidos de integración. Se puede utilizar para modelizar placas, materiales compuesto con varias capas o placas de sandwich.

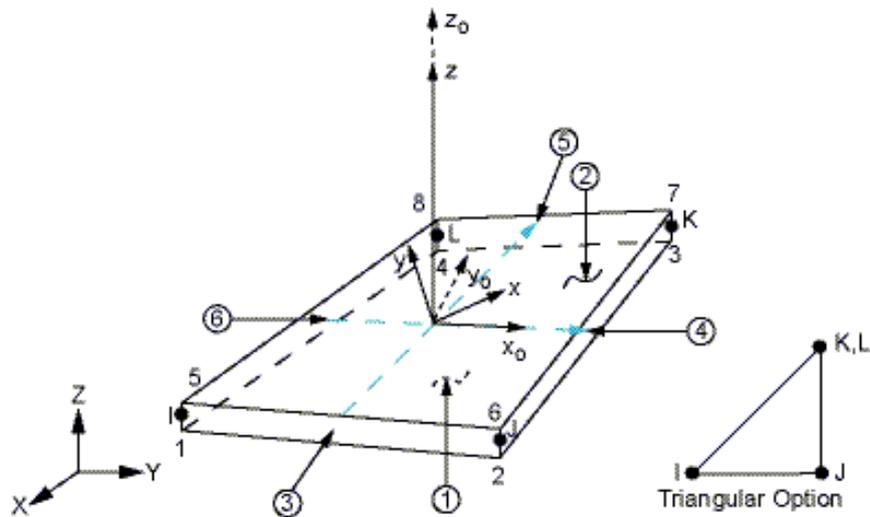


Figura 6-1. Elemento Shell181.

Para elegir el tipo de elemento se puede utilizar el comando **ET**, o bien, se puede seleccionar mediante **Main Menu>Preprocessor>Element Type**.

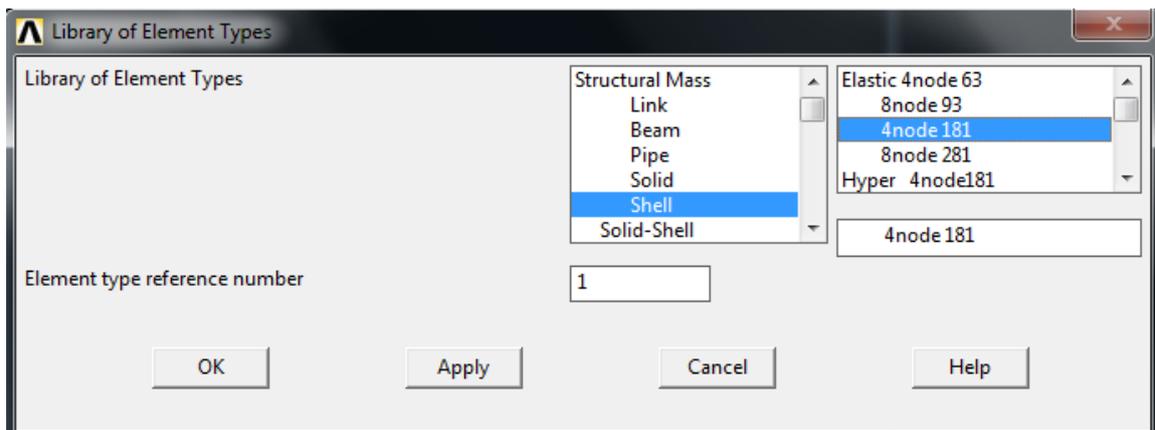


Figura 6-2. Selección de elemento Shell 181.

Secciones de las placas

Se puede definir el espesor de la placa usando el comando de constantes reales o mediante el menú de sección o mediante sus comandos. Puede ser definido en cada uno de los nodos, si varía suavemente sobre la zona del elemento. Si el elemento tiene un espesor constante, solamente se introduce un dato. Si el espesor no es constante, se deben introducir cuatro espesores, uno por nodo.

Alternativamente, el espesor de la placa y las propiedades más generales, se pueden especificar a través de comandos de sección. Shell181 puede estar asociada con una sección (**SECTYPE**). El comando sección de Shell es un método más general para definir la modelización de placas, que la opción de las constantes real. El comando de sección permite definir el revestimiento de materiales compuestos en capas, y proporciona las opciones de entrada para especificar el grosor, el material, la orientación y el número de puntos de integración, a través del espesor de las capas.

Capítulo 6. Metodología.

El elemento Shell181 admite 3 puntos de integración o más. Si se especifican 2, los resultados se calcularán para la cara externa y la cara interna. La cara intermedia será la media aritmética entre las dos anteriores. Además, el programa proporciona otras opciones más flexibles, tales como el uso de una herramienta de modelización de ANSYS para definir el grosor, como una herramienta de coordenadas global/local o números de nodo (**SECFUNCTION**).

También, se pueden definir mediante **Main Menu>Preprocessor>Sections>Shell**.

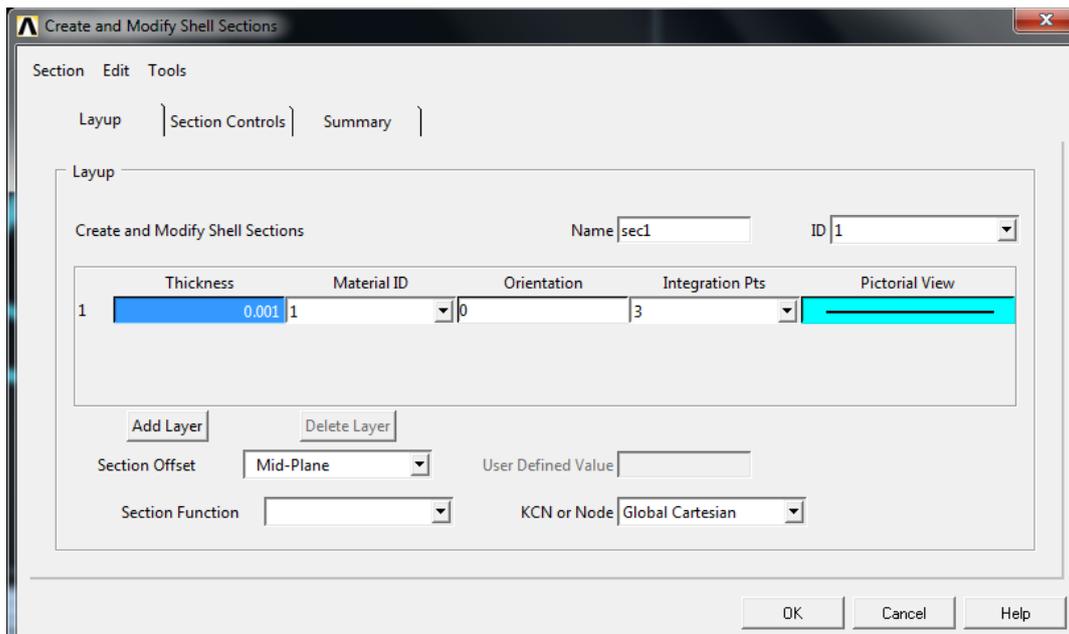


Figura 6-3. Selección de secciones.

En el caso del cuadro existen 4 secciones distintas, tal y como se puede ver en la **Tabla 4-1**, al existir 3 espesores distintos para los tubos y un espesor más para las punteras traseras. Por tanto, se definen 4 secciones con los diferentes espesores y, después de la construcción de la geometría se asignan correspondientemente a sus planos.

El programa no tiene unidades de magnitud decididas. En este proyecto, se han introducido todas las unidades según el Sistema Internacional. Es decir, en este caso, los espesores se han introducido en metros.

Propiedades del material

Hay muchos modelos de materiales disponibles para usar en un análisis. Se puede acudir al manual para ver los diferentes tipos y cuál es el mejor para cada simulación.

El material se puede especificar ya sea de la librería interna de ANSYS o creando directamente el material. Una vez decidido el modelo de material para usar en el análisis, se deben definir todas las propiedades asociadas con el modelo. Generalmente se usan los comandos de **MP**, **TB** y **TBDATA**. En la GUI, el modelo de material es definido de la siguiente manera en el menú de ANSYS: **Main Menú >Preprocessor>Material Props>Material Models**.

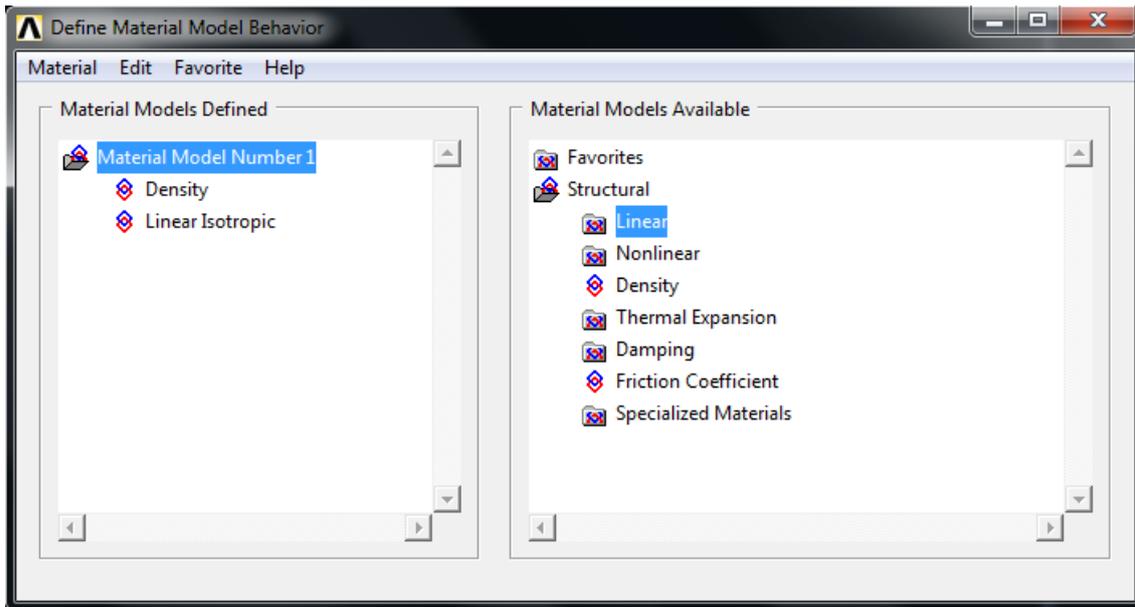


Figura 6-4. Selección del modelo de material.

Para el acero cromoly, material del cuadro, se ha seleccionado un modelo de material lineal isotrópico, ya que, no se espera sobrepasar el límite elástico del acero y el material tiene las mismas propiedades en todas las direcciones. Las propiedades introducidas (Módulo elástico, coeficiente de poisson y densidad) han sido las reflejadas en la **Tabla 4-3**.

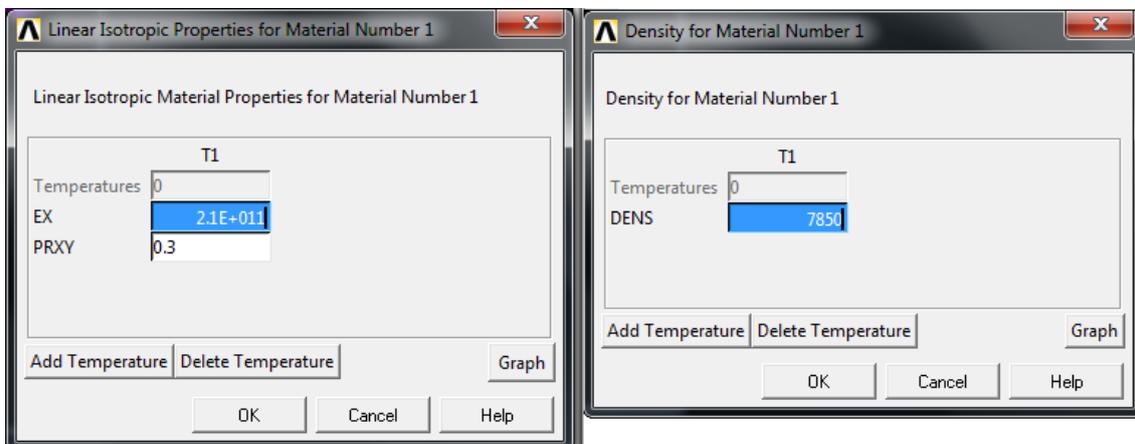


Figura 6-5. Propiedades del material.

Las unidades son según el sistema internacional, es decir, el módulo elástico en pascales (Pa) y la densidad en kilogramo/metro cúbico (Kg/m^3).

Modelado de la geometría

Para la construcción de un modelo compuesto por placas, primero, hay que realizar la creación de puntos en función de la geometría a realizar y, a continuación, la creación de líneas para formar los lados de las placas. Se tendrá que tener especial atención en la generación de líneas y áreas.

En modelos creados solamente con puntos y líneas es muy sencilla su construcción y saber cuándo se está construyendo mal la geometría, por el número pequeño de elementos geométricos a tener en cuenta, y por la facilidad de ver estos elementos repetidos. Para distintas partes de un modelo hecho con barras los puntos son los que tienen que coincidir, mientras que para la construcción de un modelo hecho con placas, las distintas áreas que forman el modelo que hacen que se comporte como un único sólido, deben de ser las mismas líneas de ambas áreas. Así cuando se apliquen cargas se comportará como un mismo sólido, y no existirán fallos en los desplazamientos y en las cargas.

Para crear la geometría se han utilizado varios de los comandos de los que dispone ANSYS. Estos comandos, también, se encuentran en **Main Menú>Preprocessor>Modeling**. Debido a que la geometría consta de tubos con sección constante, a excepción del tubo inferior, se pueden crear los tubos extrayéndolos con la herramienta **Main Menú>Preprocessor>Modeling>Operate>Extrude**. Pero antes, es necesario la creación de la sección y la longitud del tubo, mediante keypoints y líneas.

En el caso del tubo inferior no se puede extruir al tener una sección variable, este tubo ha sido generado a partir de 4 áreas, generadas a partir de varias líneas (las cuales están unidas por keypoints).

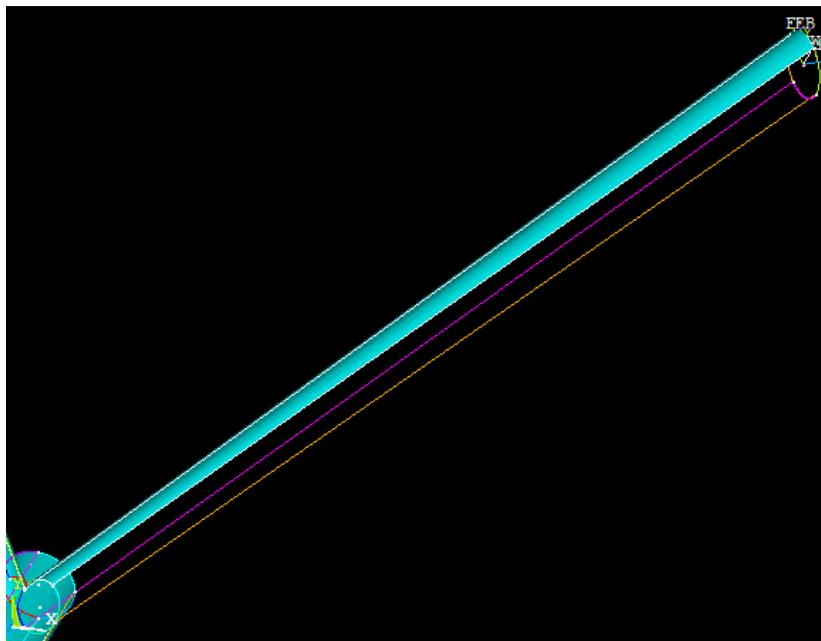


Figura 6-6. Modelización del tubo inferior.

La geometría implica una gran generación de puntos, líneas y áreas para la construcción del modelo. Para optimizar el proceso de construcción del modelo se puede aprovechar el hecho de que el cuadro tiene un plano de simetría, para realizar la mitad de la geometría y reflejarla en el plano para realizar la otra mitad (mediante el comando **REFLECT** de ANSYS). Aunque el comando **REFLECT** puede eliminar una gran parte del trabajo no está exento de cuidado en la formación de la geometría; ya que al

“reflejar” la estructura sobre un plano, se reflejan también los puntos de ese plano por lo que se superpondrían puntos, líneas y áreas en un mismo espacio geométrico, generando problemas de cohesión en la ejecución del modelo.

Estos problemas se refieren a los elementos construidos, puede haber varias líneas en el mismo lugar geométrico y puede que las áreas contiguas no se compongan de las mismas líneas y, por tanto, no estén los elementos unidos correctamente. Esto provoca que cuando se ejecute el programa se despeguen las áreas, produciendo errores en el modelo. Debido a reflejar los elementos, se pueden producir estos errores con una gran probabilidad, provocando baja cohesión entre elementos y un aumento del coste de resolución.

En la construcción de geometrías de los modelos de elementos finitos es típico tener que simplificar partes de la simulación para que la resolución del modelo, por parte del ordenador, sea más sencilla. Lo que implica tener que eliminar o cambiar elementos poco útiles, o cuyo grado de detalle no es necesario. En este modelo se eliminaron y se cambiaron ciertas partes para hacer que la resolución fuese más sencilla.

Los tirantes o vainas que unen el tubo del asiento y del pedalier con las punteras traseras no son rectas, debido a que en un punto intermedio de ellas tienen una curvatura formando un grado de 5° o 8°, dependiendo si son las superiores o inferiores. Esta curvatura es debida, a que deben alojar entre la pareja correspondiente de vainas la rueda trasera. En el modelo, se han considerado rectas, por lo que el resultado de las tensiones en estos tubos no será muy preciso, pero esta simplificación no modificará la estructura en el resto de la geometría. Se podrá comprobar, que estos tubos no soportan las mayores cargas y, por tanto, no resultan muy interesantes los datos en estos tubos y se puede realizar la simplificación.

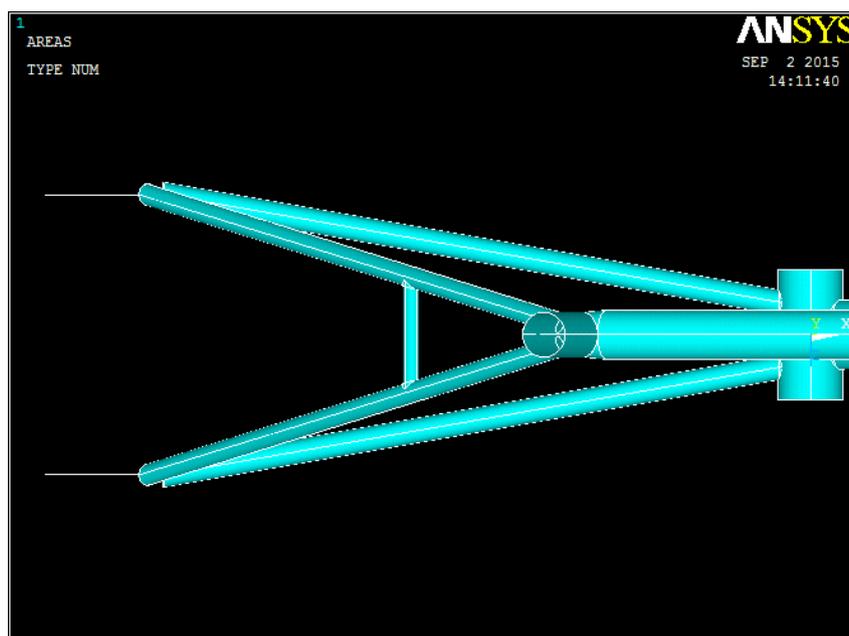


Figura 6-7. Modelización de los tirantes o vainas.

Por otro lado la geometría de las punteras traseras ha sido simplificada ligeramente y, además, su unión con los tirantes o vainas. La unión se ha realizado introduciendo 2 placas por unión, lo cual, no representa la unión real, debido a que existe un cordón de soldadura aportando material para que la unión sea suave y sin bordes. Esta simplificación puede provocar zonas con concentración de tensiones al resolver el modelo, por tanto, las tensiones reflejadas en estas zonas, no se asemejará a los datos reales y no se tendrán en cuenta en este análisis. Para poder conocer realmente las tensiones, en estas zonas, habría que crear elementos sólidos que representen las soldaduras.

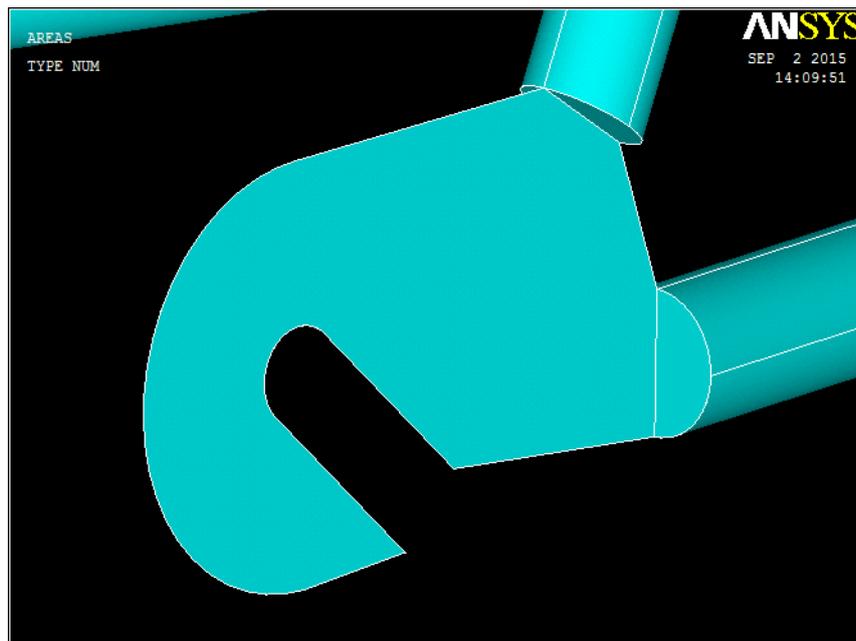


Figura 6-8. Modelización de las punteras traseras.

Como se dijo en el capítulo 5 los tubos están unidos mediante un proceso de soldadura TIG. En este modelo de placas no se ha representado los cordones de soldadura y se ha considerado una unión perfecta entre los tubos. Debido a esta simplificación falta material en el modelo y los ángulos, de las uniones, son más abruptos, lo que puede provocar un aumento de las tensiones en estas zonas.

Además, los tubos del asiento, superior y frontal, tienen distintos diámetros y sus directrices están contenidas en el mismo plano. Debido a que el diámetro del tubo superior es superior al de los otros dos tubos y está unido a ellos, las uniones han tenido que ser modelizadas, de tal manera, que no existan discontinuidades. Por ello, se han creado cuatro placas para crear un cambio de sección gradual en el tubo superior. Estas placas han sido creados con distintos comandos contenidos en el menú: **Main Menú>Preprocessor>Modeling>Operate.**

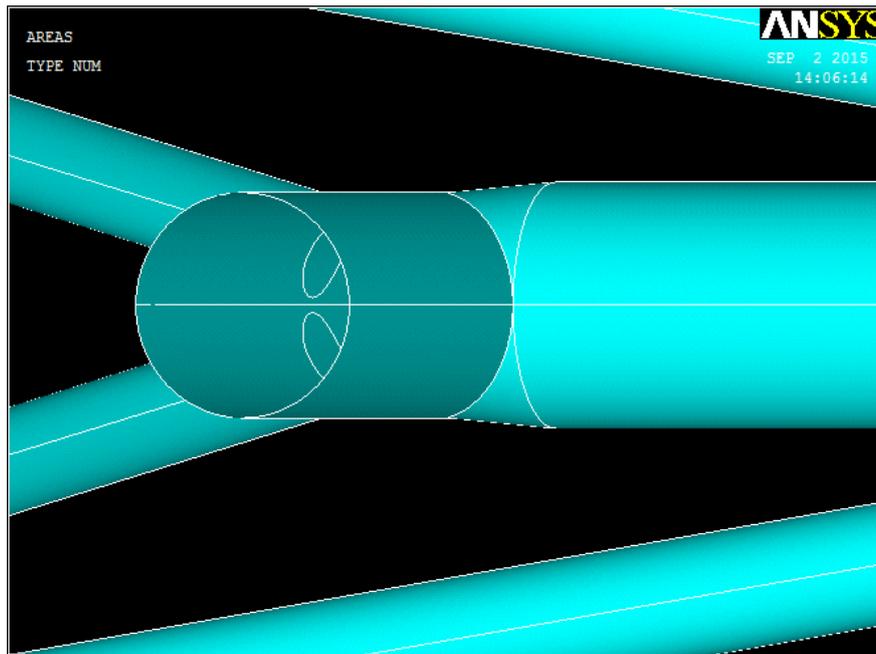


Figura 6-9. Representación de unión del tubo superior con el del asiento.

Por último, para evitar que, posteriormente, en el mallado se produzcan errores al mallar es importante realizar la modelización correctamente de la unión entre el tubo superior y el del asiento. La geometría puede imponer un tamaño de elemento muy pequeño si el área de una placa sufre un estrechamiento considerable (como es el caso de la siguiente **Figura 5-10**) y provocará que el tiempo computacional aumente considerablemente, debido al aumento del número de nodos y elementos. Aunque con elementos pequeños el resultado sea más preciso, posiblemente, no sea necesaria tanta exactitud en esa zona.

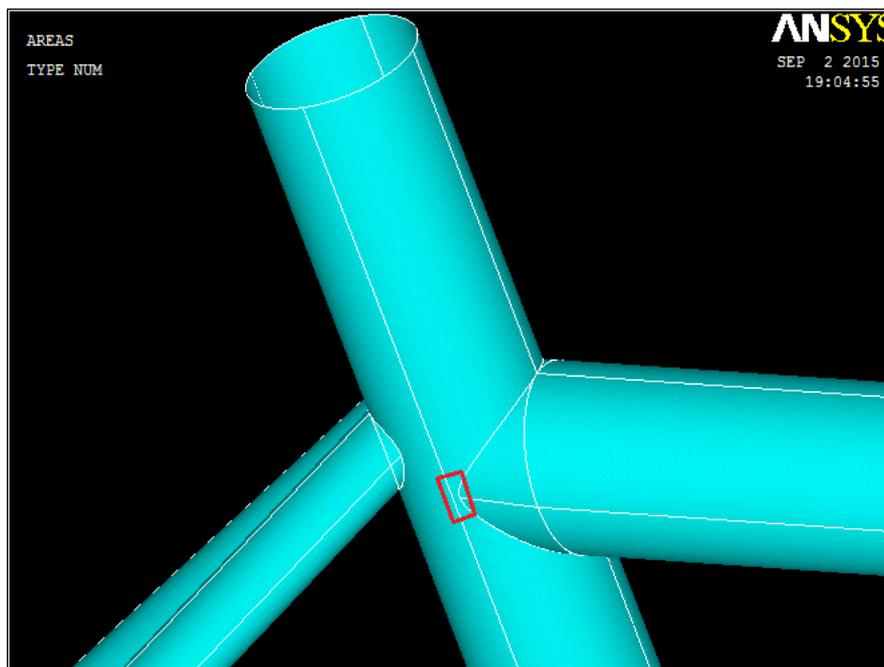


Figura 6-10. Representación de la unión del tubo del asiento con el tubo superior y los tirantes superiores.

En definitiva, el modelo del cuadro con elementos Shell181 es el siguiente:

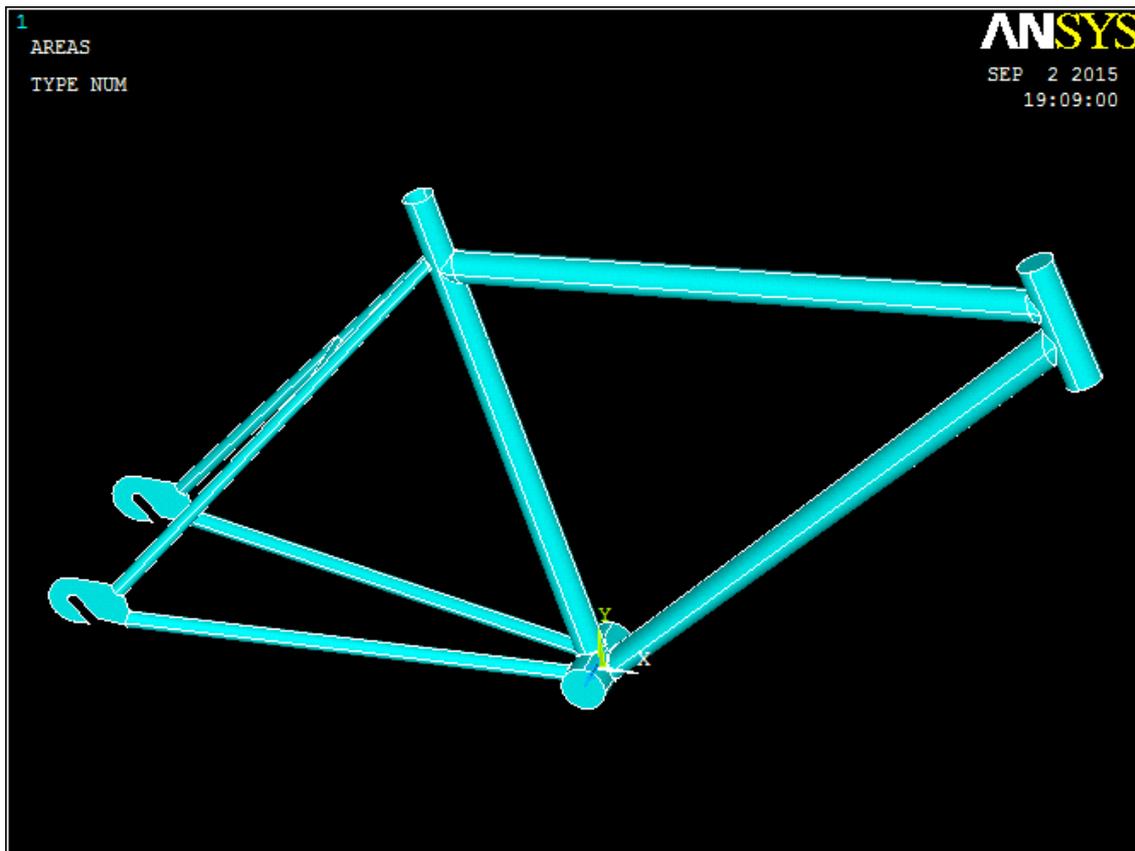


Figura 6-11. Modelo con elementos Shell181.

Mallado

Una vez creado el modelo es necesario asignar las propiedades, o atributos, a cada área para poder mallarlo. Hay que asignar el tipo de elemento (Shell181 en este caso), la sección (que en este caso es la constante real del elemento) y el material (acero cromoly en este caso) a cada uno de las áreas que constituyen el conjunto. Al ser todos los elementos tipo placa, la constante necesaria para este tipo de elementos es la sección, pero al haber escogido el elemento Shell181, éste permite asignar la constante real, a través de la sección.

Para ello, se pueden utilizar los comandos **TYPE**, **SECTYPE** y **MAT** o con el menú en: **Main Menu>Preprocessor>Meshing>Mesh Attributes>Picked Areas**. En este modelo todas las áreas serán del mismo tipo de elemento (Shell181) pero las secciones variarán dependiendo del área, por tanto, se deberán asignar las propiedades seleccionando correctamente el grupo de áreas que le corresponda su sección.

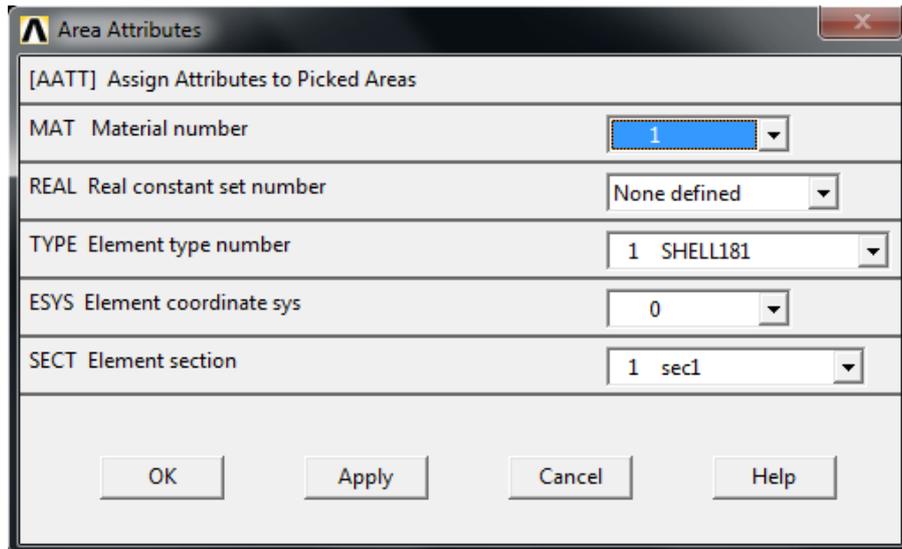


Figura 6-12. Selección de propiedades para las áreas.

Después de haber asignado las secciones correctamente, el modelo estará formado por placas de cuatro secciones distintas. En la siguiente figura se pueden ver las áreas con distintos colores dependiendo de la sección asignada:

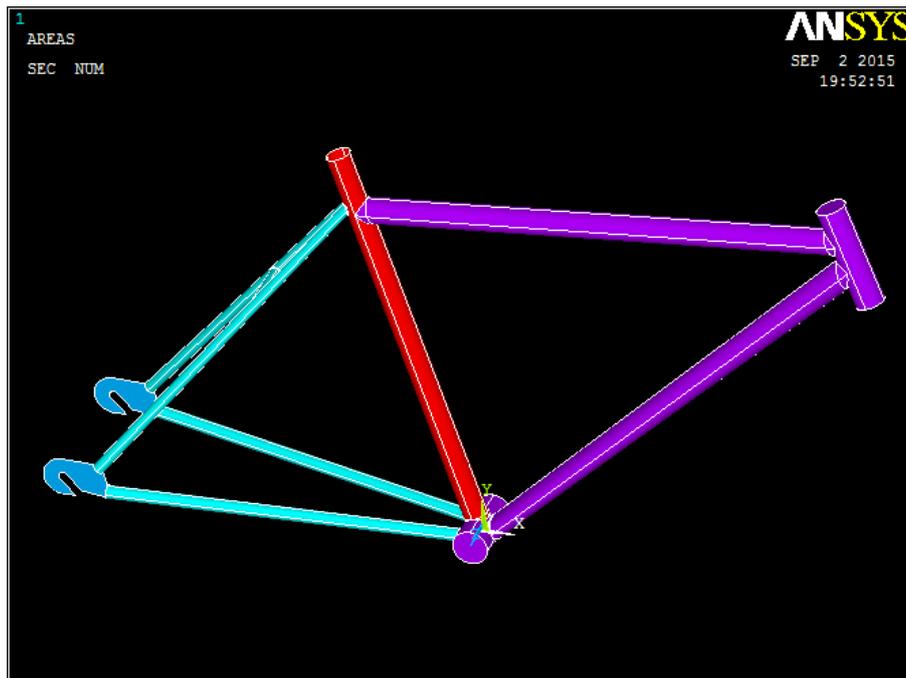


Figura 6-13. Representación del modelo con sus distintas secciones.

Una vez definidas las secciones de cada una de las áreas, se procede a mallar el modelo. El parametrizado de la malla permite indicar el tamaño y la forma de los elementos para usar durante el mallado. Hay numerosos parámetros disponibles en ANSYS. En la GUI, se acceden a estos controles picando en: **Main Menu>Preprocessor>Meshing>Mesh Tool**.

Desde Mesh Tool se define el tamaño y forma prioritaria (cuadrados o triangulares) de los elementos, posteriormente se seleccionan las áreas a mallar con ese tamaño.

El mallado de las placas se va a realizar manualmente, debido a que hay determinadas zonas que van a necesitar un mallado de mayor densidad. Éstas serán malladas con un tamaño menor que el resto teniendo en cuenta que debe haber continuidad de mallado en la zona de transición entre las áreas. De esta forma, se puede no sólo controlar las zonas con mayor densidad de mallado, si no también, evitar hacer un mallado global de la geometría muy denso, ralentizando enormemente la resolución del proceso.

Debido a la geometría de algunas uniones de los tubos, existen áreas con zonas muy estrechas, por tanto, si esas zonas se intentan mallar con elementos de tamaño muy grande, el programa puede no ser capaz de mallarlo o al mallar esas zonas habrá una distorsión, lo cual puede afectar a los resultados. Por ello, se han mallado las uniones más problemáticas con un tamaño de mallado de 0.5 mm, en este caso son las uniones del tubo del asiento con los tirantes superiores y con el tubo del pedalier, y la unión del tubo del pedalier con los tirantes inferiores y con el tubo inferior.

Para que el mallado sea correcto primero se ha mallado las áreas con elementos de tamaño más pequeño, que son las áreas de las uniones descritas anteriormente y, posteriormente, el resto de las áreas que tendrán elementos con un lado máximo de 2 mm. Se deben mallar en ese orden, porque así, la malla se adapta a la geometría correctamente, si se hiciera al revés, en las áreas de las uniones se tendrían elementos más grandes. Se ha escogido un tamaño de mallado de 2 mm para el resto de las áreas para que los elementos frontera entre los dos tamaños de mallado no se distorsionen exageradamente.

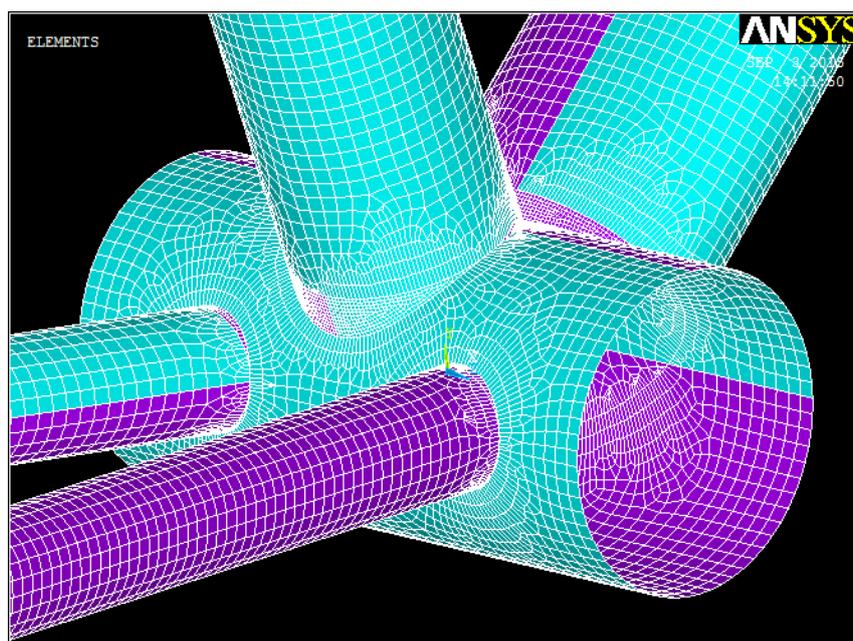


Figura 6-14. Representación del mallado del tubo del pedalier.

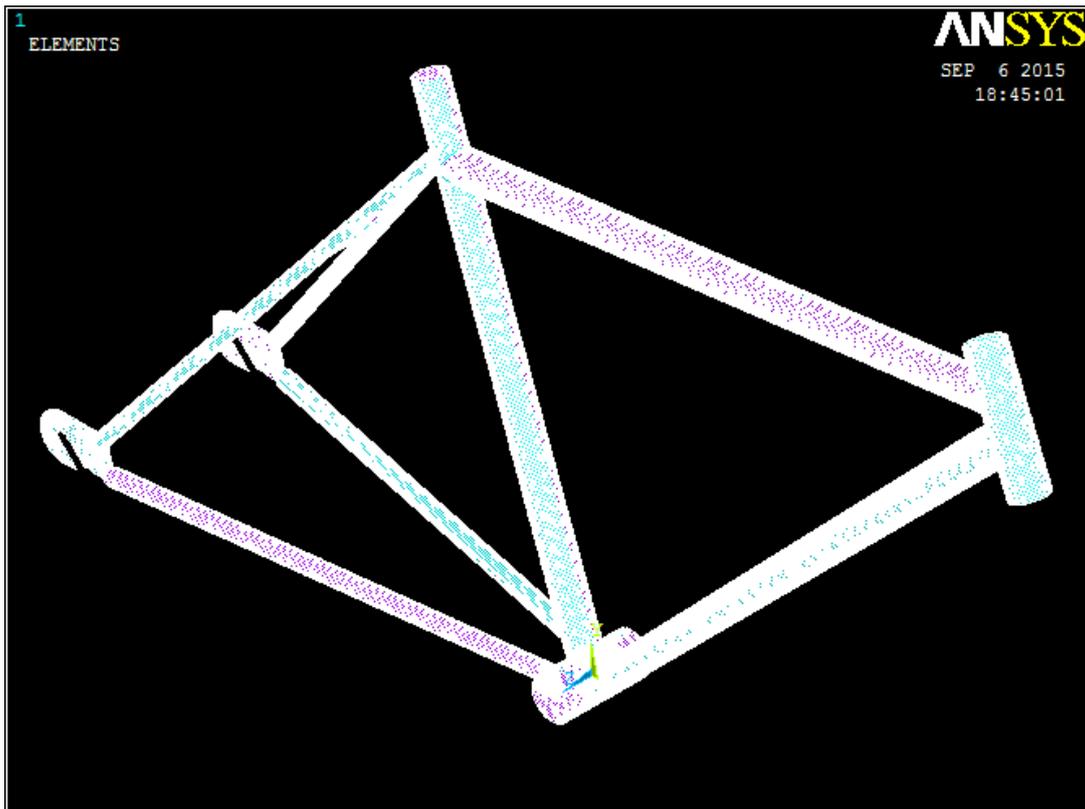


Figura 6-15. Representación del mallado del modelo con elementos Shell181.

Después de realizar el mallado completo de la geometría, se puede ver que el modelo consta de un total de 75173 elementos y 74657 nodos. El ordenador podrá, por tanto, resolver con bastante agilidad el modelo, debido a que el número de elementos y nodos no son muy grandes.

Imposición de restricciones

El programa permite aplicar restricciones en el modelo. Usando los comandos **D**, **DL** y **DA**, se pueden aplicar restricciones de los desplazamientos (UX, UY, UZ) y giros (ROTX, ROTY, ROTZ). También, se puede hacer uso desde el menú lateral: **Main Menu>Solution>Define Loads>Apply>Structural>Displacement**. Se pueden aplicar en nodos, keypoints, líneas, áreas, de simetría y antisimetría.

Aunque la geometría del cuadro es simétrica, las cargas en los pedales no lo son, por ello, se ha modelado el cuadro por completo. En caso de que las cargas fuesen simétricas (iguales a ambos lados del plano de simetría) se podría haber modelado sólo la mitad del cuadro y haber impuesto las condiciones de simetría en los puntos que formen parte del plano de simetría.

En el modelo se han impuesto restricciones ya comentadas en el capítulo 5, es decir, en las punteras traseras, impidiendo los desplazamientos u_y y u_z y en la zona inferior del tubo frontal, donde está la horquilla, impidiendo el desplazamiento en (u_y) y en punto del extremo el desplazamiento horizontal (u_x) para que el programa pueda resolver el modelo.

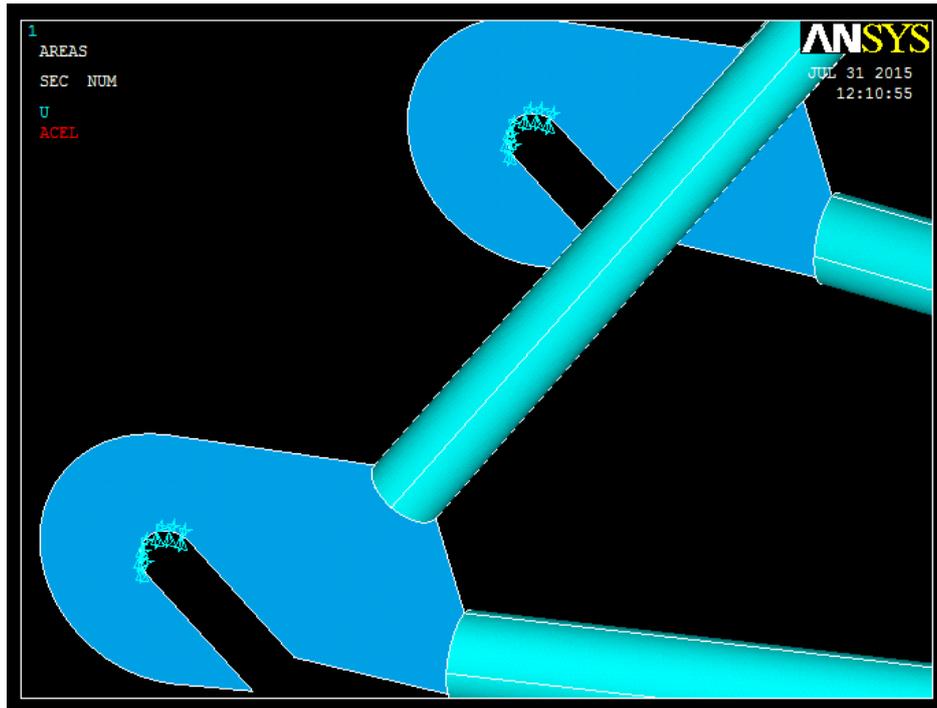


Figura 6-16. Restricciones en las punteras traseras en el modelo.

Las restricciones en las punteras traseras, tanto en el eje Y como en el eje Z han sido aplicadas linealmente en la zona donde se sujeta el buje de la rueda trasera.

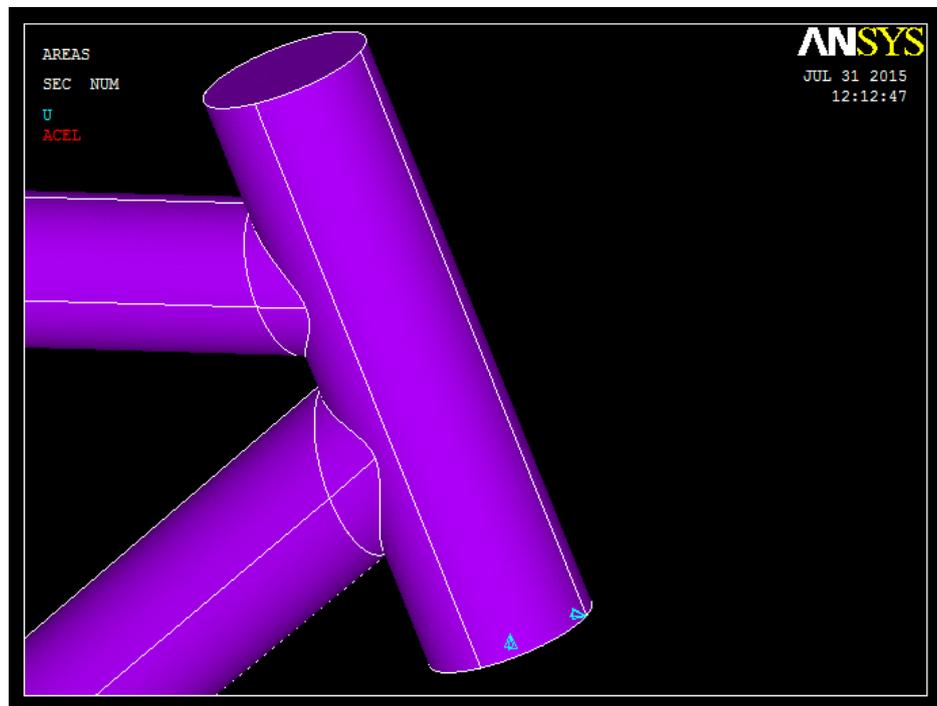


Figura 6-17. Restricciones en el eje frontal en el modelo.

La restricción del eje Y se ha impuesto en el área del extremo del tubo, mientras que la restricción en el eje X es puntual en el keypoint del extremo, como se puede apreciar en la anterior figura.

Por tanto, las restricciones del modelo son las que se pueden apreciar, a continuación:

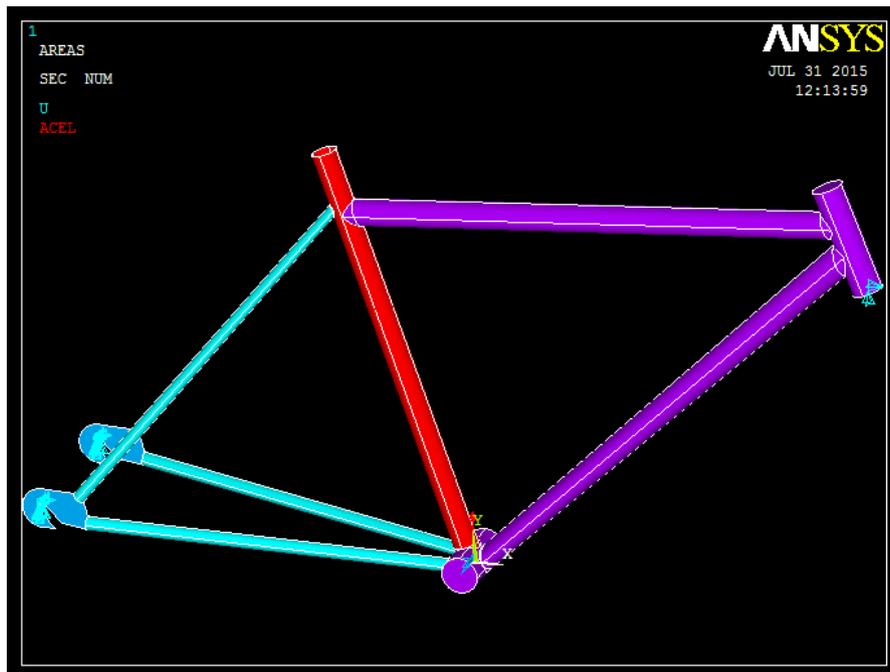


Figura 6-18. Restricciones en el modelo con elementos tipo placa.

Aplicación de cargas

El programa permite aplicar fuerzas y momentos en el modelo. Usando el comando **F**, se pueden aplicar fuerzas y momentos en cualquier nodo. También, se puede hacer uso desde el menú en: **Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Force/Moment**.

Como se vio en el capítulo 5 se analizan tres estados de carga, dependiendo de la posición del ciclista: sentado sin pedalear, pedaleando sentado y pedaleando de pie.

Para aplicar las fuerzas, ejercidas en el pedal y transmitidas al eje del pedalier, se ha repartido la fuerza vertical en 9 nodos y el momento en una placa lateral que sostiene al eje del pedalier (dicha placa consta de 516 nodos). En un primer análisis la fuerza vertical se aplicó en un solo nodo, pero al resolverlo, aparecía una concentración de tensiones en ese punto debido a la magnitud de la fuerza, por ello, se ha aplicado la fuerza repartida en 9 nodos. Además, la fuerza del pedal se transmite, a través, del eje del pedalier, el cual, está en contacto con un rodamiento interior y una placa exterior, por tanto, la carga se reparte en una zona y no está concentrada en un punto.

Las cargas en los pedales, por tanto, serán:

| | $F_{\text{pedal}} \text{ (N)}$ | Nº nodos | $F_{\text{nodo}} \text{ (N)}$ | $M_{\text{pedal}} \text{ (Nm)}$ | Nº nodos | $M_{\text{nodo}} \text{ (Nm)}$ |
|-----------------------------|--------------------------------|----------|-------------------------------|---------------------------------|----------|--------------------------------|
| Sentado sin pedalear | -180 | 18 | -10 | 9 | 516 | 0,01744 |
| Pedaleando sentado | -640 | 9 | -71,11111 | 64 | 516 | 0,12403 |
| Pedaleando de pie | -2480 | 9 | -275,55556 | 248 | 516 | 0,48062 |

Tabla 6-1. Cargas en el tubo del pedalier en el modelo con elementos placa.

Las fuerzas tienen signo negativo debido a que la carga se aplica en el eje vertical (eje Y) y en sentido contrario. El momento es aplicado en el eje X y es positivo porque se considera que la carga se aplica en el pedal derecho, si fuera en el izquierdo sería negativo. En el caso sin pedalear existen dos momentos al tener los dos pies apoyados (uno positivo y otro negativo). Tanto F_{nodo} como M_{nodo} es la fuerza y el momento aplicado en cada nodo, obtenido de la fuerza y el momento dividido por el número de nodos.

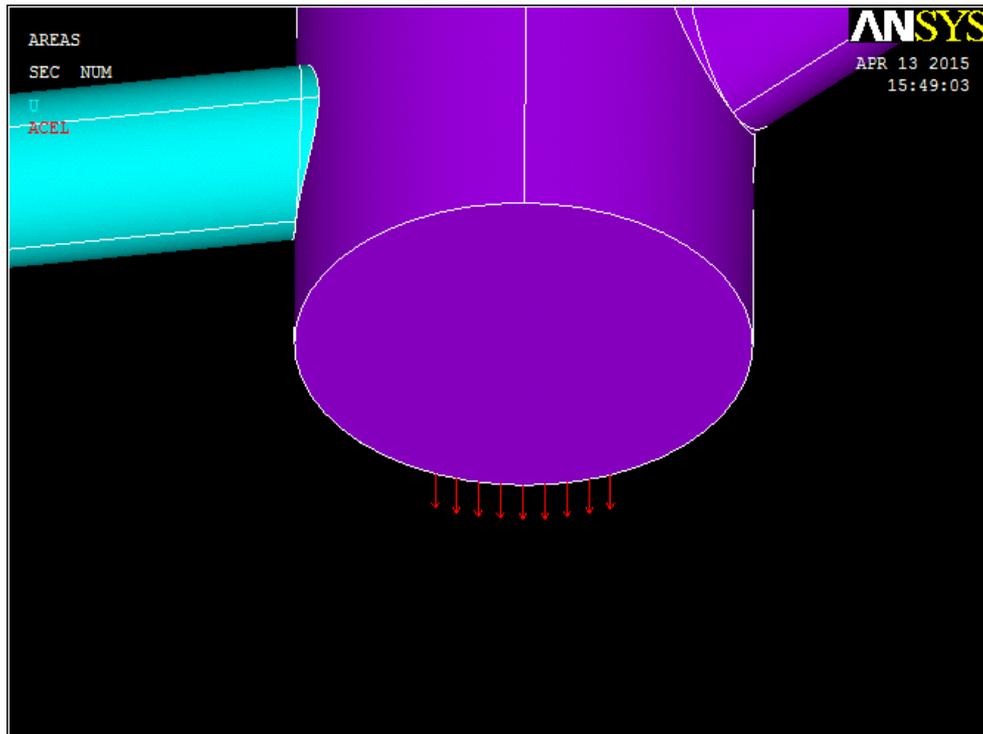


Figura 6-19. Cargas verticales del pedal en el modelo con elementos placa.

Para compensar el momento generado por la fuerza del pedal, el ciclista aplica un momento igual y de sentido contrario en el manillar, que es transmitido al tubo frontal, a través, del eje de dirección que fija el manillar con la horquilla. Al igual que en el caso del eje del pedalier, existe un rodamiento interior y una placa que contactan con el eje de dirección y el interior del tubo frontal. Los momentos de dirección son transmitidos por el eje y el rodamiento y, por ello, no hay que tenerlos en cuenta. El momento que compensa el generado por la fuerza del pedal si se tiene en cuenta y se aplica en la placa del extremo superior del eje frontal.

Además, el ciclista se apoya en el manillar, por tanto, existen dos cargas en el manillar un momento en el eje X y una fuerza vertical negativa en el eje Y. El momento es negativo si la carga está en el pedal derecho y positivo si es en el izquierdo, en el caso de sin pedalear los momentos de los pedales (uno en cada sentido) se compensan entre sí y no existe momento en el manillar. Por tanto, las cargas en el tubo frontal son:

| | M_{manillar} (Nm) | Nº nodos | M_{nodo} (Nm) | F_{manillar} (N) | Long. (m) | P_{lineal} (N/m) |
|----------------------|----------------------------|----------|------------------------|---------------------------|-----------|---------------------------|
| Sentado sin pedalear | 0 | 375 | 0 | 120 | 0,10367 | 1157,49049 |
| Pedaleando sentado | -64 | 375 | -0,17067 | 100 | 0,10367 | 964,57541 |
| Pedaleando de pie | -248 | 375 | -0,6613 | 80 | 0,10367 | 771,66033 |

Tabla 6-2. Cargas en el tubo frontal en el modelo con elementos placa.

La carga vertical en el manillar se ha aplicado, a través, de una presión lineal en el contorno superior del tubo frontal, cuya longitud viene reflejada en la tabla anterior y fue calculada en el capítulo 5.

Por último, el ciclista está sentado en dos de los tres casos, por tanto, se aplicará una fuerza vertical negativa en la zona superior del tubo del asiento donde la tija (tubo fijo al sillín) está sujeta con el tubo del asiento. Como ese contacto se produce en toda la longitud del tubo, también, se ha aplicado como una presión lineal.

| | $F_{\text{sillín}}$ (N) | Long. (m) | P_{lineal} (N/m) |
|----------------------|-------------------------|-----------|---------------------------|
| Sentado sin pedalear | 500 | 0,08639 | 5787,45247 |
| Pedaleando sentado | 300 | 0,08639 | 3472,47148 |
| Pedaleando de pie | 0 | 0,08639 | 0 |

Tabla 6-3. Cargas en el tubo frontal en el modelo con elementos placa.

Para aplicar presiones lineales en el programa se utiliza el comando **SFL** o, a través del menú: **Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Pressure**.

Resolución del modelo

Después de haber especificado todas las cargas, se procede a especificar el tipo de análisis. En este caso se trata de un análisis estático, por tanto, se selecciona la opción Static en: **Main Menu>Solution>New Analysis**:

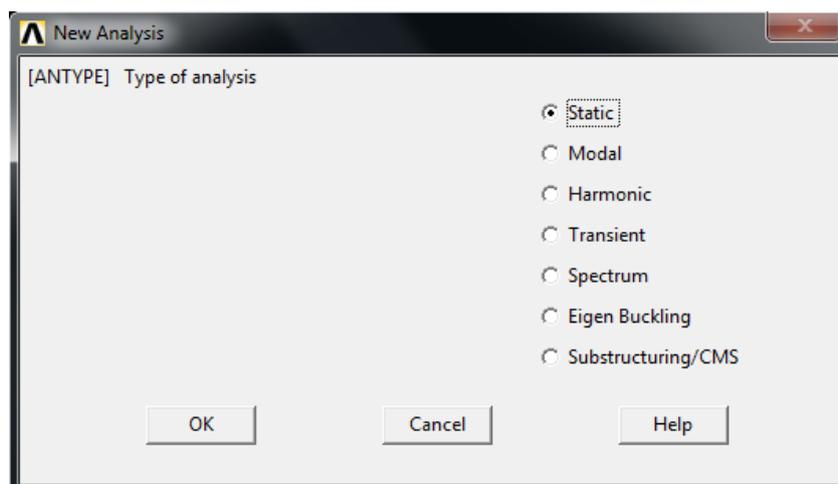


Figura 6-20. Selección del tipo de análisis.

Posteriormente, se ejecuta el cálculo de resultados (con el comando **SOLVE** o con **Main Menu>Solution>Solve**).

En el postprocesado se obtienen resultados gráficos y numéricos de la simulación realizada. De esta manera se comprueba que la estructura opera en régimen elástico, que los desplazamientos son pequeños y se hace un estudio tensional, a través del que se detectan las zonas más solicitadas.

Solución con el ciclista sentado sin pedalear

A continuación, se pueden ver las tensiones de Von Mises que aparecen en este modelo para el caso del ciclista sentado sin pedalear:

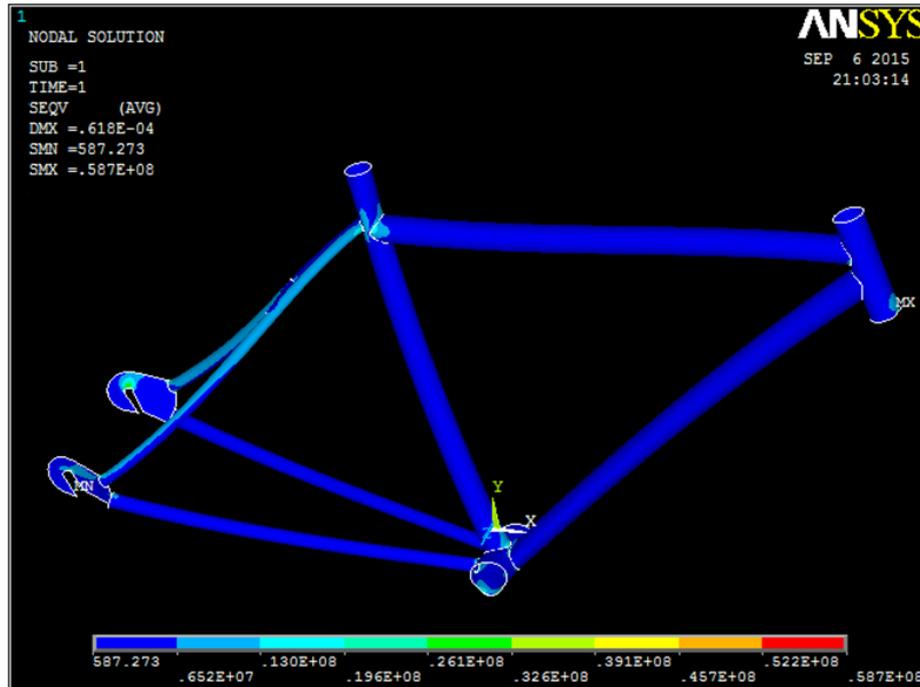


Figura 6-21. Tensiones con el ciclista sin pedalear con elementos Shell181.

Se puede ver que las tensiones cuando el ciclista está sentado son pequeñas, siendo la máxima de 58.7 MPa, muy por debajo del límite elástico del acero (480 MPa). La máxima tensión se encuentra en la parte inferior del tubo frontal, lugar, donde se ha restringido el desplazamiento en el eje X, por tanto, los valores en esa zona serán realmente inferiores. Las deformaciones que aparecen también son muy pequeñas, siendo la máxima de 0.0618 mm.

Solución con el ciclista sentado pedaleando

Cuando el ciclista se encuentra sentado y pedaleando, se puede ver que las tensiones aumentan:

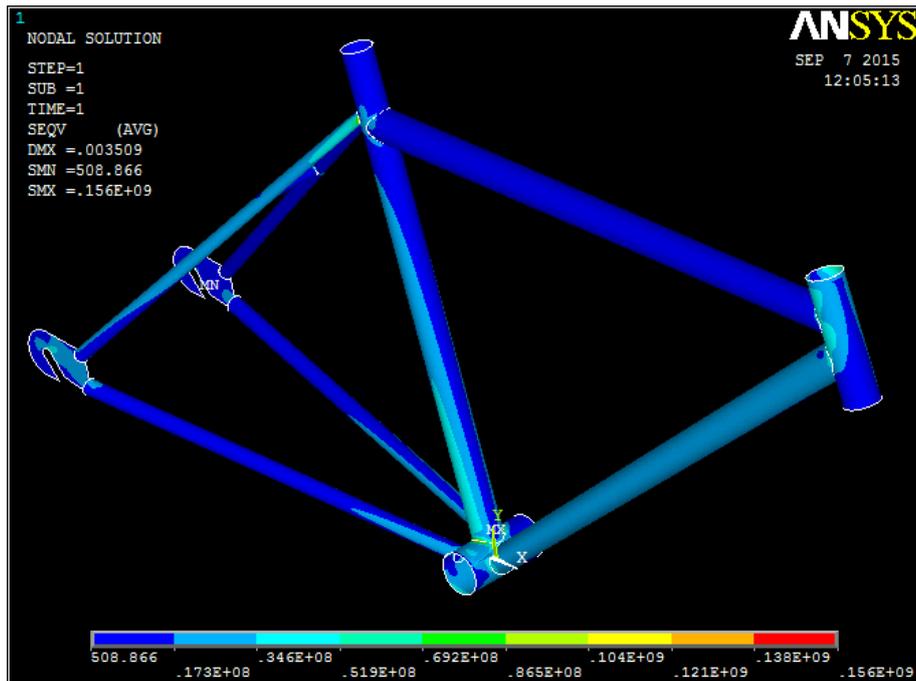


Figura 6-22. Tensiones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Shell181.

Se puede ver que las tensiones se han triplicado respecto al estado de cargas anterior, existiendo una tensión máxima de 155.73 MPa. Es normal este aumento de las tensiones al aumentar las cargas por el esfuerzo del ciclista. La tensión máxima está bastante por debajo del límite elástico (coeficiente de seguridad superior a 3, lo cual, es bastante para un material como el acero y esta aplicación).

En cuanto a las deformaciones son las siguientes:

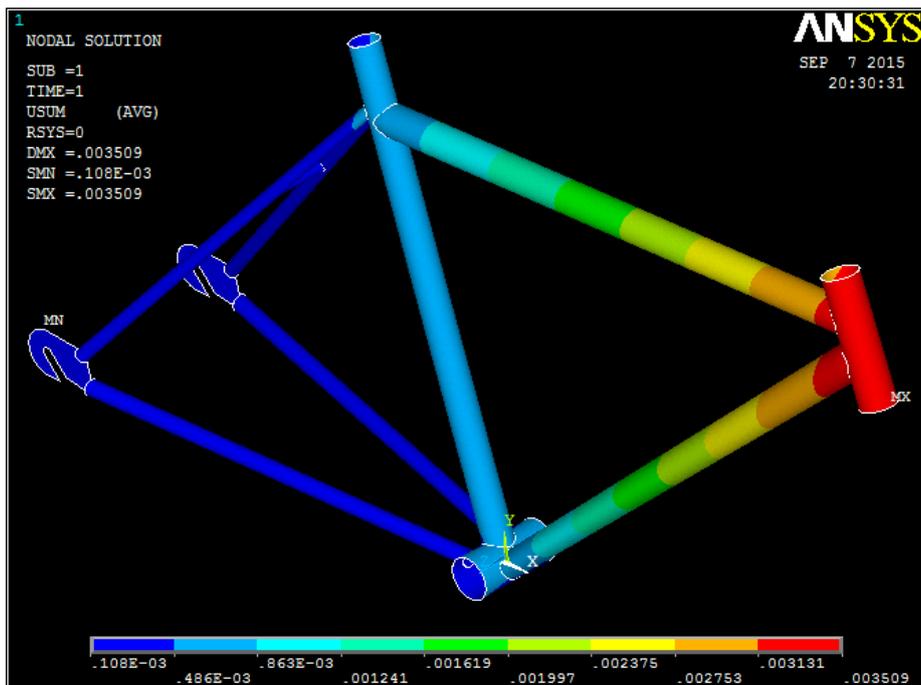


Figura 6-23. Deformaciones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Shell181.

En la anterior figura se puede ver que existe una deformación máxima de 3.509 mm es una deformación importante y puede ser debida a que faltan ciertas fuerzas que se oponen al desplazamiento de la parte inferior del tubo del pedalier como son las fuerzas de fricción de la rueda delantera con el suelo, que son en sentido contrario al avance y a un desplazamiento lateral. Además, al no estar modelizados los cordones de soldadura la deformación es mayor, al faltar un aporte de material que se opondrá al desplazamiento. Por tanto, se considera que el análisis es correcto.

Como se vio en la página anterior, existen tres zonas donde se localizan las tensiones más altas: en la unión del tubo del asiento con los tirantes superiores, en las uniones del tubo del pedalier con los demás tubos y, en menor medida, en el tubo frontal y sus uniones. El análisis se va a centrar en la zona del tubo del pedalier, ya que es donde aparecen las mayores tensiones y donde históricamente suelen fallar la gran mayoría de los cuadros a fatiga.

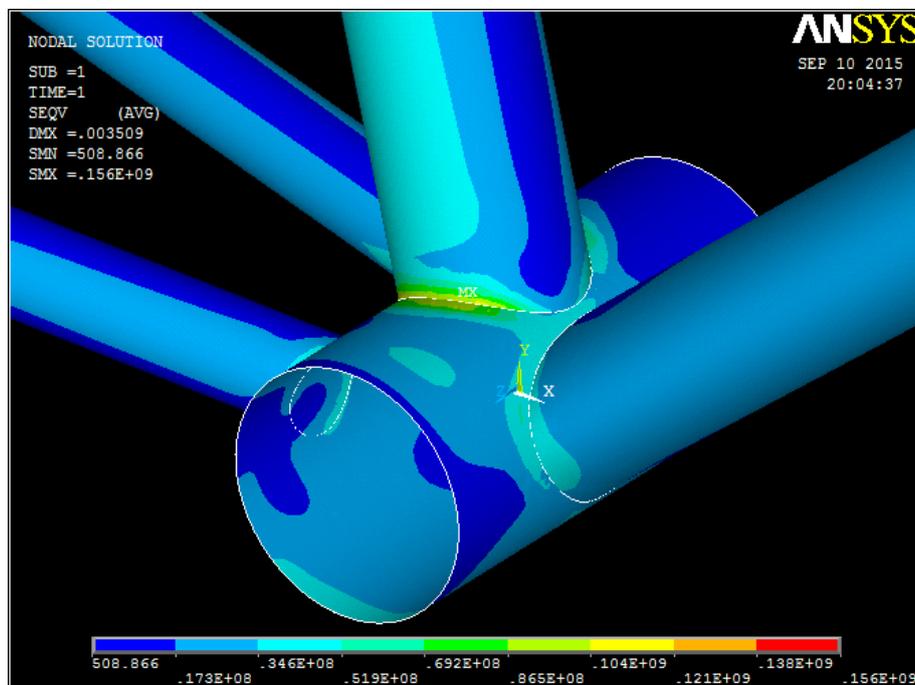


Figura 6-24. Tensiones en el tubo del pedalier con el ciclista pedaleando sentado con elementos Shell181.

En la figura anterior se aprecia que las mayores tensiones aparecen en las uniones del tubo del pedalier con los demás tubos. La tensión máxima que aparece en la unión del tubo del pedalier con el tubo del asiento (zona amarilla de la imagen) es de 116.52 MPa. Pero, la máxima tensión aparece en la unión del tubo del pedalier con uno de los tirantes inferiores, siendo de 155.77 MPa.

La anterior figura demuestra que existe una gran concentración de tensiones debido al cambio brusco de secciones. Al ver estos resultados se analizó que la geometría fuera correcta, sobre todo, la unión de los elementos y se comprobó que así era.

Se decide analizar dicha zona con elementos sólidos, realizando otro modelo, para poder analizar con mejor detalle dicha zona, ya que en este modelo no existe el cordón de soldadura que une ambos tubos. Por tanto, se va a modelizar con elementos sólidos el tubo del pedalier y su unión con todos los tubos adyacentes a él.

De todos modos, se va a analizar el modelo con el último estado de cargas, que es con el ciclista pedaleando de pie.

Solución con el ciclista pedaleando de pie

Cuando el ciclista pedalea de pie y aplicando la máxima potencia (caso más desfavorable con mayores cargas) las tensiones son considerables, llegando, incluso, a superar el límite elástico del acero cromoly.

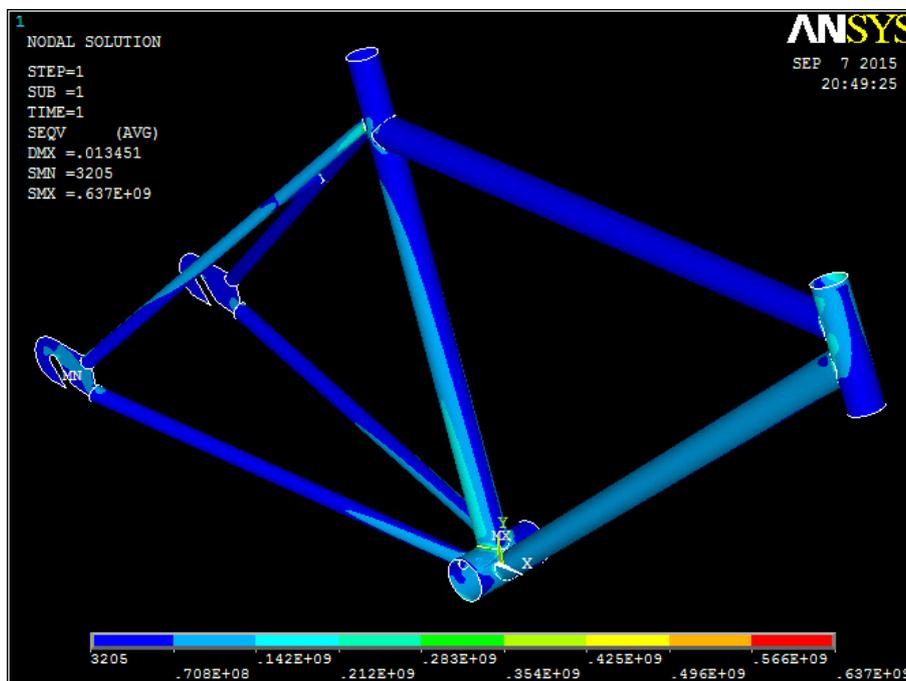


Figura 6-25. Tensiones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Shell181.

La tensión máxima es 637.11 MPa un valor por el cual debería romper el cuadro de la bicicleta, pero al no estar modelizada la unión de los tubos y al aparecer la tensión máxima en la misma zona que el caso anterior, se debe esperar a los resultados con más detalle del modelo tridimensional para poder afirmarlo. La tensión en la unión del tubo del pedalier con el del asiento es de 464.96 MPa.

La deformación máxima es 13.451 mm, la cual, en un modelo real es bastante menor por la falta de fuerzas existentes en la realidad, como se comentó anteriormente, y por la falta de la modelización correcta de las uniones de los tubos, por tanto, se considera el modelo válido.

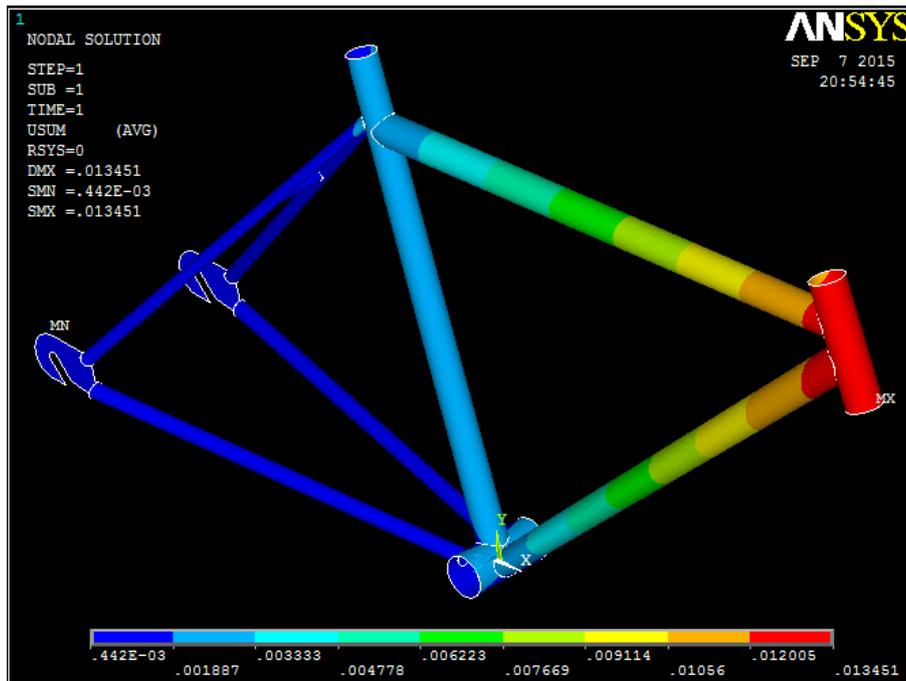


Figura 6-26. Deformaciones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Shell181.

Tablas de resultados

Por tanto, las tensiones de Von Misses obtenidas para la unión del tubo del pedalier con el tirante inferior son:

| | Tensión (MPa) |
|----------------------|---------------|
| Sentado sin pedalear | 58,7 |
| Pedaleando sentado | 155,77 |
| Pedaleando de pie | 637,11 |

Tabla 6-4. Tensiones en unión tubo del pedalier y el tirante inferior con elementos Shell181.

Y las tensiones obtenidas en la unión del tubo del pedalier con el tubo del asiento son:

| | Tensión (MPa) |
|----------------------|---------------|
| Sentado sin pedalear | 36,31 |
| Pedaleando sentado | 116,52 |
| Pedaleando de pie | 464,96 |

Tabla 6-5. Tensiones en unión tubo del pedalier y tubo del asiento con elementos Shell181.

6.2. Elaboración del modelo con elementos tipo sólido

En este apartado se va a realizar un modelo con elementos sólidos de la zona donde aparecen mayores tensiones en el modelo con elementos tipo placa, visto anteriormente. Dicha zona se puede ver que son las uniones soldadas del tubo del eje del pedalier, por ello, se va a modelizar las uniones soldadas con elementos tipo Solid185 para poder analizar con más detalle dichas zonas y tener resultados más precisos. Para ello, se va a modelizar el tubo del pedalier y sus uniones soldadas con el tubo del asiento, tubo inferior y tirantes inferiores, además de una longitud considerable de esos tubos, para que la geometría no afecte a las uniones soldadas.

Por tanto, este modelo tendrá dos tipos de elementos, por un lado, existirán elementos tipo placa y elementos tipo sólido. Para que el cambio de geometría entre un elemento y otro en los tubos del asiento, inferior y tirantes inferiores sea correcto, hay que tener especial cuidado en la geometría.

No se ha modelizado toda la geometría con elementos sólidos, ya que ello, aumentaría el número de nodos y elementos en gran medida, aumentando considerablemente el tiempo computacional. Debido a que se ha realizado un análisis previo con los elementos tipo placa, el análisis ahora se va a centrar sólo en la zona que se ha considerado de interés para obtener resultados más precisos en esa zona y, así, no generar un modelo completo con elementos sólidos.

Se seguirán los mismos pasos que en el modelo anterior para definir la solución del modelo y poder visualizar los resultados.

Selección del tipo de elemento

Respecto a la definición del tipo de elemento, ANSYS ofrece una gran cantidad de clases diferentes dentro de los elementos sólidos (o "Solid"). En este modelo se compone de elementos Shell181 y de elementos Solid185, estos elementos están diseñados para trabajar en todo tipo de condiciones de cargas.

Se escogió por ser un elemento sencillo (al tener menos nodos que otros elementos), que no hacen que la resolución, por parte del ordenador, sea laboriosa, y se reduce de esta manera el tiempo computacional. Debido a la geometría se necesitan elementos sólidos para realizar correctamente el mallado, ya que, la geometría puede ser complicada de mallar para el ordenador. Lo cual descarta muchos elementos denominados Plane.

El elemento Solid185 se utiliza para el modelado 3-D de estructuras sólidas. Se define por ocho nodos que tienen tres grados de libertad en cada nodo: traslaciones en las direcciones x, y, z nodales. También tiene dos alternativas geométricas como se puede ver en la figura: una opción prismática de 6 nodos y otra tetraédrica de 4 nodos. En este modelo se utilizará la geometría tetraédrica de cuatro nodos

El elemento permite cualquier tipo de material. Se pueden aplicar cargas en los nodos del elemento Solid185. También permite presiones como cargas superficiales en las caras del elemento.

Se puede solicitar un estado de tensión inicial, a través del comando **INISTATE**, aunque en este análisis no es necesario. Se pueden orientar las propiedades del material, aunque en este caso el material es isotrópico.

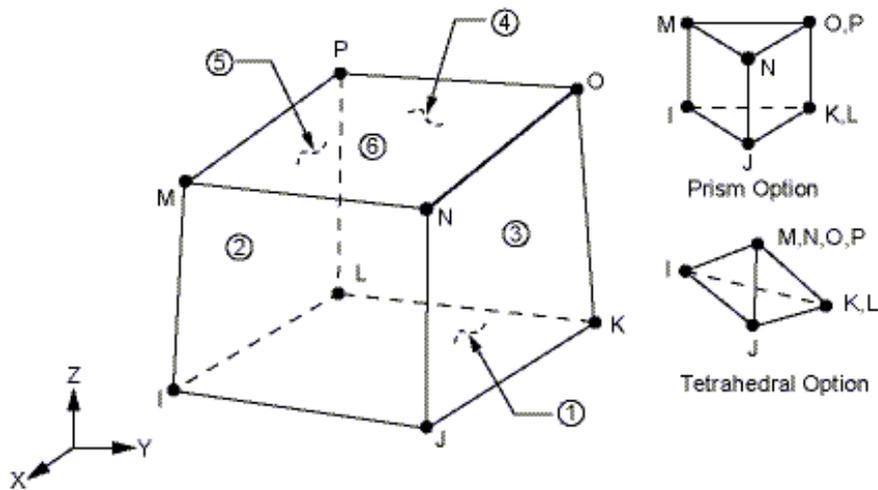


Figura 6-27. Elemento Solid185.

Para elegir el tipo de elemento se puede utilizar el comando **ET**, o bien, se puede seleccionar mediante **Main Menu>Preprocessor>Element Type**.

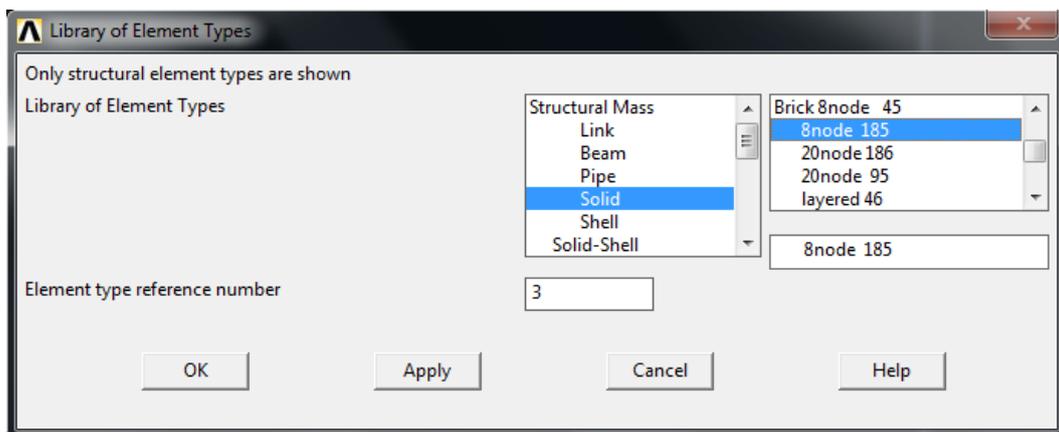


Figura 6-28. Selección de elemento Solid185.

Secciones de las placas

Serán las mismas que en el modelo anterior y se seleccionan de la misma manera. Los elementos Solid185 no necesitan el espesor ni ninguna constante real, al tratarse de elementos sólidos.

Propiedades del material

Al igual que en el modelo anterior el material es acero cromoly, con las mismas propiedades anteriormente descritas.

Modelado de la geometría

Para la construcción del modelo compuesto por placas y sólidos, se ha utilizado el modelo anteriormente utilizado eliminando las partes que se van a crear con los elementos Solid185, para no empezar desde cero y, de esta manera, reducir considerablemente el tiempo que se tarda en generar la geometría completa. Para crear los elementos Solid185, primero, hay que realizar la creación de puntos en función de la geometría a realizar, luego, la creación de líneas para formar los lados de las áreas, posteriormente, las áreas y, por último, los volúmenes.

Se tendrá que tener especial atención en la generación de líneas y áreas, para que los volúmenes estén perfectamente unidos, porque, al igual que se explico en el modelo anterior, es necesario que comportan las mismas áreas y líneas para que el análisis sea correcto y no se desplace un volumen con respecto a otro. Así cuando se apliquen cargas se comportará como un mismo sólido, y no existirán fallos en los desplazamientos y en las cargas.

Para crear la geometría se han utilizado varios de los comandos de los que dispone ANSYS. Estos comandos, también, se encuentran en **Main Menú>Preprocessor>Modeling**. Para generar el tubo del pedalier se ha empleado la herramienta: **Main Menú>Preprocessor>Modeling>Volumes>Cylinder>Partial Cylinder**. En el caso del tubo inferior no se puede extruir al tener una sección variable, este tubo ha sido generado a partir de áreas.

En este modelo es muy importante que los elementos tipo placa de los tubos del asiento, inferior y tirantes inferiores estén en contacto con los elementos sólidos en los puntos medios de las áreas de los volúmenes, para que las cargas se repartan correctamente. Se puede ver en la siguiente figura como es la modelización en el tubo del asiento:

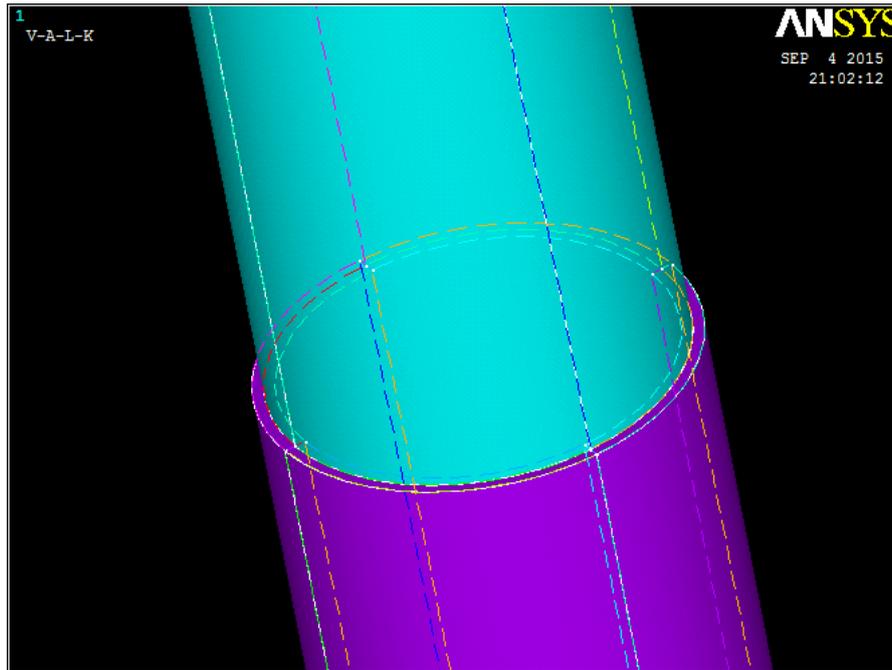


Figura 6-29. Representación unión elementos placa y sólido.

En este modelo con elementos Solid185 se ha representado los cordones de soldadura, realizamos mediante soldadura TIG, del tubo del pedalier con los demás tubos unidos a él. Para ello, se ha tenido especial cuidado en la geometría para que sea igual al cuadro físico.

Para realizar la geometría de las soldaduras se han empleado varias herramientas contenidas en el menú: **Main Menú>Preprocessor>Modeling>Operate**. Para que el programa pueda mallar correctamente la geometría, es necesario, que no existan ángulos inferiores a 2.5°. Además si existen zonas con ángulos pequeños, se necesitarán elementos más pequeños para mallar dicha zona y, debido a esto, aumentará el tiempo computacional.

Para realizar los volúmenes de las soldaduras se ha considerado que se aporta material en la soldadura y que recubre los tubos contiguos al tubo del pedalier en unos 2 mm. En las siguientes figuras se pueden ver la geometría de las soldaduras con más detalle:

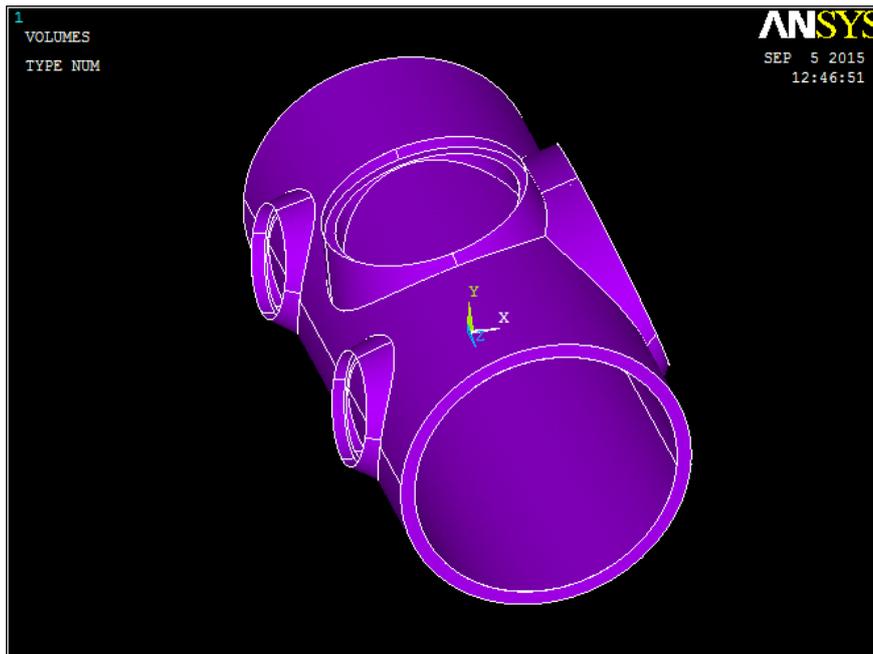


Figura 6-30. Representación del tubo del pedalier y de las soldaduras con volúmenes.

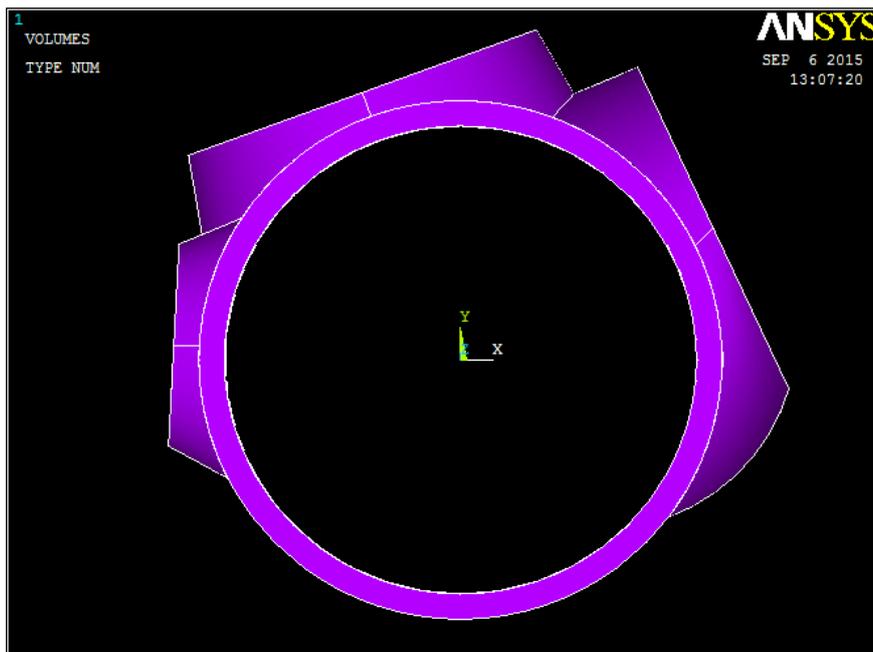


Figura 6-31. Perfil del tubo del pedalier y de las uniones soldadas.

Como se puede ver en la última figura, en el caso de la soldadura del tubo del pedalier con el tubo inferior, se ha modelado cierta curvatura en la parte inferior, para que sea lo más parecido a la realidad y para evitar ángulo casi nulo entre la soldadura y el tubo inferior, en esos 2 mm que recubre la soldadura al tubo. Si no existiera esa curvatura el programa no es capaz de mallar dicha zona salvo con elementos muy minúsculos, lo cual aumenta el tiempo computacional considerablemente, además, de que en la realidad la forma del cordón es curva.

En las demás soldaduras se ha simplificado las geometrías de los cordones de soldadura, siendo muchas líneas rectas cuando en la realidad debería existir una cierta curvatura. Esta simplificación no variará los resultados considerablemente, al ser una modificación de la geometría mínima.

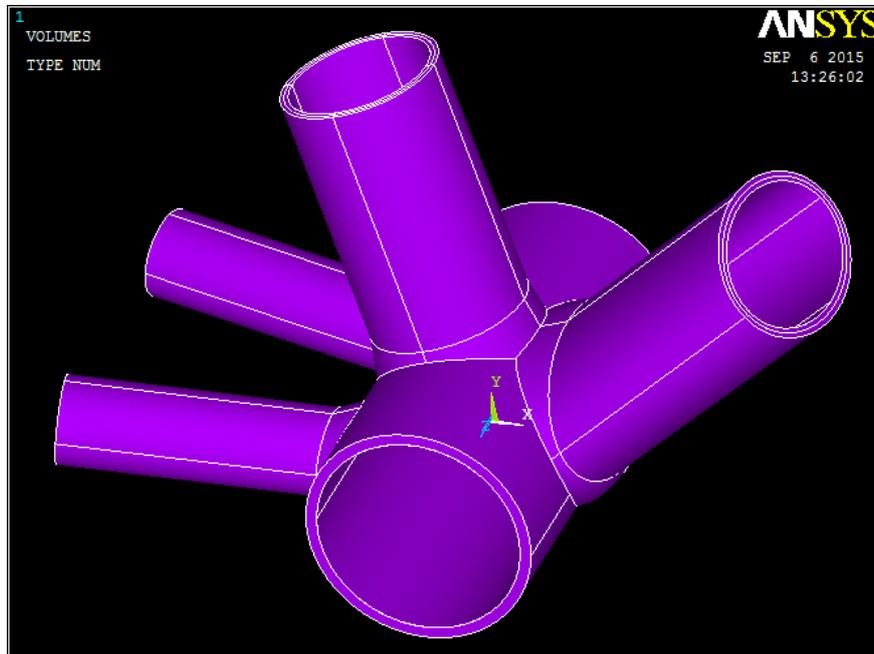


Figura 6-32. Representación de los volúmenes.

En la figura anterior, se puede ver como el cordón de soldadura del tubo inferior se corta con el cordón de soldadura del tubo del asiento. Se ha tenido especial cuidado con esa zona para que no existan elementos repetidos, y la unión de los elementos sólidos sea la correcta, para que los elementos no se desplacen unos respecto a otros.

Al igual que en el modelo anterior, la geometría implica una gran generación de puntos, líneas y áreas para la construcción del modelo. Para optimizar el proceso de construcción del modelo se puede reflejar la mitad de la geometría en el plano de simetría para realizar la otra mitad (mediante el comando **REFLECT** de ANSYS). Al “reflejar” la estructura sobre un plano, se reflejan también los puntos de ese plano por lo que se superpondrían puntos, líneas, áreas y volúmenes en un mismo espacio geométrico, generando problemas de cohesión en la ejecución del modelo. Estos errores de cohesión se refieren a la unión los elementos construidos, y a la duplicación de elementos ya comentada en el apartado anterior.

En definitiva, el modelo del cuadro con elementos Solid185, y Shell181, es el siguiente:



Figura 6-33. Modelo con elementos Solid185 y Shell181.

Mallado

Igual que en el modelo es necesario asignar las propiedades, o atributos, a cada área y volumen para poder mallarlo. Hay que asignar el tipo de elemento (Shell181 o Solid185), la sección (para los elementos Shell181) y el material (acero cromoly en este caso) a cada uno de las áreas y volúmenes que constituyen el conjunto.

Para ello, se pueden utilizar los comandos **TYPE**, **SECTYPE** y **MAT** o con el menú en: **Main Menu>Preprocessor>Meshing>Mesh Attributes>Picked Areas**, como se comento anteriormente para las áreas y para los volúmenes en **Main Menu>Preprocessor>Meshing>Mesh Attributes>Picked Volumes**.

Una vez definidos los atributos de cada elemento, se procede a mallar el modelo mediante: **Main Menu>Preprocessor> Meshing>Mesh Tool**. En este modelo se han mallado los elementos Shell181, que ya existían en el modelo anterior, con el mismo tamaño de elemento. El mallado del modelo se va a realizar manualmente, debido a que hay determinadas zonas que van a necesitar un mallado de mayor densidad. Éstas serán malladas con un tamaño menor que el resto teniendo en cuenta que debe haber continuidad de mallado en la zona de transición entre las áreas. De esta forma se puede controlar las zonas con mayor densidad de mallado y evitar hacer un mallado global de la geometría muy denso, ralentizando la resolución del proceso.

Primero se han mallado los elementos Solid185, y dentro de los volúmenes, se ha mallado con un tamaño máximo de elemento de 0.75 mm a los cordones de soldadura, y con elementos con forma tetraédricos de cuatro nodos. Se ha escogido este tamaño y forma de elemento, para que el ordenador pueda adaptar el mallado correctamente a la geometría sin cometer errores de forma en los elementos e intentando que el

tamaño de elemento no sea excesivamente pequeño, para no aumentar el tiempo computacional. Además, se han mallado primero los cordones de soldadura al tener un tamaño de elemento más pequeño que el de los tubos para que la transición del mallado entre los elementos sea más gradual. El mallado de los volúmenes de los tubos ha sido mallado con un tamaño máximo de elemento de 2 mm.

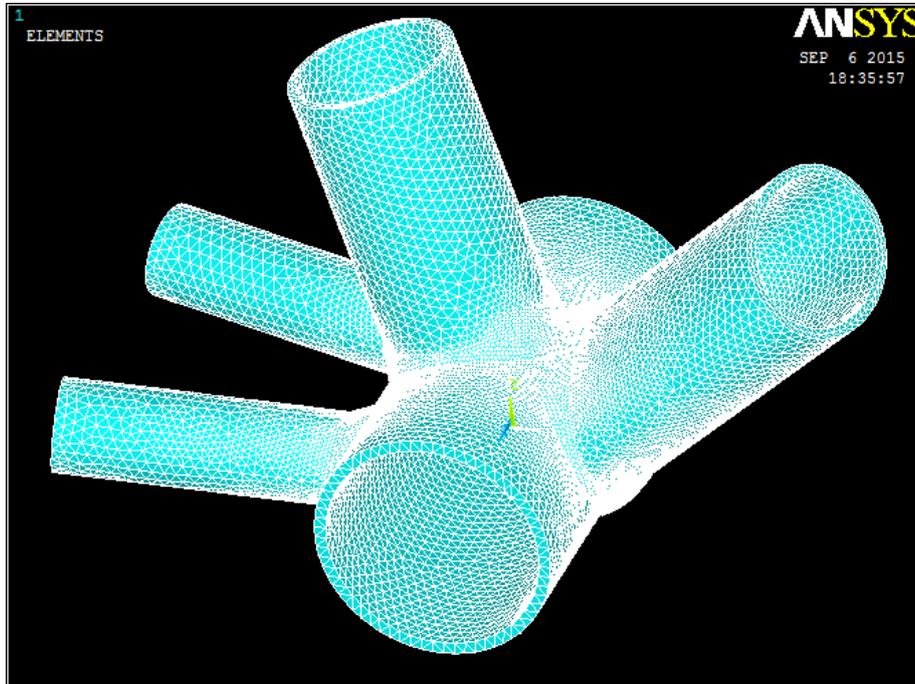


Figura 6-34. Representación de elementos Solid185.

Posteriormente se mallaron los elementos Shell181 como en el modelo anterior. Para que el mallado sea correcto primero se ha mallado las áreas con elementos de tamaño más pequeño, que son las áreas de las uniones descritas anteriormente y, posteriormente, el resto de las áreas que tendrán elementos con un lado máximo de 2 mm. Se deben mallar en ese orden, porque así, la malla se adapta a la geometría correctamente, si se hiciera al revés, en las áreas de las uniones se tendrían elementos más grandes. Se ha escogido un tamaño de mallado de 2 mm para el resto de las áreas para que los elementos frontera entre los dos tamaños de mallado no se distorsionen exageradamente.

Por tanto, el mallado de este segundo modelo es el que se puede ver en la siguiente figura:

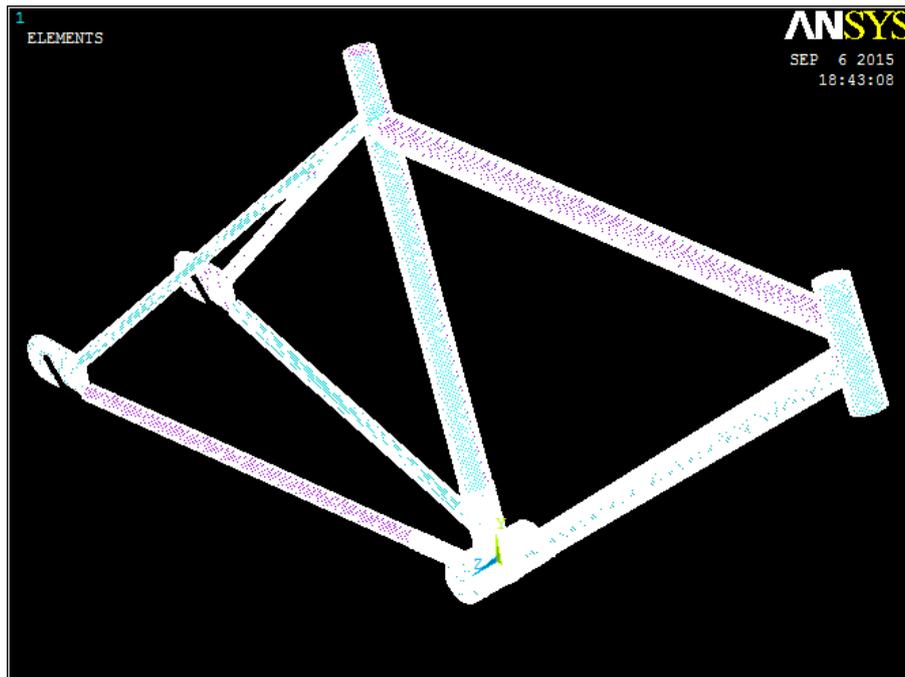


Figura 6-35. Representación del mallado del modelo con elementos Solid185.

Después de realizar el mallado completo de la geometría, se puede ver que el modelo consta de un total de 189221 elementos y 240506 nodos. El ordenador podrá, por tanto, resolver con agilidad el modelo, debido a que el número de elementos y nodos no son grandes, aunque se han duplicado respecto al modelo anterior. Cabe destacar, que si se hiciera un modelo tridimensional completo, el modelo llegaría a tener más de un millón de elementos, lo cual, sería un tiempo computacional no despreciable.

Imposición de restricciones

Las restricciones son las mismas, que en el modelo anterior, y aplicadas en las mismas zonas y se han aplicado utilizando: **Main Menu>Solution>Define Loads>Apply>Structural>Displacement.**

Aplicación de cargas

El programa permite aplicar fuerzas y momentos en el modelo, como se vio en el caso anterior. Usando el comando **F**, se pueden aplicar fuerzas y momentos en cualquier nodo. También, se puede hacer uso desde el menú en: **Main Menu > Solution > Define Loads > Apply > Structural > Force/Moment.**

Como se vio en el capítulo 5 se analizan tres estados de carga diferentes, dependiendo de la posición del ciclista: sentado sin pedalear, pedaleando sentado y pedaleando de pie.

Para aplicar las fuerzas, ejercidas en el pedal y transmitidas al eje del pedalier, se ha repartido la fuerza vertical en 9 nodos (igual que en el modelo anterior) y el momento en una placa lateral que sostiene al eje del pedalier (dicha placa consta de 504 nodos en este caso). Por ello los momentos aplicados a cada nodo varían en este modelo.

Las cargas en los pedales, en este caso, serán:

| | $F_{\text{pedal}} \text{ (N)}$ | $N^{\circ} \text{ nodos}$ | $F_{\text{nodo}} \text{ (N)}$ | $M_{\text{pedal}} \text{ (Nm)}$ | $N^{\circ} \text{ nodos}$ | $M_{\text{nodo}} \text{ (Nm)}$ |
|-----------------------------|--------------------------------|---------------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| Sentado sin pedalear | -180 | 18 | -10 | 9 | 504 | 0,01786 |
| Pedaleando sentado | -640 | 9 | -71,11111 | 64 | 504 | 0,12698 |
| Pedaleando de pie | -2480 | 9 | -275,55556 | 248 | 504 | 0,49206 |

Tabla 6-6. Cargas en el tubo del pedalier en el modelo con elementos placa.

Al igual que en el modelo anterior, las fuerzas tienen signo negativo debido a que la carga se aplica en el eje vertical (eje Y) y en sentido contrario. El momento es aplicado en el eje X y es positivo porque se considera que la carga se aplica en el pedal derecho, si fuera en el izquierdo sería negativo. En el caso sin pedalear existen dos momentos al tener los dos pies apoyados (uno positivo y otro negativo). Tanto F_{nodo} como M_{nodo} es la fuerza y el momento aplicado en cada nodo, obtenido de la fuerza y el momento dividido por el número de nodos.

Como se vio, para compensar el momento generado por la fuerza del pedal, el ciclista aplica un momento igual y de sentido contrario en el manillar, que es transmitido al tubo frontal, a través, del eje de dirección que fija el manillar con la horquilla. Además, el ciclista se apoya en él, por tanto, existen dos cargas en el manillar: un momento en el eje X y una fuerza vertical negativa en el eje Y. El momento es negativo si la carga está en el pedal derecho y positivo si es en el izquierdo, en el caso de sin pedalear los momentos de los pedales se compensan entre sí y no hay momento en el manillar. En este modelo han variado el número de nodos y las cargas en el tubo frontal son:

| | $M_{\text{manillar}} \text{ (Nm)}$ | $N^{\circ} \text{ nodos}$ | $M_{\text{nodo}} \text{ (Nm)}$ | $F_{\text{manillar}} \text{ (N)}$ | Long. (m) | $P_{\text{líneal}} \text{ (N/m)}$ |
|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|--------------------|-----------------------------------|
| Sentado sin pedalear | 0 | 387 | 0 | 120 | 0,10367 | 1157,49049 |
| Pedaleando sentado | -64 | 387 | -0,16537 | 100 | 0,10367 | 964,57541 |
| Pedaleando de pie | -248 | 387 | -0,64083 | 80 | 0,10367 | 771,66033 |

Tabla 6-7. Cargas en el tubo frontal en el modelo con elementos placa.

Por último, el ciclista está sentado en dos de los tres casos, al igual que en el anterior modelo, y en este caso no depende del número de nodos, por tanto, la carga es aplicada de igual forma que anteriormente. Es decir, los valores son los mismos que aparecen en la **Tabla 5-3**.

Resolución del modelo

Una vez aplicada las cargas se procede a ejecutar la resolución igual que el modelo anterior.

Solución con el ciclista sentado sin pedalear

Las tensiones de Von Mises que aparecen en este modelo para el caso del ciclista sentado sin pedalear son:

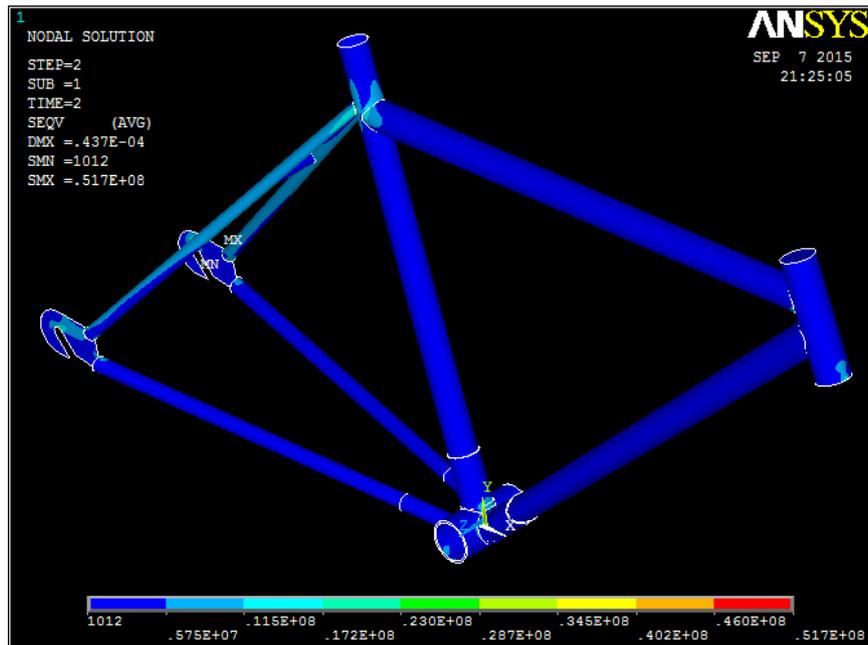


Figura 6-36. Tensiones con el ciclista sin pedalear con elementos Solid185 y Shell181.

En este modelo las cargas son las mismas que se aplicaron en el modelo anterior, se puede ver que en este caso la tensión máxima es 51.738 MPa algo inferior a la del modelo anterior. En este caso la tensión máxima está localizada en la unión de un tirante superior con la puntera trasera, como se dijo anteriormente, no se modelizó correctamente esa unión y, por tanto, no se va a estudiar esa zona, ya que en los otros dos estados de carga las tensiones aparecen en el tubo del pedalier. Se puede ver que las tensiones son pequeñas, muy por debajo del límite elástico del acero (480 MPa). Las deformaciones que aparecen también son muy pequeñas, siendo la máxima de 0.0437 mm.

La tensión que aparece en la unión del tubo del pedalier con el tirante inferior es 9.6704 MPa, muy inferior a la del anterior modelo, lo cual demuestra, que los resultados obtenidos para esa zona del anterior modelo no eran muy correctos, debido a la concentración de tensiones que había en la geometría anterior, que en este caso no existe al haber modelizado el cordón de soldadura. La tensión que aparece en la unión del tubo del pedalier con el tubo del asiento es 10.485 MPa, también, bastante inferior a la del anterior modelo (36.311 MPa), pero no hay tanta diferencia, lo cual indica, que no son descartables los resultados en esa zona del anterior modelo.

Solución con el ciclista sentado pedaleando

Como las mayores tensiones aparecen alrededor del tubo del pedalier, el análisis se va a centrar en esa zona. Se puede ver que los valores de las tensiones aumentan en la zona descrita considerablemente, como representa la siguiente figura:

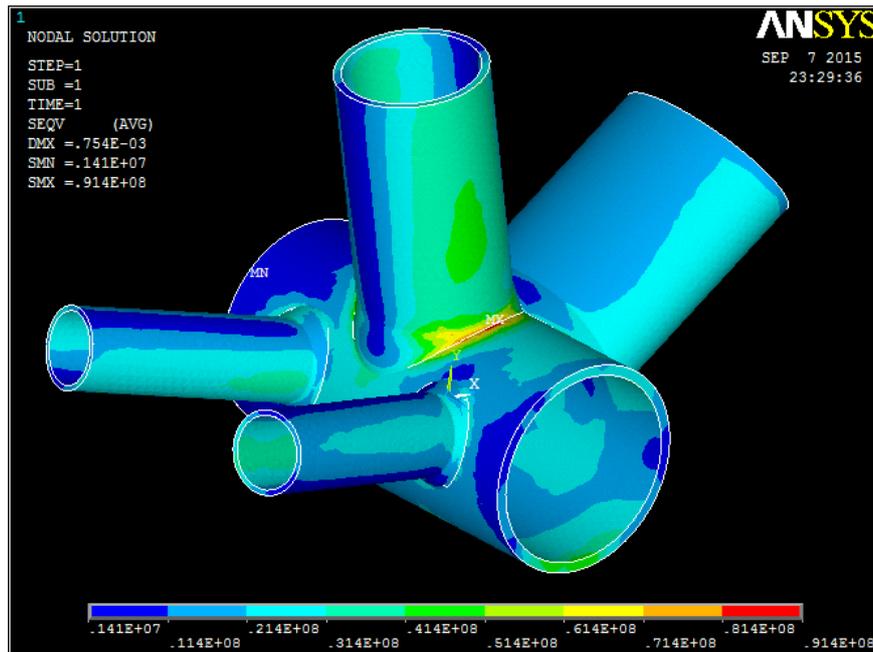


Figura 6-37. Tensiones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Solid185.

Se puede ver que las tensiones han aumentado respecto al estado de cargas anterior, como era de esperar, existiendo una tensión máxima de 91.423 MPa en la unión del tubo del pedalier con el tubo del asiento. La zona donde está la tensión máxima es una zona de concentración de tensiones al existir un ángulo considerable en la geometría, como en todas las uniones y, por ello, es en estas zonas donde aparecen las tensiones más altas. La tensión máxima está bastante por debajo del límite elástico y, también, del límite de fatiga, por tanto, las tensiones alternantes no serán muy grandes y se puede predecir que el cuadro tendrá vida infinita para este estado de cargas, y el anterior.

La tensión en la unión entre el tubo del pedalier y el tirante inferior es 49.188 MPa, lo cual confirma, que los resultados del modelo con elementos tipo placa no eran correctos en dicha zona. Se puede ver que las mayores tensiones aparecen en la unión del tubo del pedalier con el tubo del asiento y no en la unión del tubo del pedalier con el tirante inferior, como se pensaba en el anterior modelo. Esto demuestra la mayor precisión que existe con los elementos sólidos frente a los elementos tipo placa.

Cuando el ciclista se encuentra sentado y pedaleando la máxima deformación del cuadro completo es igual a 3.078 mm algo inferior al resultado del modelo anterior (3.509 mm) debido que al existir las uniones soldadas se minimiza. Si se hiciera un modelo con todos los cordones de soldadura la deformación sería reducida considerablemente. Por tanto, en la siguiente figura se puede ver las deformaciones en el cuadro completo:

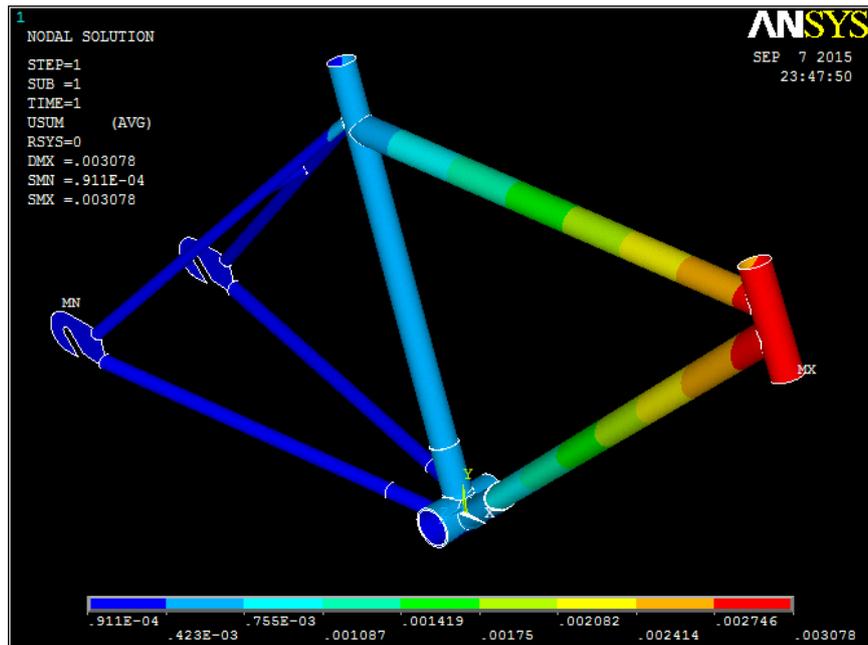


Figura 6-38. Deformaciones con el ciclista sentado pedaleando con elementos Shell181 y Solid185.

Solución con el ciclista pedaleando de pie

Cuando el ciclista pedalea de pie y aplicando la máxima potencia (caso más desfavorable con mayores cargas) las tensiones son considerables y se acercan al límite elástico.

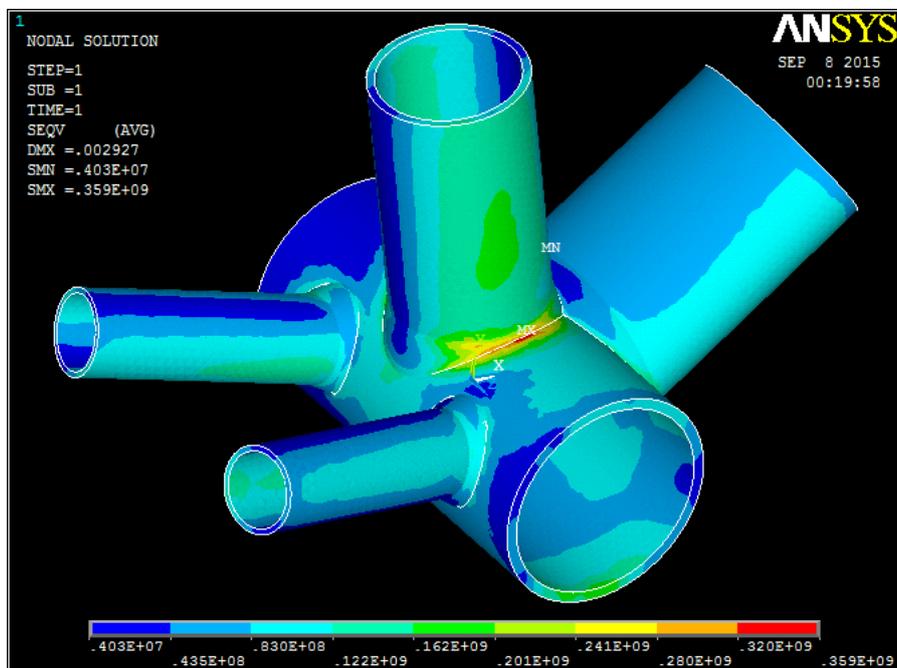


Figura 6-39. Tensiones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Solid185.

Se puede ver que la tensión máxima es 359.17 MPa un valor por debajo del límite elástico y, que comparándolo con él, se tendría un coeficiente de seguridad de 1.34 frente a cargas estáticas. La tensión máxima está en la unión entre el tubo del pedaliar

y el tubo del asiento. La tensión en la unión del tubo del pedalier con el tirante inferior es 198.45 MPa, muy inferior al resultado del modelo con elementos placa.

La deformación máxima es 11.491 mm en el extremo inferior del tubo frontal, y la distribución del campo de deformaciones es similar al de casos anteriores:

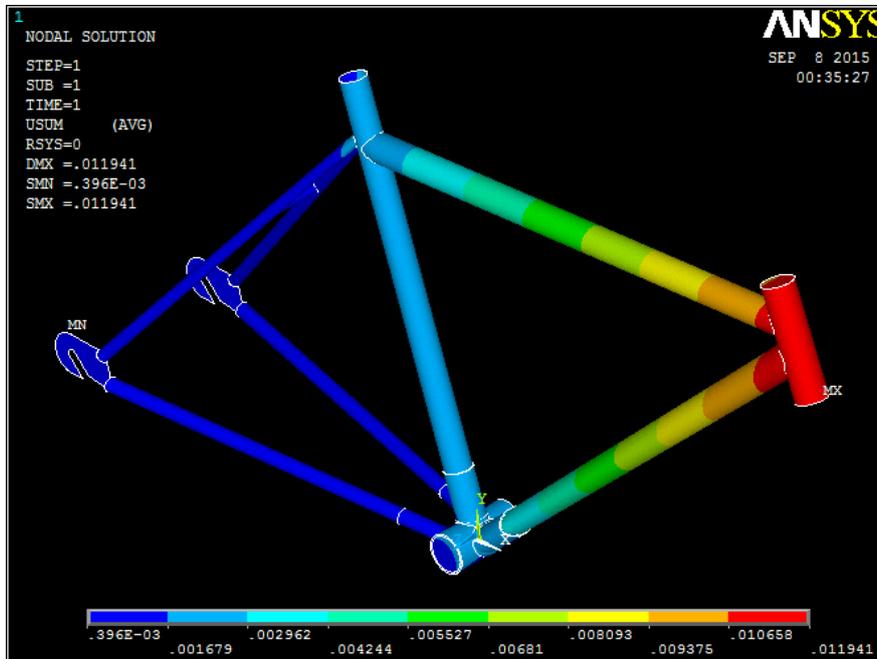


Figura 6-40. Deformaciones con el ciclista pedaleando de pie con elementos Solid185.

Tablas de resultados

Como se ha visto en este modelo, finalmente, la zona donde existen mayores tensiones es en el cordón de soldadura entre el tubo del pedalier y el tubo del asiento, y no en la unión del tubo del pedalier con el tirante inferior. Así lo demuestran los siguientes resultados:

| | Tensión (MPa) |
|----------------------|---------------|
| Sentado sin pedalear | 9,670 |
| Pedaleando sentado | 49,188 |
| Pedaleando de pie | 198,45 |

Tabla 6-8. Tensiones de Von Mises en la unión del tubo del pedalier y el tirante inferior con elementos Solid185.

| | Tensión (MPa) |
|----------------------|---------------|
| Sentado sin pedalear | 10,485 |
| Pedaleando sentado | 91,423 |
| Pedaleando de pie | 359,17 |

Tabla 6-9. Tensiones de Von Mises en la unión del tubo del pedalier y el tubo del asiento con elementos Solid185.

6.3. Análisis a fatiga

En este apartado se va a realizar un análisis centrado en obtener las tensiones alternantes y el daño acumulado, a través de la regla de Miner, utilizando la herramienta Ansys. Se obtendrá las tensiones alternantes en la zona donde se han obtenido mayores tensiones, es decir, en el cordón de soldadura del tubo del pedalier con el tubo del asiento y se utilizará el modelo con los elementos Solid185 para obtener datos más precisos. Con ello, se pretende conseguir un estudio a fatiga del cuadro analizado y, concretamente, de la unión del tubo del pedalier con el tubo del asiento que es donde aparecen las tensiones máximas.

Se van a seguir los pasos expuestos en el apartado 4.5.2, donde se explica la funcionalidad del módulo Fatigue Ansys.

1. Reanudar la base de datos.

Primero, hay que modificar el tipo de análisis a transitorio, debido a que es necesario definir cuanto tiempo se aplica cada estado de cargas. Para ello, se modifica en: **Main Menu>Solution>Analysis Type>New Analysis.**

Posteriormente, hay que resolver cada estado de cargas. Se va a realizar un análisis de fatiga para dos casos distintos: el ciclista pedaleando sentado y el ciclista pedaleando de pie, no tiene sentido analizar el ciclista sentado sin pedalear, ya que, no hay variación de las cargas ni ciclos de pedaleo y, por tanto, no existe fatiga. Se necesitan los resultados de cada estado de cargas de cada caso, para tener dos historiales de carga que se necesitan para que el programa obtenga los valores de las tensiones alternantes.

La cadencia habitual cuando un ciclista pedalea sentado es de 90 rpm, por lo que un ciclo dura 0.66666 segundos. Durante un ciclo se van a considerar 4 estados de cargas, se consideran dos estados de carga para cada pedalada y dos intermedios entre una pedalada y otra, en la cual el ciclista no aplica fuerza en los pedales. Las cargas en cada estado y el tiempo aplicadas (cuando el ciclista pedalea sentado) se pueden ver en la siguiente tabla:

| Nº de estado | F _{pedal der.} (N) | M _{pedal der.} (Nm) | F _{pedal izq.} (N) | M _{pedal izq.} (Nm) | M _{manillar} (Nm) | F _{manillar} (N) | F _{sillín} (N) | t _{parcial} (s) | t _{acumulado} (s) |
|--------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------|---------------------------|-------------------------|--------------------------|----------------------------|
| 1 | -640 | -64 | 0 | 0 | 64 | 100 | 300 | 0,2 | 0,2 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 300 | 0,13333 | 0,33333 |
| 3 | 0 | 0 | -640 | 64 | -64 | 100 | 300 | 0,2 | 0,53333 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 300 | 0,13333 | 0,66666 |

Tabla 6-10. Estados de carga. Ciclista pedaleando sentado.

Los valores son los mismos vistos anteriormente. Los momentos en el pedal y en el manillar están aplicados como en los casos estáticos y en el eje X. Las fuerzas en los

pedales, manillar y sillín, son aplicadas igual que en los casos anteriores como unas fuerzas en el eje Y para los pedales y como presiones lineales para las fuerzas en el sillín y manillar.

Cuando un ciclista pedalea de pie la cadencia baja en torno a 60 rpm, por lo que un ciclo dura 1 segundo. Durante un ciclo también se van a considerar 4 estados de carga, existiendo un tiempo en el que el ciclista no aplica carga en los pedales ya que salta de uno a otro, por ello, se van a considerar dos estados de carga intermedios entre los dos estados de carga de las pedaladas.

| Nº de estado | F _{pedal der.} (N) | M _{pedal der.} (Nm) | F _{pedal izq.} (N) | M _{pedal izq.} (Nm) | M _{manillar} (Nm) | F _{manillar} (N) | F _{sillín} (N) | t _{parcial} (s) | t _{acumulado} (s) |
|--------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------|---------------------------|-------------------------|--------------------------|----------------------------|
| 1 | -2480 | -248 | 0 | 0 | 248 | 80 | 0 | 0,3 | 0,3 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 80 | 0 | 0,2 | 0,5 |
| 3 | 0 | 0 | -2480 | 248 | -248 | 80 | 0 | 0,3 | 0,8 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 80 | 0 | 0,2 | 1 |

Tabla 6-11. Estados de carga. Ciclista pedaleando de pie.

Para resolver cada estado de cargas hay que resolver cada etapa (step). Para ello, hay que definir el tiempo que se aplica el estado de carga en: **Main Menu>Solution>Analysis Type>Sol'n Controls**. Se debe introducir el tiempo acumulado en *Time at end of loadstep*. Una vez definido el tiempo del estado, se introducen las cargas como si fuera un caso estático. Se debe introducir el tiempo acumulado para cada estado de carga.

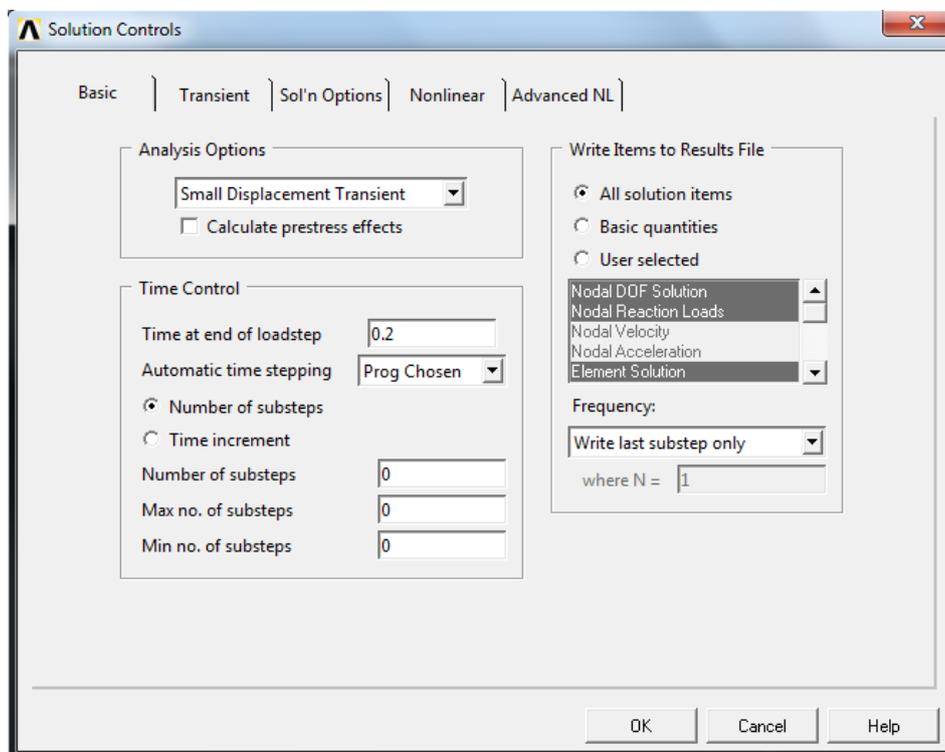


Figura 6-41. Cuadro de Solution Controls.

Una vez definido el estado de cargas se deben almacenar en un archivo LS en: **Main Menu>Solution>Load Step Opts>Write LS File**. Se debe realizar esta operación para cada estado de cargas.

Una vez definido los cuatro estados de carga, se pueden resolver cada estado de cargas de uno en uno (según se han ido definiendo) o se pueden resolver todos a la vez en: **Main Menu>Solution>Solve>From LS Files**.

2. Definir propiedades a fatiga del material e identificar localizaciones.

Una vez que se han resuelto los estados tensionales, se puede realizar el análisis a fatiga con la herramienta de Ansys. Esta herramienta se encuentra en el menú de General Postproc.

Primero de todo, hay que definir el número de localizaciones, eventos y cargas en: **Main Menu>General Postproc>Fatigue>Size Settings**.

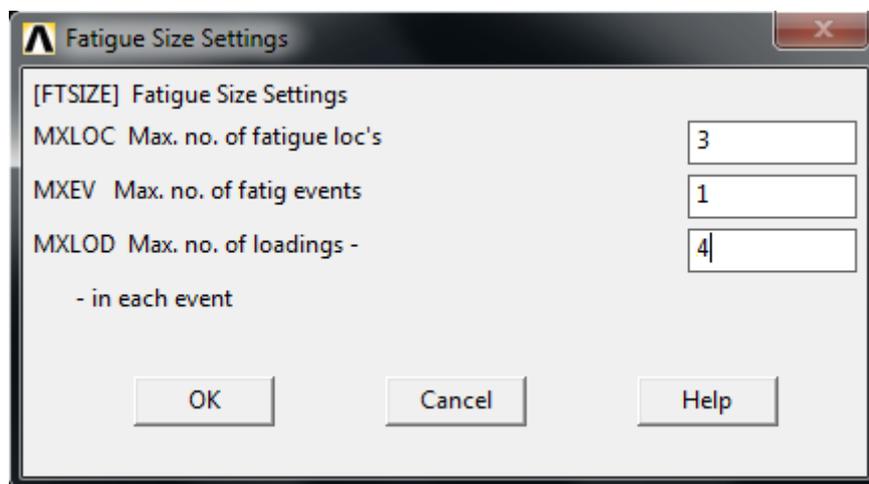


Figura 6-42. Cuadro de configuración de dimensiones de fatiga.

Se han definido tres localizaciones, ya que, se va a centrar el análisis en tres de los nodos donde se encuentran las mayores tensiones en la unión del tubo del pedalier con el tubo del asiento. Se ha introducido un evento, ya que, se va a analizar por separado el caso del ciclista pedaleando sentado y de pie, se podrían realizar a la vez y, entonces, se deberían introducir dos eventos y ocho estados de carga. Se han introducido cuatro estados de carga (loadings).

El siguiente paso, es introducir la curva S-N del material y la zona concreta. Como se vio en el capítulo 5, el límite de fatiga corregido, por los factores modificativos, en el cordón de soldadura del tubo del pedalier con el tubo del asiento es 118771795 Pa y la curva S-N es la que aparece en la **Figura 4-8**. Para introducir la curva S-N desde el menú: **Main Menu>General Postproc>Fatigue>Property Table>S-N Table**.

| N | S |
|------------|-----------|
| 1 | 600000000 |
| 1000 | 540000000 |
| 1000000 | 118771795 |
| 1000000000 | 118771794 |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Figura 6-43. Cuadro de curva S-N.

Una vez definidas las dimensiones del estudio y la curva S-N, se deben definir que tres localizaciones se quieren estudiar, para definir las localizaciones hay que acceder a: **Main Menu> General Postproc>Fatigue>Stress Locations.**

Figura 6-44. Cuadro de localizaciones.

3. Almacenar las tensiones y asignar el número de ciclos.

Ahora, hay que almacenar en el historial de cargas de cada localización o elemento, la solución obtenida de cada estado de carga: **Main Menu> General Postproc>Fatigue>**

Store Stresses>From rst Files (siguiente figura). Hay que ir variando el estado de carga en: **Main Menu>General Postproc>Read Results** y, a la vez, variar en el cuadro siguiente NLOD (Loading number) para que se correspondan los datos.

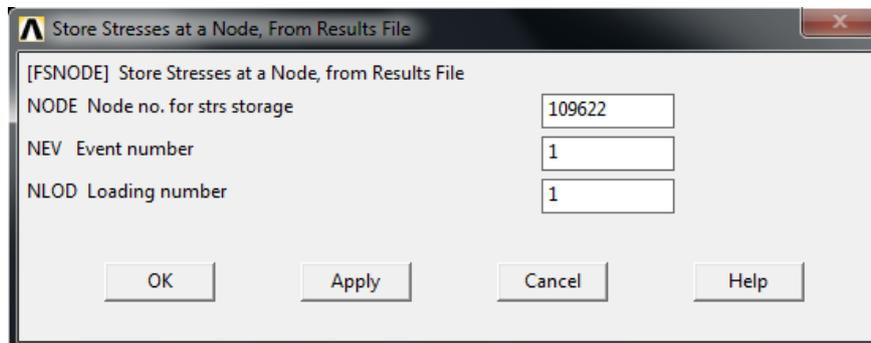


Figura 6-45. Cuadro de historial de cargas.

Ahora, hay que definir el número de ciclos deseado para el evento en: **Main Menu>General Postproc>Fatigue>Assign Events**.

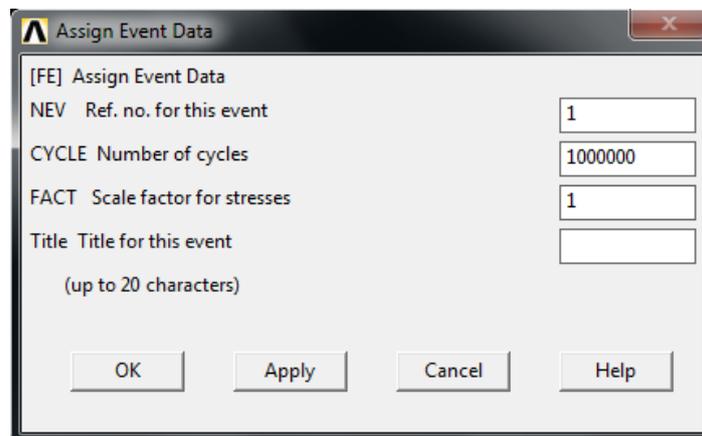


Figura 6-46. Cuadro de asignación de número de ciclos.

4. Realizar los cálculos de fatiga.

Una vez definido todos los parámetros del análisis, se ejecuta la resolución en: **Main Menu>General Postproc>Fatigue>Calculate Fatig.**

5. Revisar los resultados.

Una vez ejecuta la solución aparece el siguiente cuadro con los resultados:

```
PERFORM FATIGUE CALCULATION AT LOCATION 1 NODE 0
*** POST1 FATIGUE CALCULATION ***
LOCATION 1 NODE 109622 Sold
EVENT/LOADS 1 1 AND 1 3
PRODUCE ALTERNATING SI (SALT) = 0.38517E+08 WITH TEMP = 0.0000
CYCLES USED/ALLOWED = 0.1000E+07/ 0.1000E+10 = PARTIAL USAGE = 0.00100
CUMULATIVE FATIGUE USAGE = 0.00100
```

Figura 6-47. Solución del análisis a fatiga con el ciclista sentado.

A la vista de los resultados, la tensión alternante en dicho punto es de 38.517 MPa, muy por debajo del límite de fatiga corregido, por tanto, el cuadro tendrá vida infinita para este caso. Aparece un daño acumulado de 0.001, este dato es debido a que el programa utiliza el último valor de la curva S-N como el valor en el que rompe la pieza, es decir, considera que rompe cuando se han producido $1 \cdot 10^9$ ciclos, y divide un millón de ciclos (dato introducido) por ese último valor, obteniendo un daño acumulado de 0.001. Aunque en este caso el daño acumulado debería ser 0 al no superarse el límite de fatiga de la pieza, por tanto, no se debe tener en cuenta este dato en este caso. En caso de que la tensión alternante supere el límite de fatiga corregido, el daño acumulado si será correcto en este caso.

Los otros dos nodos analizados (113661 y 113673) tienen una tensión alternante inferior, luego se puede decir, que el cuadro tiene un coeficiente de seguridad de 3.08 para este caso, obtenido de dividir el límite de fatiga corregido entre la tensión alternante máxima.

Para el caso del ciclista pedaleando de pie, se realiza el mismo proceso y se obtienen los siguientes resultados en el punto de máxima tensión:

```
PERFORM FATIGUE CALCULATION AT LOCATION 1 NODE 0
*** POST1 FATIGUE CALCULATION ***
LOCATION 1 NODE 109622 Sold
EVENT/LOADS 1 1 AND 1 3
PRODUCE ALTERNATING SI (SALT) = 0.14936E+09 WITH TEMP = 0.0000
CYCLES USED/ALLOWED = 0.1000E+07/ 0.3516E+06 = PARTIAL USAGE = 2.84412
CUMULATIVE FATIGUE USAGE = 2.84412
```

Figura 6-48. Solución del análisis a fatiga con el ciclista de pie.

La tensión alternante para ese punto es 149.36 MPa, algo por encima del límite de fatiga corregido, por lo que la pieza sufre fatiga en este punto. El daño acumulado es 2.84412, y el número de ciclos que soportaría la pieza es 351603 ciclos, ya que, el daño acumulado es igual a un millón de ciclos (dato introducido) entre el número de ciclos que soporta la pieza con esa tensión alternante. Sin embargo, en una de las otras dos localizaciones (o nodos), hay una tensión alternante mayor, concretamente en el nodo 113673, como se puede apreciar en la siguiente imagen:

```
PERFORM FATIGUE CALCULATION AT LOCATION 1 NODE 0
*** POST1 FATIGUE CALCULATION ***
LOCATION 1 NODE 113673
EVENT/LOADS 1 1 AND 1 3
PRODUCE ALTERNATING SI (SALT) = 0.16430E+09 WITH TEMP = 0.0000
CYCLES USED/ALLOWED = 0.1000E+07/ 0.2276E+06 = PARTIAL USAGE = 4.39420
CUMULATIVE FATIGUE USAGE = 4.39420
```

Figura 6-49. Solución del análisis a fatiga con el ciclista de pie en nodo 113673.

Capítulo 6. Metodología.

La tensión alternante en este punto es 164.3 MPa y el daño acumulado es 4.3942, por lo que el número de ciclos que soporta antes de fallar es 227573 ciclos. Por tanto, aunque en este punto no se alcanza la tensión máxima de Von Mises, porque, en este punto la tensión de Von Mises es 300.75 MPa, si se alcanza la máxima tensión alternante de la pieza.

Aunque el cuadro no tiene vida infinita a fatiga, cabe destacar, que este estado de cargas es a máxima potencia, y que una persona normal no llega a aplicar cargas tan altas. En el caso de una persona más corpulenta o que pueda realizar un mayor esfuerzo, si se alcanzan estas cargas, pero, sólo en ocasiones puntuales como puede ser subiendo una gran pendiente, luego, la vida del cuadro puede ser de muchos años.

Por tanto, se han obtenido los siguientes resultados:

| | $\sigma_{\text{máx}}$ (MPa) | $\epsilon_{\text{máx}}$ | Cadencia (rpm) | $\sigma_{\text{alternante máx}}$ (MPa) | Nº de ciclos |
|----------------------|-----------------------------|-------------------------|----------------|--|--------------|
| Sentado sin pedalear | 10,485 | 0,000437 | 0 | - | - |
| Pedaleando sentado | 91,423 | 0,0031 | 90 | 38,517 | Inf. |
| Pedaleando de pie | 359,17 | 0,011491 | 60 | 164,30 | 227573 |

Tabla 6-12. Resultados finales.

A la vista de los resultados obtenidos y de las propiedades del acero cromoly, el cuadro no fallará frente a cargas estáticas, pero no soportará más de 416752 ciclos del estado de cargas con el ciclista de pie, estado que se consideró a máxima potencia de pedaleo, es decir, el más desfavorable.

7. Conclusiones

Durante todo el proyecto se han intentado justificar todos los pasos que se han ido realizando. Analizando los resultados obtenidos se puede concluir que se han cumplido los objetivos iniciales de este proyecto. De este análisis se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Se ha podido ver la utilidad de los modelos de elementos finitos para resolver un problema de ingeniería. En este caso el problema a resolver, ha contado con la resolución de distintas simulaciones estáticas de un cuadro de bicicleta. Cada una de estas simulaciones ha supuesto distintos modos de resolución y diseño, los cuales han aportado una gran cantidad de resultados. El tiempo de resolución es muy breve, en torno a 3 minutos para los casos estáticos, y en torno a 12 minutos para los casos de fatiga, lo cual, es una de las principales ventajas del MEF.
- En este proyecto la construcción del modelo supuso una parte importante del trabajo a realizar, debido a la complejidad de algunas zonas y a su correcto mallado posterior. La importancia del proceso de construcción de la geometría es básica, porque, puede producir fallos en las etapas de resolución.
- La herramienta de fatiga de Ansys permite conocer la vida a fatiga de una pieza o estructura de una forma bastante ágil, pero no se deben considerar estos resultados exactos, ya que, son una aproximación del comportamiento que tendrá en realidad. Los datos deben ser analizados e interpretados adecuadamente para que aporten información útil del modelo.
- Las tensiones que se generan sobre la estructura no superan el límite elástico del material (480 MPa), por lo que podrían garantizarse condiciones de seguridad idóneas para las cargas estáticas de pedaleo. Sin embargo, hemos visto que las tensiones alternantes superan el límite de fatiga para vida infinita cuando el ciclista pedalea de pie, por tanto, el cuadro puede llegar a romperse por el cordón de soldadura entre el tubo del pedalier y el tubo del asiento cuando se superen los 227573 ciclos.
- La vida del cuadro puede ser de muchos años, debido a que el ciclista no suele pedalear de pie aplicando las cargas que se han considerado, que no va a utilizar la bicicleta todos los días y, sólo, durante algunas horas al día. Si tenemos en cuenta que un ciclo dura un segundo, el número de ciclos equivaldría a 63 horas y 13 minutos en esas condiciones de carga.
- Se ha demostrado que la máxima tensión alternante no siempre se da en el mismo punto donde aparece la tensión máxima de Von Mises, debido a que, también, depende de la tensión mínima.
- Las zonas que más sufren del cuadro son las uniones soldadas de los tubos, por ello, los fabricantes tienen especial cuidado cuando realizan las soldaduras,

Capítulo 7. Conclusiones.

teniendo el personal y el equipo cualificado para ello. Las máximas tensiones aparecen en estas zonas debido a las concentraciones de tensiones, como consecuencia de la geometría.

- Los aceros que existen actualmente, con mejores propiedades que los materiales de décadas atrás, han permitido aligerar considerablemente el peso de la bicicleta, reduciendo el diámetro y el espesor de los tubos, manteniendo la seguridad.

8. Trabajos futuros

Quedan abiertos una serie de estudios que no han sido objeto de este proyecto y que se proponen contemplar como desarrollo futuro del mismo:

- Determinar una comparación, lo más real posible, de las tolerancias de la simulación y del proceso real, de forma que se ajuste lo máximo posible la forma final de las piezas estudiadas.
- Realización de un estudio económico que determine el impacto en costes, para la fabricación del cuadro, asociados a las horas de ingeniería que supondría utilizar la herramienta de simulación más la inversión en las licencias de los programas de Elementos Finitos (software necesario).
- Realizar un diseño optimizado y detallado del cuadro completo para realizar un análisis del resto de uniones soldadas, sobre todo, de la unión del tubo del asiento con los tirantes superiores y las uniones del tubo frontal.
- Realizar un mallado adaptativo del modelo para reducir el tiempo computacional de la resolución y utilizar otros elementos con mayor número de nodos para obtener resultados más exactos y compararlos con los elementos utilizados en este proyecto.
- Realizar el estudio de un cuadro de bicicleta realizado con otro material, como puede ser de aluminio, para comparar el comportamiento y la geometría de los distintos cuadros.
- Hacer el estudio a cargas de impacto frontal y lateral del cuadro, para conocer las tensiones y posibles malformaciones en esos casos mediante un programa de resolución de análisis dinámicos.
- Analizar el contacto existente entre el eje del pedalier, los rodamientos y el tubo del eje del pedalier para conocer como se distribuyen exactamente las fuerzas en el interior del tubo.

9. Bibliografía

- [1] Richard Grant/Richard Ballantine, *El Gran Libro de la Bicicleta* – Editorial: El País, Aguilar. (1992).
- [2] Apuntes de Tecnología de Materiales. 4º Curso de Ingeniería Industrial. Universidad Carlos III de Madrid.
- [3] Apuntes de Tecnología de Fabricación. 4º Curso de Ingeniería Industrial. Universidad Carlos III de Madrid.
- [4] Soden, P.D. & Adeyefa, B.A. (1979). Forces applied to a bicycle during normal cycling. *Journal of Biomechanics*. 12. (527-541).
- [5] Bolourchi, F. & Hull, M.L. (1985). Measurement of rider induced loads during simulated bicycling. *International Journal Sport Biomechanics*. 1. (308-329).
- [6] Davis, R.R. & Hull, M. L. (1981). Measurement of pedal loading in bicycling: II Analysis and results. *Journal of biomechanics*. 14, 857-872.
- [7] Ericson, M.O., Nisell, R. & Ekholm J. (1984). Varus and valgus loads on the knee joint during ergometer cycling. *Scandinavia Journal Sports Sciences*. 6. (39-45).
- [8] Gonzalez, H. & Hull, M.L. (1989). Multivariable optimization of cycling biomechanics. *Journal of biomechanics*. 22, 11, 1151-1161.
- [9] Apuntes de Tecnología de Máquinas. 4º Curso de Ingeniería Industrial. Universidad Carlos III de Madrid.
- [10] Documento Básico SE-A. Seguridad estructural. Acero.
- [11] Joseph E. Flaherty, Amos Eaton Professor. “*Math finite element analysis*”. Department of Computer Science. Rensselaer Polytechnic Institute, 2000.
- [12] Moaveni, Saeed. Minnesota State University, Mankato. “*Finite elements analysis. Theory and Application with ANSYS*”. Prentice Hall, 1999.
- [13] Apuntes de Cálculo de Máquinas. 5º Curso de Ingeniería Industrial. Universidad Carlos III de Madrid.
- [14] “*A treatise on the mathematical theory of elasticity*”, A.E.H. Love/ Dover Publications NY, 4ª Ed., 1944.
- [15] “*Theory of Matrix Structural Analysis*”, J.S. Przemieniecki / Dover Publications NY, 1ª Ed., 1985.

Capítulo 9. Bibliografía.

[16] “Advanced Mechanics of Materials”, Richard J. Schmidt & Omar M. Sidebottom / John Wiley & Sons, Inc., 5ª Ed. 1993.

[17] “El Método de los Elementos Finitos en el Análisis Estructural”, C. Martínez Arnaiz / Publicaciones de la E.T.S.I.A (Escuela Superior de Ingenieros Aeronáuticos), 1998.

[18] “Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos. Análisis estático lineal”, Eugenio Oñate/ CINME, 1992.

[19] “Ayuda de ANSYS versión 14”.

Páginas webs consultadas:

[20] INFORME: Los materiales de un cuadro (Última fecha de consulta: 24/09/15).
<http://www.ciclismoafondo.es/mecanica/Informes/articulo/material-cuadro-bicicleta>

[21] <http://www.sae.org>