



**ANTONIO NOGALES GONZALEZ**

I

---

UNIVERSIDAD CARLOS III MADRID – STUDENTE ERASMUS

UNIVERSITÀ DI PISA, FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Dipartimento de ingegneria meccanica, nucleare e della produzione.

# RELAZIONE FINALE DI PROGETTO

## ARGOMENTO :

Diseño de un aparato experimental para la medida de la deformación de una barra a flexión y verificación la lectura extensiométrica.

TUTORE: **Ciro Santus.**

Anno universitario 2010/2011

28 Giugno 2011

## INTRODUCCIÓN.

El proyecto que nos ocupa trata de calcular la deformación de una viga de acero en voladizo, de la cual; disponemos en el laboratorio de la universidad, anclada el banco de pruebas.

El banco dispone de la sujeción de la viga, así como del dispositivo para ejercer distintas fuerzas puntúelas en el extremo libre de la misma, con dirección vertical y hacia abajo.

Este dispositivo se puede ver en la figura 1, de la memoria

El objetivo principal del éste tipo de estudios, referentes a la deformación de materiales, es que junto a ésta y a los esfuerzos a los que se encuentra sometida la probeta, podemos determinar las propiedades mecánicas del material o el comportamiento de una pieza que forma parte de una estructura.

La determinación experimental de las tensiones producidas en una pieza en servicio se realiza en dos pasos consecutivos:

1/ medida de las deformaciones creadas por las tensiones en la superficie del elemento,  
2/cálculo de las tensiones a partir de las deformaciones medidas.

Actualmente el método más utilizado para el cálculo de las deformaciones producidas por las tensiones en la superficie es la extensometría.

Con este proyecto diseñaremos un aparato soporte para el uso de “relojes comparadores” con el fin de calcular la deformada, a partir de los desplazamientos verticales que sufre la barra; y así cuantificar y reducir en la medida de lo posible los errores producidos con el uso de la extensometría, comparando posteriormente los datos obtenidos según ambos métodos.

## RELOJ COMPARADOR. MEDIDA POR COMPARACIÓN.

El reloj comparador, también llamado comparador de esfera, es un instrumento de medición de dimensiones que se utiliza, como su nombre indica, para comparar cotas mediante la medición indirecta del desplazamiento de una punta de contacto esférica cuando el aparato está fijo a un soporte, lo suficientemente rígido, cuya base puede ser magnética o fijada mecánicamente a un bastidor.

Es importante insistir en el hecho de que los comparadores deben ser calibrados antes de su uso. De una forma general y para la mayoría de los diversos tipos y modelos de “relojes” comparadores, éste **límite de error de exactitud** es de **3µm**.

Por otro lado, tenemos que tener también en cuenta el **error de apreciación**, procedente de la resolución de los comparadores usados. En nuestro caso, éste error es de **1µm**.

Sin tener en cuenta otros errores eventuales, el error mínimo que cometeremos, midiendo los desplazamientos de la viga será de **4µm**; cifra que tendremos que tener en consideración en el momento del estudio de la rigidez del soporte.

## **FLEXIÓN DE UNA VIGA.**

Como ya hemos mencionado, se va a analizar el problema de la flexión de una viga en voladizo; es decir, con un extremo empotrado y otro libre, y bajo la acción de una fuerza concentrada vertical aplicada en el extremo libre, que debido a dicha fuerza se dobla y su forma se aproxima a la de una curva; lo que se conoce como la “curva de Flexión” o “Curva elástica” de la viga.

La ecuación diferencial de la curva elástica es de la forma que sigue:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_z}{EI}$$

Para calcular la ecuación de la curva de flexión se debe integrar dos veces consecutivamente, imponiendo las condiciones de contorno pertinentes. En nuestro caso, como podemos observar en la figura 7 de la memoria, no se trata de un empotramiento perfecto, debido a la deformación que sufren los tornillos de la sujeción, que por pequeña que sea, la tenemos que tener en cuenta.

Los tornillos sufrirán una deformación axial, lo cual implica que exista un pequeño giro en el empotramiento. Por otro lado la geometría del banco de pruebas imposibilita el desplazamiento vertical (figura 7). Por lo tanto las condiciones de frontera en nuestro caso serán:

$$\text{Si } x=0 \rightarrow y=0 \text{ y } \frac{dy}{dx} \neq 0.$$

Después de haber integrado la ecuación diferencial dos veces, y haber impuesto las condiciones de contorno, tendremos una ecuación de la “curva elástica” de la siguiente forma:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx$$

Se trata de una ecuación de tercer grado. Para su cálculo empírico tendremos que disponer de tres medidas del desplazamiento vertical ( $y$ ), en tres puntos distintos de la viga ( $x$ ), para posteriormente resolver el sistema de ecuaciones resultante de introducir las medidas obtenidas en la ecuación y hallar los valores de los parámetros de la misma,  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

En nuestro ensayo solo modificaremos la fuerza aplicada ( $F$ ), mientras que la viga será siempre la misma. Así por cada carga tendremos una ecuación diferente.

El método consistirá en colocar tres “relojes comparadores” en distintas posiciones fijas de la viga, para una vez aplicada la carga tomar los desplazamientos verticales que sufre la barra y con estos datos plantear y resolver el sistema de ecuaciones, donde como habíamos dicho anteriormente las incógnitas son los propios parámetros de la ecuación buscada.

## **DISEÑO DEL SOPORTE PARA LOS COMPARADORES.**

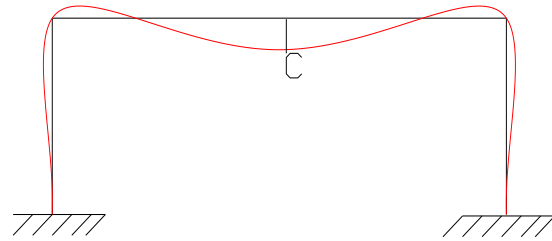
Para el diseño del soporte, se ha optado por un pórtico que se fija en los extremos del bastidor donde se encuentra anclada la viga de estudio, y así poder mover libremente los comparadores a lo largo de todo el dintel del mismo, pudiendo tomar medidas de los desplazamientos ocasionados por la carga, en todos y cada uno de los puntos de la viga. De este modo salvamos los obstáculos que nos encontramos para poder realizarlo en el banco de pruebas.

El material elegido para la fabricación del pórtico, es el aluminio, por varios motivos, como son: su ligereza (sobre un tercio del cobre y el acero), su resistencia a la corrosión, también es un material muy dúctil y existe en el mercado una gran variedad de perfiles usados con fines similares al que nos ocupa.

Como ya se ha dicho anteriormente, el aspecto más importante que tiene que tener el soporte del “reloj comparador” es su rigidez, pues si ésta no es suficiente, las medidas que podamos tomar serán erróneas.

El soporte tendrá la forma de pórtico, como se indica en la figura, el cual se encontrará, en la práctica, soportando tres cargas puntuales situadas equidistantes a lo largo todo el dintel. Estas cargas corresponden al peso de los comparadores. Por otro lado, tendremos que considerar también el propio peso del dintel, lo que corresponderá a una carga uniformemente distribuida a lo largo del mismo.

En el mercado existen gran variedad de ellos, con diferentes pesos que varían por regla general entre los 160 y los 300 gramos. Para el cálculo que nuestra estructura, cogeremos el valor más desfavorable, para estar siempre del lado de la seguridad y poder afirmar que nuestro pórtico soportará con suficiente rigidez la carga.



**Fig A: Deformada a estima del soporte.**

En la figura ésta representada la deformación a estima del pórtico. Podemos observar que el punto crítico (C) de estudio corresponde el punto central del dintel. Por lo tanto deberemos diseñar y calcular la estructura de modo que el desplazamiento de “C” sea el menor posible.

Por otro lado, el estudio se realizará suponiendo que solo existe una carga en este punto de valor  $3P$ , suponiendo que los tres comparadores se encuentran en el punto central, que corresponde a la situación más comprometida de la estructura.

Nos encontramos ante una estructura simétrica e intraslacional (los nudos entre barras no se desplazarán, solo giran).

Usando el “teorema de superposición”, las ecuaciones de la estática y los Teoremas de Morh, imponemos la condición de diseño, por la cual restringimos el desplazamiento vertical del punto central (C), que debe ser menor de una milésima de milímetro. Así nos encontramos dentro del error cometido por el “reloj comparador” ( $4\mu\text{m}$ ), y con un margen suficiente. Esta condición conservadora, es debida al hecho de que posteriormente, deberemos considerar tanto el propio peso del dintel del pórtico, como las deformaciones de las uniones, ambas características que harán aumentar el desplazamiento experimentado por C.

$$\downarrow V_c \leq 0,001\text{mm}.$$

Después de los cálculos tenemos que:

El momentos mínimos de inercia de las secciones necesarios para que el pórtico tenga la suficiente rigidez serán:

- Para el dintel  $I = 921118,388\text{mm}^4$ , así la sección del perfil será de: **60x60mm.**
- Para los pilares  $I = 5860339,638\text{mm}^4$ , la sección del perfil será: **110x60mm.**

Con estas condiciones el desplazamiento final de “C” será:  $\downarrow V_c \leq 0,0028\text{mm}.$

En un principio, y a pesar de que sea mayor a 0,001mm, podemos considerarlo bueno, ya que tenemos todavía un margen de 0,0012mm para encontrarnos dentro del margen de error de medida de los comparadores.

## **ESTUDIO DE LAS UNIONES**

### UNION DINTEL-PILAR.

La unión está compuesta por una placa de aceros y cuatro tornillos. Se realizará a ambo lados del pórtico de forma paralela, dividiendo la fuerza del momento en dos, y evitando la excentricidad de dichas fuerzas. (Vease figura 26 de la memoria).

Se trata de una unión rígida. Para obtener las dimensiones mínimas de los tornillos y la anchura mínima necesaria de la placa de unión, debido a los esfuerzos a los cuales la placa se encuentra sometida debemos estudiar los siguientes puntos:

- a) La resistencia a cortante de los tornillos.
- b) La resistencia al aplantamiento de la placa que los une.
- c) La resistencia al desgarro del alma.

Una vez estudiada la unión propiamente dicha, procedemos a calcular el espesor necesario de la placa de acero, desde el punto de vista con el que minimizamos la contribución al desplazamiento del punto medio del dintel, debido a su deformación.

Para la unión dintel-pilar, nos basta con la **placca de acero** de geomatria como se puede ver en la memoria del proyecto (Pag. 36), con un espesor de **1mm**, mientras que para los **tornillos** hemos utilizado, **M4** y de calidad de **acero 6.8**.

### UNION SOPORTE-BASTIDOR.

En lo referente a la unión del soporte al bastidor, hemos decidido realizarla de manera similar a la unión anterior, usando la misma geometría de la chapa de acero para la unión.(Vease figura 29 de la memoria).

Debido a la dispisición del banco de pruebas, solamente es posible realizar la unión por uno de los lados de la estructura (soporte), provocando así una excentricidad en las fuerzas, la cual produce la flexión de la placa de acero en su plano paralelo. Debemos aumentar su espesor, de tal modo que pueda resistir dicho esfuerzo, y su deformación en este plano sea lo suficientemente pequeña para poderla considerarla despreciable.

Después del cálculo, que se puede ver en la memoria, el espesor de la placa debe ser al menos de **t=12mm**.

## SUJECCIÓN DE LOS COMPARADORES AL SOPORTE.

Para colocar los comparadores sobre el dintel del soporte adquirimos, del proveedor, una **tapa de cierre con caja roscada rosca de métrica M6**, (figura 33), ya diseñado por el fabricante y vendido como accesorio del “reloj comparador”.

Con esta tapa, la unión de los comparadores, resulta muy fácil y queda como se puede ver en las imágenes, con la utilización de un tornillo de métrica M6x1.

Para la colocación de los comparadores se ha realizado un orificio de 8mm de diámetro para dejar pasar el tornillo de unión y una pequeña hendidura de 1.7mm de profundidad y 13mm de diámetro con el fin de encajar de un modo justo la tapa del comparador.(Figuras 34 y 35).

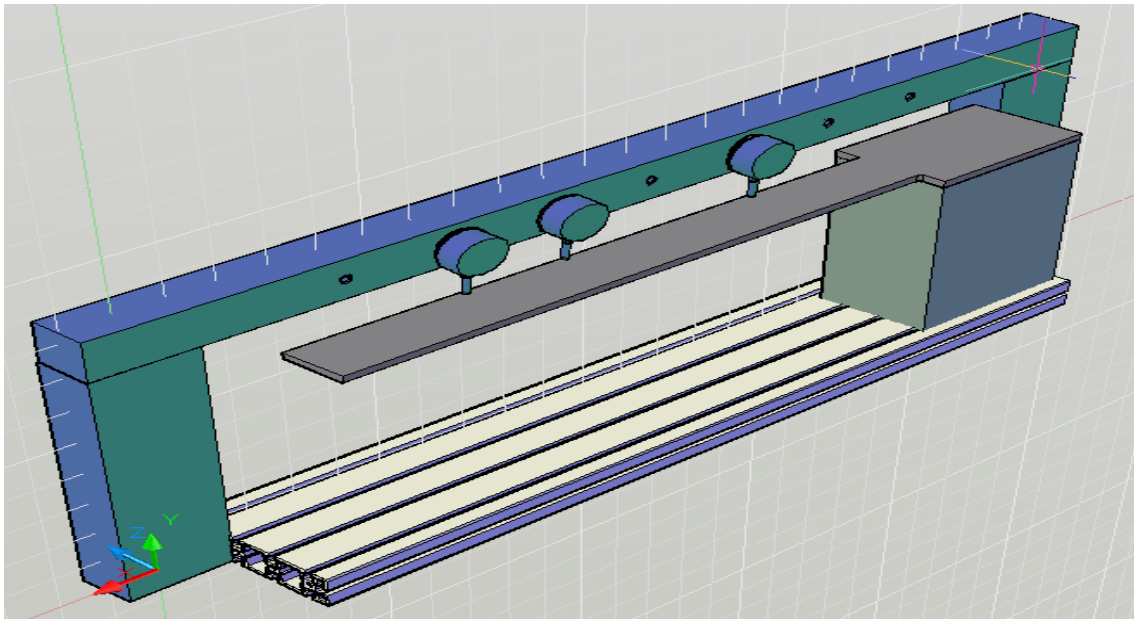
## VERIFICACIÓN FINAL DE LA RIGIDEZ.

Tras haber realizado la mecanización del dintel para colocar los comparadores, se puede comprobar cómo el momento de inercia de la sección del soporte en su punto medio (C), se ha visto reducido de  $1080000 \text{ mm}^4$  a  $1077201 \text{ mm}^4$ . Ahora es el momento de comprobar que el desplazamiento del punto medio del soporte no supere los  $4\mu\text{m}$ , que corresponde al error medio cometido al usar el tipo de comparadores de los que disponemos. Tendremos en cuenta el nuevo momento de inercia de la sección, el peso de los comparadores, así como el peso propio del soporte y las deformaciones de las uniones.

Obtenemos que el desplazamiento del punto medio (C), punto crítico es de:

$$V_c = 0.00282\text{mm}$$

Observamos que todavía es menor a los  $4\mu\text{m}$ , error del comparador. Como consecuencia podemos decir que nuestro soporte es lo suficientemente rígido, y lo damos por bueno.



**Figura B**

## **INTERPRETACIÓN DE LAS MEDIDAS.**

Una vez construido el soporte, estamos en condiciones de calcular la ecuación de la deformada de la viga de acero que buscábamos.

Calculada la ecuación, podemos determinar el desplazamiento vertical que sufre cada punto de la viga de estudio (“ $y$ ”), confrontándolos con las diversas fuerzas aplicadas (“ $F$ ”) en banco de pruebas; obtendremos una gráfica con una serie de puntos que podemos adaptar a una recta, gracias al “método de los mínimos cuadrados”, siempre y cuando los desplazamientos verticales de la viga no sean demasiado grandes.

La pendiente de la recta que obtenemos en la gráfica será el Módulo de Young, del material de la viga.

Con este valor tendremos una noción experimental de las características del material, pudiendo así saber si es de una calidad, o reúne las características necesarias para el uso al cual lo dediquemos.

Por otro lado, nos servirá para comparar los resultados que podemos obtener por el método de la extensometría, como ya habíamos dicho anteriormente.



## **INVENTARIO DE PIEZAS Y ACCESORIOS.**

### Construcción del soporte:

- 2 Perfiles de aluminio 110x60x359.5mm que tendrán la función de los pilares del pórtico.
- 1 Perfil de aluminio que corresponderá al dintel de la estructura. (Plano 1).
- 4 Placas de acero para las uniones pilar-dintel. (Plano 2).
- 2 Placas de acero para las uniones soporte- bastidor. (Plano 3).
- 22 tornillos de acero de calidad 6.8, M4, para las uniones entre las placas con los perfiles de aluminio.
- 2 tornillos M4 para las uniones entra la placa y el vastidor, con sus respectivas tuercas..
- 10 Arandelas para las uniones soporte-bastidor.

### Comparadores y accesorios:

- 3 comparadores.
- 3 tapas de cierre con caja roscada de metrica M6.
- 3 “puntas de contacto” con una longitud mayor respecto a los comparadores descritos anteriormente. (Opcional, ya que dependerá del tipo de comparador que se use).
- 3 tornillos M6x1 de 70 mm de longitud, para la sujeción de los comparadores al soporte.

- Para los comparadores y accesorios, adjunto el enlace del catálogo de “Tesa Technology” sito in Bari, donde podemos encontrar todos los artículos necesarios.

[http://www.meccanichemoderne.net/cataloghi\\_pdf/strumenti\\_di\\_misura/CatalogoTESA.pdf](http://www.meccanichemoderne.net/cataloghi_pdf/strumenti_di_misura/CatalogoTESA.pdf)