Diseño y caracterización de microinductores de alta frecuencia para Power Supply on Chip (PwrSoC)

Jaime López López

Tesis depositada en cumplimiento parcial de los requisitos para el
grado de Doctor en

Ingeniería eléctrica, electrónica y automática

Universidad Carlos III de Madrid

Directores:

Cristina Fernández Herrero
Pablo Zumel Vaquero

Tutor:

Pablo Zumel Vaquero

Leganés, junio de 2021

Esta tesis se distribuye bajo licencia “Creative Commons **Reconocimiento – No Comercial – Sin Obra Derivada**”.

A Ramón

Agradecimientos

A todos mis compañeros, por haber hecho no sólo soportable, sino disfrutable, el camino.
A los compañeros del máster, especialmente a Carlos, por convertir Madrid en el punto de unión
entre dos tierras castellanas.

A los compañeros del despacho, tanto a los que ya no están entre nosotros como a los que, por
desgracia, aún no han podido irse.

A los compañeros del grupo de óptica, que creen que pW significa *poterosísimos vatios*.

A mis colegas irlandeses, en especial a Ruaidhrí, que añadieron a mi dificultad para memorizar
nombres la dificultad para escribirlos.

A los técnicos del departamento. Especialmente a *little Jesus*, por enseñarme a soldar, y a *big
Jesus*, por enseñarme a resoldar.

A mis tutores. A Pablo por haber iniciado esto y a Cristina por haberlo terminado.

A mis padres, que creyeron que estaba eligiendo una vida monacal y tuvieron que lidiar con la
apostasía.

A Alba, por haber encontrado a un ingeniero tan guapo, tan alto, tan inteligente y tan divertido, y
aún así haberse quedado conmigo.

Sigues siendo la mejor parte de mí, que soy tu peor parte.

Y a ti, lector

Acknowledgements

This work was carried out in the frame of a collaboration with Tyndall National Institute (Cork, Ireland). I appreciate the support of Prof. Cian O'Mathuna and Mr. Seamus O'Driscoll, who kindly hosted me and provided some of the devices used in this thesis.

Contenidos publicados y presentados

Artículos de revista

1. Lopez-Lopez, J., Fernandez C., Barrado A., Zumel, P. “Comparison of different large signal measurement setups for high frequency inductors”. Electronics 2021. 10, 659. <https://doi.org/10.3390/electronics10060691>.

Documento incluido totalmente en el capítulo 4. El material de esta fuente incluido en la tesis no está señalado por medios tipográficos ni referencias.

Artículos de congreso

1. López, Jaime, Fernández, C., Zumel, P., Driscoll, S. O., Mathuna, C. O., and Inductor, A. (2018). “Integrated inductor optimization for Power Supply on Chip”. IEEE Workshop on Control and Modeling for Power Electronics, IEEE COMPEL 2018. <https://doi.org/10.1109/COMPEL.2018.8460095>

Documento incluido totalmente en el capítulo 3. El material de esta fuente incluido en la tesis no está señalado por medios tipográficos ni referencias.

2. López, Jaime López, Fernández, Cristina, Zumel, Pablo, O’Driscoll, Seamus, O’Mathuna, Ci. (2019). “Influencia de los parámetros de diseño en las bobinas integradas para Power Supply on Chip”. Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI’19. ISBN: 978-84-17171-50-6

Documento incluido totalmente en el capítulo 3. El material de esta fuente incluido en la tesis no está señalado por medios tipográficos ni referencias.

3. Lopez, J., Fernandez, C., and Zumel, P. (2020). “Influencia del sensado de la corriente en la caracterización de bobinas de alto factor de calidad”. Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI’20. ISBN: 978-84-122260-2-7

Documento incluido totalmente en el capítulo 4. El material de esta fuente incluido en la tesis no está señalado por medios tipográficos ni referencias.

Otros méritos de investigación

1. López, J., Zumel, P., Olias, E., Fernández, C., and Sanz, M. (2016). “Aspectos prácticos del uso de HEMTs fabricados en GaN”. Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI’16. ISBN: 978-84-608-9013-3
2. Fernandez-Alvarez, A., Portela-Garcia, M., Garcia-Valderas, M., Lopez, J., and Sanz, M. (2017). “HW/SW Co-Simulation System for Enhancing Hardware-in-the-Loop of Power Converter Digital Controllers”. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 5(4),1779–1786.
<https://doi.org/10.1109/JESTPE.2017.2739710>
3. López, J. L., Zumel, P., Fernández, C., Olías, E., and Barrado, A. (2017). “Estado de la técnica de la Transferencia capacitiva de energía sin contacto”. Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI’17. ISBN: 978-84-606-8573-9
4. Lopez-Lopez, J., Salto, C., Zumel, P., Fernandez, C., Rodriguez-Lorente, A., and Olias, E. (2018). “High efficiency Capacitive Power Transfer Converter”. Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC, 2018-March. <https://doi.org/10.1109/APEC.2018.8341551>
5. López, J. L., Salto, C., Zumel, P., Fernández, C., Lorente, A. R., and Olías, E. (2018). “Diseño y fabricación de un Convertidor Inalámbrico Capacitivo de Alta Eficiencia”. Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI’18. ISBN: 978-84-947311-4-3
6. Ortega, L., Zumel, P., Fernandez, C., Lopez-Lopez, J., Lazaro, A., and Barrado, A. (2020). “Power distribution algorithm and steady state operation analysis of a Modular Multi-Active Bridge converter”. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 6(3), 1–1. <https://doi.org/10.1109/tte.2020.3010003>

Abstract

The reduction in price, weight and volume of electronic devices has been steadily ramping for many years. This has enabled the development of systems that, on top of being smaller, incorporate functions for which several devices were needed. In consumer electronics, this has led to major developments in a multitude of technologies: On the one hand, the cost reduction and the increase in performance have allowed the growth of technologies that, although they already existed, have now seen a much wider implementation, such as the transition from landline phones to the massive use of smartphones. On the other hand, the miniaturization has made it possible to bring electronics to worlds that were until now restricted to it, for example, the development of less invasive medical systems, such as glucose sensors with wireless connectivity used to monitor diabetes.

In every mentioned application, the efficient use of energy by means of power electronics converters has played a major role, being in some cases the enabling technology for their development.

In this context of technological evolution, this thesis focuses on the study of one of the main components in most power electronics converters: the inductor. In this work, a comprehensive design procedure of a microinductor, used in the integrated power supply of any of the miniaturized devices mentioned, is presented. For this purpose, contributions are presented in all the necessary stages for its development: **modeling**, **design** and **characterization**.

Regarding the **modeling**, the different proposal existing in the literature have been analyzed, studying which ones present the best results when used in the devices of interest. Once identified, a detailed analysis has been carried out for the different phenomena that compose the two main design outputs in the performance of these devices: inductance and loss values. Additionally, a contribution to the equations that model the device's stray capacitance, essential to study its operating limits, is presented.

Regarding the microinductor **design**, two different procedures are presented:

The first procedure is based on the numerical resolution of the equations describing the model, solving them for each of the thousands of combinations of geometrical parameters. With this procedure, the optimum device can be obtained with total precision, regardless of the definition of optimum used for its application and the input specifications, while ensuring that the device complies with different design constraints (core saturation is avoided, the temperature increase is kept within a set range, the self-resonant frequency is much higher than the operating frequency, etc.) This procedure allows the calculation of the optimal device and is especially suited for developments in which the only objective is the inductor design. However, the volume of data generated and the complexity of the equations make it difficult to include the design of the inductor in the design process of the power converter.

To overcome the drawback of this first proposal, a second design procedure is develo-

ped with a different approach, based on the simplification of the inductance models. This simplification is based on an exhaustive analysis of the influence of each of the parameters that make up the models, which allows a reduction of the complexity and volume of data generated, while maintaining a great precision in the device description. By means of this second procedure, not only can the optimum device be obtained, but also its design is easily integrated in the design of the whole power converter, a needed step in the development and application of this technology.

Finally, regarding **characterization**, an exhaustive analysis is made for several of the inductor measurement procedures present in the literature. The contribution in this field does not come from the creation of a new procedure, but from the mathematical development to calculate the uncertainty associated to the measurements obtained in each of them. Thanks to this analysis, a double objective is achieved: on the one hand, the designer is provided with a methodology capable of quantifying the precision in the measurements, allowing a reasoned and objective comparison of the different procedures; on the other hand, the approach allows to analyze, independently, the effect of each of the terms present in the characterization of the device (components, equipment and measurement conditions), allowing the designer to focus on the ones that have a higher impact and to optimize the resources.

The conclusions obtained on each of the three mentioned aspects have been validated by various methods: experimental measurement, finite element simulation or comparison with data published by independent authors.

Resumen

Durante los últimos años, la reducción en precio, peso y volumen de los dispositivos electrónicos ha sido una tendencia constante. Esto ha permitido no sólo crear dispositivos más pequeños, sino incluir en ellos funciones para las que antes eran necesarios diversos equipos independientes. En la electrónica de consumo esto ha traído consigo un gran desarrollo en multitud de tecnologías: por un lado, la reducción en coste y el aumento en prestaciones han permitido impulsar tecnologías que, si bien ya existían, han conseguido una implantación mucho mayor, como la transición de la telefonía tradicional al uso masivo de “smartphones”; por otro lado, la miniaturización ha permitido llevar la electrónica a mundos que hasta ahora le estaban restringidos, por ejemplo, al desarrollo de sistemas médicos menos invasivos, como los sensores de glucosa con conectividad inalámbrica usados para controlar la diabetes.

En todas estas aplicaciones la gestión eficiente de la energía mediante convertidores electrónicos de potencia ha jugado un papel fundamental, en algunos casos siendo la tecnología que ha permitido su desarrollo.

En este contexto de evolución tecnológica, esta tesis se centra en el estudio de uno de los componentes fundamentales en la mayor parte de los convertidores de potencia electrónicos: las bobinas (o inductores). En este trabajo se presenta el procedimiento completo de diseño de un microinductor (o microbobina), utilizado en la fuente de alimentación integrada de cualquiera de los dispositivos miniaturizados ya mencionados. Para ello, se presentan contribuciones en todas las etapas necesarias para su desarrollo: **modelado**, **diseño** y **caracterización**.

En lo referente al **modelado**, se han analizado las diferentes propuestas existentes en la literatura, estudiando cuáles presentan mejores resultados al emplearse en los dispositivos de interés. Una vez identificadas, se ha realizado un análisis pormenorizado de los distintos fenómenos que componen los dos parámetros principales en el desempeño de estos dispositivos: valor de inductancia y valor de pérdidas. Adicionalmente, se presenta una aportación a las ecuaciones que modelan la capacidad parásita del dispositivo, imprescindibles para estudiar sus límites de funcionamiento.

En cuanto al **diseño** de microinductores, se han desarrollado dos procedimientos diferentes.

El primer procedimiento se basa en la resolución numérica de las ecuaciones analíticas que describen el modelo, resolviéndolas para cada una de las miles de combinaciones de parámetros geométricos. Gracias a este procedimiento se puede obtener con total precisión el diseño óptimo del dispositivo, sea cual sea la definición de óptimo que se utilice para su aplicación y sean cuales sean las especificaciones de entrada utilizadas, a la vez que se asegura que el dispositivo cumple con diferentes restricciones de diseño (se evita la saturación del núcleo, se mantiene la temperatura dentro de un rango establecido, se asegura una frecuencia de resonancia mucho mayor a la de funcionamiento, etc.). Este

procedimiento permite el cálculo del dispositivo óptimo, y es ideal para desarrollos en los que el único objetivo es el diseño del inductor. Sin embargo, el volumen de datos generado y la complejidad de las ecuaciones dificultan incluir el diseño de la bobina en el proceso de diseño del convertidor de potencia como conjunto.

Para solventar el inconveniente de esta primera propuesta, se desarrolla un segundo procedimiento de diseño con una aproximación diferente, basada en la simplificación de los modelos de inductancia. Esta simplificación parte de un análisis exhaustivo de la influencia de cada uno de los parámetros que componen los modelos, que permite reducir la complejidad y el volumen de datos generados, a la vez que se mantiene una gran precisión en la descripción del dispositivo. Mediante este segundo procedimiento, no sólo se puede obtener el dispositivo óptimo, sino que además su diseño es fácilmente integrable en el diseño de todo el convertidor de potencia, paso necesario para el desarrollo y la aplicación de esta tecnología.

Por último, en lo referente a la **caracterización**, se realiza un análisis exhaustivo de varios de los procedimientos de medida de inductores presentes en la literatura. La aportación en este campo es presentar el desarrollo matemático para calcular el margen de incertidumbre con el que se obtienen los datos en cada uno de ellos. Gracias a este análisis se consigue un doble objetivo: por un lado, se provee al diseñador de una metodología capaz de cuantificar la precisión en las medidas, permitiendo una comparación razonada y objetiva de los diferentes procedimientos; por otro, la aproximación permite analizar de manera independiente el efecto de cada uno de los términos presentes en la caracterización del dispositivo (componentes, equipos y condiciones de medida), permitiendo al diseñador incidir en los que tienen un efecto más acusado y optimizar la utilización de recursos.

Las conclusiones obtenidas sobre cada uno de los tres aspectos mencionados han sido validadas por diversos métodos: medidas experimentales, simulación de elementos finitos o comparación con datos publicados por autores independientes.

Índice de contenidos

1. Introducción	1
1.1. Electrónica de potencia integrada	3
1.2. Microconvertidores	5
1.3. Microinductores	7
1.3.1. Material del núcleo magnético	8
1.3.2. Tecnologías de fabricación	9
1.3.3. Geometrías para los microinductores	10
1.3.4. Estado de la técnica de los microinductores	14
1.3.5. Elección de diseño	17
1.4. Motivación	19
1.5. Objetivos y planteamiento de la tesis	21
2. Modelo del microinductor	23
2.1. Introducción	25
2.2. Modelo geométrico	27
2.3. Modelo de inductancia	31
2.3.1. Distribución de los términos de inductancia	33
2.4. Modelo de pérdidas	38
2.4.1. Distribución de los términos de pérdidas	42
2.4.2. Cálculo de la resistencia serie equivalente	43
2.5. Modelo de capacidades	45
2.5.1. Modelo propuesto por Harburg	45
2.5.2. Modelo ampliado	47
2.5.3. Frecuencia de autoresonancia	49
2.5.4. Validación del modelo de capacidades propuesto	50
2.6. Restricciones de diseño	52
2.7. Validación de los modelos	53

2.8. Conclusiones	56
3. Diseño del microinductor	57
3.1. Introducción	59
3.2. Aproximación numérica	60
3.2.1. Procedimiento de diseño	60
3.2.2. Análisis de los resultados	65
3.3. Aproximación basada en modelos simplificados	74
3.3.1. Planteamiento	74
3.3.2. Modelos propuestos	75
3.3.3. Procedimiento de diseño	81
3.3.4. Validación del procedimiento de diseño	88
3.4. Comparación frente al estado de la técnica	91
3.5. Conclusiones	94
3.5.1. Conclusiones sobre la aproximación numérica	94
3.5.2. Conclusiones sobre la aproximación basada en modelos	95
4. Caracterización de inductores	97
4.1. Introducción	99
4.2. Sistemas de medida de inductores en gran señal	101
4.2.1. Métodos de análisis térmico	102
4.2.2. Métodos de análisis eléctrico	103
4.2.3. Alternativas para la medida de corriente	105
4.2.4. Compensación de sondas	105
4.2.5. Circuitos de medida considerados	107
4.2.6. Circuito de medida propuesto para el análisis	108
4.3. Incertidumbre en la medida	110
4.3.1. Error e incertidumbre	110
4.3.2. Incertidumbres consideradas	111
4.3.3. Definición del peor caso	112
4.3.4. Propagación de incertidumbres	114
4.3.5. Obtención del peor caso	117

4.3.6.	Ejemplo de cálculo	117
4.3.7.	Validación del procedimiento	120
4.4.	Estudio de la incertidumbre en el circuito de medida	122
4.4.1.	Incertidumbre en el módulo	124
4.4.2.	Incertidumbre en el desfase temporal	128
4.4.3.	Incertidumbre en el desfase angular	134
4.4.4.	Incertidumbre en la resistencia	138
4.4.5.	Incertidumbre en la reactancia	147
4.4.6.	Incertidumbre en la inductancia	154
4.4.7.	Incertidumbre en la inductancia en resonancia	159
4.5.	Validación del estudio	164
4.5.1.	Circuitos considerados	165
4.5.2.	Validación mediante simulación	166
4.5.3.	Validación experimental	170
4.6.	Medidas experimentales de microinductores con núcleo magnético	174
4.6.1.	Comportamiento de la inductancia	175
4.6.2.	Comportamiento de la resistencia	176
4.7.	Conclusiones	177
5.	Conclusions and future work	179
5.1.	Conclusiones sobre el estudio	181
5.2.	Trabajos futuros	187
5.3.	Conclusions about the study	188
5.4.	Future work	193
Anexos		I
A.	Análisis de propagación de la incertidumbre	I
A.1.	Análisis de los términos de la incertidumbre en el módulo	III
A.2.	Incertidumbre en el desfase temporal	V
A.3.	Incertidumbre en el desfase angular	IX
A.4.	Incertidumbre en R_L sin compensación de fase	XI
A.6.	Incertidumbre en X_L con compensación de fase	XIII

A.7. Incertidumbre en L	XV
-------------------------------------	----

Índice de figuras

1.	Miniaturización en las fuentes de alimentación [1]	4
2.	Transición desde convertidores discretos a convertidores PwrSoC [2], [3], [4], [5]	5
3.	Transición desde inductores tradicionales a microinductores	7
4.	Comportamiento del material en sus ejes difícil (<i>hard axis</i>) y fácil (<i>easy axis</i>) [6]	11
5.	Ejemplo de inductor con geometría toroidal	11
6.	Ejemplo de inductor con geometría solenoide	12
7.	Ejemplo de inductor con geometría espiral	12
8.	Ejemplo de inductor con geometría stripline	13
9.	Ejemplo de inductor con geometría <i>racetrack</i>	13
10.	Proceso de fabricación para dispositivo con geometría <i>racetrack</i> [7] . . .	14
11.	Diferentes figuras de mérito para dispositivos publicados. (a) Densidad de inductancia frente a frecuencia; (b) Q_{pk} frente a densidad de inductancia .	15
12.	Factor Q_{DC} frente a frecuencia para diferentes dispositivos publicados . .	16
13.	Inductancia frente a frecuencia para diferentes dispositivos publicados . .	17
14.	Previsiones de mercado para PwrSiP y PwrSoC para los años 2000-2020 [8] 19	
15.	Modelo geométrico del componente real	25
16.	Modelo eléctrico del inductor	25
17.	Modelo físico de un microinductor tipo <i>racetrack</i>	27
18.	Microinductor empaquetado sobre un microconvertidor [5]	28
19.	Ejemplo de diferentes factores de forma (D_{FF}) del dispositivo	28
20.	Elementos geométricos relacionados con L_{core}	31
21.	Elementos geométricos relacionados con L_{spiral}	31
22.	Elementos geométricos relacionados con $L_{w,self}$	32
23.	Elementos geométricos relacionados con $L_{w,mutual}$	32
24.	Elementos geométricos relacionados con L	33
25.	Distribución de los términos de inductancia para C_l constante	34

26.	Distribución de los términos de inductancia para N constante	35
27.	Distribución incremental de los términos de L	36
28.	Estimaciones de $P_{w,AC}$ según los cuatro modelos considerados y mediante simulación	41
29.	Distribución de los términos de pérdidas para N constante	43
30.	Modelo equivalente de inductancia y pérdidas	43
31.	Circuito de la bobina con capacidad parásita	45
32.	Modelo de capacidad equivalente propuesto por Harburg [7]	46
33.	Modelo de capacidad equivalente ampliado	47
34.	Capacidad parásita calculada mediante diferentes aproximaciones	50
35.	Diferencia entre los modelos de capacidad parásita y los resultados de simulación	51
36.	Valores de inductancia normalizados. Comparativa entre datos publicados, calculados y simulados	54
37.	Valores de pérdidas normalizados. Comparativa entre datos publicados, calculados y simulados	55
38.	Diagrama de flujo del algoritmo utilizado en la aproximación numérica	61
39.	Frente de Pareto del ejemplo de diseño numérico	64
40.	Resultados de los ejemplos de diseño	66
41.	Grosor de cable frente a su profundidad pelicular y distribución de pérdidas en el cable para el Diseño 9	67
42.	Altura frente a pérdidas para diseños de 5 mm^2	69
43.	Convertidor reductor monofásico	70
44.	Altura frente a pérdidas para dos bobinas en paralelo y una única bobina	70
45.	Convertidor reductor bifásico	71
46.	Reducción de pérdidas en la bobina en convertidores multifase	72
47.	Inductancia estimada por cada modelo	79
48.	Pérdidas estimadas en los inductores diseñados según cada modelo	80
49.	Diagrama de flujo del procedimiento de diseño basado en modelos	81
50.	Límite superior para el número de vueltas (N_{ul})	82
51.	Máxima inductancia conseguible (L_{max})	83
52.	Límites para el número de vueltas (N)	84

53.	Frecuencia de autoresonancia aproximada ($f_{SelfRes,3}$) para cada número de vueltas válido	85
54.	Pérdidas (P_3) para cada número de vueltas (N) válido	86
55.	Resultados numéricos y dispositivos óptimos	88
56.	Distribución de inductancia para los dispositivos óptimos	89
57.	Distribución de pérdidas para los dispositivos óptimos	89
58.	Vista superior del microinductor fabricado	90
59.	Figuras de mérito L/R_{DC} de dispositivos publicados frente a dispositivos diseñados	92
60.	Figuras de mérito L/P de dispositivos publicados frente a dispositivos diseñados	92
61.	Términos de la impedancia de la bobina	101
62.	Circuito de medida simplificado	104
63.	Circuito de medida simplificado	105
64.	Alternativas para la medida de corriente en la bobina. (a): medida con sonda de corriente; (b): medida con sonda de tensión	106
65.	Circuito de compensación de sondas propuesto	106
66.	Sistemas de medida de tensión y corriente	107
67.	Circuito de medida propuesto para el análisis	108
68.	Procedimiento de cálculo de L y R_L usando un osciloscopio	109
69.	Estimación del peor caso para los valores medidos	111
70.	Estimación del peor caso para los valores medidos	113
71.	Estimación del peor caso para los valores real y medido	116
72.	Fuentes de incertidumbre en los circuitos de caracterización de inductores	122
73.	Fuentes de incertidumbre en el circuito de compensación de sondas	122
74.	Circuito de medida de corriente	124
75.	Términos de incertidumbre en la medida de Z_{LE}	125
76.	Incertidumbre en Z_{LE} , términos dependientes de ϵV_{LE} (a) y ϵV_S (b)	126
77.	Incertidumbre en Z_{LE} , término dependiente de ϵZ_S	127
78.	Validación del cálculo de incertidumbre sobre Z_{LE} . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (ϵZ_{LE}) y mediante cálculo exacto ($\epsilon Z_{LE,pos}$) (b) Diferencia porcentual	128

79.	Términos de incertidumbre en la medida de ΔT . (a): Términos en el circuito de medida; (b): términos en el circuito de compensación de sondas .	130
80.	Incertidumbre en ΔT , término dependiente del circuito de compensación de sondas	132
81.	Validación del cálculo de incertidumbre sobre ΔT . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación ($\epsilon\Delta T$) y mediante cálculo exacto ($\epsilon\Delta T_{neg}$) (b) Diferencia porcentual	133
82.	Términos de incertidumbre en la medida de Φ_{LE} . (a): términos en el circuito de medida; (b): términos en el circuito de compensación de sondas .	134
83.	Incertidumbre en Φ_{LE} , término dependiente del osciloscopio	135
84.	Incertidumbre en Φ_{LE} , término dependiente del sensor de corriente	136
85.	Validación del cálculo de incertidumbre sobre Φ_{LE} . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación ($\epsilon\Phi_{LE}$) y mediante cálculo exacto ($\epsilon\Phi_{LE,neg}$); (b) Diferencia porcentual	137
86.	Impedancia del conjunto $\underline{Z}_L + \underline{Z}_E$ sin compensación de fase	139
87.	Incertidumbre en R_L , término dependiente de Z_L	140
88.	Incertidumbre en R_L , término dependiente de Φ_L	140
89.	Impedancia del conjunto $\underline{Z}_L + \underline{Z}_E$ con compensación de fase	141
90.	Términos de incertidumbre en R_L normalizados. (a) Término dependiente de Φ_{LE} ; (b) término dependiente de Z_{LE} ; (c) término dependiente de R_E .	143
91.	Incertidumbre en R_L , compensación de fase con R_E	143
92.	Términos de incertidumbre en R_L normalizados. (a) Término dependiente de Z_{LE} ; (b) término dependiente de Φ_{LE}	144
93.	Incertidumbre en R_L normalizada, compensación de fase con C_E	145
94.	Validación del cálculo de incertidumbre sobre R_L . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (ϵR_L) y mediante cálculo exacto ($\epsilon R_{L,pos}$) (b) Diferencia porcentual	146
95.	Incertidumbre en X_L , término dependiente de Z_L	148
96.	Incertidumbre en X_L , término dependiente de Φ_L	149
97.	Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de Z_{LE}	150
98.	Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de Φ_{LE}	151
99.	Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de T	151
100.	Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de C_E	152

101. Validación del cálculo de incertidumbre sobre X_L . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (εX_L) y mediante cálculo exacto ($\varepsilon X_{L,neg}$) (b) Diferencia porcentual	153
102. Incertidumbre en L , término dependiente de T	155
103. Incertidumbre en L , término dependiente de X_L	156
104. Validación del cálculo de incertidumbre sobre L . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (εL) y mediante cálculo exacto (εL_{pos}) (b) Diferencia porcentual	157
105. Circuito de medida de inductancia en resonancia	160
106. Incertidumbre en L medida en resonancia, término dependiente de T . . .	161
107. Incertidumbre en L medida en resonancia, término dependiente de C_E . .	162
108. Validación del cálculo de incertidumbre sobre X_L en resonancia. (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (εX_L) y mediante cálculo exacto ($\varepsilon X_{L,pos}$); (b) diferencia porcentual	163
109. Sistemas de medida de tensión y corriente	165
110. Circuito usado en simulación	166
111. Análisis de sensibilidad para R_L . Configuración “Directa IV (V pasiva)” .	168
112. Análisis de sensibilidad para L . Configuración “Directa IV (V pasiva)” . .	168
113. Análisis de sensibilidad para R_L . Todas las configuraciones de medida . .	169
114. Análisis de sensibilidad para L . Todas las configuraciones de medida . . .	169
115. Circuito utilizado para las medidas experimentales	171
116. Resultados de la medida de R_L para una única configuración	171
117. Resultados de la medida de R_L para todas las configuraciones	172
118. Resultados de la medida de L para todas las configuraciones	172
119. Circuito de medida con perturbación de corriente DC	174
120. Circuito utilizado en las medidas en gran señal	175
121. Inductancia frente a corriente DC. Perturbación 100 mA _{AC} a 30 MHz . .	175
122. Resistencia frente a frecuencia para diferentes amplitudes de corriente AC	176
123. Circuito de medida de corriente	III
124. Impedancia usada en el circuito de compensación de sondas	VIII

Índice de tablas

1.	Principales características del diseño de inductores tradicionales y micro-inductores	20
2.	Parámetros geométricos y de los materiales para la tecnología de fabricación considerada y principales especificaciones del microinductor	29
3.	Especificaciones de diseño para la comparativa entre modelos de $P_{w,AC}$. .	41
4.	Ecuaciones equivalentes para el cálculo de las capacidades	49
5.	Comparativa entre resultados analíticos, simulación FEA y medidas publicadas	53
6.	Parámetros para el ejemplo de diseño basado en la aproximación numérica	63
7.	Especificaciones de inductancia y rizado de corriente usadas en la comparativa	65
8.	Principales parámetro de diseño para el reductor multifase	72
9.	Parámetros para el ejemplo de diseño basado en modelos	78
10.	Parámetros de los dispositivos óptimos	88
11.	Medidas y análisis FEA	90
12.	Principales especificaciones de entrada	91
13.	Principales características de los dispositivos publicados y optimizados . .	93
14.	Posibles combinaciones de εX_C y εT	118
15.	Parámetros usados para los ejemplos de cálculo de incertidumbres	123
16.	Estudio del peor caso en εZ_{LE}	127
17.	Estudio del peor caso en $\varepsilon \Delta T$	132
18.	Estudio del peor caso en $\varepsilon \Phi_{LE}$	137
19.	Estudio del peor caso en εR_L	145
20.	Estudio del peor caso en εX_L	153
21.	Estudio del peor caso en εL	156
22.	Estudio del peor caso en εL en resonancia	162
23.	Principales características del inductor medido	164

24.	Características y tolerancia de componentes y equipos	167
-----	---	-----

Glosario

Símbolo	Unidades	Descripción
Material del aislante		
ϵ_0	F/m	Permitividad del vacío
ϵ_i	-	Permitividad relativa del aislante entre conductores y núcleo
Capacidad		
C_{eff}	F	Capacidad equivalente total
$C_{eff,Hb}$	F	Capacidad equivalente total, utilizando el modelo de Harburg
C_{sim}	F	Capacidad equivalente total obtenida mediante simulación
C_{wc}	F	Capacidad equivalente entre un conductor y el núcleo, sin discernir entre superior, inferior o lateral
$C_{wc,b}$	F	Capacidad equivalente entre un conductor y la parte inferior del núcleo
$C_{wc,l}$	F	Capacidad equivalente entre un conductor y la parte lateral del núcleo
$C_{wc,t}$	F	Capacidad equivalente entre un conductor y la parte superior del núcleo
C_{ww}	F	Capacidad equivalente entre dos conductores
E_{wc}	J	Energía almacenada en las capacidades conductor-núcleo sin diferenciar entre superior, inferior o lateral (C_{wc})
$E_{wc,l}$	J	Energía almacenada en las capacidades laterales ($C_{wc,l}$)
E_{wc,l_1}	J	Energía almacenada en la capacidad lateral de la primera vuelta de conductor
E_{wc,l_N}	J	Energía almacenada en la capacidad lateral de la última vuelta de conductor
$E_{wc,tb}$	J	Energía almacenada en las capacidades conductor-núcleo superior e inferior ($C_{wc,t}$ y $C_{wc,b}$)
E_{ww}	J	Energía almacenada en las capacidades conductor-conductor (C_{ww})
$C'_{wc,l}$	J/V ²	Energía almacenada en las capacidades conductor-núcleo laterales ($C_{wc,l}$) partida por la tensión del inductor al cuadrado

Símbolo	Unidades	Descripción
$C'_{wc,tb}$	J/V ²	Energía almacenada en las capacidades conductor-núcleo superior e inferior ($C_{wc,t}$ y $C_{wc,b}$) partida por la tensión del inductor al cuadrado
C'_{ww}	J/V ²	Energía almacenada en las capacidades conductor-conductor (C_{ww}) partida por la tensión del inductor al cuadrado
Ψ	V	Caída de tensión entre vueltas adyacentes

Parámetros eléctricos

ΔI_{pp}	A	Rizado de corriente (pico a pico)
$I_{1st,peak}$	A	Corriente de pico del primer armónico
I_{DC}	A	Corriente DC
$I_{k,peak}$	A	Corriente de pico del armónico k
$I_{k,RMS}$	A	Corriente eficaz del armónico k
I_{pk}	A	Corriente máxima
I_{RMS}	A	Corriente eficaz
J_{DC}	A/m ²	Densidad de corriente DC en el conductor

Geometría

A_r	-	Relación de aspecto del núcleo (C_l/C_w)
$A_{r,max}$	-	Máximo valor de la relación de aspecto del núcleo A_r permitido
$A_{r,min}$	-	Mínimo valor de la relación de aspecto del núcleo A_r permitido
bi	m	Espesor del aislante entre el cable y la parte inferior del núcleo
C_l	m	Longitud del núcleo
C_s	m	Distancia entre núcleos
C_t	m	Espesor del núcleo
$C_{t,opt}$	m	Espesor del núcleo óptimo
$C_{t,max}$	m	Máximo espesor de núcleo permitido
$C_{t,min}$	m	Mínimo espesor de núcleo permitido
C_{vol}	m ³	Volumen de núcleo
C_w	m	Ancho del núcleo
C_{ws}	m	Separación núcleo-conductor
D_{Area}	m ²	Área ocupada por el dispositivo
$D_{Area,max}$	m ²	Máxima área disponible para el dispositivo
D_{FF}	-	Factor de forma del dispositivo (D_l/D_w)
$D_{FF,opt}$	-	Factor de forma óptimo del dispositivo
D_h	m	Altura del dispositivo

Símbolo	Unidades	Descripción
d_{in}	m	<i>Diámetro interno de las espiras</i>
D_l	m	<i>Longitud del dispositivo</i>
d_o	m	<i>Diámetro externo de las espiras</i>
D_w	m	<i>Ancho del dispositivo</i>
δ	m	<i>Diferencia de diámetros de las espiras ($d_o - d_{in}$)</i>
δ'	m	<i>Suma de diámetros de las espiras ($d_o + d_{in}$)</i>
l_{cu}	m	<i>Longitud total de conductor</i>
l_{mag}	m	<i>Longitud del camino magnético</i>
N	u	<i>Número de vueltas</i>
N_{opt}	u	<i>Número de vueltas óptimo predicho por los modelos</i>
t_i	m	<i>Espesor del aislante entre el cable y la parte superior del núcleo</i>
W_s	m	<i>Separación conductor-conductor</i>
W_t	m	<i>Espesor de los conductores</i>
W_w	m	<i>Ancho de conductor</i>
$W_{w,min}$	m	<i>Mínimo ancho de conductor permitido</i>

Inductancia

L	H	<i>Inductancia total</i>
L_{core}	H	<i>Inductancia debida a la presencia del núcleo</i>
L_{max}	H	<i>Máxima inductancia alcanzable</i>
L_s	H	<i>Inductancia deseada</i>
L_{spiral}	H	<i>Inductancia de las espiras</i>
$L_{w,mutual}$	H	<i>Inductancia mutua de las secciones rectas de conductor</i>
$L_{w,self}$	H	<i>Autoinductancia de las secciones rectas de conductor</i>
$\mathfrak{R}$	H ⁻¹	<i>Reluctancia del núcleo</i>

Convertidor

C_{out}	F	<i>Capacidad de salida del convertidor</i>
D	-	<i>Ciclo de trabajo del convertidor</i>
ΔV_{out}	V	<i>Rizado de la tensión de salida del convertidor (pico a pico)</i>
P_{out}	W	<i>Potencia de salida del convertidor</i>
V_{in}	V	<i>Tensión de entrada del convertidor</i>
V_{out}	V	<i>Tensión de salida del convertidor</i>

Pérdidas

P	W	<i>Pérdidas totales</i>
P_c	W	<i>Pérdidas totales en el núcleo</i>
$P_{c,eddy}$	W	<i>Pérdidas en el núcleo por corrientes eddy</i>

Símbolo	Unidades	Descripción
$P_{c,hyst}$	W	<i>Pérdidas en el núcleo por histéresis</i>
P_w	W	<i>Pérdidas totales en el conductor</i>
$P_{w,AC}$	W	<i>Pérdidas en el conductor debidas a la componente AC de la corriente</i>
$P_{w,AC,D1D}$	W	<i>Pérdidas en el conductor debidas a la componente AC de la corriente, aproximación Dowell de una dimensión</i>
$P_{w,AC,Skin}$	W	<i>Pérdidas en el conductor debidas a la componente AC de la corriente, aproximación pelicular</i>
$P_{w,AC,Sull}$	W	<i>Pérdidas en el conductor debidas a la componente AC de la corriente, aproximación de Sullivan</i>
$P_{w,AC,Wang}$	W	<i>Pérdidas en el conductor debidas a la componente AC de la corriente, aproximación de Wang</i>
$P_{w,DC}$	W	<i>Pérdidas en el conductor debidas a la componente DC de la corriente</i>
$R_{AC,k}$	Ω	<i>Resistencia de los conductores en AC, para el armónico k</i>
$R_{AC,k,D1D}$	Ω	<i>Resistencia de los conductores en AC, para el armónico k, aproximación Dowell de una dimensión</i>
$R_{AC,k,Skin}$	Ω	<i>Resistencia de los conductores en AC, para el armónico k, aproximación pelicular</i>
R_{DC}	Ω	<i>Resistencia de los conductores en DC</i>

Modelos de inductancia

L_1	H	<i>Inductancia predicha por el Modelo 1</i>
$C_{l,3}$	m	<i>Aproximación de C_l usada en el Modelo 3</i>
$C_{t,1}$	m	<i>Espesor del núcleo necesario para obtener la inductancia deseada mediante el Modelo 1</i>
$C_{t,2}$	m	<i>Espesor del núcleo necesario para obtener la inductancia deseada mediante el Modelo 2</i>
$C_{t,3}$	m	<i>Espesor del núcleo predicho por el Modelo 3</i>
d_{in3}	m	<i>Aproximación de d_{in} usada en el Modelo 3</i>
d_{o3}	m	<i>Aproximación de d_o usada en el Modelo 3</i>
δ_3	m	<i>Aproximación de la diferencia de diámetros de las espiras usada en el Modelo 3 ($d_{o3} - d_{in3}$)</i>
δ'_3	m	<i>Aproximación de la suma de diámetros de las espiras usada en el Modelo 3 ($d_{o3} + d_{in3}$)</i>
$f_{SelfRes,3}$	Hz	<i>Frecuencia de autoresonancia usada en el Modelo 3</i>
$I_{sat,3}$	A	<i>Aproximación de la corriente de saturación usada en el Modelo 3</i>
L_2	H	<i>Inductancia predicha por el Modelo 2</i>
L_3	H	<i>Inductancia predicha por el Modelo 3</i>

Símbolo	Unidades	Descripción
$L_{core,3}$	H	Inductancia debida al núcleo predicha por el Modelo 3
$L_{spiral,3}$	H	Inductancia de las espiras predicha por el Modelo 3
$L_{w,mutual,3}$	H	Inductancia mutua de las secciones rectas de conductor predicha por el Modelo 3
$L_{w,self,3}$	H	Autoinductancia de las secciones rectas de conductor predicha por el Modelo 3
N_1	u	Número de vueltas predicho por el Modelo 1
N_2	u	Número de vueltas predicho por el Modelo 2
N_3	u	Número de vueltas necesario para obtener la inductancia deseada mediante el Modelo 3
N_{max}	u	Máximo número de vueltas posible para conseguir una inductancia determinada cumpliendo todas las condiciones
$N_{max,B}$	u	Máximo número de vueltas posible para conseguir una inductancia determinada, cumpliendo la condición de saturación
$N_{max,L}$	u	Máximo número de vueltas posible para conseguir una inductancia determinada, cumpliendo la condición de inductancia máxima
$N_{max,T}$	u	Máximo número de vueltas posible para conseguir una inductancia determinada, cumpliendo la condición de temperatura máxima
N_{min}	u	Mínimo número de vueltas necesario para conseguir una inductancia determinada
N_{ul}	u	Límite superior para el número de vueltas N impuesto por la geometría
P_3	W	Pérdidas totales predichas por el Modelo 3
W_{w3}	m	Aproximación del ancho de conductor usada en el Modelo 3
Material del núcleo		
B_{sat}	T	Densidad de flujo de saturación
β	-	Factor β para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz
δ_c	m	Profundidad pelicular del material del núcleo magnético
H_c	A/m	Coercitividad del material
K_{hyst}	-	Factor K para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz
μ_r	-	Permeabilidad relativa del material del núcleo magnético
μ_0	H/m	Permeabilidad del vacío

Símbolo	Unidades	Descripción
ρ_c	$\Omega \cdot m$	Resistividad del material del núcleo magnético
v_k	-	Factor de profundidad pelicular del material del núcleo magnético
Otros		
B_{max}	T	Densidad de flujo magnético máxima
ΔB_{pp}	T	Densidad de flujo magnético pico a pico
ΔT^a	K	Máximo incremento de temperatura permitido en el dispositivo
E_{pk}	J	Pico de energía almacenado en la bobina
$f_{SelfRes}$	Hz	Frecuencia de autoresonancia
f_{sw}	Hz	Frecuencia de conmutación
H	A/m	Campo magnético
H_k	A/m	Campo magnético de pico debido al armónico k
I_{sat}	A	Corriente de saturación
k	-	Orden del armónico
ω	rad/s	Frecuencia angular
Q	-	Factor de calidad de la bobina X_L/R_L
Q_{DC}	-	Factor de calidad de la bobina respecto a la resistencia DC: X_L/R_{DC}
Q_{pk}	-	Máximo factor de calidad Q de la bobina
Incertidumbre		
C_{Desk}	F	Capacidad del condensador usado en el circuito de calibrado de sondas
C_E	F	Capacidad del condensador usado en el circuito de compensación de fase
C_S	F	Capacidad del condensador usado en el circuito de medida de corriente
c_p	J/(Kg·K)	Calor específico
ΔT	s	Desfase temporal total entre una onda de tensión y una de corriente
ΔT_{Desk}	s	Desfase temporal entre las dos ondas medidas en el circuito de calibrado de sondas
ΔT_{Osci}	s	Desfase temporal entre una onda de tensión y una de corriente medido con el osciloscopio
$\Delta T_{restado}$	s	Desfase temporal restado en el osciloscopio para compensar las diferencias de retardo eléctrico entre sondas
ΔT^a	K	Incremento de temperatura

Símbolo	Unidades	Descripción
ε	*	<i>Incertidumbre sobre un valor. En las mismas unidades que dicho valor</i>
F	-	<i>Valor puntual de una función genérica f</i>
f	Hz	<i>Frecuencia de una onda</i>
f	-	<i>Función genérica</i>
f_{res}	Hz	<i>Frecuencia de resonancia</i>
G_S	p/u	<i>Tanto por 1 de incertidumbre en la medida vertical de la sonda que mide V_S</i>
G_V	p/u	<i>Tanto por 1 de incertidumbre en la medida vertical de la sonda que mide V_L o V_{LE}</i>
$\underline{I_{Desk}}$	A	<i>Fasor de la corriente en la impedancia usada en el circuito de calibrado de sondas</i>
i_{Desk}	A	<i>Corriente en la impedancia usada en el circuito de calibrado de sondas</i>
$\underline{I_L}$	A	<i>Fasor de la corriente en la bobina a caracterizar</i>
i_L	A	<i>Corriente en la bobina a caracterizar</i>
I_L	A	<i>Módulo de la corriente en la bobina a caracterizar</i>
L_{Desk}	H	<i>Inductancia de la bobina usada en el circuito de calibrado de sondas</i>
m	Kg	<i>Masa</i>
ω	-	<i>Término genérico</i>
Φ	°	<i>Desfase angular</i>
Φ_{Desk}	°	<i>Fase de la impedancia del circuito de calibrado de sondas</i>
Φ_L	°	<i>Fase de la impedancia de la bobina a caracterizar</i>
Φ_{LE}	°	<i>Fase de la impedancia serie formada por la bobina a caracterizar y la impedancia de compensación de fase</i>
Φ_S	°	<i>Fase de la impedancia del circuito de medida de corriente</i>
R_{Desk}	Ω	<i>Resistencia usada en el circuito de calibrado de sondas</i>
R_E	Ω	<i>Resistencia usada en el circuito de compensación de fase</i>
R_L	Ω	<i>Resistencia equivalente del inductor</i>
R_S	Ω	<i>Resistencia usada en el circuito de medida de corriente</i>
S_{Rate}	S/s	<i>Frecuencia de muestreo del osciloscopio</i>
T	s	<i>Periodo de una onda</i>
T_{Desk}	s	<i>Periodo de la onda usada en el circuito de calibrado de sondas</i>
t_{skew}	s	<i>Diferencia de retardos entre dos sondas</i>
$\underline{V_{Desk}}$	V	<i>Fasor de la tensión en la impedancia usada en el circuito de calibrado de sondas</i>
v_{Desk}	V	<i>Tensión en la impedancia usada en el circuito de calibrado de sondas</i>

Símbolo	Unidades	Descripción
$\underline{V_L}$	V	Fasor de la tensión en la bobina a caracterizar
v_L	V	Tensión en la bobina a caracterizar
V_L	V	Módulo de la tensión en la bobina a caracterizar
$\underline{V_{LE}}$	V	Fasor de la tensión en la impedancia de la serie bobina a caracterizar + impedancia de compensación de fase
V_{LE}	V	Módulo de la tensión en la impedancia de la serie bobina a caracterizar + impedancia de compensación de fase
v_{LE}	V	Tensión en la impedancia de la serie bobina a caracterizar + impedancia de compensación de fase
$\underline{V_S}$	V	Fasor de la tensión en la impedancia de medida de corriente
v_S	V	Tensión en la impedancia de medida de corriente
V_S	V	Módulo de la tensión en la impedancia de medida de corriente
Nb	bit	Resolución vertical del osciloscopio (bits de su ADC)
$X_{C,Desk}$	Ω	Reactancia del condensador usado en el circuito de calibrado de sondas
X_{C_S}	Ω	Reactancia del condensador usado en el circuito de medida de corriente
X_E	Ω	Reactancia del condensador usado en el circuito de compensación de fase
X_L	Ω	Reactancia del inductor
$X_{L,Desk}$	Ω	Reactancia de la bobina usada en el circuito de calibrado de sondas
X_{LE}	Ω	Reactancia de la impedancia serie formada por la bobina a caracterizar y la impedancia de compensación de fase
$\underline{Z_{Desk}}$	Ω	Impedancia del circuito de calibrado de sondas
$\underline{Z_E}$	Ω	Impedancia usada en el circuito de compensación de fase
$\underline{Z_L}$	Ω	Impedancia de la bobina a caracterizar
Z_L	Ω	Módulo de la impedancia de la bobina a caracterizar
$\underline{Z_{LE}}$	Ω	Impedancia de la serie bobina a caracterizar + impedancia de compensación de fase
Z_{LE}	Ω	Módulo de la impedancia serie formada por la bobina a caracterizar y la impedancia de compensación de fase
$\underline{Z_S}$	Ω	Impedancia usada en el circuito de medida de corriente
Z_S	Ω	Módulo de la impedancia del circuito de medida de corriente

Material del conductor

b_w	-	Factor b para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$
-------	---	---

Símbolo	Unidades	Descripción
c_w	-	Factor c para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$
δ_{cu}	m	Profundidad pelicular del cobre
F_k	-	Factor para el cálculo de $R_{AC,k,D1D}$ al armónico k
k_w	-	Factor k para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$
ρ_{cu}	$\Omega \cdot m$	Resistividad del cobre
σ_{cu}	S/m	Conductividad del cobre
θ_k	-	Factor que relaciona ancho de conductor y profundidad pelicular
ζ	-	Factor que relaciona espesor de conductor y profundidad pelicular

Acrónimos

AC	<i>Corriente alterna (Alternating Current)</i>
ADC	<i>Conversor Analógico a Digital (Analog-to-Digital Converter)</i>
DC	<i>Corriente continua (Direct Current)</i>
ESR	<i>Resistencia Serie Equivalente (Equivalent Series Resistance)</i>
FEA	<i>Análisis por Elementos Finitos (Finite Elements Analysis)</i>
FoM	<i>Figura de mérito (Figure of Merit)</i>
GaN	<i>Nitruro de Galio</i>
MEMS	<i>Sistemas microelectromecánicos (microelectromechanical systems)</i>
PCB	<i>Placa de circuito impreso (Printed Circuit Board)</i>
PwrSiP	<i>Power Supply in Package</i>
PwrSoC	<i>Power Supply on Chip</i>
SiC	<i>Carburo de Silicio</i>
SMD	<i>Tecnología de montaje superficial (surface-mount technology)</i>
TH	<i>Agujero pasante (through hole)</i>

Capítulo 1

Introducción

Y bendije al viento que apagó la lámpara.
Facundo Cabral

1.1. Electrónica de potencia integrada

La miniaturización de los dispositivos electrónicos ha sido una tendencia constante durante las últimas décadas. Desde en los grandes sistemas, empleados en industrias como la aeroespacial o el ferrocarril, donde la reducción de peso es un factor fundamental, hasta en las redes de sensores, en las que un aumento de la eficiencia es imprescindible para alargar la duración de las baterías, pasando por el número, cada vez más alto, de dispositivos “inteligentes”, como los nuevos electrodomésticos, que permiten controlar la calefacción o la iluminación, o los dispositivos *wearables*, cada vez más extendidos.

Dentro de cada sistema electrónico siempre está presente, de una manera u otra, una fuente de alimentación. La misión de dicha fuente es común a todos los equipos: adaptar la tensión y corriente de entrada, tanto en forma como en valor, a las necesidades del sistema (salida). Las tensiones y corrientes de entrada y salida pueden tener cualquier valor y forma, con valores desde μV o μA hasta kV o kA y frecuencias desde DC hasta GHz. La fuente de alimentación debe cumplir con dos requisitos fundamentales: por un lado, debe hacer frente a cualquier cambio que aparezca en la entrada y conseguir que este no sea percibido por la carga de salida; por otro, ante cambios en la demanda de potencia de la carga, debe ser capaz de responder con la velocidad suficiente como para que el sistema siga funcionando.

En la pequeña electrónica de consumo actual, sobre todo en los dispositivos alimentados por baterías, donde la eficiencia es un parámetro especialmente importante para la autonomía, la miniaturización de los dispositivos ha supuesto dos grandes impactos en las fuentes de alimentación. Por un lado, el aumento en la funcionalidad de los equipos ha traído consigo un enorme aumento en el número de dispositivos que llevan integrados (tales como cámaras, sistemas de comunicaciones, sistemas de almacenamiento, etc.), lo que ha implicado un aumento en la complejidad del sistema de distribución de potencia. Por otro lado, el aumento en las prestaciones se ha traducido no solo en unos requisitos de consumo y eficiencia más elevados, sino en la necesidad de fuentes de alimentación capaces de entregar valores de potencia muy diferentes y que cambian muy rápido en el tiempo, para lo que es necesario que las fuentes se sitúen mucho más cerca de la carga. Para cumplir con ambas necesidades, es imprescindible que las fuentes de alimentación tiendan, cada vez más, a la miniaturización, tal como se muestra en la Figura 1.

El desarrollo de tecnologías que permiten la fabricación de convertidores de potencia integrados, denominados microconvertidores, permite extender su ámbito de utilización hasta reemplazar a los reguladores lineales en aplicaciones con altos niveles de integración. Este cambio tecnológico ha permitido pasar de los bajos rendimientos anteriores, limitados por la relación de tensiones de entrada y salida del regulador lineal, a rendimientos muy altos ($> 90\%$), reduciendo las pérdidas y la necesidad de dispositivos que disipen el calor generado [9]. Gracias a esto, la aplicación de los microconvertidores ha permitido una gran reducción en el volumen, a cambio de un incremento en la complejidad y el coste de los sistemas [10].

Figura 1: Miniaturización en las fuentes de alimentación [1]

1.2. Microconvertidores

Un microconvertidor es un convertidor de potencia totalmente integrado, en el que los transistores, los elementos pasivos y la lógica de control se fabrican en un mismo encapsulado. En última instancia, su fabricación puede estar integrada en el mismo proceso que el sistema al que van a alimentar [11].

El objetivo final es diseñar los convertidores conmutados no como un circuito independiente, sino como una parte integrada en un sistema electrónico mayor. Para poder lograr este objetivo, el primer paso es miniaturizar todos los componentes que lo conforman, tanto los dispositivos semiconductores, como los circuitos de control o los elementos pasivos. Dentro de los elementos pasivos, la mayoría del espacio lo ocupan los componentes de almacenamiento de energía (bobinas y condensadores) [12, 13], por lo que es necesario reducir el volumen de los mismos. Dicho volumen es dependiente, entre otras cosas, de los valores de inductancia y capacidad necesarios, por lo que es imprescindible reducir sus valores. Ya que ambos valores son muy dependientes de la frecuencia [14], en los últimos años la tendencia dominante ha sido reducir el tamaño a cambio de un aumento la misma.

Este aumento en la frecuencia y la consiguiente reducción del volumen ha permitido realizar la transición que se muestra en la Figura 2.

Figura 2: Transición desde convertidores discretos a convertidores PwrSoC [2], [3], [4], [5]

Como se puede ver, el punto de partida son los convertidores construidos a partir de grandes componentes discretos, montados sobre PCB y con conexión basada en tecnología de orificio pasante (PCB TH), que necesitan trabajar a frecuencias relativamente bajas (< 500 kHz). Gracias al progresivo incremento en la frecuencia, se puede conseguir una importante reducción en el volumen, sobre todo de los elementos pasivos, que permite incluir todo el convertidor en un área más pequeña, y con todos los componentes conectados mediante montaje superficial (PCB SMD). El siguiente paso, para el que se requiere un incremento aún mayor en la frecuencia de funcionamiento, es la transición a convertidores integrados en un único empaquetado, PwrSiP (Power Supply in Package). Por último, el objetivo final es conseguir convertidores incluidos completamente en el mismo chip, PwrSoC (Power Supply on Chip) y, en última instancia, convertidores construidos al mismo

tiempo que el sistema al que van a alimentar, fabricados en un único proceso.

Aunque el desarrollo de los convertidores altamente integrados ha sido una constante en los últimos años, con niveles de eficiencia cada vez más altos, los diferentes componentes que constituyen el convertidor han sufrido un desarrollo dispar. Por un lado, la mejora en las técnicas de encapsulado ha conseguido reducir notablemente el efecto de los componentes parásitos en el circuito [10, 15]. Por otro, el desarrollo de nuevos semiconductores, provocado en gran parte por la aparición de los materiales de banda prohibida ancha, como el Nitruro de Galio (GaN) o el Carburo de Silicio (SiC), han permitido incrementar la frecuencia de conmutación sin penalizar en exceso la eficiencia [15–17]. Sin embargo, los elementos pasivos y, particularmente, los inductores, han tenido un desarrollo mucho más progresivo, hasta convertirse actualmente en el mayor limitante para la implantación de estas tecnologías [17–21].

Debido a la problemática presentada, el desarrollo tecnológico actual se centra en gran medida en los inductores pensados para trabajar a muy alta frecuencia y con volúmenes muy reducidos: los microinductores.

1.3. Microinductores

Gracias a la reducción de los niveles de inductancia y volumen necesarios, materiales y tecnologías ya maduras, que anteriormente estaban reservadas para su uso en otras industrias, pueden ahora utilizarse en la fabricación de componentes aplicados a la electrónica de potencia.

Dichas tecnologías permiten generar dispositivos con espesores de núcleo del orden de las décimas de micrómetro, con procesos de fabricación ya desarrollados y establecidos, utilizados en Sistemas microelectromecánicos MEMS, tales como la micro-deposición de materiales laminados o la pulverización de gránulos de material magnético [22]. Esta capacidad para producir materiales con espesores tan reducidos ha permitido emplear núcleos magnéticos en dispositivos de menos de unos milímetros cuadrados, donde hasta ahora los inductores de núcleo de aire eran la única alternativa y los valores de inductancia estaban muy limitados [23].

Tal miniaturización ha hecho posible que se consigan grandes valores de densidad de inductancia, a la vez que se mantiene una alta eficiencia [24, 25]. Un ejemplo del enorme salto tecnológico queda ilustrado en la Figura 3.

Figura 3: Transición desde inductores tradicionales a microinductores

Estos avances han permitido un desarrollo enorme en la fabricación de microinductores. Sin embargo, este cambio tecnológico puede suponer un cambio en el paradigma de diseño de los componentes magnéticos. En el diseño de componentes convencionales, tanto las geometrías de núcleo como las de conductores están limitadas a tamaños estandarizados [17] y las técnicas de diseño y modelado están muy desarrolladas [26]. En los microinductores, sin embargo, cada parámetro geométrico es controlable y, por tanto, debe ser parte de las consideraciones de diseño. Debido a esto, los procedimientos no están aún lo suficientemente desarrollados, y los diseños se obtienen comúnmente a partir de la comparación de miles de combinaciones de parámetros geométricos, en los que el dispositivo óptimo se obtiene mediante métodos de optimización multi-objetivo [27–29]. Aunque estos métodos permiten encontrar el dispositivo óptimo, la complejidad de las ecuaciones utilizadas y el volumen de datos generados hacen muy difícil integrar la optimización del microinductor en el proceso en el diseño del convertidor de potencia.

Además de los grados de libertad debidos al alto número de variables en el diseño, los microinductores presentan una problemática adicional. Su desempeño depende del material que se utilice en el núcleo magnético, cuyas propiedades dependen del proceso de fabricación y de la geometría. Las propiedades del microinductor dependen por tanto de tres factores: material del núcleo, tecnología de fabricación y geometría del dispositivo.

1.3.1. Material del núcleo magnético

Los materiales utilizados como núcleo en los componentes magnéticos se pueden categorizar atendiendo a sus propiedades fundamentales:

- **Resistividad ρ_c :** de ella depende la profundidad pelicular, que está relacionada con la distribución del campo magnético en el interior del núcleo. El material debe tener una resistividad lo suficientemente grande como para asegurar que la distribución del campo sea uniforme en todo el espesor.
- **Pérdidas:** de ellas dependen tanto la eficiencia del convertidor de potencia como la necesidad de disipación del calor generado. Se pueden dividir en tres términos, y el material debe tener un valor muy pequeño para poder trabajar a alta frecuencia.
 - **Pérdidas por corrientes de eddy:** pérdidas asociadas con la disipación de energía por efecto Joule debido a los pequeños lazos de corriente que se generan en el interior del núcleo, inducidos por el campo magnético variable que lo atraviesa. Para reducirlas es necesaria una alta resistividad del material.
 - **Pérdidas por histéresis:** pérdidas asociadas con la reorganización o crecimiento de los dominios magnéticos dentro del núcleo [5]. Para reducirlas es necesario reducir la coercitividad del material H_c .
 - **Pérdidas anómalas:** pérdidas adicionales producidas dentro del núcleo magnético, cuyo efecto no puede atribuirse a ninguna de las dos causas anteriores. En muchos casos forman parte del modelo utilizado para el cálculo de las pérdidas por histéresis y se dan como parte de ellas [28].
- **Densidad de flujo magnético de saturación B_{sat} :** valor de la densidad de flujo magnético al cual el valor de inductancia comienza a decaer. Es necesario un valor alto para que el dispositivo pueda manejar niveles altos de corriente.
- **Permeabilidad relativa μ_r :** valor que indica la capacidad de aumentar la inductancia debida a la presencia del núcleo. Es necesario que este valor cumpla dos requisitos: debe ser lo suficientemente alto como para aumentar la densidad de inductancia del dispositivo y, además, debe mantenerse constante a alta frecuencia.
- **Anisotropía:** propiedad que indica la capacidad del material para tener propiedades diferentes en cada uno de sus ejes. Esta propiedad permite maximizar el efecto de las anteriores, si se combina con geometrías capaces de explotarlas.

Es necesario recalcar que, de las propiedades presentadas, únicamente la densidad de flujo de saturación es intrínseca al material. El resto, aunque dependen del material, lo hacen también de la técnica usada para la deposición del mismo [10].

Hay multitud de materiales descritos en la literatura como candidatos para la fabricación de microinductores. De entre todos ellos, los más utilizados pueden dividirse en dos familias: los basados en aleaciones de Níquel-Hierro (NiFe) y los basados en aleaciones Cobalto-Circonio (CoZr), con diferentes materiales adicionales. Las características principales de ambas familias pueden resumirse en:

- **Familias basadas en NiFe:** dado que sus dos componentes son elementos conductores, presentan una resistividad relativamente baja ($20\text{-}45\ \mu\Omega\cdot\text{m}$ dependiendo de la aleación [10]) y, por tanto, un aumento de las pérdidas a alta frecuencia, y una alta permeabilidad (altos valores de inductancia). Mediante técnicas de galvanizado se pueden fabricar núcleos de un gran espesor lo que, unido a las dos propiedades mencionadas, convierte estos materiales en idóneos para inductores en los que se necesita una alta inductancia y la frecuencia está en el orden de los 10-100 MHz.
- **Familias basadas en CoZr:** estos materiales presentan valores de permeabilidad cercanos a los del NiFe, pero con la ventaja de tener una resistividad mucho más alta ($>100\ \mu\Omega\cdot\text{m}$). Sin embargo, con las técnicas de pulverización usadas para depositarlos, es difícil conseguir núcleos del mismo espesor que con otros materiales [10], por lo que están especialmente indicados para dispositivos en los que el requerimiento de inductancia es moderado y la frecuencia muy alta ($>100\ \text{MHz}$).

1.3.2. Tecnologías de fabricación

Hay tres tecnologías predominantes a la hora de fabricar el microinductor [10], que se diferencian en el proceso mediante el cual se deposita el material del núcleo magnético.

- **Máscara de impresión (*screen printing*):** Consiste en la deposición del material del núcleo a través de una máscara, con la que se consigue obtener la forma deseada. Se ha utilizado durante décadas con materiales de núcleo no conductores, debido a que es un proceso relativamente simple y que permite utilizar materiales con alta resistividad (y bajas pérdidas). Sin embargo, este proceso debe realizarse a una temperatura superior a la que se realiza el resto de procedimientos de fabricación de MEMS, lo que hace ambas tecnologías incompatibles [10].
- **Pulverización (*sputtering*):** Consiste en la deposición de un material granulado, que después se cura a una temperatura determinada para obtener las propiedades deseadas. La gran ventaja de este proceso es que permite obtener geometrías complejas con gran precisión. Como contrapartida, requiere de tiempos de fabricación muy dilatados y los resultados dependen en gran medida del control preciso de

la temperatura, pudiendo llegar a producirse delaminaciones en el material debido al estrés térmico [7, 30, 31]. Este inconveniente convierte la pulverización en un proceso muy caro si el núcleo tiene un espesor mayor que unos cientos de nanómetros [10].

- **Galvanizado (*electrodeposition*):** El galvanizado permite depositar láminas relativamente gruesas de núcleo. Se puede utilizar en multitud de materiales, incluyendo materiales conductores, y posee la gran ventaja de que es una tecnología ya madura, gracias a su uso extensivo en la fabricación de cabezas lectoras de dispositivos de almacenamiento [10, 30], lo que es una de sus mayores ventajas a la hora de desarrollar dispositivos comerciales. Pese a ser una tecnología muy utilizada, presenta la desventaja de que suele requerir dividir la deposición en multitud de capas intermedias, lo que puede acarrear procesos de fabricación lentos [30].

Con independencia del proceso utilizado, una de las propiedades mencionadas en el apartado anterior, la anisotropía de estos materiales, puede explotarse durante el proceso de fabricación, antes de que el material depositado haya curado.

Gracias a esta propiedad, se puede hacer que el material tenga un comportamiento diferente en cada dirección del espacio. Para ello, durante el proceso de deposición del material, se aplican campos magnéticos en las direcciones deseadas y se consiguen dos tipos de ejes en el material: ejes fáciles (*easy axes*) y ejes difíciles (*hard axes*). En los ejes fáciles, la magnetización se consigue mediante el crecimiento de los dominios magnéticos, mientras que, en los difíciles, se consigue mediante su rotación [5]. Los ejes fáciles presentan una permeabilidad mayor, pero a cambio las pérdidas de eddy son mucho más elevadas, lo que deriva en un rendimiento más bajo y en una caída más rápida del valor de inductancia con la frecuencia [32]. En los ejes difíciles, por el contrario, dado que la rotación de dominios es un proceso que requiere una energía mucho menor que el crecimiento, el flujo magnético produce unas pérdidas muy bajas, a cambio de reducir el valor de permeabilidad. Un ejemplo del comportamiento del material en la curva B-H en ambos ejes se muestra en la Figura 4.

Puesto que el valor de permeabilidad es lo suficientemente alto en ambos casos, para el diseño de microinductores se prioriza una reducción en las pérdidas, por lo que el eje difícil se alinea siempre con la dirección en la que vaya a circular el flujo magnético.

1.3.3. Geometrías para los microinductores

A la hora de fabricar microinductores con núcleo para convertidores PwrSoC, hay multitud de geometrías disponibles, cada una con sus ventajas e inconvenientes. Estas geometrías pueden separarse en dos grandes grupos: aquellas en las que los cables envuelven al núcleo y aquellas en las que el núcleo envuelve a los cables [33].

De las geometrías en las que los cables envuelven al núcleo, las dos más comunes son:

Figura 4: Comportamiento del material en sus ejes difícil (*hard axis*) y fácil (*easy axis*) [6]

- **Toroides:** Los microinductores toroidales presentan altos niveles de inductancia con anisotropía cruzada, pero es muy difícil evitar que el flujo circule por el eje fácil en algunas regiones [15, 17], lo que aumenta enormemente las pérdidas si el flujo es alto. Se han propuesto diversas técnicas para corregirlo, tales como dividir el toroide en secciones, consiguiendo un polígono con las suficientes aristas para aproximarse a una circunferencia en la que el flujo vaya, mayoritariamente, en el eje difícil. El problema de esta aproximación es que la unión entre aristas genera pequeños *gaps*, que reducen la permeabilidad equivalente del material [34]. Una aproximación alternativa se presenta en [35], en la que se consigue inducir anisotropía radial en el material, haciendo que el flujo circule siempre en el eje difícil. Esta aproximación, aunque permite mejorar mucho las prestaciones del material, aumenta mucho el coste y el tiempo de fabricación, al necesitar utillaje específico para cada geometría. Un ejemplo de la geometría toroidal se muestra en la Figura 5.

Figura 5: Ejemplo de inductor con geometría toroidal

- **Solenoides:** Al igual que los toroides, presentan muy buenos niveles de inductancia con anisotropía cruzada pero, de la misma manera que en estos, el flujo tiene que ser perpendicular al eje difícil en algunas regiones, lo que reduce mucho la eficiencia [17, 32]. Adicionalmente, fabricar el núcleo en el interior de las espiras es un proceso muy complejo. Una alternativa es fabricar núcleo y espiras por separado y después introducirlo en ellas [30], lo que es un proceso lento y añade pasos adicionales en la fabricación. Otra alternativa consiste envolver el núcleo en conductores

realizados mediante *bond-wires*. Si bien esta técnica facilita el proceso, es necesario un control muy preciso del mismo [32]. Por último, los valores de inductancia conseguidos con este tipo de inductores son bajos, limitándolos a su uso a muy altas frecuencias. Algunas alternativas utilizan un núcleo totalmente cerrado para aumentar el nivel de inductancia, pero es necesario aumentar tanto el área empleada que la densidad de inductancia se ve muy reducida [36]. Un ejemplo de solenoide se muestra en la Figura 6.

Figura 6: Ejemplo de inductor con geometría solenoide

En estas dos geometrías, si se necesita aumentar la inductancia total se puede reducir la anisotropía del material, consiguiendo un eje principal “más fácil”, con el inconveniente de que la eficiencia se reduce y el valor de inductancia decae más rápidamente con la frecuencia [32]. El mayor problema de ambas geometrías es que las pistas deben unirse por encima del núcleo mediante *bond-wires* o *Cu clips* [32], lo que puede aumentar aún más el tiempo y la complejidad de fabricación, o mediante vías, lo que aumenta la resistencia y reduce sus prestaciones [10].

Dentro de las geometrías en las que el núcleo magnético envuelve a los cables, las tres más comunes son:

- **Espiral:** Las bobinas en espiral permiten conseguir valores de inductancia por unidad de área muy altos, sin embargo, la dirección de las líneas de flujo, que parten del centro y se expanden en todas direcciones, hacen muy complejo inducir en el material la anisotropía necesaria para conseguir un nivel de pérdidas aceptable y un valor de inductancia constante hasta alta frecuencia [17]. Un ejemplo de esta geometría se muestra en la Figura 7.

Figura 7: Ejemplo de inductor con geometría espiral

- **Stripline:** Esta geometría consiste en secciones rectas de conductor, envueltas en su totalidad por núcleo magnético. Los inductores tipo *stripline* permiten conseguir valores de pérdidas muy bajos, debido al gran espesor de conductor que pueden albergar y a que es muy fácil lograr que todo el flujo circule por el eje difícil del núcleo [21]. A cambio, están muy limitados en el valor de inductancia total que pueden aportar. Por todo esto, suelen utilizarse en convertidores en los que el alto valor de corriente hace imprescindible aumentar la sección de conductor, o en convertidores en los que la frecuencia es muy alta donde, por tanto, el requerimiento de inductancia es bajo [12, 21, 37, 38]. Un ejemplo de esta geometría se muestra en la Figura 8.

Figura 8: Ejemplo de inductor con geometría stripline

- **Racetrack:** La geometría *racetrack* es una combinación de los inductores de espiras y *stripline*. Consiste en dos mitades de inductor en espiral, sin núcleo, conectadas mediante secciones rectas de conductor rodeadas por núcleo. Esta configuración permite aprovechar las ventajas de ambas geometrías: por un lado, dado que la espiral no tiene núcleo, se evita el problema de que el flujo circule por el eje fácil del material; por otro lado, se pueden aprovechar las ventajas de la geometría *stripline*, a la vez que se solventa la falta de inductancia conectando secciones entre sí. Un ejemplo de esta geometría se muestra en la Figura 9.

Figura 9: Ejemplo de inductor con geometría racetrack

En las geometrías en las que el núcleo envuelve a los conductores, la densidad de potencia es mayor que en las que son los conductores los que envuelven al núcleo, y consiguen confinar el flujo en los ejes difíciles más eficazmente.

Pese a sus ventajas, presentan también varios problemas. En primer lugar, para formar el dispositivo primero es necesario depositar la parte inferior del núcleo, después los conductores y el aislante y por último otra vez el núcleo, tal como se muestra en la Figura 10. El hecho de que el núcleo deba depositarse en dos procesos separados aumenta el tiempo y el coste de la fabricación [35]. En segundo lugar, aunque se induzca la anisotropía deseada en el núcleo para que todo el flujo vaya en el eje difícil, en las uniones entre el núcleo superior y el inferior aparecen dos efectos diferentes debidos a las "vías magnéticas" [15]: 1) flujo en el eje fácil en las uniones entre láminas de material magnético; 2) *micro-gaps*, que reducen la permeabilidad del núcleo.

Figura 10: Proceso de fabricación para dispositivo con geometría *racetrack* [7]

1.3.4. Estado de la técnica de los microinductores

Como se ha descrito, todas las tecnologías presentadas tienen ventajas e inconvenientes, por lo que ninguna es óptima para todas las aplicaciones.

La elección del material y el proceso de fabricación está muchas veces determinada por la tecnología disponible. En lo referente a las geometrías, para la elección de la más adecuada, se pueden emplear diferentes figuras de mérito (FoM), que permitan comparar de forma objetiva sus características.

En esta comparativa se van a utilizar dos figuras de mérito diferentes. Por un lado, para comparar la capacidad para generar inductancia (L) de cada geometría se utilizará la densidad de inductancia, que define qué valor de L se consigue para un área dada. Por

otro, para comparar el desempeño de los microinductores, se utiliza el factor de calidad Q , parámetro adimensional definido en (1) que relaciona la impedancia inductiva de la bobina a una frecuencia f ($2\pi fL$) y su resistencia equivalente R_L (en la que se aúnan todos los efectos de pérdidas).

$$Q = \frac{2\pi fL}{R_L} \quad (1)$$

Dado que dicho valor varía según la frecuencia de funcionamiento, es conveniente introducir un valor adicional, Q_{pk} , definido como el máximo valor de Q del inductor a cualquier frecuencia. Este valor es un indicativo de la densidad de potencia que es capaz de alcanzar el inductor:

$$Q_{pk} = \text{máx}(Q) \quad (2)$$

El desempeño en ambas figuras de mérito para los dispositivos consultados en la bibliografía se muestra en la Figura 11. En (a) se muestra la densidad de inductancia frente a la frecuencia del dispositivo y, en (b), el máximo factor de calidad de la bobina frente a dicha densidad de inductancia.

Figura 11: Diferentes figuras de mérito para dispositivos publicados. (a) Densidad de inductancia frente a frecuencia; (b) Q_{pk} frente a densidad de inductancia

Como se puede ver en la Figura 11 (a), para frecuencias superiores a los 10 MHz, se pueden conseguir altas densidades de inductancia ($>50\text{nH/mm}^2$) tanto en geometrías en las que los conductores envuelven al núcleo (solenoides), como en las que el núcleo envuelve a los conductores (*striplines* y *racetracks*). Esta densidad baja notablemente con la frecuencia, debido a que el incremento en las pérdidas del núcleo (que son dependientes de esta), obliga a utilizar espesores de núcleo menores y, por tanto, a reducir la inductancia.

En la Figura 11 (b), por otro lado, queda evidenciado el balance entre densidad de inductancia y densidad de potencia al que se hace frente en la decisión de la geometría. Por un lado, las geometrías tipo espiral permiten conseguir grandes densidades de inductancia, por la posibilidad de aumentar mucho el número de vueltas en un espacio muy

reducido, a cambio de sacrificar factor de calidad debido a uno de los efectos mencionados anteriormente: el flujo circula tanto por ejes fáciles como difíciles. Por otro lado, las geometrías tipo *racetrack* permiten conseguir factores de calidad muy altos, a cambio de reducir la densidad de inductancia, debido sobre todo a la necesidad de sacrificar espacio para asegurar la suficiente distancia entre núcleos y entre núcleo y cables. En un punto intermedio se encuentran las geometrías tipo *stripline*, que ofrecen un buen balance entre densidad de potencia y densidad de inductancia.

Dado que en muchos de estos inductores la corriente tiene un rizado muy pequeño (por tanto, la componente DC de la corriente tiene un peso muy grande), para comparar el desempeño de los microinductores se utiliza también el factor adimensional Q_{DC} definido en (3), que relaciona la reactancia de la bobina y la resistencia en DC del cable (R_{DC}).

$$Q_{DC} = \frac{2\pi fL}{R_{DC}} \quad (3)$$

La comparativa de los diferentes dispositivos mostrados en las gráficas anteriores para esta nueva figura de mérito, se muestra en la Figura 12.

Figura 12: Factor Q_{DC} frente a frecuencia para diferentes dispositivos publicados

En lo referente a la figura de mérito Q_{DC} , como puede verse en la Figura 12, las geometrías en las que el núcleo envuelve a los conductores presentan un desempeño mejor, ya que el incremento en volumen de núcleo permite reducir el número de vueltas (y por tanto la longitud de conductor y su resistencia) para un mismo valor de inductancia. Por el contrario, la geometría solenoide presenta valores de Q_{DC} muy bajos, debido a que el alto número de vueltas conlleva una alta R_{DC} . La geometría toroidal, si bien es capaz de proporcionar una gran densidad de inductancia y un alto factor de calidad, está muy optimizada para su funcionamiento a baja frecuencia, pero muy limitada cuando esta comienza a aumentar, por lo que se descarta para estas aplicaciones.

A la hora de elegir una geometría, aunque es deseable conseguir la máxima densidad de inductancia y el mejor factor de calidad, es imprescindible conseguir el valor de inductancia necesario, incluso si eso implica obtener un desempeño menor. En la Figura 13 se

muestran los valores de inductancia conseguidos con las diferentes geometrías, para las frecuencias a las que se emplea cada una de ellas.

Figura 13: Inductancia frente a frecuencia para diferentes dispositivos publicados

Como puede verse, para valores de frecuencia por encima de los 10 MHz, únicamente la geometría *racetrack* permite obtener valores de inductancia superiores a unos pocos nanohenrios. Por esta razón, esta es la geometría preferida en aplicaciones donde es necesario combinar altas frecuencias con altos valores de inductancia, por ejemplo en convertidores de potencia conmutados en los que dicha combinación es necesaria para conseguir un rizado de corriente aceptable.

1.3.5. Elección de diseño

Algunas de las aplicaciones más prometedoras de los microinductores se corresponden con dispositivos capaces de funcionar a muy alta frecuencia (en torno a 100 MHz) y con valores de inductancia relativamente altos (>10 nH) [10, 13, 22, 24, 25, 45–47]. La decisión sobre la geometría, el proceso de fabricación y el material debe tomarse, por tanto, en torno a los dos parámetros mencionados.

Debido a todas las ventajas descritas, las opciones más convenientes para el diseño de un microinductor pueden reducirse a dos: dentro de las geometrías en las que los conductores envuelven al núcleo, la de tipo solenoide es la preferida, tanto por su densidad de inductancia, como por la facilidad que presenta en su fabricación; en las geometrías en las que es el núcleo el que envuelve a los conductores, la geometría *racetrack* es la elegida, por sus altos valores de inductancia y por la habilidad para conseguir que el flujo se alinee siempre con el eje difícil.

De esas dos tecnologías, los inductores tipo solenoide, por presentar una densidad de

inductancia menor, son más adecuados cuando la necesidad de inductancia es de únicamente unos pocos nanohenrios, pero es difícil conseguir valores mayores de inductancia. La geometría tipo *racetrack*, por presentar el mejor balance entre prestaciones y valor de inductancia, es la elegida para este trabajo de tesis.

En cuanto a la tecnología de deposición del material, tanto el pulverizado como el galvanizado permiten obtener muy buenos resultados y fabricar cualquiera de las geometrías, por lo que la decisión debe tomarse atendiendo al material al que se van a aplicar. Como se describió en el apartado 1.3.1, tanto los materiales basados en NiFe como los basados en CoZr presentan muy buenas propiedades.

1.4. Motivación

Tras el análisis preliminar del estado de la técnica, se llega a la conclusión de que los convertidores de potencia integrados son una evolución tecnológica lógica para los convertidores de potencia tradicionales, y que su aplicación va a expandirse rápidamente en un futuro próximo, tal como evidencian las previsiones hechas para los últimos años mostradas en la Figura 14.

Figura 14: Previsiones de mercado para PwrSiP y PwrSoC para los años 2000-2020 [8]

Dentro de estos convertidores, los componentes magnéticos integrados han sufrido un gran desarrollo en las últimas décadas y este crecimiento va a continuar en los próximos años. Gracias a su aplicación en otras industrias, las tecnologías y materiales necesarios para su fabricación ya están disponibles, aunque debido a la naturaleza del proceso no es posible realizar ciclos de rediseño por ser muy costosos.

Pese a los avances ya mencionados, uno de los mayores limitantes al uso de la tecnología de microinductores es el incremento en la complejidad de diseño con respecto a los procedimientos, ya asentados, para el desarrollo de inductores convencionales. Las diferencias más notables entre el diseño de componentes basados en ambas tecnologías se muestran, a modo de resumen, en la Tabla 1.

El objetivo de esta tesis doctoral es hacer estas tecnologías accesibles al diseñador, mediante un proceso de diseño automatizado y optimizado, y un procedimiento de caracterización de los componentes fabricados.

Tabla 1: Principales características del diseño de inductores tradicionales y microinductores

Inductores convencionales	Microinductores
Variables de diseño: <ul style="list-style-type: none"> ■ Núcleo: elección de la familia y modelo ■ Devanado: número de vueltas, tipo de cable, grosor y número de cables en paralelo 	Variables de diseño: <ul style="list-style-type: none"> ■ Área: área máxima disponible ■ Devanado: número de vueltas y espesor ■ Geometría: relación de aspecto y grosor del núcleo
Prototipado rápido y rediseño	Prototipado rápido no disponible
Mayor fuente de variación de L : <ul style="list-style-type: none"> ■ Tolerancia en la permeabilidad ■ Tolerancia en gap ■ Efectos de alta frecuencia ■ Efectos de gran señal 	Mayor fuente de variación de L : <ul style="list-style-type: none"> ■ Tolerancia en el proceso de fabricación ■ <i>Microgaps</i> entre laminaciones ■ Efectos de alta frecuencia ■ Efectos de gran señal

1.5. Objetivos y planteamiento de la tesis

El objetivo general enunciado en el apartado anterior se desarrollará en un ámbito más concreto. Parte de esta investigación se ha llevado a cabo en el marco de una colaboración con el centro de investigación Tyndall National Institute (Cork, Irlanda), lo que ha contribuido al conocimiento de su tecnología y del campo de aplicación más prometedor para los microinductores. Por todo esto, y sin pérdida de generalidad en la propuesta de esta tesis, se enfocará el problema de diseño de microinductores a un dispositivo tipo *race-track*, fabricado en $\text{Ni}_{45}\text{Fe}_{55}$, con un valor de inductancia superior a los 10 nH, y capaz de funcionar con una alta eficiencia en frecuencias superiores a los 100 MHz. Para aunar los objetivos de densidad de potencia e inductancia, se pretende diseñar un dispositivo capaz de soportar más de 250 mA de corriente media a la vez que se mantiene una densidad de inductancia superior a los 15 nH/mm².

El objetivo general de esta tesis doctoral se concreta en tres objetivos específicos:

1. Presentar un **modelo** para microinductor tipo *racetrack* capaz de describir completamente su comportamiento. Para ello, primero se analizarán los modelos utilizados actualmente, presentes en la literatura. Muchos de estos modelos son incompletos o no están claramente delimitados en su aplicación, por lo que no pueden utilizarse en dispositivos en cualquier rango de funcionamiento. Se realizará un análisis que permita validar su funcionalidad y establecer sus límites, particularizando para las especificaciones y el rango de aplicación propuesto, y se presentará un modelo funcional completo del dispositivo. Este desarrollo se presenta en el Capítulo 2.
2. Desarrollar un **procedimiento de diseño** que, basado en los modelos presentados, permita obtener el dispositivo óptimo para una aplicación determinada. Para dicho desarrollo se valorarán diferentes estrategias, validando los resultados de cada una de ellas tanto mediante simulación como con medidas experimentales. Los procedimientos de diseño se presentan y analizan en el Capítulo 3.
3. Mejorar los sistemas de **caracterización** de inductores. A la hora de caracterizar bobinas hay muy diversas técnicas de medida. En el caso de los microinductores se presentan dos condiciones diferenciadoras: los dispositivos trabajan a alta frecuencia (por encima de 10 MHz) y tienen un alto factor de calidad (su resistencia es mucho más pequeña que su reactancia). En los dispositivos con estas características es crítico emplear procedimientos de medida cuya incertidumbre en los resultados sea muy baja. En este sentido, se analizarán diferentes alternativas presentes en la literatura y se obtendrá la precisión obtenida con cada uno de ellas. Una vez analizadas, se presentarán técnicas de mejora para los procedimientos y, una vez aplicadas, se realizarán medidas experimentales para validar las conclusiones obtenidas. El análisis y la mejora de los procedimientos se presenta en el Capítulo 4.

Por último, las conclusiones obtenidas tras la consecución de los tres objetivos presentados se presentan en el Capítulo 5.

Capítulo 2

Modelo del microinductor

Time is money, el tiempo es un maní.

Marcos Mundstock

2.1. Introducción

El primer paso en el diseño de un microinductor es obtener un modelo que represente fielmente el componente real y permita su diseño completo.

En este capítulo se lleva a cabo un análisis de los diferentes modelos presentes en la literatura, con el objetivo de encontrar aquellos que permitan describir más fielmente los dispositivos de interés. Para dichos modelos se estudiarán sus límites de aplicación y la precisión que ofrecen en los cálculos, dado que este conocimiento servirá como piedra angular para el posterior desarrollo de procedimientos de diseño. En aquellos modelos que aún estén incompletos en la literatura actual, se propondrán mejoras o ampliaciones que permitan reproducir con mayor precisión el comportamiento del dispositivo.

El modelo del microinductor se divide en dos partes fundamentales:

1. **Modelo geométrico:** Describe las variables geométricas presentes en el diseño del dispositivo y la relación entre ellas, con la transición mostrada en la Figura 15.

Figura 15: Modelo geométrico del componente real

2. **Modelo eléctrico:** Describe el comportamiento del microinductor dentro del circuito. Se divide en tres componentes que se pueden modelar por separado y se muestran en el circuito de la Figura 16.

Figura 16: Modelo eléctrico del inductor

- **Modelo de inductancia:** Describe cada uno de los términos de los que se compone la inductancia y su dependencia de los parámetros geométricos y las propiedades físicas. Estos términos se agrupan en la inductancia total L .

- **Modelo de pérdidas:** Describe los efectos que generan pérdidas de potencia en el interior del dispositivo, relacionados con los parámetros geométricos y de inductancia y con las corrientes que circulan por el mismo. Los diferentes efectos de pérdidas se modelan como la resistencia equivalente R_L .
- **Modelo de capacidades:** Describe los parámetros de los que depende la capacidad parásita equivalente del dispositivo, necesaria para validar el comportamiento del mismo a diferentes frecuencias. La capacidad equivalente se modela en paralelo al conjunto de inductancia y resistencia, como un condensador de valor C_{eff} .

2.2. Modelo geométrico

El modelo geométrico del microinductor se muestra en la Figura 17. Como puede verse, un inductor tipo *racetrack* consiste en dos mitades de una espiral, unidas por conductores rectos, los cuales están rodeados por dos secciones separadas de núcleo magnético. En la figura se muestra también un corte transversal, donde se puede ver con más detalle la sección rectangular de los conductores y las diferentes distancias entre cables y núcleo.

Figura 17: Modelo físico de un microinductor tipo *racetrack*

Tanto para el modelado como para el diseño del inductor, resulta muy útil definir tres parámetros adicionales a los mostrados en la Figura 17: el área total que ocupa el dispositivo, D_{Area} (4); la relación de aspecto del núcleo magnético, A_r , que relaciona su largo y su ancho (5); y el factor de forma del dispositivo, D_{FF} , que relaciona la longitud total del dispositivo, D_l , con su ancho total, D_w , (6).

$$D_{Area} = D_l \cdot D_w \quad (4)$$

$$A_r = \frac{C_l}{C_w} \quad (5)$$

$$D_{FF} = \frac{D_l}{D_w} \quad (6)$$

Estos tres parámetros y las relaciones entre ellos son especialmente importantes en el diseño de microinductores, dado que el área del dispositivo está en muchos casos limitada al área total ocupada por el convertidor [5]. De esta manera, el microinductor puede

apilarse sobre el resto de componentes del convertidor (componentes activos, pasivos y circuito de control), para utilizar únicamente el mismo área que este y maximizar la densidad de potencia. Un ejemplo de esta posibilidad se muestra en la Figura 18, en la que se puede ver el microinductor colocado sobre el convertidor de potencia, unido a él mediante *wire-bonding*.

Figura 18: Microinductor empaquetado sobre un microconvertidor [5]

El impacto del factor de forma D_{FF} , que determina las proporciones del dispositivo, se muestra en la Figura 19. Como se puede ver, un factor de forma bajo genera dispositivos casi cuadrados, mientras que uno alto produce dispositivos muy elongados.

Figura 19: Ejemplo de diferentes factores de forma (D_{FF}) del dispositivo

Los diferentes parámetros físicos mostrados en la Figura 17, D_{Area} y D_{FF} se relacionan mediante las ecuaciones (7) a (14).

$$D_l = \sqrt{D_{Area} \cdot D_{FF}} \quad (7)$$

$$D_w = \sqrt{\frac{D_{Area}}{D_{FF}}} \quad (8)$$

$$C_w = \frac{D_w - C_s}{2} \quad (9)$$

$$d_o = D_w - 2C_{ws} - 2C_t \quad (10)$$

$$d_{in} = C_s + 2C_{ws} + 2C_t \quad (11)$$

$$C_l = D_l - d_o = D_l - D_w + 2C_{ws} + 2C_t \quad (12)$$

$$D_h = 2C_t + W_t + ti + bi \quad (13)$$

$$W_w = \frac{C_w - (N - 1)W_s - 2C_{ws} - 2C_t}{N} \quad (14)$$

Dado que las posibilidades de diseño son tan grandes (debido a que todos los parámetros geométricos son susceptibles de variación) es difícil obtener conclusiones que puedan aplicarse a todos los microinductores, o encontrar ejemplos que puedan ser representativos de la totalidad de los casos. Por ello, tanto para ilustrar con ejemplos las ecuaciones presentadas, como para obtener conclusiones que sean aplicables a un futuro dispositivo real, en lo restante de este capítulo se usarán como especificaciones de diseño las mostradas en la Tabla 2.

Estas especificaciones se han escogido basándose en la tecnología utilizada por el centro de investigación Tyndall National Institute, líder en el desarrollo en microinductores [5, 17, 22, 24, 25, 27, 42, 43, 47–49].

Tabla 2: Parámetros geométricos y de los materiales para la tecnología de fabricación considerada y principales especificaciones del microinductor

Parámetro	Descripción	Valor
W_s	Separación conductor-conductor	20 μm
C_{ws}	Separación núcleo-conductor	20 μm
C_s	Distancia entre núcleos	250 μm
W_t	Espesor de los conductores	20 μm
C_t	Espesor del núcleo	0,5 – 6,25 μm
bi	Espesor del aislante entre el cable y la parte inferior del núcleo	15 μm
ti	Espesor del aislante entre el cable y la parte superior del núcleo	15 μm
	Material del núcleo	Ni ₄₅ Fe ₅₅
B_{sat}	Densidad de flujo de saturación	1,4 T
μ_0	Permeabilidad del vacío	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m
μ_r	Permeabilidad relativa del material del núcleo magnético	280
K_{hyst}	Factor K para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz	300
β	Factor β para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz	1,73
ρ_c	Resistividad del material del núcleo magnético	$0,45 \cdot 10^{-6}$ $\Omega \cdot \text{m}$

ϵ_0	Permitividad del vacío	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
ϵ_i	Permitividad relativa del aislante entre conductores y núcleo	4,5
ρ_{cu}	Resistividad del cobre	$1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$
ΔT^a	Máximo incremento de temperatura permitido en el dispositivo	80 K
k_w	Factor k para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	0,048
b_w	Factor b para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	0,44
c_w	Factor c para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	1
I_{DC}	Corriente DC	0,36 A
f_{sw}	Frecuencia de conmutación	50 MHz
$I_{1st,peak}$	Corriente de pico del primer armónico	0,18 A
D_{Area}	Área ocupada por el dispositivo	$1,5 \text{ mm}^2$
L_s	Inductancia deseada	40 nH

2.3. Modelo de inductancia

Usando los modelos presentados en las referencias [13, 17, 50, 51], la inductancia total puede dividirse en cuatro términos:

- Inductancia debida a la presencia del núcleo magnético, L_{core} : puede calcularse a partir del número de vueltas N y la reluctancia del núcleo $\mathfrak{R}$ (15). Los elementos geométricos que influyen en el cálculo de este término se muestran en la Figura 20.

Figura 20: Elementos geométricos relacionados con L_{core}

$$L_{core} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = 2 \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot C_t \cdot C_l}{l_{mag}} \quad (15)$$

donde la longitud total del camino magnético, l_{mag} , puede calcularse como:

$$l_{mag} = 2 (C_w + W_t + ti + bi) \quad (16)$$

- Inductancia de las espiras externas al núcleo, L_{spiral} : puede calcularse a partir de las fórmulas para el cálculo de inductancias en el aire propuestas por Grover [51] (17). La presencia de las espiras se resalta en la Figura 21.

Figura 21: Elementos geométricos relacionados con L_{spiral}

$$L_{spiral} = \frac{\mu_0}{4} N^2 \delta' \left[\ln \left(\frac{2,46}{\delta/\delta'} \right) + 0,2 \left(\frac{\delta}{\delta'} \right)^2 \right] \quad (17)$$

donde δ y δ' son la diferencia y la suma de diámetros, respectivamente:

$$\delta = d_o - d_{in} \quad (18)$$

$$\delta' = d_o + d_{in} \quad (19)$$

- Autoinductancia de las secciones rectas de conductor en el interior del núcleo, $L_{w,self}$. La presencia de una de estas secciones se muestra en la Figura 22.

Figura 22: Elementos geométricos relacionados con $L_{w,self}$

$$L_{w,self} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot C_l}{\pi} \left[\ln \left(\frac{2C_l}{W_t + W_w} \right) + \frac{1}{2} \right] \quad (20)$$

- Inductancia mutua de las secciones rectas de conductor en el interior del núcleo, $L_{w,mutual}$. El conjunto de conductores dentro de uno de los núcleos se ha resaltado en la Figura 23.

Figura 23: Elementos geométricos relacionados con $L_{w,mutual}$

$$L_{w,mutual} = \frac{\mu_0 \cdot C_l}{\pi} \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=k+1}^N \left[\ln \left(\frac{2C_l}{(j-k)(W_w + W_s)} \right) - 1 + \frac{(j-k)(W_w + W_s)}{C_l} - \left(\frac{(j-k)(W_w + W_s)}{C_l} \right)^2 \right] \quad (21)$$

La inductancia total L depende por tanto de todos los elementos geométricos, tal como se muestra en la Figura 24 y se calcula como la suma de los cuatro términos presentados:

$$L = L_{core} + L_{spiral} + L_{w,self} + L_{w,mutual} \quad (22)$$

Figura 24: Elementos geométricos relacionados con L

2.3.1. Distribución de los términos de inductancia

Aunque la inductancia depende de todas las variables geométricas mostradas en la Figura 17, la distribución de sus términos puede analizarse reduciendo estas variables a únicamente tres fundamentales: el espesor de núcleo (C_t), el número de vueltas (N) y el factor de forma del dispositivo (D_{FF}), que aúna los parámetros restantes. Una vez que se han reducido las variables de interés, puede analizarse el peso que tiene cada una de ellas en la distribución de los términos de inductancia.

Impacto del espesor de núcleo C_t

Para analizar el impacto que tiene el espesor de núcleo en la contribución de cada uno de los términos de la inductancia total, se analiza su distribución para 3 valores dentro del rango que puede tomar su valor: los dos extremos ($C_{t,min} = 0,5 \mu\text{m}$ y $C_{t,max} = 6,25 \mu\text{m}$) y un punto intermedio ($3,25 \mu\text{m}$); para dos posibles números de vueltas: un valor relativamente bajo ($N = 2$) y otro relativamente alto ($N = 6$).

Los resultados de dicha comparación para diferentes factores de forma del dispositivo (D_{FF}), se muestran en la Figura 25. Con líneas sólidas se muestran los valores de inductancia para bobinas con $N = 2$ y, con líneas discontinuas, para bobinas con $N = 6$.

Para independizar la comparativa del valor nominal de inductancia de cada punto, en las figuras se muestra el valor de inductancia normalizado, definido como:

$$L_{Normalizada} = \frac{L_i}{L} \quad (23)$$

donde L_i son cada uno de los términos de los que se compone la inductancia (L_{core} , L_{spiral} , $L_{w,self}$ y $L_{w,mutual}$).

Figura 25: Distribución de los términos de inductancia para C_t constante

Como se puede desprender de la Figura 25, C_t es el parámetro más dominante en la distribución de los valores de inductancia. Tanto para un número de vueltas bajo como para uno alto, usar el mayor espesor (Figura 25 (b)) hace que la inductancia debida a la presencia del núcleo (L_{core}) sea prácticamente el único término que produce inductancia, suponiendo alrededor del 90 % del valor total. Este comportamiento se repite incluso para valores de C_t en la mitad de su valor máximo, como se muestra en la Figura 25 (c).

Para valores bajos de C_t (Figura 25 (a)), la distribución de los términos de inductancia se modifica, y el término que depende del espesor del núcleo (L_{core}) no es el dominante hasta que no se llega a dispositivos muy elongados ($D_{FF} > 6$), donde el volumen de material magnético vuelve a ser muy grande a pesar de tener un espesor tan bajo.

Estas tendencias solo dejan de cumplirse para valores muy pequeños de D_{FF} , para los que el volumen de material magnético es muy pequeño incluso para altos espesores de núcleo, y domina la inductancia debida a las espiras (L_{spiral}), que suponen la mayor parte de la longitud de conductor.

Impacto del número de vueltas N

Para estudiar el impacto del número de vueltas, se ha analizado la distribución de inductancia para tres valores diferentes de N . En todos se considera el mínimo valor de C_t puesto que, como se concluyó en el apartado anterior, para altos espesores de núcleo la distribución de inductancias es muy poco dependiente del número de vueltas.

Los resultados de dicha comparación, para diferentes valores de D_{FF} , se muestran en la Figura 26, acompañados de los valores de N y C_t utilizados.

Figura 26: Distribución de los términos de inductancia para N constante

De la misma manera que en el análisis anterior, para valores pequeños de D_{FF} , el término dominante es L_{spiral} , aunque su valor desciende muy rápidamente.

Para valores de D_{FF} mayores que 3, cuando el peso de la espiral se ha reducido, se pueden diferenciar tres comportamientos diferentes:

- Para un valor pequeño del número de vueltas (Figura 26 (a)), debido a que N es tan bajo, la inductancia mutua entre los cables tiene un peso muy pequeño. Además, como el espesor de núcleo es también pequeño, la inductancia debida al mismo no

es el factor dominante hasta que no se llega a dispositivos muy elongados ($D_{FF} > 6$), por lo que la autoinductancia es el factor dominante.

- Para un valor alto del número de vueltas (Figura 26 (b)) la inductancia del núcleo es siempre el término dominante, ya que N aparece elevado al cuadrado en su cálculo (15). Dado que el número de vueltas es tan alto, la inductancia mutua tiene un peso siempre mayor que el de la autoinductancia de los cables, y ambas son mayores que la inductancia de las espiras L_{spiral} .
- Para un valor medio del número de vueltas (Figura 26 (c)) se llega a un compromiso entre ambas situaciones. L_{core} es siempre el término dominante, pero tanto la autoinductancia como la inductancia mutua de los cables tienen un peso igual de representativo en la inductancia total.

De cara al diseño del microinductor, es necesario validar también si es necesario incluir todos los términos en el cálculo final, y qué error se comete en caso de omitir los que tienen menos peso. Para ello, se ha simulado su distribución para los dos extremos de las especificaciones propuestas en la Tabla 2: mínimos valores C_t y N , impuestos por las reglas de diseño y máximos valores de ambos parámetros.

En la Figura 27 se muestra la contribución acumulada de cada término de inductancia para diferentes geometrías del dispositivo. Con líneas continuas se muestra el primer escenario ($N = 2$ y $C_t = 0,5 \mu\text{m}$) y, con líneas discontinuas, el segundo ($N = 6$ y $C_t = 6,25 \mu\text{m}$). Dado que en este análisis el valor de inductancia es diferente en cada factor de forma, los términos se muestran normalizados frente a la inductancia total L a cada D_{FF} .

Figura 27: Distribución incremental de los términos de L

Conclusiones sobre la distribución de términos de inductancia

Las conclusiones respecto a la necesidad de inclusión de todos los términos en el cálculo, extraídas de la comparativa mostrada en la Figura 27 se pueden resumir en:

- Para un valor de D_{FF} concreto, a mayor espesor de núcleo mayor es el peso de L_{core} , ya que se incrementa el volumen total de núcleo magnético. El número de vueltas también juega un papel crucial en este término, ya que su valor va al cuadrado en la ecuación (15). Incluso cuando ambos valores son bajos, L_{core} siempre supone una parte importante de la inductancia total.
- El impacto de L_{spiral} se reduce al incrementar D_{FF} , ya que la contribución de las espiras se reduce con respecto a la de las secciones rectas de cable y del núcleo. Sin embargo, para valores pequeños de D_{FF} , el peso de este término cobra mayor importancia, e incluso es el término principal cuando la longitud de las espiras es mayor que la de las secciones de cable en el interior del núcleo, independientemente de los valores de N o C_t .
- El conjunto de los términos L_{core} , L_{spiral} y $L_{w,self}$ representa al menos al 80 % del valor total de inductancia.
- El peso de $L_{w,mutual}$ es muy dependiente de los valores de N y C_t , por lo que, aunque en la mayoría de los casos el error cometido al omitirla es menor al 10 %, en algunos escenarios llega a suponer el 20 % del valor total.
- Una vez que el dispositivo tiene una forma elongada ($D_{FF} > 5$), que es el caso habitual [17], el impacto de todos los términos de inductancia permanece prácticamente constante.

El análisis de esta distribución de los términos de inductancia es clave para el desarrollo de los procedimientos de diseño que se propondrán más adelante.

2.4. Modelo de pérdidas

Al igual que la inductancia, las pérdidas totales pueden también dividirse en cuatro componentes separadas, según se describe en [17]. De estas cuatro componentes, dos se refieren a las pérdidas en el núcleo y las otras dos, a las pérdidas en los conductores:

- Pérdidas en el núcleo por histéresis, $P_{c,hyst}$, generadas por la alineación de los dominios magnéticos dentro del material:

$$P_{c,hyst} = K_{hyst} \cdot f_{sw} \cdot \left(\frac{\Delta B_{pp}}{2} \right)^\beta \cdot C_{vol} \quad (24)$$

donde K_{hyst} y β son parámetros propios del material magnético y ΔB_{pp} la densidad de flujo magnético pico-a-pico, que puede calcularse como:

$$\Delta B_{pp} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot I_{pk}}{C_w + D_h} \quad (25)$$

y el volumen total de material del núcleo magnético, C_{vol} , como:

$$C_{vol} = 2 \cdot (C_t \cdot C_l \cdot l_{mag}) \quad (26)$$

- Pérdidas en el núcleo por corrientes eddy, $P_{c,eddy}$, debidas a los lazos de corriente que aparecen en el material, generados por el campo magnético variable que lo atraviesa:

$$P_{c,eddy} = 2 \frac{\rho_c (C_w + D_h) C_l}{C_t} \sum_{k=1}^{k_{max}} v_k \frac{\sinh(v_k - \sin(v_k))}{\cosh(v_k + \cos(v_k))} H_k^2 \quad (27)$$

donde la profundidad pelicular del material, δ_c , se define como:

$$\delta_c = \sqrt{\frac{\rho_c}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \pi \cdot k \cdot f_{sw}}} \quad (28)$$

con un factor de profundidad v_k , calculado según (29):

$$v_k = \frac{C_t}{\delta_c} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (29)$$

y un campo magnético de pico, en el armónico k , H_k :

$$H_k = \frac{N \cdot I_{k,peak}}{2 \cdot (C_w + D_h)} \quad (30)$$

- Pérdidas en los conductores debidas a la corriente DC, $P_{w,DC}$:

$$P_{w,DC} = I_{DC}^2 \cdot R_{DC} \quad (31)$$

La resistencia en DC de los conductores, R_{DC} , puede calcularse usando (32).

$$R_{DC} = \rho_{cu} \frac{l_{cu}}{W_w \cdot W_t} \quad (32)$$

donde la longitud total de conductor, l_{cu} , se aproxima asumiendo que las semiespiras exteriores al núcleo tienen forma de semicircunferencia:

$$l_{cu} = N (2C_l + \pi (C_s + C_w)) \quad (33)$$

- Pérdidas en los conductores debidas a la corriente AC, $P_{w,AC}$.

Para este término se valoran cuatro aproximaciones distintas, con diferentes grados de complejidad:

1. Aproximación basada en el efecto pelicular ($P_{w,AC,Skin}$): la primera aproximación consiste en tener únicamente en cuenta la profundidad pelicular del material conductor y, usando dicho parámetro, calcular el valor de su resistencia equivalente para cada armónico de corriente, $R_{AC,k}$:

$$P_{w,AC,Skin} = \sum_{k=1}^k R_{AC,k,Skin} \cdot I_{k,RMS}^2 \quad (34)$$

$$R_{AC,k,Skin} = \begin{cases} R_{DC}, & \text{si } W_w \leq 2 \cdot \delta_{cu} \\ R_{DC} \cdot \frac{W_w}{2 \cdot \delta_{cu}}, & \text{si } W_w > 2 \cdot \delta_{cu} \end{cases} \quad (35)$$

donde la profundidad pelicular del cobre, del que están compuestos los conductores, puede calcularse como:

$$\delta_{cu} = \sqrt{\frac{\rho_{cu}}{\mu_0 \cdot \pi \cdot k \cdot f}} \quad (36)$$

2. Aproximación basada en el método de Dowell de una dimensión ($P_{w,AC,D1D}$): las pérdidas debidas a la corriente alterna en el conductor ($P_{w,AC}$) suelen tener un peso pequeño en las pérdidas totales, y el efecto proximidad tiene un bajo impacto a frecuencias medias (decenas de MHz) debido a la distancia entre conductores [52]. Por tanto, una segunda aproximación, descrita en [27], para el cálculo de $P_{w,AC}$ es:

$$P_{w,AC,D1D} = \sum_{k=1}^k R_{AC,k,D1D} \cdot I_{k,RMS}^2 \quad (37)$$

$$R_{AC,k,D1D} = F_k \cdot R_{DC} \quad (38)$$

donde

$$F_k = \theta_k \left[\frac{\sinh(2\theta_k) + \sin(2\theta_k)}{\cosh(2\theta_k) - \cos(2\theta_k)} - \frac{1}{2} \frac{\sinh(\theta_k) - \sin(\theta_k)}{\cosh(\theta_k) + \cos(\theta_k)} \right] \quad (39)$$

$$\theta_k = \frac{W_t}{\delta_{cu}} \quad (40)$$

3. Aproximación basada en el estudio del campo magnético en los límites del conductor ($P_{w,AC,Sull}$): en esta aproximación, propuesta en en [18], se omite el cálculo de la resistencia AC. En su lugar, se estiman la distribución de corriente y, por tanto, las pérdidas, a partir de la distribución del campo magnético en las cuatro caras del conductor:

$$P_{w,AC,Sull} = R_{DC} \zeta W_t^2 [(H_1^2 + H_3^2) \cdot G_1(\zeta) - 4H_1H_3 \cdot G_2(\zeta)] \quad (41)$$

donde G_1 se define como:

$$G_1(\zeta) = \frac{\sinh(2\zeta) + \sin(2\zeta)}{\cosh(2\zeta) - \cos(2\zeta)} \quad (42)$$

y G_2 :

$$G_2(\zeta) = \frac{\sinh(\zeta) \cos(\zeta) + \cosh(\zeta) \sin(\zeta)}{\cosh(2\zeta) - \cos(2\zeta)} \quad (43)$$

en las ecuaciones anteriores, ζ es la relación entre el ancho del conductor y su profundidad pelicular:

$$\zeta = \frac{W_w}{\delta_{cu}} \quad (44)$$

4. Aproximación basada en el estudio del campo magnético en el interior del conductor ($P_{w,AC,Wang}$): una última aproximación, también basada en el cálculo de las pérdidas a partir del campo magnético, pero en este caso analizando la distribución de H en el interior de cada conductor, se presenta en [53].

$$P_{w,AC,Wang} = \frac{1}{2\sigma_{cu}} \int \int (J_x + J_y + J_{DC}) dx dy \quad (45)$$

donde J_{DC} es la densidad de corriente DC en el conductor:

$$J_{DC} = \frac{I_{DC}}{W_w \cdot W_t} \quad (46)$$

J_x y J_y corresponden a la distribución de densidad de corriente en el eje horizontal y vertical del conductor, respectivamente:

$$J_x = \beta_x^2 + P_x \cdot \cosh(\alpha \cdot x) + Q_x \cdot \sinh(\alpha \cdot x) - J_{DC} \quad (47)$$

$$J_y = \beta_y^2 + P_y \cdot \cosh(\alpha \cdot y) + Q_y \cdot \sinh(\alpha \cdot y) - J_{DC} \quad (48)$$

y el resto de los parámetros necesarios para el cálculo se definen según las ecuaciones (49) a (55).

$$\alpha = \sqrt{\frac{j \cdot \omega \cdot \mu_0}{\rho_{cu}}} \quad (49)$$

$$\beta_x = \sqrt{\frac{(H_{x(0)} - H_{x(W_t)})}{W_t}} \quad (50)$$

$$\beta_y = \sqrt{\frac{(H_{y(0)} - H_{y(W_w)})}{W_w}} \quad (51)$$

$$P_x = \alpha \cdot \frac{H_{y(0)} + I_{RMS}/W_t - W_w \cdot \beta_x^2 - H_{y(0)} \cdot \cosh(\alpha W_w)}{\sinh(\alpha W_w)} \quad (52)$$

$$P_y = \alpha \cdot \frac{H_{x(0)} + I_{RMS}/W_w - W_t \cdot \beta_y^2 - H_{x(0)} \cdot \cosh(\alpha W_t)}{\sinh(\alpha W_t)} \quad (53)$$

$$Q_x = \alpha \cdot H_{y(0)} \quad (54)$$

$$Q_y = \alpha \cdot H_{x(0)} \quad (55)$$

En todas las ecuaciones presentadas, el subíndice k representa el orden del armónico de la onda.

Comparativa de modelos para $P_{w,AC}$

En la literatura es muy difícil encontrar los límites en los que puede aplicarse cada uno de los modelos presentados, ni la precisión que aporta cada uno en el cálculo. Por lo tanto, para poder analizar cuál de ellos es más preciso en el cálculo de $P_{w,AC}$, se ha realizado el estudio para la tecnología de fabricación disponible, resumida en la Tabla 2. Para dichas especificaciones se han simulado, mediante una herramienta de elementos finitos (Ansys Maxwell), 8 posibles soluciones de diseño. Estos diseños, cuyos parámetros principales se muestran en la Tabla 3, se han elegido para barrer, de manera representativa, todas las combinaciones de parámetros geométricos que permiten generar la misma inductancia ($L_s = 40$ nH) y poder extraer conclusiones aplicables a un diseño genérico.

Tabla 3: Especificaciones de diseño para la comparativa entre modelos de $P_{w,AC}$

Diseño	N	D_{FF}	C_t
Diseño 1	2	2,4605	6,2500 μm
Diseño 2	2	3,2661	3,6702 μm
Diseño 3	2	4,3492	2,1646 μm
Diseño 4	2	5,4322	1,4146 μm
Diseño 5	5	1,1267	6,2500 μm
Diseño 6	5	1,3113	2,7763 μm
Diseño 7	5	1,6103	1,1974 μm
Diseño 8	5	2,0025	0,4813 μm

En la Figura 28 (a) se muestra la comparativa para los diseños con $N = 2$ (Diseños 1 a 4, mostrados de izquierda a derecha para valores de D_{FF} creciente) y, en la Figura 28 (b), los diseños para $N = 5$ (Diseños 5 a 8, mostrados de izquierda a derecha para valores de D_{FF} creciente). Los valores obtenidos mediante simulaciones de elementos finitos de los parámetros descritos en las tablas 2 y 3 se muestran como rombos amarillos, superpuestos a los valores de $P_{w,AC}$ calculados utilizando los cuatro modelos presentados.

Figura 28: Estimaciones de $P_{w,AC}$ según los cuatro modelos considerados y mediante simulación

Como se puede comprobar por los resultados mostrados, el modelo basado únicamente en el cálculo del efecto pelicular produce unos resultados muy superiores a los aportados por las simulaciones de elementos finitos, tanto para un valor pequeño de N como para uno alto, por lo que su uso se descarta para los dispositivos estudiados. El modelo basado en el estudio del campo magnético en los límites del conductor ($P_{w,AC,Sull}$) presenta unos buenos resultados cuando el número de vueltas es bajo pero, produce unos resultados incluso peores que la aproximación del efecto pelicular si el número de vueltas crece. El modelo en el que se estudia el campo magnético en el interior del conductor ($P_{w,AC,Wang}$), pese a ser más preciso que los dos anteriores, infraestima las pérdidas para valores de N altos, por lo que su uso tampoco se considera apropiado. Por último, el modelo basado en las ecuaciones de Dowell para una única dimensión presenta los resultados más precisos (para unos dispositivos con las especificaciones de partida propuestas) por lo que, para los microinductores considerados en este estudio, se considera el más conveniente.

2.4.1. Distribución de los términos de pérdidas

En adelante, el término de pérdidas AC en los conductores se calculará usando el modelo de Dowell de una dimensión, por ser el que aporta una mayor precisión ($P_{w,AC} = P_{w,AC,D1D}$). Por lo tanto, las pérdidas totales en el conductor se definen como:

$$P_w = P_{w,DC} + P_{w,AC} \quad (56)$$

Las pérdidas en el núcleo, también formadas por dos términos, se calculan como:

$$P_c = P_{c,hyst} + P_{c,eddy} \quad (57)$$

Las pérdidas totales P son la suma de los cuatro términos presentados:

$$P = P_{w,DC} + P_{w,AC} + P_{c,hyst} + P_{c,eddy} \quad (58)$$

Para analizar el impacto de cada uno de los términos de pérdidas en un diseño real, se ha simulado una parte representativa de las soluciones posibles para las especificaciones de la Tabla 2. La Figura 29 muestra la contribución de cada término P_i , normalizada frente a las pérdidas totales P , para dos números de vueltas (un número relativamente bajo, $N = 2$, y uno relativamente alto, $N = 5$). En las figuras también se muestra, en línea discontinua y con la escala en el eje vertical derecho, el valor que debe tomar C_t para conseguir la inductancia buscada ($L_s = 40$ nH).

Para un valor pequeño de N (Figura 29 (a)), $P_{c,eddy}$ domina para D_{FF} bajos, dado que el dispositivo tiene pistas muy cortas y la mayor parte de la inductancia proviene de la presencia del núcleo, que necesita tener más volumen, lo que incrementa sus pérdidas. Por otro lado, $P_{w,DC}$ domina para valores de D_{FF} altos (dispositivos elongados), para los que las pistas son mucho más largas y aportan una parte mayor de la inductancia, reduciendo la necesidad de material magnético pero incrementando las pérdidas en los conductores.

Figura 29: Distribución de los términos de pérdidas para N constante

Para un valor más alto de N (Figura 29 (b)), la longitud de conductor es tan grande que las pérdidas en DC del mismo son el término dominante incluso para valores bajos de D_{FF} , suponiendo siempre más de la mitad del total de pérdidas y llegando a ser casi el 90 %. Las pérdidas en el núcleo ($P_{c,eddy}$ y $P_{c,hyst}$) solo son representativas para valores muy pequeños de D_{FF} , puesto que aún se necesita un valor alto de C_t para conseguir la inductancia necesaria, pero decrecen rápidamente al aumentar el factor de forma.

Aunque $P_{w,AC}$ y $P_{c,hyst}$ normalmente representan una parte pequeña de las pérdidas totales, no hay ningún término que sea el más o el menos relevante para todos los valores de D_{FF} , por lo que cada elemento de pérdidas debe tomarse en consideración en el diseño.

2.4.2. Cálculo de la resistencia serie equivalente

Una vez conocidos los valores de inductancia y de pérdidas, puede obtenerse un primer modelo circuital de la bobina, que consiste en una impedancia formada por dos términos: una inductancia L , y una resistencia serie equivalente, denominada R_L en este estudio, en la que se aúnan todas las componentes de pérdidas del dispositivo. Dicho modelo circuital se muestra en la Figura 30.

Figura 30: Modelo equivalente de inductancia y pérdidas

Las pérdidas producidas en la bobina, tanto en los conductores como en el núcleo, proceden de efectos muy diferentes, pero en el modelo todas se aúnan en una misma resistencia, en la que únicamente está presente el efecto Joule debido a la corriente que la atraviesa. Por tanto, es necesario calcular el valor de dicha resistencia para que la corriente del inductor produzca en ella unas pérdidas iguales a las calculadas para todo el dispositivo.

El valor la resistencia R_L , en la que se generan unas pérdidas P al circular una corriente eficaz I_{RMS} , puede calcularse como:

$$R_L = \frac{P}{I_{RMS}^2} \quad (59)$$

Es necesario mencionar que, dado que las pérdidas generadas en el dispositivo no tienen un comportamiento lineal con la corriente (ni en amplitud ni en frecuencia), el valor de la resistencia equivalente debe calcularse para unas condiciones determinadas, y modificarse si estas se modifican.

2.5. Modelo de capacidades

Dado que este tipo de inductores se utilizan en convertidores de alta frecuencia (superior a 10 MHz), el efecto de los elementos parásitos cobra una gran importancia en el funcionamiento del circuito [7]. Por ello, es necesario añadir a los modelos presentados un último parámetro: la capacidad parásita equivalente que presenta el inductor.

Esta capacidad parásita se debe a la presencia de elementos conductores (cables y núcleo), separados entre sí por elementos aislantes. A la hora de analizar la impedancia del inductor, dicha capacidad puede modelarse en paralelo al conjunto formado por la inductancia y la resistencia equivalente (en la que se aúnan todos los efectos de pérdidas), tal como se muestra en la Figura 31.

Figura 31: Circuito de la bobina con capacidad parásita

2.5.1. Modelo propuesto por Harburg

El modelo de capacidad equivalente para microinductores tipo *racetrack* fue propuesto originalmente por Daniel V. Harburg et al. en [7]. En dicho modelo se estudian por separado las múltiples capacidades parásitas presentes en el dispositivo y, a partir de ellas, se calcula una única capacidad equivalente total C_{eff} , en la que se aúnan todos los efectos.

Para el cálculo de dicha capacidad equivalente, se tienen en cuenta no solo las diferentes capacidades distribuidas, sino también la tensión a la que está expuesta cada una de ellas, como se muestra en la Figura 32.

El cálculo de la capacidad equivalente propuesto por Harburg ($C_{eff,Hb}$) se divide, por tanto, en dos partes: cálculo de las capacidades parásitas distribuidas y cálculo de la energía almacenada en cada una de ellas.

1. Cálculo de las capacidades parásitas distribuidas. Compuestas por capacidades conductor a núcleo (C_{wc}) y capacidades conductor a conductor (C_{ww}).
 - Capacidad conductor-núcleo, asumiendo que el espesor de aislante superior y el inferior (t_i y b_i respectivamente) son iguales, la capacidad formada entre cada sección de conductor y el núcleo puede calcularse mediante (60).

$$C_{wc} = \frac{W_w \cdot C_l \cdot \epsilon_0 \epsilon_i}{t_i} \quad (60)$$

Figura 32: Modelo de capacidad equivalente propuesto por Harburg [7]

- Capacidad conductor-conductor. La capacidad formada entre dos vueltas adyacentes de conductor puede calcularse como:

$$C_{ww} = \frac{W_t \cdot l_{cu} \cdot \epsilon_0 \epsilon_i}{W_s} \quad (61)$$

2. Cálculo de la energía almacenada en cada capacidad distribuida. La energía almacenada en un condensador depende tanto de su capacidad (C) como de la tensión que soporta (V), según define (62).

$$E_C = \frac{1}{2} C V^2 \quad (62)$$

A partir de la expresión (62) y de la distribución de tensiones en las vueltas de conductor puede calcularse la energía almacenada en las diferentes capacidades:

- Energía almacenada en las capacidades conductor-núcleo (C_{wc}):

$$E_{wc} = 2C_{wc} \sum_{k=0,25 \pm 0,5}^{N-0,25} (\Psi k)^2 \quad (63)$$

- Energía almacenada en las capacidades conductor-conductor (C_{ww}):

$$E_{ww} = \frac{1}{2} C_{ww} \Psi^2 (N - 1) \quad (64)$$

Dónde Ψ es la caída de tensión entre vueltas adyacentes de conductor, calculada como la tensión total que soporta el inductor, V_L , partida por el número de vueltas:

$$\Psi = \frac{V_L}{N} \quad (65)$$

Conocidas las diferentes capacidades y la energía almacenada en cada una de ellas, la capacidad equivalente obtenida mediante el método propuesto por Harburg, $C_{eff,Hb}$, puede calcularse como:

$$C_{eff,Hb} = 2 \frac{E_{wc} + E_{ww}}{(\Psi N)^2} \quad (66)$$

2.5.2. Modelo ampliado

Aunque el modelo presentado en [7] supone una buena aproximación para el cálculo de la capacidad equivalente del dispositivo, presenta tres inconvenientes:

1. En primer lugar, el espesor de aislante se supone constante, e igual en la parte superior e inferior de los conductores ($ti = bi$). Aunque esta es una aproximación correcta en muchos casos, puede producir errores grandes cuando el espesor de los dos aislantes es muy diferente. Esta situación puede darse bien debido al proceso de fabricación, o bien porque se desee un diseño asimétrico, por ejemplo, al diseñar bobinas acopladas con dos devanados dentro del mismo núcleo.
2. En segundo lugar, en el cálculo de la capacidad conductor-núcleo (C_{wc}) solo se tienen en cuenta las capacidades entre los conductores y las partes superior e inferior del núcleo, mientras que la capacidad entre el conductor y los laterales del núcleo se considera despreciable. Esta aproximación deja de ser válida en los casos en que los conductores son relativamente altos (W_t similar a W_w) o la distancia lateral entre conductor y núcleo es pequeña (C_{ws} similar a ti o bi)
3. Por último, para el cálculo de la capacidad se necesita el valor de la tensión entre cada vuelta de conductor, Ψ . Esta tensión puede cambiar de un punto de trabajo a otro o puede no ser conocida durante el diseño.

Para paliar dichos inconvenientes, se propone una modificación del modelo propuesto por Harburg. El modelo de capacidades ampliado se muestra en la Figura 33.

Figura 33: Modelo de capacidad equivalente ampliado

Esta ampliación del modelo permite corregir los tres puntos presentados:

Aislantes de diferente espesor

En primer lugar, se propone dividir el cálculo de la capacidad conductor-núcleo C_{wc} en dos: capacidad conductor-núcleo superior $C_{wc,t}$ y capacidad conductor-núcleo inferior $C_{wc,b}$, que pueden calcularse mediante las expresiones (67) y (68).

$$C_{wc,t} = \frac{W_w \cdot C_l \cdot \epsilon_0 \epsilon_i}{ti} \quad (67)$$

$$C_{wc,b} = \frac{W_w \cdot C_l \cdot \epsilon_0 \epsilon_i}{bi} \quad (68)$$

Con lo que el cálculo de la energía almacenada en las capacidades conductor-núcleo superior e inferior, teniendo en cuenta la distribución de tensiones en el dispositivo, se convierte en:

$$E_{wc,tb} = (C_{wc,t} + C_{wc,b}) \sum_{k=0,25 \pm 0,5}^{N-0,25} (\Psi_k)^2 \quad (69)$$

Capacidad lateral equivalente

Para incrementar aún más la precisión del modelo, se propone el cálculo de la capacidad equivalente entre el conductor y el lateral del núcleo. En este análisis, a diferencia del esquema descrito en la Figura 32, los muros laterales del núcleo se toman como verticales (en caso de que dichos muros fueran inclinados, la distancia núcleo-conductor lateral C_{ws} puede tomarse como el valor medio de dicha distancia).

$$C_{wc,l} = \frac{W_t \cdot C_l \cdot \epsilon_0 \epsilon_i}{C_{ws}} \quad (70)$$

Solo la primera y la última vuelta tienen núcleo magnético a su lado, por lo que únicamente esas dos vueltas almacenan energía en las capacidades laterales. Dichas energías, asumiendo que tanto el núcleo como la primera vuelta de conductor están conectados al mismo punto de referencia, se calculan según (71) y (72)

$$E_{wc,l_1} = \frac{1}{2} C_{wc,l} (0,5 \Psi)^2 \quad (71)$$

$$E_{wc,l_N} = \frac{1}{2} C_{wc,l} ((N - 0,5) \Psi)^2 \quad (72)$$

La energía total almacenada en las capacidades laterales es, por tanto:

$$E_{wc,l} = E_{wc,l_1} + E_{wc,l_N} = \frac{1}{2} C_{wc,l} \Psi^2 (N^2 - N + 0,5) \quad (73)$$

Eliminación de la tensión en el cálculo

Por último, se propone eliminar la necesidad del uso de la caída de tensión entre conductores (Ψ) en el cálculo, sustituyendo el cálculo de la energía equivalente por la energía partida por la tensión entre vueltas de conductor al cuadrado:

$$C' = \frac{E}{\Psi^2} \quad (74)$$

De este modo, cada una de las energías calculadas anteriormente puede sustituirse por su equivalente, según se muestra en la Tabla 4:

Tabla 4: Ecuaciones equivalentes para el cálculo de las capacidades

Ecuación en energía	Ecuación en energía por voltios cuadrado
(69)	$C'_{wc,tb} = (C_{wc,t} + C_{wc,b}) \sum_{k=0,25 \pm 0,5}^{N-0,25} (k)^2 \quad (75)$
(64)	$C'_{ww} = \frac{1}{2} C_{ww} (N - 1) \quad (76)$
(73)	$C'_{wc,l} = \frac{1}{2} C_{wc,l} (N^2 - N + 0,5) \quad (77)$

La capacidad equivalente C_{eff} puede ahora ser calculada, sin necesidad de conocer la tensión y teniendo en cuenta las capacidades laterales y las diferencias de espesor entre el aislante superior y el inferior:

$$C_{eff} = 2 \frac{C'_{wc,tb} + C'_{wc,l} + C'_{ww}}{N^2} \quad (78)$$

2.5.3. Frecuencia de autoresonancia

Una vez conocidas la inductancia L y la capacidad equivalente C_{eff} , la frecuencia de autoresonancia del inductor, $f_{SelfRes}$, puede calcularse usando (79).

$$f_{SelfRes} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C_{eff}}} \quad (79)$$

Para que el inductor se comporte de la forma esperada en el circuito es necesario que la frecuencia de autoresonancia ($f_{SelfRes}$) sea mucho mayor que la de funcionamiento. Por esta razón, este parámetro es clave en el análisis de inductores pensados para trabajar a muy alta frecuencia.

2.5.4. Validación del modelo de capacidades propuesto

Una vez definidos ambos modelos ($C_{eff,Hb}$ y C_{eff}), es necesario conocer el incremento en la precisión que supone la mejora propuesta. Para ello, los valores de capacidad calculados mediante los dos modelos se comparan con los valores obtenidos mediante un análisis de elementos finitos (C_{sim}).

Para este estudio se han utilizado las especificaciones mostradas en la Tabla 2, con una modificación: tanto el espesor de conductor (W_t) como la distancia entre núcleo (C_s) se han fijado a 50 μm , para poder realizar un análisis en el que todas las capacidades parásitas tengan un efecto apreciable. Ya que $C_{wc,l}$ (70) es el único de los términos de capacidad que se ve afectado por la distancia conductor-núcleo (C_{ws}) y es inversamente proporcional a ella, el análisis se realiza en función de los valores de dicha distancia.

Los resultados de esta comparativa se muestran en la Figura 34. En azul se muestran los resultados obtenidos mediante el modelo presentado en [7] ($C_{eff,Hb}$), en naranja los obtenidos mediante la ampliación propuesta en este capítulo (C_{eff}) y, en verde, los resultados obtenidos mediante la simulación de elementos finitos (C_{sim}).

Figura 34: Capacidad parásita calculada mediante diferentes aproximaciones

Como se puede comprobar en la figura, el modelo propuesto supone un gran aumento en la precisión de los cálculos. Dado que las capacidades calculadas mediante ambos modelos (C_{eff} y $C_{eff,Hb}$) se diferencian en la inclusión o no de la capacidad entre los conductores y el lateral del núcleo ($C_{wc,l}$), este incremento en la precisión es más acusado cuanto mayor es el impacto de dicha capacidad en relación al resto de términos.

La diferencia porcentual entre los modelos considerados y los resultados de la simulación de elementos finitos se muestra en la Figura 35.

Figura 35: Diferencia entre los modelos de capacidad parásita y los resultados de simulación

Como ya se ha definido, la capacidad lateral ($C_{wc,l}$) es el único términos de capacidad en el que está presente la distancia conductor-núcleo (C_{ws}). Por este motivo, el modelo propuesto es especialmente ventajoso cuando dicha distancia es pequeña, donde el modelo descrito en [7] ($C_{eff,Hb}$) presenta errores de hasta el 50%, como se ha muestra en la Figura 35.

2.6. Restricciones de diseño

Además de las ecuaciones que modelan el comportamiento del dispositivo, hay ciertas limitaciones que se imponen en su diseño, que permiten asegurar su correcto funcionamiento.

- El mínimo ancho de conductor se establece para que el incremento de temperatura del dispositivo no supere el valor máximo impuesto por diseño [17]. Dicho ancho mínimo se calcula mediante la expresión (80).

$$W_{w,min} = \frac{\left(\frac{I_{RMS}}{k_w \cdot \Delta T^{abw}}\right)^{1/c_w}}{W_t} \cdot \left(25,4 \cdot 10^{-6}\right)^2 \quad (80)$$

donde k_w , b_w y c_w son parámetros propios del material conductor.

- La máxima corriente que soporta el dispositivo sin saturar el núcleo magnético, I_{sat} , puede calcularse como:

$$I_{sat} = B_{sat} \frac{2(C_w + 2C_t + W_t + bi + ti)}{\mu_0 \mu_r N} \quad (81)$$

- Dependiendo del material del núcleo magnético empleado, puede ser necesario mantener la relación de aspecto del núcleo entre unos límites máximo y mínimo [17]:

$$A_{r,min} \leq A_r \leq A_{r,max} \quad (82)$$

- Dependiendo de la tecnología de fabricación empleada, puede ser necesario restringir la geometría del conductor, asegurando este siempre sea más ancho que alto en una proporción determinada.

$$\frac{W_w}{W_t} \geq \frac{W_w}{W_t} \Big|_{min} \quad (83)$$

2.7. Validación de los modelos

Pese a que los modelos descritos son aceptados por la comunidad científica, se considera de interés presentar una validación de los mismos, ya que son el punto de partida de esta tesis.

Para asegurar la precisión de las ecuaciones presentadas, se comparan los resultados analíticos con los valores obtenidos de dos fuentes diferentes: simulación de elementos finitos y medidas experimentales publicadas por autores independientes.

- La validación por simulación de elementos finitos se ha realizado sobre modelos 3D usando el software Ansys Maxwell. Para poder validar no solo los diseños mostrados a continuación, sino también todos lo que se van a realizar posteriormente, se desarrolló una herramienta que permite generar automáticamente el modelo 3D del componente diseñado, simular el dispositivo con la precisión deseada y extraer los resultados de la simulación.
- Para la validación frente a medidas experimentales, dado que no se pueden fabricar dispositivos antes de dicha validación, los datos se han obtenido de artículos ya publicados por otros autores.

Para la validación se han seleccionado los diseños ya publicados de los que se ha conseguido obtener mayor información, tanto de los parámetros geométricos, necesarios para aplicar las ecuaciones y generar el modelo 3D, como de los resultados de inductancia y pérdidas, necesarios para validar la distribución de sus términos. Las medidas experimentales se han obtenido de [43], [17] y [25] y los valores principales se muestran en la Tabla 5. Junto a ellos se muestran los resultados de resolver las ecuaciones para cada geometría y los valores obtenidos de la simulación del modelo 3D en elementos finitos.

Tabla 5: Comparativa entre resultados analíticos, simulación FEA y medidas publicadas

	L	P	$P_{w,DC}$	$P_{w,AC}$	$P_{c,eddy}$	$P_{c,hyst}$
Publicado [43]	440 nH	39,8 mW	31,25 mW	—	—	—
Calculado	437 nH	41 mW	34 mW	1,5 mW	2,1 mW	3,4 mW
Simulado	436 nH	42 mW	34 mW	1,3 mW	3 mW	3,4 mW
Publicado [17]	69 nH	195 mW	114* mW	—	—	—
Calculado	70 nH	196 mW	99 mW	17 mW	41 mW	38 mW
Simulado	67 nH	207 mW	95 mW	25 mW	49 mW	38 mW
Publicado [25]	160 nH	—	0,94 mW	—	—	—
Calculado	157 nH	3,2 mW	0,87 mW	0,38 mW	0,7 mW	1,2 mW
Simulado	158 nH	3,2 mW	0,82 mW	0,37 mW	0,84 mW	1,2 mW

* En [17] se reconoce que las pérdidas en DC son mayores de las esperadas, debido a defectos durante la fabricación, por lo que es esperable que haya una discrepancia entre

los datos geométricos proporcionados por los autores (utilizados en los cálculos y las simulaciones) y los del componente real.

Dada la dificultad para encontrar información detallada sobre los dispositivos publicados, algunos datos se han dejado sin valor en la tabla. Por la misma razón, se considera de especial relevancia la comparativa con simulaciones de elementos finitos, pues son el único método que permite asegurar que las ecuaciones analíticas se están resolviendo para la geometría exacta con la que se está comparando.

La comparación gráfica de los resultados mostrados en la tabla en términos de inductancia se muestra en la Figura 36. En la figura, los valores obtenidos mediante la resolución de las ecuaciones analíticas (“Calculado”) y los obtenidos mediante simulaciones de elementos finitos (“Simulado”) se presentan normalizados frente a los valores extraídos de los artículos (“Publicado”).

Figura 36: Valores de inductancia normalizados. Comparativa entre datos publicados, calculados y simulados

De la misma manera, la distribución de pérdidas se muestra en la Figura 37. En Esta figura el valor de pérdidas obtenido en la última comparativa, se ha normalizado frente al valor de simulación, dado que en el artículo no se aportan datos sobre las pérdidas totales.

Como se puede comprobar, las diferencias entre los datos obtenidos aplicando las ecuaciones analíticas y los obtenidos mediante simulaciones de elementos finitos son muy pequeñas. En la comparativa con medidas experimentales, si bien el error es mayor en algunos términos, puede deberse a que no se han conseguido los parámetros necesarios para reproducir exactamente el dispositivo medido, pues se considera que, de haberse hecho con precisión, al menos los resultados de elementos finitos reproducirían fielmente la medida.

Figura 37: Valores de pérdidas normalizados. Comparativa entre datos publicados, calculados y simulados

Dada la pequeña diferencia entre las medidas experimentales, la simulación de elementos finitos y los resultados analíticos (discrepancia menor al 3 % en el valor de inductancia y menor al 7 % en el de pérdidas), las ecuaciones se consideran validadas, y pueden por tanto usarse para realizar un diseño completo.

2.8. Conclusiones

En este capítulo se han validado los modelos que se van a utilizar posteriormente en el diseño y análisis de los componentes magnéticos. Dicha validación se ha realizado tanto frente a simulaciones de elementos finitos como frente a medidas experimentales, publicadas por autores independientes, con muy buenos resultados.

Gracias a la precisión de los modelos utilizados, se ha podido realizar el análisis de la distribución de los términos fundamentales en el diseño de microinductores: inductancia y pérdidas. Esto permite valorar de manera objetiva las decisiones tomadas en el diseño y estudiar el componente de manera muy detallada, tal como se requiere para la optimización de los procedimientos de diseño.

Además del estudio de las distribuciones de términos, las aportaciones originales de este capítulo se centran en dos partes del modelo: por un lado, se ha estudiado la mejor aproximación, dentro de las múltiples presentes en la literatura, para el cálculo de las pérdidas en el conductor; por otro, el modelo de capacidad parásita se ha mejorado, permitiendo un cálculo más preciso de la misma.

Capítulo 3

Diseño del microinductor

Hemos amado con demasiado fervor las estrellas como para temer la noche.

Carl Sagan

3.1. Introducción

Validados ya los modelos de inductancia, pérdidas y capacidad, se hace patente una de las grandes dificultades en el diseño de este tipo de microinductores: el enorme número de variables de diseño hace muy complejo encontrar el dispositivo óptimo para cada aplicación específica.

Como se mostró en la sección anterior (ecuaciones 15 a 79), los principales parámetros eléctricos de interés (inductancia L , pérdidas P y frecuencia de auto resonancia $f_{SelfRes}$) dependen de un número muy alto de parámetros geométricos, haciendo que el número de posibles diseños para una especificación determinada crezca exponencialmente. Por tanto, tradicionalmente se ha evitado el diseño directo del dispositivo óptimo, y se ha optado por la utilización de herramientas capaces de automatizar el proceso a partir de una aproximación iterativa. En este capítulo, primero se plantea un procedimiento de diseño basado en esta aproximación. A continuación, y como aportación original de este trabajo de tesis, se propone un procedimiento de diseño basado en modelos simplificados.

3.2. Aproximación numérica

Dado que el único impedimento para la realización manual del diseño es la enorme cantidad de cálculos presentes, la primera aproximación al problema consiste en la automatización de dichos cálculos por medio de un software dedicado. Una vez que se ha automatizado el cálculo, las ecuaciones se pueden resolver para cualquier geometría y, siguiendo un procedimiento de diseño iterativo se puede encontrar el dispositivo óptimo [42, 54].

En esta aproximación, el diseño óptimo se consigue a través de la comparación de los resultados de cada una de todas las posibles combinaciones de los parámetros geométricos mostrados en la Figura 17. Tras la realización de los cálculos, el dispositivo óptimo será aquel que presente mejores resultados según el criterio de optimización utilizado.

3.2.1. Procedimiento de diseño

El componente se diseña para un sistema PwrSoC, en el que la bobina se va a colocar sobre el circuito integrado. Por ello, el área total de la bobina está limitada por el área total usada para los condensadores, semiconductores y circuito de control [22].

Como ya se ha comentado, para un área dada, multitud de diseños pueden conseguir la inductancia deseada. Estos diseños se diferencian en su geometría (Figura 17): relación de aspecto (A_r , definida como la relación entre el largo y el ancho del núcleo C_l/C_w), espesor de núcleo (C_t), altura de cobre (W_t), número de vueltas (N), etc. Sin embargo, a pesar de conseguir la misma inductancia, sus volúmenes, eficiencias o capacidades son muy diferentes. Por esta razón, el diseño óptimo depende de las especificaciones eléctricas del circuito en el que va a utilizarse el componente, tales como corriente eficaz, rizado de corriente, frecuencia del rizado, etc.

Los tres puntos clave a partir de los que se debe construir el procedimiento de diseño son:

- Especificaciones, en general impuestas por el resto del circuito: inductancia, corriente, frecuencia y área.
- Características de los materiales usados para el núcleo, el conductor y el aislante entre ambos: saturación, permeabilidad, conductividad, etc.
- Restricciones de diseño impuestas por el proceso de fabricación: relación de aspecto A_r máxima, espesor de núcleo C_t máximo, sección máxima del conductor, distancias entre conductores o entre núcleos, etc.

Para diseñar el dispositivo óptimo, cumpliendo con todas las especificaciones mencionadas, se propone un procedimiento de diseño cuyo diagrama de flujo se muestra en la Figura 38.

Figura 38: Diagrama de flujo del algoritmo utilizado en la aproximación numérica

Este procedimiento, consta de las siguientes etapas:

1. Primero se definen los parámetros del circuito y se establecen las restricciones de fabricación. En este paso, muchos de los parámetros geométricos mostrados en la Figura 17 se fijan a los mínimos valores permitidos por el proceso de fabricación: C_{ws} , W_s , ti , bi , C_s . Por lo que las únicas variables de diseño restantes son N , C_t , W_t y la relación de aspecto del núcleo, A_r , que aglutina las variables geométricas restantes.
2. Para dichos parámetros, se inicia el procedimiento de cálculo con la mínima relación de aspecto del núcleo (A_r) y el mínimo espesor de núcleo (C_t) permitidos.
3. Para ellos, se considera cada uno de los posibles espesores de conductor (W_t) y se

calcula el número de vueltas que más aproxime el valor de inductancia al deseado.

4. El paso anterior se repite para cada uno de los valores posibles de C_l y, después, para cada valor de A_r .
5. Durante el procedimiento se descartan algunos diseños: aquellos en los que el núcleo se saturaría (81), aquellos en los que no se consigue un valor suficientemente próximo a la inductancia especificada, o aquellos en los que la corriente provocaría un calentamiento excesivo del inductor (80).
6. Una vez validado que el diseño es realizable, las pérdidas se calculan únicamente en los diseños válidos, para reducir la carga computacional.
7. Utilizando únicamente los diseños que, además de ser realizables, cumplen con las especificaciones propuestas, se genera el frente de Pareto.
8. Por último, se elige el dispositivo óptimo como uno de los presentes en el frente de Pareto. Dicho dispositivo óptimo puede definirse como el que tiene un mejor desempeño en una de las variables de interés (extremos del frente de Pareto) o como uno que presente un buen balance entre ellas.

Finalizado este procedimiento, se conoce no solo qué combinaciones de parámetros geométricos generarían una bobina que cumpliera con las especificaciones de diseño impuestas, sino también cuáles son todos los parámetros de interés en dichos diseños (tales como distribución de los términos de inductancia y pérdidas, capacidades, cantidad de material magnético utilizado, etc.).

Conociendo esos valores, puede elegirse el dispositivo óptimo. Aunque cada diseño puede tener objetivos muy diferentes, el dispositivo óptimo puede definirse de muy diversas maneras, siendo aquel que presente mejores resultados en cualquiera de los valores calculados o un balance entre ellos.

Dado el volumen de resultados que se manejan en este procedimiento y la cantidad de variables presentes, la elección del dispositivo óptimo se realiza reduciendo únicamente a dos las variables de interés. Una vez elegidas ambas variables, se puede encontrar un conjunto de diseños que darían un resultado óptimo, definidos como aquellos dispositivos que forman el frente de Pareto, es decir, dispositivos que cumplen que, para un valor determinado de la primera variable, no hay ninguno con un mejor valor en la segunda.

Un ejemplo del frente de Pareto que da como resultado el procedimiento de diseño, con las especificaciones mostradas en la Tabla 6, se muestra en la Figura 39. En este ejemplo se han definido como variables de interés las pérdidas, representadas en el eje horizontal, y la altura del dispositivo, mostrada en el vertical. Los puntos azules representan cada uno de los posibles diseños y, en rojo, se muestran los dispositivos óptimos, que forman el frente de Pareto. Como se comentó anteriormente, los extremos de la línea roja son los puntos óptimos en una de las dos variables de interés, mientras que los puntos intermedios representan puntos óptimos con un balance entre ambas.

3. Diseño del microinductor

Tabla 6: Parámetros para el ejemplo de diseño basado en la aproximación numérica

Parámetro	Descripción	Valor
W_s	Separación conductor-conductor	20 μm
C_{ws}	Separación núcleo-conductor	20 μm
C_s	Distancia entre núcleos	150 μm
bi	Espesor del aislante entre el cable y la parte inferior del núcleo	15 μm
ti	Espesor del aislante entre el cable y la parte superior del núcleo	15 μm
-	Ratio W_w/W_t mínimo	2,5
-	Material del núcleo	Ni ₄₅ Fe ₅₅
B_{sat}	Densidad de flujo de saturación	1,4 T
μ_0	Permeabilidad del vacío	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m
μ_r	Permeabilidad relativa del material del núcleo magnético	280
K_{hyst}	Factor K para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz	300
β	Factor β para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz	1,73
ρ_c	Resistividad del material del núcleo magnético	$0,45 \cdot 10^{-6}$ $\Omega \cdot \text{m}$
ϵ_0	Permitividad del vacío	$8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m
ϵ_i	Permitividad relativa del aislante entre conductores y núcleo	4,5
ρ_{cu}	Resistividad del cobre	$1,72 \cdot 10^{-8}$ $\Omega \cdot \text{m}$
ΔT^a	Máximo incremento de temperatura permitido en el dispositivo	80 K
k_w	Factor k para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	0.048
b_w	Factor b para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	0.44
c_w	Factor c para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	1
I_{DC}	Corriente DC	1 A
f_{sw}	Frecuencia de conmutación	25 MHz
ΔI_{pp}	Rizado de corriente (pico a pico)	0,7 A
D_{Area}	Área ocupada por el dispositivo	4 mm ²
C_t	Espesor del núcleo	0,5 – 5 μm *
W_t	Espesor de los conductores	30 – 60 μm **
A_r	Relación de aspecto del núcleo (C_t/C_w)	2 – 5 ***
L	Inductancia total	75 nH ($\pm 2\%$)

* Por restricciones debidas al proceso de fabricación, los valores de C_t se incrementan en pasos de $0,25 \mu\text{m}$.

** Por restricciones debidas al proceso de fabricación, los valores de W_t se incrementan en pasos de $0,5 \mu\text{m}$.

*** Para mantener el volumen de datos en un valor aceptable, los valores de A_r se incrementan en pasos de $0,05$.

Figura 39: Frente de Pareto del ejemplo de diseño numérico

Dado que ya se comprobó anteriormente la validez de las ecuaciones empleadas, este método de diseño permite elegir el dispositivo óptimo reduciendo enormemente el coste computacional de analizar el desempeño de cada dispositivo con una simulación de elementos finitos. Para este ejemplo, el barrido de los setenta mil diseños (a partir de los cuales se genera la Figura 39) requiere 1,2 minutos de simulación usando código Matlab en un ordenador con procesador Intel i7-4770 a 3,6 GHz, utilizando Windows 10, mientras que, para una única simulación de elementos finitos, fue necesaria una hora y 12 GB de memoria RAM. Estos datos ilustran la utilidad de esta aproximación analítica en casos en los que hay tantos grados de libertad, ya que sería impracticable llevar a cabo una simulación de elementos finitos para cada posibilidad de diseño.

Gracias a este procedimiento, se dispone de una herramienta que permite encontrar automáticamente la combinación de parámetros geométricos que generan un dispositivo óptimo, sea cual sea su definición, para unas especificaciones de entrada cualesquiera. A su vez, este procedimiento asegura el diseño de un dispositivo que, además de cumplir con las especificaciones de partida, tenga un incremento de temperatura dentro de un rango aceptable y no llegue nunca a saturarse.

Una vez desarrollada dicha herramienta, su aportación al diseño de microinductores presenta dos facetas diferenciadas:

- Desde el punto de vista del diseño, para unas especificaciones de entrada, permite diseñar el dispositivo óptimo, sea cual sea su definición.
- Desde el punto de vista del desarrollo, la herramienta permite, de una manera muy sencilla, variar las especificaciones de entrada y recalcular los diseños óptimos. De esta manera se puede analizar el efecto de cada una de ellas sobre los resultados y poder extraer conclusiones sobre qué parámetros tienen mayor peso en el diseño.

El primer punto es una conclusión directa del proceso, mientras que las ventajas y conclusiones del segundo se analizan en la siguiente sección.

3.2.2. Análisis de los resultados

En esta sección se analizan los miles de posibles diseños (generados a partir de todas las combinaciones de los parámetros geométricos) para diferentes especificaciones de partida y se extraen tendencias que aportan información sobre cuáles son los parámetros más críticos en la optimización.

El objetivo último de diseño es optimizar no sólo la bobina, sino el convertidor Pwr-SoC como conjunto. Emulando un escenario real, en las simulaciones del presente apartado, la corriente media por la bobina (I_{DC}) se mantiene constante en 1 A y tanto el rizado de corriente (ΔI_{pp}) como su frecuencia (f_{sw}) se modifican para emular distintos puntos de funcionamiento (la corriente por la bobina se asume como triangular, emulando el comportamiento en un convertidor reductor). El valor de inductancia requerido se modifica para adaptarse a cada combinación de dichos parámetros, generando las nueve especificaciones mostradas en la Tabla 7, con las propiedades del material y las restricciones de diseño recogidas en la Tabla 6.

Tabla 7: Especificaciones de inductancia y rizado de corriente usadas en la comparativa

ΔI_{pp} f_{sw}	0,7 A	1 A	2 A
10 MHz	100 nH (Diseño 1)	70 nH (Diseño 2)	35 nH (Diseño 3)
20 MHz	50 nH (Diseño 4)	35 nH (Diseño 5)	17,5 nH (Diseño 6)
40 MHz	25 nH (Diseño 7)	17,5 nH (Diseño 8)	8,75 nH (Diseño 9)

Teniendo en cuenta estas especificaciones, se ha ejecutado el algoritmo descrito en la sección 3.2.1 para obtener el diseño óptimo en cada caso, definido como aquel con menores pérdidas. Para poder generalizar aún más las conclusiones obtenidas, para cada diseño se han obtenido los dispositivos óptimos para cada área total de dispositivo, en un rango de 3,5 mm² a 7 mm², con incrementos de 0,5 mm². Los resultados de estos cálculos se muestran en la Figura 40. Para el diseño 1 (a) se han descartado los resultados con áreas de 3,5 mm² y 4 mm² debido a que no se pueden alcanzar los valores de inductancia y corriente requeridos en esas superficies.

Figura 40: Resultados de los ejemplos de diseño

En las siguientes subsecciones se analizan los efectos de variar el área total, la frecuencia y amplitud del rizado de corriente, la relación de aspecto del núcleo, la altura del dispositivo y el efecto del paralelizado de dispositivos, para poder extraer conclusiones que ayuden a optimizar diseños futuros.

Impacto del área

De todas las gráficas puede extraerse una tendencia común: a mayor área menores pérdidas. Esta conclusión valida la idea inicial de utilizar toda el área disponible, que en el caso de los microinductores puede ser el área ocupada por el resto del circuito. Como el área va a ocuparse de todas maneras, dejar área vacía siempre implicaría una bobina con mayores pérdidas y no supondría una reducción del volumen total del convertidor.

Por otra parte, un incremento de área no reduce en esa misma proporción las pérdidas. Esto se debe a que el beneficio fundamental del incremento del área es el incremento del ancho de conductor, con un impacto muy pequeño en el espesor de núcleo. El incremento del ancho de cable, para un número de vueltas constante, hace que las pérdidas en el conductor (P_w) puedan reducirse enormemente mientras que, dado que C_t sufre solo pequeñas variaciones, las pérdidas en el núcleo (P_c) solo obtienen una pequeña reducción.

Por ejemplo, la reducción más significativa entre los diseños en los que todas las áreas son válidas se consigue en el diseño 2 (70 nH a 10 MHz, 1 A_{AC}). Incluso en ese caso, para un incremento del área de un 100 %, sólo se consigue una reducción en las pérdidas del 28 %.

Esta proporción debe tenerse en cuenta a la hora de decidir, en caso de poder modificar el diseño, si es beneficioso emplear un área mayor para el convertidor con el fin de aumentar la eficiencia de la bobina.

Impacto de la frecuencia

En todos los casos analizados, las pérdidas en el cobre son mayores que en el núcleo, incluso a alta frecuencia. Esto implica que, si se tiene en cuenta únicamente la bobina, cuanto más alta sea la frecuencia mayor será el rendimiento, pues baja el requerimiento de inductancia y el número de vueltas puede reducirse. Un número menor de vueltas permite reducir la longitud total de cable y a la vez permite usar pistas más anchas, consiguiendo una reducción en la resistencia total.

A todas las frecuencias analizadas (10-40 MHz), las pérdidas en el conductor debidas a la corriente DC superan a las debidas a la parte AC, incluso cuando el grosor del conductor es varias veces su profundidad pelicular. El peor caso estudiado (mayor frecuencia y rizado de corriente) se muestra en la Figura 41, y corresponde al diseño 9 (8,75 nH a 40 MHz, 2 A_{AC}). Para este caso en concreto, para un área de 7 mm² las pérdidas DC son un 15 % más altas que las AC, incluso cuando el grosor del conductor es casi cuarenta veces superior a su profundidad pelicular.

Figura 41: Grosor de cable frente a su profundidad pelicular y distribución de pérdidas en el cable para el Diseño 9

Como se ha comentado anteriormente, el objetivo final de un diseño es optimizar el convertidor de potencia como conjunto. Un aumento en la frecuencia suele conllevar a un aumento en las pérdidas en los semiconductores, por lo que la elección de esta no puede hacerse únicamente valorando el inductor.

Impacto de la relación de aspecto y el espesor de núcleo

Para unas especificaciones determinadas, una vez elegido el número de vueltas, los dos parámetros utilizados para ajustar el valor de inductancia son la relación de aspecto (A_r) y el espesor de núcleo (C_t). Para las frecuencias analizadas, el impacto de las dimensiones físicas de la bobina sobre sus pérdidas es:

- A baja frecuencia y/o bajo rizado de corriente (Figura 40 (a), Diseño 1), donde las pérdidas en el cobre dominan, el espesor de núcleo óptimo es el máximo disponible ($5\text{ }\mu\text{m}$), para que el valor de inductancia se consiga utilizando el máximo material magnético y la mínima longitud de conductor. La relación de aspecto sólo varía para conseguir un ajuste fino de la inductancia.
- A frecuencias medias, tanto el espesor del núcleo como su relación de aspecto tienen que ajustarse para cada diseño particular, para conseguir la relación óptima entre pérdidas del núcleo y pérdidas del conductor.
- A altas frecuencias y/o rizados de corriente (Figura 40 (i), diseño 9), donde la inductancia es muy baja, el diseño óptimo usa un núcleo más fino (menos volumen de núcleo), para reducir las pérdidas de histéresis y eddy en el mismo.

Impacto de la altura del dispositivo

Incrementar la altura del dispositivo tiene dos efectos contrapuestos sobre las pérdidas:

- Las pérdidas en el cobre disminuyen, ya que se puede usar un cable de mayor sección. El máximo espesor de conductor y, por ende, las mínimas pérdidas, están limitadas por el proceso de fabricación. También se debe considerar la relación de aspecto del propio cable que, dependiendo del proceso de fabricación, puede estar limitado a ser más ancho que alto (83). Para los casos estudiados, se impuso una relación de aspecto del cable (W_w/W_t) mínima de 2,5.
- Las pérdidas en el núcleo aumentan, ya que su volumen total aumenta. Sin embargo, la mayoría del material magnético se encuentra en las partes superior e inferior, por lo que un incremento en la altura (más material en los laterales) no supone un impacto grande en las pérdidas totales.

En la Figura 42 se muestra la comparación de todos los frentes de Pareto generados para las inductancias definidas en la tabla 7, para un área de 5 mm^2 , donde cada línea corresponde a los diseños óptimos para cada especificación.

Figura 42: Altura frente a pérdidas para diseños de 5 mm^2

En todos los casos, las pérdidas son menores cuanto más grande es el dispositivo, debido al incremento en la sección transversal de cable. A baja frecuencia y rizado de corriente, donde las pérdidas en el cable son más de diez veces superiores a las del núcleo, incrementar la altura del dispositivo supone una gran reducción de las pérdidas, debido al aumento de la sección de conductor. A alta frecuencia y rizado, donde las pérdidas en cobre y núcleo son del mismo orden de magnitud y las pérdidas de DC son bajas, aumentar la altura del dispositivo supone una reducción muy pequeña en las pérdidas (frentes de Pareto más verticales), por la pequeña reducción del volumen de núcleo magnético.

Impacto del número de inductores

El algoritmo desarrollado supone una herramienta de gran utilidad para analizar todas las diferentes opciones de diseño, para unas especificaciones del convertidor dadas. En este apartado, por el contrario, se estudia el efecto de cambiar dichas especificaciones de entrada, cambiando el número de bobinas trabajando en paralelo, para comprobar su efecto sobre el diseño. Se consideran dos posibles escenarios:

- Bobinas en paralelo que presentan la misma inductancia total equivalente, emulando el diseño de un convertidor monofásico.
- Dos bobinas en paralelo con una inductancia total equivalente reducida, emulando el comportamiento de un convertidor multi-fase con disparos desfasados.

Bobinas en paralelo en un convertidor monofásico

El primer caso estudiado consiste en dividir la bobina en dos partes, colocadas en paralelo, con la misma inductancia total equivalente y en la misma área total. Dado que se van a colocar en paralelo, tanto la corriente media como el rizado de la misma se dividen entre ambas y, para que la inductancia equivalente se mantenga constante y el pico de energía almacenado (84) sea el mismo, cada una debe tener una inductancia del doble de la inductancia deseada.

$$E_{pk} = \frac{1}{2} L I_{pk}^2 \quad (84)$$

El cambio de un único inductor a dos en paralelo se muestra en el circuito de la Figura 43.

Figura 43: Convertidor reductor monofásico

La comparación de los desempeños de los inductores en ambos casos se muestra en la Figura 44. La comparativa se ha realizado para inductores diseñados siguiendo las especificaciones de la tabla 6, pero modificando las especificaciones del circuito para tener en ambas una frecuencia de 10 MHz, una inductancia total de 35 nH y una corriente total de 1 ± 1 A, en un área total de 7 mm^2 .

Figura 44: Altura frente a pérdidas para dos bobinas en paralelo y una única bobina

En este caso, una única bobina otorga los mejores resultados, mostrado como un frente de Pareto más cercano a la esquina inferior izquierda. En este estudio, solo se han tenido en cuenta las dos bobinas discretas, sin modelar la conexión entre ellas, con lo que la diferencia hubiera sido incluso mayor.

Bobinas en paralelo en un convertidor bifásico

En el segundo caso de estudio, se plantea no sólo cambiar el número de bobinas, sino modificar también la topología del convertidor para poder obtener ventajas adicionales, que justifiquen el uso de dos inductores. En este caso se valora pasar de una topología monofásica a una bifásica, como se muestra en la Figura 45. Esta comparación en particular, emula el diseño de un convertidor con ramas en paralelo (sin acoplamiento) con disparos desfasados, donde la necesidad de inductancia se reduce para un rizado de la tensión de salida constante. Como dicho rizado de salida depende de las características del condensador de filtro (capacidad C_{out} y resistencia serie equivalente ESR), estas se han incluido también en el modelo.

Figura 45: Convertidor reductor bifásico

Como se ha mencionado, el rizado de la tensión de salida es diferente dependiendo de las características del condensador de filtro. En este caso se consideran dos escenarios:

- Condensador de salida con alta ESR. La reducción del rizado se debe únicamente a la cancelación de los rizados de corriente por la diferencia de fase entre las ramas. Para un reductor de dos fases, el rizado de salida es proporcional al factor mostrado en la ecuación (85) [55], donde m es la parte entera del producto $2 \cdot D$ y ΔI_{pp} el rizado pico a pico de la corriente por la bobina:

$$\Delta V_{out} \propto \frac{2 \left(D - \frac{m}{2} \right) \left(\frac{m+1}{2} - D \right)}{D(1-D)} \Delta I_{pp} \quad (85)$$

- Condensador de salida con baja ESR. En este caso, hay una ventaja adicional debido al incremento de la frecuencia en el rizado de corriente de salida. Dado que la impedancia del condensador depende de dicha frecuencia, el rizado de tensión depende también inversamente de ella:

$$\Delta V_{out} = \frac{\Delta I_{pp}}{2\pi f_{sw} C_{out}}; \quad \Delta V_{out} \propto \frac{1}{f_{sw}} \quad (86)$$

A modo de ejemplo, en la tabla 8 se han recogido los principales parámetros de diseño para un convertidor monofásico donde, empleando las ecuaciones (85) y (86), se han calculado las inductancias necesarias para mantener constante el rizado de la tensión de salida. Como puede observarse, para las especificaciones elegidas ($V_{in} = 5 \text{ V}$, $V_{out} = 1,8 \text{ V}$, $P_{out} = 2 \text{ W}$, $f_{sw} = 30 \text{ MHz}$), si se usa un condensador de alta ESR, se consigue una reducción de 2,29 veces en el valor de inductancia equivalente necesario al usar un convertidor bifásico. En el caso de utilizar un condensador de baja ESR, la reducción es de hasta 4,58 veces.

	Reductor monofásico, domina ESR	Reductor bifásico, domina ESR	Reductor monofásico, domina C_{out}	Reductor bifásico, domina C_{out}
Cancelación de rizado	—	x2,29	—	x4,58
L	170 nH	2x74 nH	147 nH	2x32 nH
ΔI_{pp}	0,22 A	0,51 A	0,26 A	1,2 A
I_{DC}	1,1 A	2x0,55 A	1,1 A	2x0,55 A
D_{Area}	5 mm ²	2x2,5 mm ²	5 mm ²	2x2,5 mm ²

Tabla 8: Principales parámetro de diseño para el reductor multifase

En la Figura 46 se muestran los resultados de las topologías comparadas, en ella se pueden ver los efectos de las dos estrategias consideradas: la reducción en pérdidas y volumen que supone pasar de un reductor monofásico (líneas sólidas) a un reductor con dos ramas en paralelo con sus disparos desfasados (líneas discontinuas); y la reducción que supone pasar de un convertidor con un condensador de alta ESR (azul) a uno con baja ESR (naranja).

Figura 46: Reducción de pérdidas en la bobina en convertidores multifase

A diferencia del caso valorado anteriormente, gracias a la reducción de la necesidad de inductancia, el uso de dos bobinas en dos fases pasa a ser una solución mucho más eficiente que la que usa un único inductor en una única fase. Si, además de duplicar el número de ramas, se emplea un convertidor con un condensador de salida de baja ESR, la inductancia puede reducirse aún más, con lo que el aumento de eficiencia es incluso más acusado (paso de líneas azules a naranjas en la figura).

Estas reducciones en inductancia permiten utilizar bobinas con menor número de vueltas y/o un menor volumen de material magnético. La reducción de la longitud de cobre acarrea una reducción en las pérdidas del conductor, y la del volumen de núcleo una reducción de las pérdidas en el mismo, aumentando enormemente la eficiencia total de los inductores. En esta comparación, la capacidad de salida se ha mantenido constante y, como el condensador es el dispositivo más grande, en estos circuitos [5] el área total disponible también permanece fija.

3.3. Aproximación basada en modelos simplificados

El procedimiento descrito en la sección 3.2 permite encontrar el diseño óptimo a partir de la definición de cualquier función de coste. Sin embargo, presenta varias desventajas, entre ellas la pérdida del sentido físico de las variables que hacen que un diseño y no otro sea el óptimo. Debido a esto, se hace muy difícil comparar el diseño óptimo conseguido, con otros diseños que son similares, aunque no se consideren óptimos desde el punto de vista de las variables elegidas, pero que podrían presentar ventajas adicionales, no consideradas en las funciones de coste, tales como una menor complejidad del diseño o un menor coste [56]. Otra desventaja de la aproximación numérica proviene de la complejidad de las ecuaciones utilizadas y de la enorme cantidad de datos generados al resolverlas para cada combinación de parámetros. Ambos aspectos consumen tiempo y recursos, haciendo muy difícil incorporar el diseño del microinductor en la optimización del convertidor de potencia.

Para solucionar los problemas de la cantidad de datos generados (derivados del alto número de variables) y la falta de sentido físico, se propone un nuevo procedimiento de diseño de microinductores.

3.3.1. Planteamiento

Como se comentó anteriormente, para aumentar la densidad de potencia, los microinductores pueden construirse sobre el resto del convertidor de potencia (semiconductores, elementos pasivos y lógica de control), por tanto, el área disponible para la bobina está limitada para cada diseño ($D_{Area,max}$). Adicionalmente, como ya se estudió en la sección 3.2.2, a mayor área menores pérdidas, por lo que el área utilizada para el dispositivo, D_{Area} , puede fijarse a dicho valor máximo.

Para aumentar la densidad de potencia incluso más, otros parámetros geométricos (W_s , C_{ws} , C_s , bi y ti), pueden fijarse al valor mínimo que permita el proceso de fabricación, mientras que el espesor de los conductores, W_t , se puede fijar al valor máximo para minimizar la resistencia del conductor y sus pérdidas. De esta manera, las variables de diseño se reducen a únicamente tres: el número de vueltas N , el espesor de núcleo C_t y el factor de forma del dispositivo D_{FF} .

Para este nuevo procedimiento, el problema de diseño se define de la siguiente manera: dadas unas especificaciones, en términos de inductancia buscada L_s , valor medio y rizado de corriente, I_{DC} y $I_{1st,peak}$ (solo se considera el primer armónico en los cálculos), frecuencia del rizado de corriente f_{sw} y área disponible para el dispositivo D_{Area} , se debe encontrar la combinación de número de vueltas N , espesor de núcleo C_t y factor de forma D_{FF} que produce un diseño óptimo.

3.3.2. Modelos propuestos

El modelo de microinductor descrito en el Capítulo 2 contiene relaciones no lineales entre las variables de diseño (N , C_t y D_{FF}), que hacen muy difícil el análisis directo de la influencia de cada una en el dispositivo final. Para evitar dicho inconveniente, se proponen tres modelos simplificados para el cálculo de inductancia, con relaciones lineales entre las variables, que permitan definir un nuevo procedimiento de diseño.

Modelo 1

Al calcular la inductancia total como suma de la espiral, el núcleo y las inductancias propia y mutua (22), tanto $L_{w,self}$ como $L_{w,mutual}$ contienen logaritmos neperianos en los que N y C_t aparecen tanto en el numerador como en el denominador, convirtiéndolas en funciones trascendentes. Dado que $L_{w,self}$ y $L_{w,mutual}$ suelen ser los dos términos con un impacto más pequeño en la inductancia total [17] (sobre todo para valores pequeños de N , como se demostró en el Capítulo 2), en esta primera aproximación se omite su aporte. Así, la inductancia puede aproximarse mediante la expresión (87).

$$L_1 = L_{core} + L_{spiral} \quad (87)$$

Gracias a la simplicidad de este modelo, se puede calcular el número de vueltas que únicamente sea función de D_{FF} y C_t (88) para conseguir la inductancia buscada L_s .

$$N_1(C_t, D_{FF}) = \sqrt{\frac{L_s}{\frac{\mu_0 \delta'}{4} \left[\ln \left(\frac{2,46}{\delta/\delta'} \right) + 0,2 \left(\frac{\delta}{\delta'} \right)^2 \right] + \frac{2\mu_0 \mu_r C_t C_l}{l_{mag}}}} \quad (88)$$

Este modelo puede servir como una buena aproximación para el cálculo del número de vueltas, pero puede conllevar un error considerable si el peso relativo de $L_{w,self}$ y $L_{w,mutual}$ es alto (valores altos de D_{FF} con pequeños espesores de núcleo). Ya que dichos términos no están contemplados en este modelo, la ausencia de sus aportaciones a la inductancia debe ser compensada con incrementos en L_{core} y L_{spiral} . Esto implica que el número de vueltas calculado N_1 es siempre igual o mayor que el número de vueltas N , que se obtendría con el modelo completo.

Modelo 2

El modelo anterior puede mejorarse incluyendo el valor de $L_{w,self}$. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, su expresión incluye un logaritmo en el que están presentes tanto N como C_t (20). Para solventar este problema, $L_{w,self}$ puede convertirse en dependiente de únicamente C_t sustituyendo N por N_1 . De esta manera, una aproximación más exacta de la inductancia puede escribirse como (89).

$$L_2 = L_{core} + L_{spiral} + L_{w,self}|_{N=N_1} \quad (89)$$

Utilizando este modelo, el valor del número de vueltas para conseguir una inductancia específica puede aproximarse con más precisión usando la ecuación (90).

$$N_2(C_t, D_{FF}) = \frac{-b_N + \sqrt{b_N^2 - 4a_N c_N}}{2a_N} \quad (90)$$

donde:

$$a_N = \frac{\mu_0 \delta'}{4} \left[\ln \left(\frac{2,46}{\delta/\delta'} \right) + 0,2 \left(\frac{\delta}{\delta'} \right)^2 \right] + \frac{2\mu_0 \mu_r C_t C_l}{l_{mag}} \quad (91)$$

$$b_N = \frac{C_l \mu_0}{\pi} \left[\ln \left(\frac{2C_l}{W_t - \frac{2C_t - C_w + 2C_{ws} + W_s(N_1 - 1)}{N_1}} \right) + \frac{1}{2} \right] \quad (92)$$

$$c_N = -L_s \quad (93)$$

Este modelo permite calcular el número de vueltas N_2 para cada espesor de núcleo C_t . Sin embargo, no permite calcular el valor de C_t para unos N y D_{FF} dados. Además, requiere del conocimiento de la inductancia especificada para poder computar N_1 y, por tanto, $L_{w,self}$.

Modelo 3

En este caso se utilizan todos los términos de inductancia y es en cada uno de ellos donde se realizan diferentes simplificaciones. Estas simplificaciones consisten en omitir los términos geométricos menos representativos:

- Para aproximar L_{core} : si el espesor del núcleo es mucho más pequeño que su longitud ($C_t \ll C_l$), el valor de C_l (12) puede aproximarse usando (94), con lo que la inductancia debida a la presencia del núcleo puede aproximarse mediante la expresión (95).

$$C_l(C_t, D_{FF}) \approx C_{l,3}(D_{FF}) = D_l - D_w + 2C_{ws} \quad (94)$$

$$L_{core,3} = \frac{2N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot C_t \cdot (D_l - D_w + 2C_{ws})}{l_{mag}} \quad (95)$$

- Para aproximar L_{spiral} : si el espesor de núcleo es mucho menor que el diámetro interno de las espiras ($C_t \ll d_{in}$) y, por tanto, también mucho más pequeño que el diámetro externo ($C_t \ll d_o$), las ecuaciones (10) y (11) pueden aproximarse a (98) y (99). De esta manera, una aproximación al valor de la inductancia debida a las espiras puede calcularse usando (100).

$$d_o \approx d_{o3} = D_w - 2C_{ws} \quad (96)$$

$$d_{in} \approx d_{in3} = C_s + 2C_{ws} \quad (97)$$

$$\delta \approx \delta_3 = D_w - 4C_{ws} - C_s \quad (98)$$

$$\delta' \approx \delta'_3 = D_w + C_s \quad (99)$$

$$L_{spiral,3} = \frac{\mu_0}{4} N^2 \delta'_3 \left[\ln \left(\frac{2,46}{\delta_3 / \delta'_3} \right) + 0,2 \left(\frac{\delta_3}{\delta'_3} \right)^2 \right] \quad (100)$$

- Para aproximar $L_{w,self}$: si el espesor de núcleo es mucho más pequeño que su longitud ($C_t \ll C_l$) y se cumple que $C_t \ll 0,5 \cdot N \cdot W_w$, el ancho de conductor W_w (14) puede aproximarse usando (101). De esta manera, el valor de la autoinductancia de las secciones rectas de conductor en el interior del núcleo puede aproximarse usando (102).

$$W_w \approx W_{w3} = \frac{C_w - (N-1)W_s - 2C_{ws}}{N} \quad (101)$$

$$L_{w,self,3} = \frac{N\mu_0(2C_{ws} + D_l - D_w)}{\pi} \cdot \left[\ln \left(\frac{2(2C_{ws} + D_l - D_w)}{W_t + \frac{C_w - (N-1)W_s - 2C_{ws}}{N}} \right) + \frac{1}{2} \right] \quad (102)$$

- Para aproximar $L_{w,mutual}$: tomando las anteriores aproximaciones, W_w puede sustituirse por W_{w3} y C_l por $C_{l,3}$ en el cálculo de $L_{w,mutual}$ (21). De esta manera, la inductancia mutua de las secciones rectas de conductor puede aproximarse usando (103).

$$L_{w,mutual,3} = \frac{\mu_0 \cdot C_{l,3}}{\pi} \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=k+1}^N \left[\ln \left(\frac{2C_{l,3}}{(j-k)(W_w + W_s)} \right) - 1 + \frac{(j-k)(W_{w3} + W_s)}{C_{l,3}} - \left(\frac{(j-k)(W_{w3} + W_s)}{2C_{l,3}} \right)^2 \right] \quad (103)$$

Usando las aproximaciones presentadas para los cuatro términos de los que consta la inductancia total, se presenta un nuevo modelo que permite calcular su valor aproximado L_3 (104).

$$L_3 = L_{core,3} + L_{spiral,3} + L_{w,self,3} + L_{w,mutual,3} \quad (104)$$

El valor de L_3 es muy cercano al de L ($L_{core} + L_{spiral} + L_{w,self} + L_{w,mutual}$) dado que incluye todas sus componentes (con alguna aproximación geométrica). Como C_t se desprecia en algunos cálculos, la inductancia predicha es siempre ligeramente inferior a la real. Puesto que C_t ya no está dentro de un logaritmo, puede obtenerse fácilmente para conseguir una inductancia determinada L_s usando la aproximación (105).

$$C_{t,3}(N, D_{FF}) = \frac{C_w + W_t + bi + ti}{N^2 \mu_0 \mu_r (2C_{ws} + D_l - D_w)} (L_s - L_{spiral,3} - L_{w,self,3} - L_{w,mutual,3}) \quad (105)$$

Este modelo presenta la ventaja de aportar una forma fácil de calcular el espesor de núcleo necesario para cualquier factor de forma y número de vueltas, con una gran precisión.

Valoración de los modelos

La combinación de los tres modelos presentados permite usar expresiones muy simples, que relacionan las tres variables de diseño: el número de vueltas N , el espesor de núcleo C_t y el factor de forma del dispositivo D_{FF} .

Sin embargo, al usar modelos simplificados siempre hay un balance entre precisión y simplicidad. Para valorar dicho balance, en este apartado se analiza el efecto de emplear cada modelo en los dos parámetros de salida del diseño más representativos: valor de inductancia L y valor de pérdidas P . Para asegurar que las conclusiones obtenidas sean representativas de un diseño real, se han tomado como especificaciones de entrada las capacidades de fabricación del centro de investigación Tyndall National Institute, resumidas en la siguiente tabla.

Tabla 9: Parámetros para el ejemplo de diseño basado en modelos

Parámetro	Descripción	Valor
W_s	Separación conductor-conductor	15 μm
C_{ws}	Separación núcleo-conductor	15 μm
C_s	Distancia entre núcleos	250 μm
W_t	Espesor de los conductores	15 μm
C_t	Espesor del núcleo	0,25 – 5 μm
bi	Espesor del aislante entre el cable y la parte inferior del núcleo	10 μm
ti	Espesor del aislante entre el cable y la parte superior del núcleo	65 μm
	Material del núcleo	Ni ₄₅ Fe ₅₅
B_{sat}	Densidad de flujo de saturación	1,4 T
μ_0	Permeabilidad del vacío	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m
μ_r	Permeabilidad relativa del material del núcleo magnético	280
K_{hyst}	Factor K para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz	300
β	Factor β para el cálculo de las pérdidas según el modelo de Steinmetz	1,73
ρ_c	Resistividad del material del núcleo magnético	$0,45 \cdot 10^{-6}$ $\Omega \cdot \text{m}$
ϵ_i	Permitividad relativa del aislante entre conductores y núcleo	4,5
ρ_{cu}	Resistividad del cobre	$1,72 \cdot 10^{-8}$ $\Omega \cdot \text{m}$
ΔT^a	Máximo incremento de temperatura permitido en el dispositivo	80 K
k_w	Factor k para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	0.048

3. Diseño del microinductor

b_w	Factor b para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	0.44
c_w	Factor c para el cálculo del mínimo ancho de conductor $W_{w,min}$	1
I_{DC}	Corriente DC	0,29 A
f_{sw}	Frecuencia de conmutación	150 MHz
$I_{1st,peak}$	Corriente de pico del primer armónico	0,1 A
D_{Area}	Área ocupada por el dispositivo	0,813 mm ²
L_s	Inductancia deseada	14,4 nH

En la Figura 47 se muestra un ejemplo del error cometido en la estimación del valor de inductancia, en comparación con el uso del modelo completo, para los valores mostrados en la Tabla 9 y considerando $N = 2$ y $C_t = 2,62 \mu\text{m}$. Así, L representa la inductancia calculada con el modelo completo (22), mientras que L_1 , L_2 y L_3 son las inductancias calculadas según los modelos simplificados propuestos. Todos los valores se presentan normalizados respecto a L .

Figura 47: Inductancia estimada por cada modelo

El error que se comete al usar únicamente el Modelo 1 (casi un 20 %) hace que no sea una aproximación válida para el valor de L y, por tanto, solo se usa como paso necesario para la estimación de $L_{w,self}$ en el Modelo 2. El Modelo 2 presenta un error aceptable (casi un 5 %), equiparable a lo que supondría quitar al modelo completo de inductancia (L) el término $L_{w,mutual}$ en la Figura 27. Por tanto, se puede considerar un buen modelo para calcular el valor de N (90). El Modelo 3, en el que están presentes todos los términos de inductancia, presenta un error muy pequeño (menor al 1 %), y se usa para calcular C_t con un alto grado de precisión. Los errores de estos tres modelos resultan siempre en una

infraestimación de la inductancia total, debida a la ausencia de $L_{w,mutual}$ en el Modelo 2 o las aproximaciones geométricas del Modelo 3.

Este pequeño error en el cálculo implica que el dispositivo diseñado no sea aquel que cumple exactamente con la especificación de inductancia, sino uno muy cercano a él. Los tres modelos compensan la infraestimación de la inductancia con una pequeña sobrestimación del valor de N y/o C_t . Una sobrestimación de N implica que la longitud total de conductor será mayor de lo necesario y los cables serán más delgados para hacer hueco a las vueltas extra, incrementando las pérdidas en el conductor ($P_{w,DC}$ y $P_{w,AC}$). Por otro lado, una sobrestimación de C_t significa que se usará más material del necesario en el núcleo magnético, incrementando las pérdidas en el mismo ($P_{c,hyst}$ y $P_{c,eddy}$).

Para analizar el impacto del uso de cada uno de los modelos de inductancia en las pérdidas generadas por el dispositivo, se presenta una nueva comparativa. Primero, para el Modelo 1 y distintos D_{FF} , se calcula el valor del número de vueltas N_1 usando la ecuación (88). Después, el espesor de núcleo necesario ($C_{t,1}$) se ajusta iterando hasta conseguir una inductancia estimada del valor deseado $L_1 = 14,4$ nH. Para cada combinación de valores de D_{FF} , N y C_t , se calculan las pérdidas del dispositivo usando (58). El mismo procedimiento se realiza para el Modelo 2 (N_2 y $C_{t,2}$). En el caso del Modelo 3, el orden se invierte, es el espesor de núcleo $C_{t,3}$ el que se calcula y el número de vueltas N_3 el que se obtiene por iteración.

Los resultados se muestran en la Figura 48. En ella se comparan las pérdidas calculadas con el modelo completo (58) para cada uno de los dispositivos obtenidos según cada uno de los modelos, normalizadas frente a las que se obtendrían en un dispositivo diseñado usando el modelo completo ($P(N, C_t)$).

Figura 48: Pérdidas estimadas en los inductores diseñados según cada modelo

Como se puede observar, la sobrestimación de N y/o C_t al usar el Modelo 1, hace que

el diseño tenga unas pérdidas $P(N_1, C_{t,1})$ mucho más altas que $P(N, C_t)$, hasta un 28 % más para este ejemplo particular. Esto confirma que este modelo no puede usarse para el diseño. Por otro lado, el pequeño incremento en pérdidas (menos del 6 % en este ejemplo) al usar el Modelo 2, se considera aceptable a cambio de la reducción en complejidad. El Modelo 3, que es el empleado finalmente para ajustar con precisión el valor de C_t presenta un incremento de las pérdidas muy reducido ($< 2\%$).

Las diferencias entre las pérdidas que predice el Modelo 3 y las calculadas usando el modelo completo son siempre muy pequeñas. Esto asegura que el dispositivo diseñado sea muy cercano al diseño óptimo.

3.3.3. Procedimiento de diseño

Una vez establecidos los modelos y probada su precisión, se puede establecer un procedimiento de diseño basado en ellos. El diagrama de flujo del procedimiento propuesto se presenta en la Figura 49 y, en esta subsección, se ilustra cada uno de los pasos con un ejemplo. Para el ejemplo se han usado los datos mostrados en la Tabla 9.

Figura 49: Diagrama de flujo del procedimiento de diseño basado en modelos

Paso 1: Comprobar que el inductor es realizable

Para un área y un factor de forma determinados, la máxima inductancia se consigue usando el mayor espesor de núcleo (C_t) permitido por la tecnología de fabricación, a la vez que utilizando el mayor número posible de vueltas (N).

El límite superior del número de vueltas que puede tener el dispositivo (N_{ul}), manteniendo el máximo espesor de núcleo ($C_{t,max}$), depende del ancho mínimo de conductor ($W_{w,min}$) (106). El valor de N_{ul} está redondeado hacia abajo para asegurar que el número de vueltas sea siempre un entero.

$$N_{ul}(D_{FF}) = \text{floor} \left(\frac{C_w - 2C_{ws} - 2C_{t,max} + W_s}{W_s + W_{w,min}} \right) \quad (106)$$

N_{ul} es diferente para cada factor de forma. Para un área dada y los valores presentados en la Tabla 9, el límite superior de vueltas para cada D_{FF} se muestra en la Figura 50.

Figura 50: Límite superior para el número de vueltas (N_{ul})

Una vez que se conoce el límite superior para el número de vueltas, N puede sustituirse por N_{ul} en las ecuaciones (15) a (22), y la inductancia máxima conseguible L_{max} puede calcularse usando (107):

$$L_{max} = L|_{N=N_{ul}, C_t=C_{t,max}} \quad (107)$$

Para los valores propuestos en la Tabla 9, la máxima inductancia conseguible para cada factor de forma se muestra en la Figura 51. La forma de dientes de sierra que presenta este valor se debe al redondeo del número de vueltas mostrado en la Figura 50. Este efecto remarca el gran impacto que una pequeña diferencia en la geometría (D_{FF}) puede tener en el diseño de un microinductor.

Figura 51: Máxima inductancia conseguible (L_{max})

Si el valor de inductancia buscado L_s (línea morada en la Figura 51) es menor que el valor máximo de inductancia (línea azul, diente de sierra), ese valor de inductancia es conseguible para los factores de forma válidos. En cualquier otro caso, el diseño debe detenerse en este punto y las especificaciones deben modificarse.

Paso 2: Comprobar que la solución cumple las especificaciones

Una vez que se ha obtenido el conjunto de D_{FF} en los que el valor de inductancia es alcanzable, pueden calcularse los diferentes números de vueltas que permitirían conseguir dicho valor. En este paso se utilizan tanto el Modelo 2 como el 3, dado que para cada factor de forma, las dos variables que controlan el valor de inductancia son N y C_t , creciendo una si decrece la otra. Para obtener el mínimo número de vueltas que permite conseguir el valor de inductancia (N_{min}), C_t puede sustituirse por su valor máximo $C_{t,max}$ en (90).

$$N_{min} = \text{ceil}(N_2|_{C_t=C_{t,max}}) \quad (108)$$

Por otro lado, para encontrar el máximo número de vueltas que permiten conseguir dicha inductancia (N_{max}), deben cumplirse tres condiciones:

- La inductancia buscada es conseguible.

Cuanto menor es el espesor de núcleo, más parte de la inductancia debe ser proporcionada por las pistas. Por tanto, el máximo número de vueltas que permite obtener una inductancia dada puede obtenerse sustituyendo C_t por $C_{t,min}$ en (90):

$$N_{max,L} = N_2|_{C_t=C_{t,min}} \quad (109)$$

- No se alcanza el incremento de temperatura máximo. Para asegurar que la temperatura se mantiene en un rango aceptable, el ancho de conductor W_w debe ser mayor que $W_{w,min}$, lo que se traduce a un valor de N limitado superiormente por:

$$N_{max,T} = \frac{C_w + W_s - 2C_{ws}}{W_{w,min} + W_s} \quad (110)$$

- El dispositivo no se satura. La máxima corriente admisible, evitando la saturación del núcleo, puede calcularse usando la ecuación (81). I_{sat} puede hacerse dependiente únicamente de N asumiendo que $C_t \ll (C_w + W_t + bi + ti)$, como se hace en el Modelo 3:

$$I_{sat,3} = B_{sat} \frac{2(C_w + W_t + bi + ti)}{\mu_0 \mu_r N} \quad (111)$$

El máximo valor de N que evita la saturación puede calcularse usando (112).

$$N_{max,B} = B_{sat} \frac{2(C_w + W_t + bi + ti)}{\mu_0 \mu_r (I_{DC} + I_{pk})} \quad (112)$$

El máximo número de vueltas que asegura que se cumplan las 3 condiciones anteriores se define como el menor de los tres límites:

$$N_{max} = \text{floor}(\text{mín}(N_{max,L}, N_{max,T}, N_{max,B})) \quad (113)$$

Una vez que se conocen tanto el mínimo como el máximo número de vueltas, el valor de N debe estar siempre entre esos dos valores:

$$N_{min} \leq N \leq N_{max} \quad (114)$$

Para los valores mostrados en la Tabla 9, los valores de N válidos se muestran en la Figura 52.

Figura 52: Límites para el número de vueltas (N)

Cualquier valor que esté entre las líneas amarilla y azul o sobre ellas en la Figura 52 es un número de vueltas válido para ese factor de forma.

Además del límite impuesto por el número de vueltas, es necesario asegurar que la bobina trabaja lejos de su frecuencia de autoresonancia para garantizar que su comportamiento sea el esperado.

La frecuencia de autoresonancia se puede aproximar por medio de (115), sustituyendo C_t por $C_{t,3}$ en (79) y por tanto haciéndola dependiente únicamente de N .

$$f_{SelfRes,3}(N) = f_{SelfRes}|_{C_t=C_{t,3}} \quad (115)$$

Como los números de vueltas válidos ya son conocidos, la frecuencia de autoresonancia puede aproximarse para cada combinación de parámetros. Para los valores mostrados en la Tabla 9 y los números de vueltas válidos calculados previamente, la frecuencia de autoresonancia para cada valor de D_{FF} se muestra en la Figura 53.

Figura 53: Frecuencia de autoresonancia aproximada ($f_{SelfRes,3}$) para cada número de vueltas válido

Como puede verse, pequeños cambios en D_{FF} pueden convertirse en cambios muy grandes en la frecuencia de autoresonancia. Esto es consecuencia directa del hecho de N tenga un valor siempre discreto (mostrado en la Figura 52), dado que tiene un impacto muy grande en el cálculo de la capacidad equivalente del dispositivo.

Paso 3: Elección del dispositivo óptimo

Una vez que se conocen los números de vuelta válidos para cada D_{FF} y se ha asegurado que el dispositivo cumple con las restricciones de diseño, se puede diseñar el dispositivo óptimo. Este procedimiento puede adaptarse a cualquier función de coste, siempre

que pueda expresarse en función de D_{FF} , N y C_t . Para este ejemplo, al igual que en la aproximación numérica, las funciones de coste elegidas son volumen y pérdidas totales, y se define el dispositivo óptimo como aquel que presente menores pérdidas.

Las pérdidas totales pueden aproximarse usando (116), sustituyendo C_t por $C_{t,3}$ en (58), haciéndola dependiente únicamente de N y D_{FF} .

$$P_3(N, D_{FF}) = P|_{C_t=C_{t,3}} \quad (116)$$

El mínimo local de esta función de coste está definido por (117) y (118):

$$\frac{\partial P_3(N, D_{FF})}{\partial D_{FF}} = 0 \quad (117)$$

$$\frac{\partial^2 P_3(N, D_{FF})}{\partial D_{FF}^2} > 0 \quad (118)$$

Como el rango de D_{FF} en el que se puede conseguir la inductancia deseada es limitado, ser un mínimo local no asegura ser un mínimo absoluto. Es necesario comprobar el valor en los extremos del intervalo (mínimo y máximo valor de D_{FF} para cada número de vueltas). Por tanto, la combinación de N y D_{FF} que genera el dispositivo óptimo, es aquella que cumple:

$$\{N_{opt}, D_{FF,opt}\} = \{N, D_{FF}\} |_{P_3=\min(P_3)} \quad (119)$$

Para los valores mostrados en la Tabla 9 y los números de vueltas válidos calculados previamente (Figura 52), las pérdidas totales resultantes se muestran en la Figura 54. El dispositivo óptimo, resultado de los cálculos anteriores, está resaltado con un rombo amarillo.

Figura 54: Pérdidas (P_3) para cada número de vueltas (N) válido

Una vez que los valores de N y D_{FF} óptimos se conocen, la única variable de diseño restante, C_t , puede calcularse usando (120).

$$C_{t,opt} = C_{t,3}(N_{opt}, D_{FF,opt}) \quad (120)$$

Tras este último paso, todos los parámetros físicos son conocidos:

- W_s , C_{ws} , C_s , bi y ti se fijan a su valor mínimo para incrementar la densidad de potencia.
- W_t y D_{Area} se fijan a su valor máximo para reducir las pérdidas.
- D_{FF} , N y C_t tienen sus propios valores óptimos, dados por el procedimiento de diseño.

El valor del resto de parámetros físicos mostrados en la Figura 17 puede calcularse de manera directa usando las ecuaciones (4)-(14). De esta manera, todas las dimensiones físicas se conocen y se puede construir el dispositivo óptimo.

Aunque el diseño podría detenerse en este punto, las figuras mostradas a lo largo de esta sección permiten destacar una de las grandes ventajas del procedimiento de diseño basado en modelos, frente a la aproximación numérica tradicional: el sentido físico del diseño. Las dos conclusiones más importantes extraídas de estas figuras son:

- Como se muestra en las figuras 50 a 54, hay grandes diferencias en el dispositivo diseñado cuando hay un cambio en el número de vueltas (mostradas como discontinuidades o dientes de sierra en las figuras). Por tanto, incluso si el área y la forma del dispositivo iban a estar, en principio, impuestas por el resto del circuito, pequeñas modificaciones en dichos parámetros podrían permitir un gran incremento en el rendimiento del microinductor, por permitir un rango de número de vueltas más amplio.
- Como se muestra en la Figura 54, incluso si hay únicamente un diseño óptimo, puede haber diseños que, a cambio de un pequeño descenso en el rendimiento, podrían resultar más interesantes desde el punto de vista de la fabricación o la comercialización. Por ejemplo, pequeños incrementos en las pérdidas pueden permitir reducir el número de vueltas (y hacerlas más anchas y menos dependientes de la tecnología de fabricación) o reducir el espesor de núcleo C_t (reduciendo el tiempo y coste de fabricación).

3.3.4. Validación del procedimiento de diseño

Validación frente al procedimiento numérico

El procedimiento de diseño propuesto, basado en los modelos presentados, se ha comparado con el procedimiento numérico descrito anteriormente, en el que se diseñan los dispositivos correspondientes a todas las combinaciones posibles de los parámetros físicos (resumidos en la Tabla 9). Los 300.000 diseños resultantes se muestran en la Figura 55 como puntos azules. Superpuestos a ellos se muestran dos rombos: en morado, el dispositivo óptimo obtenido mediante la aproximación numérica y, en amarillo, el dispositivo óptimo resultado del procedimiento de diseño propuesto (correspondiente al mostrado anteriormente en la Figura 54).

Figura 55: Resultados numéricos y dispositivos óptimos

Como se puede comprobar, el procedimiento basado en modelos propuesto permite encontrar un dispositivo muy cercano al óptimo, a la vez que reduce enormemente la cantidad de datos procesados. Los principales parámetros de salida de los diseños obtenidos mediante la aproximación numérica y mediante la aproximación basada en modelos se resumen en la Tabla 10.

Tabla 10: Parámetros de los dispositivos óptimos

	N	C_t (μm)	D_{FF}	L (μH)	P (mW)
Aproximación numérica	2	2,04	2,347	14,4	15,9
Procedimiento propuesto	2	2,06	2,347	14,52	16
Diferencia	—	+0,98 %	0 %	+0,9 %	+0,6 %

Una comparación más detallada se muestra en las figuras 56 (inductancia) y 57 (pérdidas). Como se puede observar, los diseños obtenidos calculando los cientos de miles de posibles combinaciones de parámetros (usando los modelos completos de inductancia y pérdidas, L y P) y el diseño resultante de una única iteración (procedimiento basado en modelos, L_3 y P_3), son prácticamente iguales. Ambos tienen el mismo número de vueltas N y una desviación de menos del 1 % en C_t y D_{FF} y en los valores de inductancia y pérdidas obtenidos.

Figura 56: Distribución de inductancia para los dispositivos óptimos

Figura 57: Distribución de pérdidas para los dispositivos óptimos

Como ya se explicó anteriormente, la diferencia en los cálculos se debe a una pequeña sobrestimación de D_{FF} o C_t , lo que resulta en un exceso de material del núcleo. Este exceso genera una inductancia ligeramente mayor que la buscada (Figura 56) a la vez que unas pérdidas ligeramente mayores (Figura 57).

Validación frente a medidas experimentales

Finalmente, para verificar experimentalmente la precisión de las ecuaciones analíticas y de los modelos propuestos, se ha fabricado un dispositivo siguiendo las especificaciones de la Tabla 9, se ha modelado usando Ansys Maxwell 3D y se ha medido en el laboratorio. Debido a restricciones de fabricación, en lugar de fabricar el dispositivo óptimo en pérdidas, la elección fue usar un menor volumen de material magnético con una reducción del factor de forma. Este dispositivo se corresponde a aquel con menores pérdidas para $N = 3$ (línea amarilla en la Figura 54), que tiene unos valores de $C_t = 1,647 \mu\text{m}$ y $D_{FF} = 1,53$. Debido a la aplicación final que se iba a hacer del dispositivo, el componente magnético fabricado (Figura 58) son dos bobinas acopladas. Sin embargo, las medidas se han realizado con el devanado adicional en abierto y este no se ha considerado en los modelos, por lo que solo se ha considerado una de las bobinas.

Figura 58: Vista superior del microinductor fabricado

Las medidas experimentales y los resultados del análisis de elementos finitos se comparan con el mejor diseño para $N = 3$ en la Tabla 11.

Tabla 11: Medidas y análisis FEA

	L (nH)	P_w (DC+AC) (mW)	$P_{c,hyst}$ (mW)	$P_{c,eddy}$ (mW)
Mejor diseño propuesto	14,3	13	1,8	1,6
Medidas	14,4	13,7	1,8	4,2
FEA	14,5	12,6	1,2	1,2

Como puede verse, los resultados de las ecuaciones analíticas y de los modelos propuestos corresponden con un alto grado de precisión con las medidas y el análisis FEA. La inductancia calculada presenta una diferencia de menos de 1 % con las medidas y menos del 1,5 % con la simulación de elementos finitos. Los pérdidas en el conductor (P_w) muestran una diferencia con las medidas de menos del 6 % y las pérdidas por histéresis ($P_{c,hyst}$) son totalmente coincidentes. La única discrepancia se da en las pérdidas de eddy ($P_{c,eddy}$) y se considera debida al devanado abierto no considerado. Estos resultados validan el procedimiento de diseño propuesto en este trabajo de tesis.

3.4. Comparación frente al estado de la técnica

Ya que ambos procedimientos presentan resultados similares, y que han sido validados tanto mediante simulación de elementos finitos como con medidas experimentales, su desempeño puede compararse con diseños ya publicados por autores independientes, para comprobar si suponen una mejora frente al estado del arte. Para ello, de todos los dispositivos presentes en la literatura, se han escogido los publicados en [17, 27, 47], porque son los que más datos aportan sobre la geometría del dispositivo. Una vez obtenidos los datos, se han rediseñado varios de los microinductores descritos en dichos artículos, utilizando el procedimiento de diseño descrito en este capítulo y las restricciones de fabricación indicadas en la Tabla 9, y los resultados se han comparado con los datos publicados.

Para asegurar que la comparación es lo más justa posible, todos los diseños utilizan las especificaciones de entrada de cada artículo referenciado, en términos de área disponible, inductancia necesaria, corriente media y máxima, etc. Además, para asegurar que las ventajas del procedimiento no se limitan únicamente a reducir las pérdidas en el conductor aumentando su sección, el valor del espesor de conductor (W_t) se fija al mismo que en cada diseño comparado. Como en todos los datos publicados la frecuencia de conmutación es de 20 MHz se ha utilizado dicha frecuencia para la comparativa.

Las principales especificaciones de entrada utilizadas se resumen en la Tabla 12.

Tabla 12: Principales especificaciones de entrada

Dispositivo	D_{Area} (mm ²)	L (nH)	I_{DC} (A)	$I_{1st,peak}$ (A)	W_t (μm)
[47]	0,5	41	0,15	0,2	30
[47]	1,3	129	0,35	0,07	30
[17]	4,02	72	1	0,28	50
[27]	7,4	160	0,07	0,05	50

Para esta comparativa se han utilizado dos figuras de mérito diferentes:

1. En primer lugar, dado que gran parte de estos inductores se utilizan en bobinas de filtro, donde la componente DC de la corriente es muy dominante, en muchos artículos se utiliza la figura de mérito L/R_{DC} como referencia. La comparativa empleando dicha figura de mérito, frente al área total que ocupa el inductor, se muestra en la Figura 59.
2. En segundo lugar, para asegurar que la mejora en el dispositivo no es únicamente debida a la reducción de la componente DC de las pérdidas en el conductor, sino en su desempeño general, se ha realizado una comparativa adicional. En este caso, se emplea una figura de mérito que toma en consideración las pérdidas totales, tanto en el conductor como en el núcleo. Dicha figura de mérito se define como L/P y se muestra, frente al área total que ocupa el dispositivo, en la Figura 60.

Figura 59: Figuras de mérito L/R_{DC} de dispositivos publicados frente a dispositivos diseñados

Figura 60: Figuras de mérito L/P de dispositivos publicados frente a dispositivos diseñados

Las principales características de los dispositivos publicados y de los obtenidos mediante el proceso de optimización propuesto se muestran la Tabla 13.

Como se puede comprobar, los procedimientos de diseño presentados permiten, para todos los casos estudiados (manteniendo las mismas especificaciones de entrada que en el dispositivo original y consiguiendo el mismo valor de inductancia), conseguir una gran mejora en las propiedades del dispositivo. Esta mejora se traduce en una reducción de las pérdidas, tanto si solo se tiene en cuenta la componente DC de la corriente (reducción en la resistencia R_{DC} del conductor) como si se incluye también la componente AC (reducción en las pérdidas totales P).

Tabla 13: Principales características de los dispositivos publicados y optimizados

Dispositivo	L (nH)	N	C_l (μm)	D_{FF}	R_{DC} ($\text{m}\Omega$)	P (mW)
[47]	41	—	—	—	305	-
Propuesta	41	3	5	2,08	132,2	10,38
[47]	129	—	—	—	580	-
Propuesta	129	4	5	2,45	226,5	31,7
[17]	72	3	4,2	2,81	71	214,52
Propuesta	72	3	4,75	2,57	45,7	74,74
[27]	160	5	4,2	2,294	191	5,9
Propuesta	160	5	5	2,125	92,4	3,009

Cabe destacar que para validar el rango de aplicación de los procedimientos propuestos la comparativa se ha llevado a cabo con dispositivos con una muy amplia dispersión de características: desde áreas tan pequeñas como $0,5 \text{ mm}^2$ hasta áreas muy grandes para este tipo de dispositivos, $7,4 \text{ mm}^2$; con valores de inductancia de solo unas decenas de nanohenrios (41 nH) hasta 160 nH; y con bobinas en las que la componente AC de la corriente tiene un valor residual (0,07 A frente a 0,35 A), hasta bobinas en las que la corriente AC es incluso más grande que la DC (0,2 A frente a 0,15 A).

3.5. Conclusiones

En este capítulo se han presentado dos estrategias de diseño de microinductores. La primera se basa en una aproximación numérica, en la que se resuelven las ecuaciones analíticas para cada combinación de parámetros geométricos. La segunda, por el contrario, se apoya en la simplificación de las ecuaciones para obtener el diseño óptimo en una única iteración.

Ambas aproximaciones se han estudiado por separado, y las conclusiones obtenidas sobre cada una de ellas se muestran a continuación.

3.5.1. Conclusiones sobre la aproximación numérica

El método de diseño automatizado presentado, desarrollado en base a una aproximación numérica, permite encontrar el diseño óptimo para microinductores tipo *racetrack*, sea cual sea la definición de dicho óptimo (mínimas pérdidas, mínimo volumen de material magnético, máxima densidad de potencia, etc.). El procedimiento utiliza las capacidades de procesamiento actual para realizar miles de diferentes diseños que cumplen unas especificaciones dadas, a la vez que asegura que el dispositivo cumple con los límites de frecuencia de auto resonancia, corriente de saturación e incremento de temperatura impuestos. La precisión de las ecuaciones utilizadas no solo asegura que el dispositivo construido cumplirá con las especificaciones, sino que además evita la necesidad de un análisis por elementos finitos, lo que implica una reducción considerable del tiempo de procesamiento.

Gracias a este procedimiento, no solo puede diseñarse el dispositivo óptimo, sino que se han podido extraer conclusiones que ayuden a optimizar nuevos diseños, aportando conocimiento sobre el impacto de diferentes variables de diseño en el funcionamiento de la bobina:

- Aumentar el área disponible permite aumentar la sección de conductor empleada, lo que reduce las pérdidas en el mismo. Dado que este aumento del área no reduce significativamente pérdidas en el núcleo, el incremento de eficiencia siempre es en una proporción menor que el incremento del área.
- Incrementar la frecuencia permite reducir la inductancia necesaria en un área dada. Esto permite reducir el volumen de núcleo y/o aumentar la sección de conductor, reduciendo las pérdidas totales en la bobina.
- A baja frecuencia, dado que las pérdidas dominantes son las del conductor, el parámetro de diseño más crítico es N . A alta frecuencia, debido a que se incrementa el peso de las pérdidas en el núcleo, es su espesor C_t el parámetro dominante. A medias frecuencias/rizados, donde la distribución de pérdidas es más homogénea,

no hay una geometría óptima genérica y cada caso debe ser estudiado por separado. En todos los casos, el valor de A_r se usa para ajusta el valor de inductancia.

- Sustituir un único inductor por dos en paralelo supone una reducción de la eficiencia total, sin presentar ninguna ventaja. Si, además de incrementar el número de inductores, se modifica la topología para conseguir un aumento de la frecuencia y/o un descenso de la inductancia, esta tendencia se invierte. La ventaja es mayor cuanto mejor sea la modificación de la topología que, en el caso de un reductor multifase, implica no solo aumentar el número de fases en paralelo, sino asegurar el uso de un condensador con baja ESR.

3.5.2. Conclusiones sobre la aproximación basada en modelos

El procedimiento de diseño basado en modelos simplificados, presentado en esta sección, supone el siguiente paso tras el método numérico ya validado. Apoyándose en él, consigue mantener intactas sus ventajas: precisión en el cálculo y definición de un dispositivo óptimo en base a cualquier figura de mérito; y se solucionan sus dos mayores inconvenientes: volumen de datos generados y dificultad de análisis físico de los diseños.

La reducción de la cantidad de datos generados y la simplificación de las ecuaciones facilitan enormemente la inclusión del diseño del microinductor en el proceso de diseño del convertidor de potencia, que es una parte imprescindible en el desarrollo de esta tecnología [52].

La capacidad para valorar con facilidad el efecto de las distintas variables permite encontrar diseños que, pese a no ser considerados a priori óptimos (por no tener las mínimas pérdidas, por ejemplo) son muy atractivos para su construcción. Gracias a esto, se pueden realizar pequeñas modificaciones de las especificaciones de partida que, sin suponer un gran cambio en el desempeño del convertidor, pueden resultar en un dispositivo más atractivo desde el punto de vista de la complejidad de fabricación o el coste. Esta es la mayor contribución del procedimiento propuesto, ya que permite no solo diseñar, sino comprender de una manera intuitiva el efecto que tienen los cambios de los parámetros físicos sobre los parámetros eléctricos más relevantes para el diseño, tales como inductancia, pérdidas o frecuencia de resonancia.

Capítulo 4

Caracterización de inductores

Cuando uno pide que llueva tiene que aguantarse con el barro.

The equalizer

4.1. Introducción

En los últimos años se han aplicado diferentes técnicas de medida para la caracterización de inductores de alta frecuencia. Este tipo de medidas es especialmente crítico en aplicaciones en las que la fabricación del dispositivo es muy costosa, compleja, o está muy condicionada por las tolerancias de fabricación. En estos casos se requiere un conocimiento muy preciso tanto sobre la inductancia como sobre la resistencia del dispositivo, ya que tienen un gran impacto en la eficiencia del convertidor de potencia.

La caracterización de la impedancia de componentes magnéticos por medio de analizadores de redes se usa de manera extensiva para medir los valores de inductancia y resistencia equivalente [6, 57]. Sin embargo, este método aporta un conocimiento limitado sobre el comportamiento del dispositivo, pues el ensayo se realiza en pequeña señal. En los ensayos en pequeña señal únicamente se aplican pequeños niveles de corriente alterna, por lo que el desempeño del dispositivo al trabajar en el convertidor de potencia puede ser muy diferente al medido. Por un lado, esta diferencia se debe a la falta de corriente DC en el ensayo. Por otro, el rizado de corriente en el inductor tiene un gran impacto en su comportamiento en la curva B-H, que se traduce en modificaciones en los valores de inductancia y resistencia, comparados con los obtenidos en la medida en pequeña señal.

Para evitar las mencionadas discrepancias entre el comportamiento del dispositivo en el momento de la medida y el que tendrá una vez incluido en el convertidor, la caracterización debe realizarse en gran señal, es decir, ante grandes perturbaciones de corriente. En la literatura hay presentes un número significativo de publicaciones sobre la caracterización en gran señal de componentes pasivos. En el caso particular de la medida de bobinas, el interés es creciente debido al desarrollo de los microinductores usados en sistemas PwrSiP y PwrSoC [15, 22, 58–63]. Este tipo de aplicaciones presenta dos grandes retos en la medida: (1) la alta frecuencia de funcionamiento de los dispositivos (superior a 10 MHz) y (2) su alto factor de calidad (su resistencia es mucho más pequeña que su reactancia). Dado que el objetivo es realizar las medidas en gran señal, la mayoría de las técnicas presentadas se diferencian en el método utilizado para medir la tensión en el inductor y la corriente que lo atraviesa [58, 64–66].

Para solventar ambos problemas, algunas propuestas se basan en la medida mediante calorímetros [16] o pirómetros [67]. Estos métodos, aunque no permiten medir la inductancia del dispositivo, sí que pueden utilizarse para caracterizar su resistencia equivalente. Además de la imposibilidad de obtener el valor de inductancia, estas propuestas tienen dos grandes inconvenientes: los dilatados tiempos requeridos para el ensayo y la dificultad para medir incrementos de temperatura en dispositivos en los que la resistencia (y por tanto las pérdidas) es muy pequeña.

El trabajo presentado en este capítulo se centra en la comparación de diferentes métodos de medida en gran señal, utilizando sondas de tensión y/o corriente y un osciloscopio. En la aproximación tradicional, la medida se realiza mediante una sonda de tensión y una

de corriente [58, 68]. En [64], la corriente se mide a partir de la caída de tensión en una impedancia conocida. En [65] se añaden diferentes componentes pasivos, en serie con la bobina que se está caracterizando, para medir las pérdidas en el núcleo en inductores acoplados. En [66, 69] el componente añadido es un condensador, cuyo valor se calcula de manera que la frecuencia de resonancia del conjunto condensador-inductor sea lo más cercana posible a la frecuencia del ensayo. Sin embargo, el método de medida más apropiado no está claramente determinado, ya que depende del dispositivo medido y de las condiciones del ensayo (amplitud y frecuencia de la corriente).

Para poder realizar la comparativa entre los diferentes métodos de medida es necesario emplear una figura de mérito. Una de las aproximaciones más comunes consiste en valorar la precisión del procedimiento de medida mediante un análisis de su error, su incertidumbre, o cualquier medida estadística de la desviación en los resultados [70–77]. Muchos de los métodos presentados no aportan estimaciones apropiadas de estas medidas de desviación [15, 22, 58, 64]. Otros solo consideran la desviación debida a la incertidumbre en la medida de la fase del dispositivo [19, 68, 69], omitiendo el error en el módulo, que puede ser muy importante en la medida, por ejemplo, al medir cerca de la frecuencia de resonancia. En algunos casos, la mayoría de los efectos se tiene en cuenta [64, 65, 78], pero el análisis se lleva a cabo únicamente sobre transformadores o bobinas acopladas.

Además de los problemas mencionados, incluso cuando se aporta una estimación de la precisión, en la mayoría de casos se requiere el conocimiento de la distribución estadística de las incertidumbres en la medida. Esta información no está presente en los datos aportados por los fabricantes e implica realizar suposiciones en el cálculo [73]. Para evitar estos problemas, en algunos casos se realiza un análisis de Montecarlo, que consiste en la simulación de los modelos del componente magnético medido y de la instrumentación utilizada. Esta aproximación se basa en cálculos estadísticos, lo que puede resultar en un gran número de iteraciones hasta conseguir una buena estimación [77], lo que implica una elevada necesidad de tiempo y recursos.

Hasta ahora no se ha llevado a cabo ningún estudio pormenorizado sobre la desviación en los resultados de medida de bobinas de un único devanado, y esa es la principal contribución del trabajo desarrollado en este capítulo. Durante el estudio se tienen en cuenta, además de la técnica utilizada, el efecto que tienen sobre los resultados la tolerancia de las sondas, el osciloscopio y los componentes adicionales incluidos en la medida. La principal aportación del estudio consiste en la presentación de una herramienta que permite optimizar o elegir el sistema de medida más apropiado, en términos de la instrumentación disponible y de las características de la medida (frecuencia, impedancia esperada, etc.).

4.2. Sistemas de medida de inductores en gran señal

La impedancia compleja de la bobina, en la que están presentes tanto el valor de inductancia como el de resistencia, se define como:

$$\underline{Z}_L = 2\pi fLi + R_L \quad (121)$$

Ambos términos son de especial importancia en el diseño de un convertidor de potencia. Por un lado, el valor de inductancia determina la amplitud del rizado de corriente y, por consiguiente, el tamaño de los filtros necesarios. Por otro, la resistencia serie equivalente, que representa todos los términos de pérdidas del inductor, tiene un gran impacto en la eficiencia del convertidor.

El circuito equivalente se muestra en la Figura 61.

Figura 61: Términos de la impedancia de la bobina

Las técnicas de caracterización de inductores se diferencian en la manera de obtener los valores de L y R_L . Siguiendo la clasificación propuesta en [64], las alternativas para realizar la caracterización de estos dispositivos pueden dividirse en dos grandes grupos: análisis térmico y análisis eléctrico. Dentro de cada una de estas categorías, se presentan diferentes métodos:

1. Métodos de análisis térmico:

- Medida basada en calorímetros.
- Medida basada en pirómetros.

2. Métodos de análisis eléctrico:

- Medida directa de impedancia.
- Medida de impedancia con compensación de fase.

Cada uno de los métodos presenta diferentes ventajas e inconvenientes, que se estudian a continuación.

4.2.1. Métodos de análisis térmico

Los métodos de análisis térmico utilizados se dividen en dos vertientes: métodos de medida indirecta o basados en el uso de calorímetros, y métodos de medida directa o basados en pirómetros.

Estos métodos comparten una problemática común: solo permiten la medida del valor de resistencia. En caso de querer caracterizar el valor de inductancia sería necesario acompañarlos de un método de análisis eléctrico.

Medida basada en calorímetros

En las medidas por medio de calorímetros, las pérdidas producidas en la bobina se transfieren a un fluido cuyas propiedades son bien conocidas. Para dicho fluido, que ha absorbido el calor generado por dichas pérdidas, se miden con precisión su masa y su incremento de temperatura. Si el sistema está perfectamente aislado, todo ese incremento de temperatura se debe a las pérdidas producidas en la bobina, que puede calcularse como:

$$P = \frac{c_p \cdot m \cdot \Delta T^a}{dt} \quad (122)$$

donde c_p es el calor específico del material, m su masa y ΔT^a el incremento de temperatura que experimenta.

Aunque este método presenta la ventaja de que el componente puede medirse ante cualquier forma de onda y valor de corriente (sin importar su frecuencia o contenido armónico [16]) o incluso funcionando en el propio circuito, sin embargo tiene tres grandes inconvenientes:

- El bajo valor de inductancia y resistencia de las bobinas a ensayar hace que sus pérdidas, incluso para valores altos de corriente, estén en el orden de las decenas de mW. Unas pérdidas tan pequeñas hacen que el incremento de temperatura en el fluido sea también muy pequeño, con lo que la resolución del sistema de medida se reduce enormemente [64].
- La medida necesita que primero se generen pérdidas dentro del componente, para que este se caliente, después que dicho calor se transmita al fluido y, por último, que la temperatura de todo el fluido se homogeneice, lo que supone un proceso muy lento [64].
- Para poder realizar el cálculo presentado en (122) con precisión, es necesario asegurar que el incremento de temperatura es únicamente debido a las pérdidas en el componente estudiado y que toda la masa de fluido alcance dicho incremento de temperatura. Para esto es necesario emplear calorímetros muy complejos y costosos, que incluyan sistemas que compensen la transferencia de calor entre el calorí-

metro y el exterior y que, a través de medidas de temperatura distribuidas, aseguren la homogeneidad de la misma [79].

Medida basada en pirómetros

Las medidas directas de temperatura, basadas en pirómetros, mantienen las ventajas de las medidas mediante calorímetros y solucionan varios de sus inconvenientes [67]: como la temperatura se mide directamente en el inductor, sin necesidad de calentar un fluido, el incremento de temperatura puede ser alto aunque el valor de pérdidas sea pequeño; y ya que no es necesario esperar a que la temperatura del fluido se estabilice, sino únicamente la del inductor, el tiempo de medida se reduce drásticamente.

Como contrapartida, presenta algunos inconvenientes:

- Dado que la medida de temperatura se realiza únicamente sobre el exterior del inductor, es necesario asegurar que todo el componente esté a la misma temperatura, lo que se convierte en un reto prácticamente imposible en el caso de los microinductores tipo *racetrack*, en los que una parte del conductor está al aire y otra dentro del núcleo, con una disipación de calor muy diferente.
- Aunque la medida proporcionada por el pirómetro se tome como puntual, en realidad es necesario asegurar que dicho “punto” sea lo suficientemente pequeño como para medir únicamente la parte deseada del componente, lo que incrementa la complejidad del sistema en el caso de medir microinductores.

4.2.2. Métodos de análisis eléctrico

Dadas las desventajas de los métodos de análisis térmico, la estrategia preferida en la caracterización de microinductores es el análisis eléctrico. En este caso pueden diferenciarse dos metodologías, que se diferencian en los componentes utilizados para medir la tensión.

Medida directa de impedancia

La medida directa de impedancia consiste en el cálculo de dicha impedancia a partir de las señales de tensión y corriente del inductor, según la ecuación:

$$\underline{Z_L} = \frac{\underline{V_L}}{\underline{I_L}} \quad (123)$$

Este es el procedimiento más sencillo para caracterizar una impedancia, con un circuito de medida mostrado en la Figura 62.

Figura 62: Circuito de medida simplificado

Este método presenta la ventaja de requerir el mínimo número de componentes, ya que únicamente es necesario el inductor a caracterizar [58, 64, 68], pero puede producir errores muy grandes si la bobina tiene un factor de calidad alto, relacionados con una fase de la impedancia cercana a 90° [69], tal como se analizará más adelante.

Es necesario recalcar que, dado que la impedancia se define a una frecuencia determinada, las tensiones y corrientes se modelan como sinusoidales a esa frecuencia, y por ello se representan como fasores.

En el resto del documento, el convenio utilizado en la nomenclatura de las variables es el siguiente:

- a : Valor instantáneo de una variable dependiente del tiempo.
- $\underline{A}$: Valor de la variable compleja 'A', compuesto por una parte real y una imaginaria.
- A : Módulo de la variable ' $\underline{A}$ '.
- Φ_A : Fase de la variable ' $\underline{A}$ ', en grados.

Medida de impedancia con compensación de fase

Con el objeto de solucionar los problemas derivados de la fase cercana a 90° mencionados, un circuito alternativo consiste en añadir en serie con la bobina una impedancia extra, que permite modificar la fase de la misma [65, 66, 69]. Esta impedancia se nombra como $\underline{Z_E}$ en este estudio y el circuito modificado para incluirla se muestra en la Figura 63.

En este caso, la fase entre tensión y corriente no depende ya únicamente de la bobina, sino que se utilizan la tensión y corriente de la impedancia combinada $\underline{Z_{LE}}$:

$$\underline{Z_{LE}} = \frac{\underline{V_{LE}}}{\underline{I_L}} \quad (124)$$

Figura 63: Circuito de medida simplificado

Dado que en este caso no se está midiendo la impedancia de la bobina, sino la del conjunto bobina y compensación, esta última debe sustraerse para obtener el valor de impedancia del inductor estudiado:

$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_{LE} - \underline{Z}_E \quad (125)$$

Para valorar las ventajas e inconvenientes de la utilización de un circuito de compensación de fase y para cuantificar cómo de importantes son estas, en el presente análisis se van a comparar las dos alternativas de medida de impedancia propuestas: medida directa de la impedancia y medida con compensación de fase.

4.2.3. Alternativas para la medida de corriente

A la hora de medir la corriente que circula a través de la bobina se presentan dos alternativas, mostradas en la Figura 64. La primera alternativa, tal como se muestra en la figura (a), consiste en la medida directa de la corriente $\underline{I}_L$, utilizando una sonda de corriente [58, 68]. En la segunda alternativa, mostrada en la figura (b), la corriente se mide como la caída de tensión $\underline{V}_S$ en una impedancia conocida $\underline{Z}_S$ [64].

En el caso del circuito mostrado en la Figura 64 (b), conocidas la impedancia usada para el sensado y la caída de tensión en dicha impedancia, la corriente por la bobina se calcula como el cociente entre ellas (126).

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{V}_S}{\underline{Z}_S} \quad (126)$$

4.2.4. Compensación de sondas

Al emplearse dos sondas diferentes para la medida, es necesario compensar la diferencia de retardo en los caminos eléctricos de ambas, ya que esta diferencia produciría una medida errónea del desfase tensión-corriente [68].

Figura 64: Alternativas para la medida de corriente en la bobina. (a): medida con sonda de corriente; (b): medida con sonda de tensión

Si se emplean dos sondas de tensión, la diferencia de retardos puede compensarse utilizando cualquier forma de onda pulsante, ya que ambas sondas pueden conectarse al mismo punto y, en el osciloscopio, pueden modificarse sus retardos hasta que ambas muestren la misma onda.

Si se usa una sonda de tensión y otra de corriente, es necesario utilizar un circuito en el que la forma de corriente generada por una tensión determinada sea perfectamente conocida, comúnmente denominado circuito de *Deskew* [68]. De manera general, el circuito utilizado para ello es una serie R-L-C (R_{Desk} , L_{Desk} y C_{Desk}) como la mostrada en la Figura 65. Dado que la impedancia es conocida, el desfase entre tensión y corriente también lo es, por lo que el retardo de cada sonda puede ajustarse en el osciloscopio hasta que coincida con el retardo debido.

Figura 65: Circuito de compensación de sondas propuesto

4.2.5. Circuitos de medida considerados

Teniendo en cuenta las dos estrategias de medida de tensión (directa o con compensación de fase) y las dos de medida de corriente (con sonda de corriente o como caída de tensión en una impedancia conocida), los circuitos usados en los métodos de análisis eléctrico pueden clasificarse en cuatro configuraciones.

Los cuatro sistemas, con las diferentes combinaciones de medida de tensión y corriente, se presentan en la Figura 66. Los sistemas en los que se utiliza una sonda de corriente se muestran en la columna izquierda (a y c) y, en el lado derecho (b y d), aquellos en los que se usa una sonda de tensión junto a una resistencia de sensado. En lo referente a la medida de tensión en la bobina, la fila superior (a y b) se corresponde a las medidas directas de tensión en la impedancia, mientras que la fila inferior muestra los sistemas de medida en los que se añade un condensador C_E en serie, y se mide la tensión v_{LE} en la impedancia combinada.

Figura 66: Sistemas de medida de tensión y corriente

4.2.6. Circuito de medida propuesto para el análisis

Una vez identificadas las cuatro combinaciones mediante las cuales se pueden medir los valores de tensión y corriente, se propone un único circuito, en el que se pueda analizar el comportamiento de todas ellas. Este circuito está definido como el caso más general, y coincide con el mostrado en la Figura 66. En este circuito la tensión se mide en la impedancia combinada $\underline{Z}_{LE}$ y la corriente se obtiene como la caída de tensión en una impedancia conocida. Una vez analizado este circuito, el resto de sistemas presentes en la Figura 66 pueden estudiarse como particularizaciones de este. De esta manera, si no se utiliza una impedancia en serie con la bobina, únicamente es necesario igualar su valor a cero en el análisis ($\underline{Z}_E = 0$). En el caso de la medida de corriente, si se opta por utilizar una sonda de corriente en lugar de una de tensión, basta con igualar el valor de la impedancia $\underline{Z}_S$ al valor de la impedancia de inyección de dicha sonda.

El circuito utilizado para este análisis, en el que quedan representados todos los sistemas mostrados en la Figura 66, es por tanto es el mostrado en la Figura 67. Es importante destacar que para completar las medidas en gran señal sería necesario añadir una fuente de corriente continua. Esta fuente no se incluye los esquemáticos mostrados, ya que no tiene ningún efecto sobre el análisis posterior.

Figura 67: Circuito de medida propuesto para el análisis

Mediante este circuito, la bobina se caracterizará con una señal en régimen sinusoidal permanente, con el procedimiento de medida que se resume en la Figura 68 y se detalla a continuación:

1. Se mide un valor determinado de la onda de tensión sinusoidal en la impedancia. Puede ser amplitud, valor eficaz o cualquier otro valor que se considere representativo.

$$\begin{array}{l}
\left. \begin{array}{l} \cdot \text{ Medir } V_{LE} \\ \cdot \text{ Medir } I_L \end{array} \right\} \cdot \text{ Calcular } Z_{LE} \\
\left. \begin{array}{l} \cdot \text{ Medir } T \\ \cdot \text{ Medir } \Delta T \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \cdot \text{ Calcular } \Phi_{LE} \\ \cdot \text{ Calcular } f \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \cdot \text{ Calcular } \sin(\Phi_{LE}) \\ \cdot \text{ Calcular } \cos(\Phi_{LE}) \end{array} \right\} \underbrace{\begin{array}{l} \cdot \text{ Calcular } R_L \\ \cdot \text{ Calcular } X_L \\ \cdot \text{ Calcular } L \end{array}}
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
R_L &= Z_{LE} \cdot \cos(\Phi_{LE}) - R_E \\
X_L &= Z_{LE} \cdot \sin(\Phi_{LE}) - X_E \\
L &= \frac{X_L}{2\pi f}
\end{aligned}$$

Figura 68: Procedimiento de cálculo de L y R_L usando un osciloscopio

2. Se mide un valor determinado de la onda de corriente sinusoidal en la impedancia, el mismo que se utilizó en la medida de tensión.
3. Se mide el periodo de la sinusoidal utilizada, como diferencia entre dos puntos de una misma onda, ya sea la de tensión o la de corriente.
4. Se mide el desfase temporal entre tensión y corriente, como diferencia entre un punto determinado de la onda de tensión y el mismo punto de la de corriente.
5. De los valores de tensión y corriente se obtiene el módulo de la impedancia.
6. De los valores de desfase temporal y periodo se obtiene la fase y la frecuencia.
7. A partir del valor de fase se calculan el seno y el coseno.
8. Con los valores de módulo, fase, seno, coseno y frecuencia, se calculan los valores resistencia y reactancia del conjunto Bobina + Impedancia de compensación (o únicamente de la bobina, si no se incluye una impedancia adicional).
9. A dichos valores se le sustraen los valores de resistencia y reactancia de la impedancia añadida y se obtiene los valores de interés: L y R_L .

Para las medidas de tensión y corriente, los valores de módulo y fase pueden obtenerse también a partir de la transformada de Fourier de las señales. Dicha transformada se obtiene a partir de los valores temporales medidos con el osciloscopio, por lo que su uso no modifica la aproximación tomada.

4.3. Incertidumbre en la medida

Para poder comparar entre sí diferentes técnicas de medida es necesario emplear determinadas figuras de mérito, que permitan cuantificar, de manera objetiva, las virtudes de cada una. Uno de los procedimientos más comunes consiste en compararlas mediante un análisis del error, incertidumbre o cualquier medida estadística de la desviación en los valores aportados [70–77].

En esta sección se presenta la metodología para comparar cada una de las técnicas de medida propuestas. La idea principal es analizar el impacto en los resultados que tienen diferentes parámetros: tolerancia de sondas y osciloscopio, tolerancia de los componentes adicionales empleados, efectos debidos a la discretización de las señales, etc.

4.3.1. Error e incertidumbre

Al tomar una medida en el laboratorio siempre hay diferencia entre los valores reales y los medidos. Esta diferencia se puede enfocar desde dos puntos de vista [71]:

- Error de medida: imperfecciones en el procedimiento de medida que dan lugar a diferencias entre el valor medido y el real (convencionalmente considerado verdadero [71]). El origen de dichas imperfecciones puede ser de carácter aleatorio o sistemático y puede compensarse o corregirse.
 - En el caso de los errores aleatorios, debidos a variaciones de las magnitudes que influyen en la medida, estos pueden reducirse teniendo en cuenta dichas magnitudes o asegurando una menor variación de las mismas durante los ensayos.
 - Los efectos sistemáticos, una vez identificados, pueden cuantificarse y, por tanto, reducirse, aplicando una corrección o un factor de corrección a la medida.
- Incertidumbre en la medida: rango de valores de una variable medida entre los que puede estar el valor real (desconocido). Dicho rango de valores proviene de la imposibilidad de conocer exactamente el valor de una variable medida, incluso cuando esta se ha tomado correctamente y se han tenido en cuenta todas las fuentes de error. Esta imposibilidad puede deberse a múltiples factores, entre ellos, la resolución finita de los instrumentos de medición, o los rangos de tolerancia de los dispositivos utilizados.

El error, dado que es un valor puntual, puede reducirse eliminando las fuentes que lo generan o teniéndolas en cuenta en los cálculos. La incertidumbre, sin embargo, dado que no es un valor único sino un rango de posibilidades, nunca puede anularse completamente y debe darse como intervalo (simétrico o no) sobre el valor medido.

La incertidumbre sobre un valor medido F_{Medido} se denota en este análisis con la letra griega ε y marca los límites en los que se encuentra su valor real F_{Real} , tal como se muestra en la Figura 69.

Figura 69: Estimación del peor caso para los valores medidos

Donde εF_{pos} y εF_{neg} son las incertidumbres superior e inferior respectivamente sobre el valor medido, dadas en las mismas unidades que éste.

$$F_{Medido} - \varepsilon F_{Medido,neg} \leq F_{Real} \leq F_{Medido} + \varepsilon F_{Medido,pos} \quad (127)$$

El criterio de signos utilizado durante el análisis es el siguiente:

- Una incertidumbre acompañada de un signo positivo implica que el valor real es mayor que el medido.
- Una incertidumbre acompañada de un signo negativo implica que el valor real es menor que el medido.

4.3.2. Incertidumbres consideradas

En este análisis, las incertidumbres consideradas en el circuito de medida mostrado en la Figura 64 son:

- Medida de amplitud de tensión:
 - Incertidumbre en la ganancia de la sonda.
 - Incertidumbre debida a la resolución vertical del osciloscopio.
- Medida de amplitud de corriente:
 - Incertidumbre en la ganancia de la sonda.
 - Incertidumbre debida a la resolución vertical del osciloscopio.
 - Incertidumbre en la impedancia utilizada para medir la corriente.
- Medida del desfase tensión-corriente:
 - Incertidumbre en el periodo de la señal.

- Incertidumbre en el retardo real de la sonda de tensión.
- Incertidumbre en el retardo real de la sonda de corriente.
- Impedancia de compensación de fase:
 - Incertidumbre en la impedancia utilizada para compensar la fase de la bobina (en caso de utilizarse).

Por otro lado, las incertidumbres consideradas en el circuito utilizado para compensar los retardos de las sondas (circuito de *Deskew*) mostrado en la Figura 65 son:

- Medida del desfase entre las señales de las dos sondas:
 - Incertidumbre en el periodo de la señal.
 - Incertidumbre en el retardo real de la primera sonda.
 - Incertidumbre en el retardo real de la segunda sonda.
- Valor del desfase temporal a compensar:
 - Incertidumbre en la resistencia utilizada para compensar (si se utiliza).
 - Incertidumbre en la inductancia utilizada para compensar (si se utiliza).
 - Incertidumbre en la capacidad utilizada para compensar (si se utiliza).
 - Incertidumbre en el periodo de la señal (en caso de compensar en una impedancia compleja).

4.3.3. Definición del peor caso

Las incertidumbres mencionadas en el apartado anterior se consideran incertidumbres directas, es decir, incertidumbres sobre un valor debidas a la incertidumbre en la medida de dicho valor.

Sin embargo, las incertidumbres de interés real en cuanto a la caracterización de la bobina son las que acompañan al valor de inductancia L y de resistencia R_L (εL y εR_L respectivamente). L y R_L no se miden directamente, sino que su valor se obtiene de los resultados de varias medidas (fasores de tensión y corriente), por lo que en su cálculo está presente el efecto de todas las incertidumbres de dichas medidas.

En primer lugar, es necesario definir la relación entre el valor de una magnitud medida, denominado F de manera genérica, y los parámetros que afectan a su medida ω_i , tal como se define en (128).

$$F_{Medida} = f(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n) = f(\omega_i) \quad (128)$$

Cada una de las componentes ω_i tiene una incertidumbre asociada a ella, es decir, su valor real puede ser diferente al medido, y estará contenido dentro del rango de incertidumbre delimitado por (129).

$$\omega_{i,Real} = \omega_i \pm \varepsilon \omega_i \quad (129)$$

El valor real de F (F_{Real}) depende por tanto del valor de cada una de las componentes ω_i , sobre cuyo valor hay cierta incertidumbre:

$$F_{Real} = f(\omega_{i,Real}) = f(\omega_1 \pm \varepsilon \omega_1, \omega_2 \pm \varepsilon \omega_2, \omega_3 \pm \varepsilon \omega_3, \dots, \omega_n \pm \varepsilon \omega_n) \quad (130)$$

Cada combinación de parámetros (cada una de las posibles combinaciones de signos + y - que acompañan a cada valor de ω_i), arroja un rango de posibles valores entre los que debe estar el valor real, para un valor medido determinado. Este rango es más o menos amplio según la combinación de signos, tal como se muestra en la Figura 70.

Figura 70: Estimación del peor caso para los valores medidos

En la figura, los subíndices (1, 2, 3, n) se refieren a cada una de las posibles combinaciones de signos mostradas en la expresión (130).

Dado que el rango de incertidumbre se define como el peor caso, es necesario encontrar las combinaciones de las incertidumbres ($\omega_1 \pm \varepsilon \omega_1, \omega_2 \pm \varepsilon \omega_2, \dots, \omega_n \pm \varepsilon \omega_n$) que producen las máximas desviaciones de F_{Medido} , tanto por exceso (εF_{pos}) como por defecto (εF_{neg}). Dichos valores se definen como la máxima diferencia entre el valor medido y el real, tal como se describe en (131) y (132).

$$\varepsilon F_{pos} = \max(F_{Medido} - f(\omega_1 \pm \varepsilon \omega_1, \omega_2 \pm \varepsilon \omega_2, \omega_3 \pm \varepsilon \omega_3, \dots, \omega_n \pm \varepsilon \omega_n)) \quad (131)$$

$$\varepsilon F_{neg} = \max(f(\omega_1 \pm \varepsilon \omega_1, \omega_2 \pm \varepsilon \omega_2, \omega_3 \pm \varepsilon \omega_3, \dots, \omega_n \pm \varepsilon \omega_n) - F_{Medido}) \quad (132)$$

Dado que el valor real es siempre desconocido y el único valor que se puede manejar es el de la medida, en adelante el valor de F sin subíndice se refiere a dicho valor medido:

$$F = F_{Medido} \quad (133)$$

4.3.4. Propagación de incertidumbres

Las ecuaciones (130), (131) y (132) permiten evaluar la propagación de los valores de los parámetros ω_i al valor de F , sea cual sea la expresión que lo defina, f . Este procedimiento, sin embargo, presenta tres problemas diferentes:

1. La función f puede ser no lineal.
2. Si el valor de la magnitud medida depende de un número alto de términos (n), cada uno con 2 posibles valores (signo + y signo -), el número de combinaciones posibles crece exponencialmente, como muestra (134).

$$\text{Combinaciones} = n^2 \quad (134)$$

3. Los diferentes términos que componen la expresión f no son, en principio, independientes. Esto aumenta mucho la complejidad del análisis, ya que es muy difícil dividir la expresión en términos más pequeños que se puedan analizar por separado.

Para evitar los problemas mencionados, se toma una aproximación alternativa. 1) La función se linealiza con respecto al valor nominal; 2) se obtiene una única expresión, que evite el cálculo de todas las combinaciones y 3) se separa el efecto de cada una de las componentes de incertidumbre, para que pueda analizarse por separado.

Para cumplir con los tres objetivos presentados, la función f puede analizarse mediante una aproximación de Taylor de primer orden, tal como se define en (135). Esta aproximación permite obtener una única expresión linealizada en la que están presentes, de manera independiente, los efectos debidos a las pequeñas variaciones de los parámetros ω_i alrededor de sus valores $\omega_{i,0}$ sobre el valor de F alrededor de un valor determinado F_0 .

$$F = F_0 + \sum \frac{\partial f}{\partial \omega_i} (\omega_i - \omega_{i,0}) \quad (135)$$

donde las derivadas parciales se calculan para el punto $F = F_0$ y $\omega_i = \omega_{i,0}$.

La ecuación (135) puede reescribirse considerando las variaciones de F y ω_i alrededor de F_0 y $\omega_{i,0}$ respectivamente:

$$\varepsilon F = F - F_0 = f(\omega_i) - f(\omega_{i,0}); \quad \varepsilon \omega_i = \omega_i - \omega_{i,0} \quad (136)$$

Lo que arroja la expresión:

$$\varepsilon F = \sum \frac{\partial f}{\partial \omega_i} \varepsilon \omega_i \quad (137)$$

La expresión (137) puede utilizarse para diferentes propósitos:

1. Por un lado, puede usarse para referirse a la incertidumbre típica sobre una medida, tal como se define en la *Guía para la expresión de la incertidumbre en la medida* [71]. Si los parámetros ω_i están caracterizados por una distribución de probabilidad determinada, y $\varepsilon\omega_i$ son las desviaciones en torno a la media o el valor esperado $\varepsilon\omega_i = \omega_i - E[\omega_i]$, la expresión (137) se transforma en (138).

$$\sigma_F = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial \omega_i} \right)^2 \sigma_{\omega_i}^2} \quad (138)$$

donde σ_F es la incertidumbre típica sobre la medida F y $\sigma_{\omega_i}^2$ es la varianza de cada uno de los parámetros ω_i . En esta aproximación, todos los factores ω_i se consideran independientes y, por tanto, con co-varianza 0.

En el cálculo de la incertidumbre típica sobre una medida, es muy común emplear métodos estadísticos para reducir dicha incertidumbre [75, 80]. Sin embargo, esta práctica presenta diversos inconvenientes:

- Para poder aplicar cualquier reducción por medios estadísticos es necesario que la cantidad de medidas sea lo suficientemente alta como para que la distribución de los resultados se aproxime a la esperada.
 - La distribución esperada debe ser conocida.
 - Una vez conocida la incertidumbre, es necesario multiplicarla por un factor de cobertura que indique qué porcentaje de las muestras están contenidas en dicha distribución (intervalo de confianza). Dicho factor suele tener valores entre 2 y 3 y varía según la distribución esperada, por lo que su elección está normalmente basada en la experiencia [71].
 - Todo el procedimiento estadístico se basa en el uso repetido de intervalos de confianza, cuya aplicación es cuestionada en algunas áreas e incluso descartado en otras [73].
2. Por otro lado, para solventar todos los problemas mencionados, en el presente estudio se propone una aproximación alternativa. Se ha optado por calcular la incertidumbre de una medida y definirla no basándose en un intervalo de confianza, sino en el peor caso posible en la obtención de dicha medida, asegurando que el valor real está, por tanto, dentro del rango presentado, pero sin atribuir ninguna probabilidad determinada a ningún valor intermedio.

Para definir la máxima variación posible en los resultados de la medida, es decir, el máximo valor de εF , la expresión (137) se transforma en (139), que se corresponde al peor caso, el error límite o el peor caso de incertidumbre [81].

$$\varepsilon F_{max} = \sum \left| \frac{\partial f}{\partial \omega_i} \right| \varepsilon \omega_{i,max} \quad (139)$$

En (139), el valor absoluto que acompaña a cada término se debe a que ninguna componente de incertidumbre, por definición, puede reducir la incertidumbre total.

El valor de εF depende de los valores de F_0 y $\omega_{i,0}$, ya que las derivadas parciales en (135) y (137) se calculan para dicho valor. Si F_0 es el valor real, la estimación del peor caso incluye todos los posibles valores de la medida F . Sin embargo, si F_0 es el valor medido, la estimación del peor caso solo incluye el valor real si $\varepsilon F_{\max} \geq \varepsilon F_{\text{real},\max}$. F_{real} es siempre desconocido pero, en un caso práctico, los valores de F_{real} y F son cercanos, por lo que se puede asumir que $\varepsilon F_{\max} \approx \varepsilon F_{\text{real},\max}$.

De acuerdo a este principio, cuando se mide un valor F , el valor real F_{real} debe estar en el intervalo de peor caso calculado. De esta manera se asegura que el valor real estará entre dos límites simétricos:

$$F - \varepsilon F_{\max} \leq F_{\text{real}} \leq F + \varepsilon F_{\max} \quad (140)$$

Figura 71: Estimación del peor caso para los valores real y medido

Es necesario recalcar que, aunque este procedimiento posee grandes ventajas, tal como se ha descrito al comienzo de esta sección, también presenta un inconveniente. La aproximación de Taylor de primer orden presentada en (137), arroja un único valor de incertidumbre, que se usa tanto como límite superior como inferior, arrojando un intervalo simétrico. Si bien esto permite simplificar enormemente el estudio, hace que haya pequeñas diferencias entre el valor obtenido de manera aproximada por este método y los valores exactos calculados mediante las expresiones (131) y (132).

Dado que las ventajas superan a los inconvenientes, el resto del análisis se realizará mediante este procedimiento, utilizando el análisis numérico de los peores casos únicamente para realizar comprobaciones y para validar los resultados obtenidos.

En el resto del documento, la incertidumbre siempre se refiere al peor caso, por lo que los valores $\varepsilon F_{\max}$ y $\varepsilon \omega_{i,\max}$ se denominan εF y $\varepsilon \omega_i$ respectivamente, y la expresión (139) se transforma en (141).

$$\varepsilon F = \varepsilon F_{\max} = \sum \left| \frac{\partial f}{\partial \omega_i} \right| \varepsilon \omega_i \quad (141)$$

4.3.5. Obtención del peor caso

El procedimiento de cálculo basado en la propagación de incertidumbres posee una ventaja adicional: permite corregir uno de los problemas del procedimiento numérico para el cálculo exacto, relacionado con el alto número de parámetros. Este problema hace que haya un gran número de posibles combinaciones (combinaciones de los signos + o - que acompañan a cada incertidumbre $\varepsilon\omega_i$) y que sea necesario analizarlas todas para encontrar los peores casos (εF_{pos} y εF_{neg} , tal como se describe en las ecuaciones (131) y (132)). La última ventaja del procedimiento basado en la linealización de las expresiones es la capacidad para identificar, de manera sistemática, la combinación que genera el peor caso.

La deducción de si el valor de incertidumbre de un término ($\varepsilon\omega_i$) debe estar acompañado de un signo + o - para generar un peor caso, se puede obtener del signo de la expresión que acompaña a dicho término entre valores absolutos ($|\partial f/\partial \omega_i|$) en la ecuación que define la incertidumbre total (139). En el caso de querer obtener el peor caso con incertidumbre positiva (valor medido más alejado, por arriba, del valor real, εF_{pos}), se deben seguir dos reglas básicas:

- Si el valor que acompaña a un término de incertidumbre dentro del valor absoluto es positivo, el peor lo genera una incertidumbre acompañada de signo positivo ($\omega_i + \varepsilon\omega_i$).
- Si el valor que acompaña a un término de incertidumbre, dentro del valor absoluto es negativo el peor lo genera una incertidumbre acompañada de signo negativo ($\omega_i - \varepsilon\omega_i$).

Estas reglas se invierten si se quiere calcular la combinación que genera el peor caso contrario, es decir, aquel que aporta un valor calculado más alejado, por abajo, del valor real, εF_{neg} .

Este procedimiento para la obtención del peor caso permite reducir enormemente la complejidad del cálculo, ya que evita la necesidad de considerar todas las combinaciones de parámetros, reduciéndolas a únicamente la que se ha identificado como peor caso. Esta propiedad permite validar mediante simulación todos los análisis que se realizarán en la siguiente sección, que implicarían un desarrollo muy largo y computacionalmente costoso de otra manera.

4.3.6. Ejemplo de cálculo

Para ilustrar con un ejemplo práctico el método presentado, se propone emular la obtención de la capacidad de un condensador. Dicha medida puede realizarse en un laboratorio midiendo dos magnitudes: su reactancia X_C (asumiendo que su impedancia es totalmente capacitiva), y el periodo T de la onda a la que se mide dicha reactancia:

$$C = \frac{T}{2\pi X_C} \quad (142)$$

Sobre ambas medidas tomadas hay presente cierta incertidumbre, que genera a su vez una incertidumbre en el cálculo de C . El valor real de la capacidad estará por tanto en los límites impuestos por dichas incertidumbres:

$$C_{Real} = \left[\frac{T \pm \varepsilon T}{2\pi(X_C \pm \varepsilon X_C)} \right] \quad (143)$$

Para poder presentar numéricamente el resultado como un intervalo, es necesario encontrar los límites superior e inferior de dicho intervalo, con uno de los dos procedimientos descritos.

Procedimiento numérico

En primer lugar, se puede calcular el valor exacto del peor caso, tal como se definió en la Sección 4.3.3. Como únicamente hay dos términos presentes sobre los que hay incertidumbre (T y X_C), las cuatro combinaciones entre las que puede estar el peor caso se componen de la siguiente manera:

Tabla 14: Posibles combinaciones de εX_C y εT

$\varepsilon T \backslash \varepsilon X_C$	$-\varepsilon X_C$	$+\varepsilon X_C$
$-\varepsilon T$	$C_{real} = \frac{T - \varepsilon T}{2\pi(X_C - \varepsilon X_C)}$ [1,1]	$C_{real} = \frac{T - \varepsilon T}{2\pi(X_C + \varepsilon X_C)}$ [1,2]
$+\varepsilon T$	$C_{real} = \frac{T + \varepsilon T}{2\pi(X_C - \varepsilon X_C)}$ [2,1]	$C_{real} = \frac{T + \varepsilon T}{2\pi(X_C + \varepsilon X_C)}$ [2,2]

Analizando las 4 combinaciones presentadas en la Tabla 14 se pueden obtener las que resultan en los peores casos, tanto por exceso como por defecto. Las combinaciones [1,1] y [2,2] quedan automáticamente descartadas, pues al tener ambas incertidumbres el mismo signo, estando una en el numerador y otra en el denominador, el efecto de la primera contrarresta el de la segunda. Por simple inspección se puede deducir que la combinación que genera el peor caso positivo es la combinación en la posición [2,1] de la matriz, ya que se incrementa el valor del numerador y se decrementa el del denominador. De la misma manera, la combinación que genera el peor caso negativo es la mostrada en

la posición [1,2], por los motivos opuestos. Los valores de incertidumbre, tanto positiva como negativa, pueden calcularse, por tanto, como:

$$\varepsilon C_{pos} = \max(C_{Real}) - C_{Medido} = \frac{T + \varepsilon T}{2\pi(X_C - \varepsilon X_C)} - \frac{T}{2\pi X_C} \quad (144)$$

$$\varepsilon C_{neg} = C_{Medido} - \min(C_{Real}) = \frac{T}{2\pi X_C} - \frac{T - \varepsilon T}{2\pi(X_C + \varepsilon X_C)} \quad (145)$$

Este análisis es muy sencillo para situaciones en las que únicamente hay dos variables presentes, pero puede llegar a ser muy complejo según aumenta el número de las mismas. Además, es muy difícil dividir la expresión en términos que acompañen únicamente a εT o εX_C , por lo que su análisis no puede hacerse por separado.

Análisis por propagación de incertidumbres

Por otro lado, el análisis se puede llevar a cabo mediante el procedimiento propuesto. Puesto que en el cálculo hay dos variables sobre las que hay incertidumbre, la incertidumbre total sobre el valor de C (εC) se puede obtener propagando sus efectos, según (141).

A partir de (142), la incertidumbre propagada sobre C se calcula como:

$$\varepsilon C = \left| \frac{\partial C}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial C}{\partial X_C} \right| \varepsilon X_C = \left| \frac{1}{2\pi X_C} \right| \varepsilon T + \left| -\frac{T}{2\pi X_C^2} \right| \varepsilon X_C \quad (146)$$

Como se puede observar, en (146) los efectos de los dos términos de incertidumbres (εT y εX_C) se presentan de manera independiente, por lo que sus contribuciones pueden analizarse por separado.

Adicionalmente, tal y como se mencionó en la sección anterior, este procedimiento permite, fácilmente y de manera sistemática, encontrar la combinación de signos que genera los peores casos (εC_{pos} y εC_{neg}), atendiendo únicamente al signo del término que acompaña a cada incertidumbre dentro de los valores absolutos. Para el cálculo del peor caso positivo, εC_{pos} , el criterio de signos a seguir es:

- Dado que el término que acompaña a εT en (146) tiene signo positivo, εT también tendrá signo positivo para generar el peor caso positivo (εC_{pos}).
- Dado que el término que acompaña a εX_C en (146) tiene signo negativo, εX_C también tendrá signo negativo para generar el peor caso positivo (εC_{pos}).

Los signos serán los contrarios para el cálculo del peor caso por defecto (εC_{neg}).

Como se puede comprobar, dicha conclusión, obtenida a partir de un análisis sistemático, está en concordancia con la obtenida mediante el análisis numérico en (144) y (145).

4.3.7. Validación del procedimiento

Teniendo en cuenta que la propagación de incertidumbre se realiza linealizando en torno a un valor, los valores obtenidos mediante este análisis no son exactos si la expresión original no es lineal.

Para validar la exactitud de las aproximaciones, además del cálculo teórico, se realiza la simulación del circuito, añadiendo el valor de incertidumbre correspondiente a cada componente para generar el peor caso. Como la simulación pretende emular la medida en un laboratorio, de dicha simulación se obtienen únicamente las señales de tensión y corriente, tal como se haría con un osciloscopio. A partir de dichas señales se obtiene el valor medido de la magnitud de interés y se calcula la diferencia frente al valor real (que es conocido en la simulación). Esta diferencia se corresponde al peor caso y se compara con los rangos de incertidumbre obtenidos mediante el cálculo de su propagación.

El procedimiento de validación por simulación se puede resumir en los pasos siguientes:

1. Se elige un dispositivo a caracterizar (definido por su inductancia, su resistencia y la frecuencia a la que se va a caracterizar).
2. Se deduce la peor combinación de incertidumbres en la medida. Esta se define por el peor caso en el signo de la incertidumbre asociada a cada dispositivo y a cada equipo.
3. Se simula el circuito (cuyos componentes no tienen los valores nominales, sino los calculados para el peor caso), y se extraen las señales de tensión y corriente, emulando la toma de datos mediante un osciloscopio.
4. Se realizan los cálculos de módulo, fase, resistencia, reactancia e inductancia, en base a las formas de onda de tensión y corriente.
5. Se obtiene la diferencia entre los valores calculados y los reales (que son conocidos, pues es simulación), que corresponde al peor caso.
6. Se compara la diferencia entre el peor caso (obtenido en simulación) y la incertidumbre obtenida analíticamente.

Como se explicó anteriormente, de cara a la simulación y a la validación experimental, cada componente tiene en realidad un único valor, y no un rango.

Esto implica que para validar el procedimiento de cálculo de la incertidumbre (tanto si se valida contra los resultados de la expresión completa definida en la sección 4.3.3, como si se pretende validar mediante simulación o medidas experimentales) sería necesario disponer de cientos de dispositivos diferentes para cada uno de los circuitos de las figuras 64 y 65. Estos dispositivos comprenden tanto los equipos de medida como los componentes

auxiliares utilizados en los diferentes circuitos (Z_E , Z_S , R_{Desk} , L_{Desk} y C_{Desk}) y sería necesario realizar miles de medidas para asegurar el barrido de una proporción significativa de las combinaciones de incertidumbre, para poder encontrar el peor caso [77].

Gracias al procedimiento descrito para la obtención de la peor combinación de signos, se puede realizar una única simulación o medida, en la que cada componente presentado toma un único valor (por ejemplo, $C_{E,Simulado} = C_E + \epsilon C_E$, $R_{Desk,Simulado} = R_{Desk} - \epsilon R_{Desk}$, etc.) en vez de todo su rango de posibilidades. Las simulaciones realizadas mediante este procedimiento se utilizarán para validar los cálculos de propagación de incertidumbre y la precisión de dicha aproximación en cada uno de los pasos del proceso, descritos en la siguiente sección.

Para validar que la combinación de signos obtenida es realmente la que genera la mayor diferencia entre valor real y valor medido (es decir, el peor caso) y que esta siempre proviene de los valores extremos de incertidumbre de cada componente, y no de un punto intermedio, sería necesario obtener los resultados para cada uno de los infinitos posibles valores que puede tomar cada parámetro dentro de su rango de tolerancia. Dado que tal análisis resulta imposible, se ha optado por realizar un análisis de sensibilidad del sistema, considerando un número representativo de valores de cada parámetro, obtenidos mediante una distribución normal dentro de sus rangos de incertidumbre.

Debido a que el volumen de datos generado sería demasiado grande, la validación de la obtención de los peores casos mediante el análisis de sensibilidad, se muestra únicamente junto a la validación experimental (para el mismo dispositivo), al final de este capítulo.

4.4. Estudio de la incertidumbre en el circuito de medida

En las secciones previas se han presentado los circuitos de medida y se ha definido la expresión de incertidumbre que se puede usar para compararlos. Establecidos ya el objetivo (caracterizar la inductancia y resistencia de una bobina), el circuito y el procedimiento de validación, se puede proceder al estudio del sistema de medida. En esta sección se realiza un análisis exhaustivo de todos los efectos de incertidumbre presentes en dicho sistema. A partir de este análisis se extraen conclusiones sobre la manera de optimizar los recursos disponibles y sobre cómo aumentar la precisión en las medidas realizadas.

Los circuitos de medida y compensación de sondas propuestos en la Sección 4.2 (figuras 67 y 65 respectivamente), una vez aplicados los efectos de incertidumbre descritos en la Sección 4.3, se muestran en las figuras 72 y 73. Es necesario destacar que las variables de tensión y corriente representados con letras minúsculas en las figuras (v e i respectivamente) hacen referencia a valores dependientes del tiempo. En su incertidumbre se consideran tanto las tolerancias que afectan a su amplitud como las que afectan a su fase.

Figura 72: Fuentes de incertidumbre en los circuitos de caracterización de inductores

Figura 73: Fuentes de incertidumbre en el circuito de compensación de sondas

Los cálculos de εL y εR_L son muy complejos, por depender de multitud de parámetros independientes. Gracias a las propiedades de la aproximación basada en propagación de incertidumbres, su estudio se realiza dividiéndolos en diferentes términos independientes, que se pueden analizar por separado. Dicha división se realiza de manera análoga a la división del cálculo de L y R_L . El cálculo de incertidumbre consta de seis partes:

1. Incertidumbre en el valor del módulo.
2. Incertidumbre en el valor del desfase temporal.
3. Incertidumbre en el valor de la fase.
4. Incertidumbre en el valor de la resistencia.
5. Incertidumbre en el valor de la reactancia.
6. Incertidumbre en el valor de la inductancia.

Para ilustrar cada paso del proceso con ejemplos, se propone la caracterización de una bobina con las propiedades descritas en la Tabla 15, con las características de componentes y equipos mostradas en la misma tabla.

Tabla 15: Parámetros usados para los ejemplos de cálculo de incertidumbres

	Parámetro	Valor
Bobina	L	100 nH
	R_L	0,1 Ω
	T	10^{-7} s
Círculo de medida	C_S	1 F
	R_S	0,2 Ω
	C_E	2 nF
	R_E	0,5 Ω
	T_{Desk}	10^{-7} s
	C_{Desk}	220 pF
	R_{Desk}	1 Ω
	L_{Desk}	10 nH
Características y tolerancias de componentes y equipos	εC_S	$0,02 \cdot C_S$
	εR_S	$0,02 \cdot R_S$
	εC_E	$0,02 \cdot C_E$
	εR_E	$0,02 \cdot R_E$
	G_V	0,01 V/V
	G_S	0,015 V/V
	Nb	10 bits
	εC_{Desk}	$0,02 \cdot C_{Desk}$
	εR_{Desk}	$0,02 \cdot R_{Desk}$
	εL_{Desk}	$0,02 \cdot L_{Desk}$
	S_{Rate}	1 Gs/s

Aunque estos son los parámetros utilizados por defecto, en algunos ejemplos se modifica el valor de determinadas propiedades, para poder resaltar los efectos deseados en cada caso.

4.4.1. Incertidumbre en el módulo

El módulo de la impedancia Z_{LE} puede calcularse como el cociente entre el módulo de la tensión y el módulo de la corriente en dicha impedancia.

$$Z_{LE} = \frac{V_{LE}}{I_L} \quad (147)$$

Tanto si la corriente se mide con una sonda de corriente como si se hace con una sonda de tensión, la medida puede asimilarse a la caída de tensión en una impedancia conocida (Z_S) dividida por dicha impedancia, como se muestra en la Figura 74.

Figura 74: Circuito de medida de corriente

Si se utiliza una sonda de tensión, el valor de dicha impedancia puede elegirse. En caso de usar una sonda de corriente, en cambio, dicha impedancia es la impedancia de inserción propia de la sonda.

Tras esta generalización, el cálculo del módulo de la impedancia puede realizarse para ambas configuraciones tal como se define en (148).

$$Z_{LE} = \frac{V_{LE}}{I_L} = Z_S \frac{V_{LE}}{V_S} \quad (148)$$

Su incertidumbre propagada puede calcularse por tanto como:

$$\varepsilon Z_{LE} = \left| \frac{\partial Z_{LE}}{\partial Z_S} \right| \varepsilon Z_S + \left| \frac{\partial Z_{LE}}{\partial V_{LE}} \right| \varepsilon V_{LE} + \left| \frac{\partial Z_{LE}}{\partial V_S} \right| \varepsilon V_S = \left| \frac{V_{LE}}{V_S} \right| \varepsilon Z_S + \left| \frac{Z_S}{V_S} \right| \varepsilon V_{LE} + \left| -\frac{Z_S V_{LE}}{V_S^2} \right| \varepsilon V_S \quad (149)$$

Esta incertidumbre está dividida en tres términos, representados en la Figura 75, que pueden estudiarse de manera independiente, como se recoge en el Anexo A. En la figura se incluye también el efecto de la incertidumbre sobre el periodo (εT) pues influye en el valor del módulo de la impedancia usada para medir corriente, Z_S .

Figura 75: Términos de incertidumbre en la medida de Z_{LE}

La expresión de la incertidumbre normalizada sobre el módulo de Z_{LE} es por tanto:

$$\frac{\varepsilon Z_{LE}}{Z_{LE}} = \underbrace{\left| G_V \right| + \left| \frac{1}{2^{Nb}} \right|}_{\text{Dependiente de la medida de tensión}} + \underbrace{\left| -G_S \right| + \left| -\frac{1}{2^{Nb}} \right|}_{\text{Dependiente de la medida de corriente}} + \underbrace{\frac{\left(\frac{2\pi C_S R_S}{T} \right)^2 \left| \frac{\varepsilon R_S}{R_S} + |-1| \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + \frac{\varepsilon T}{T} \right|}{\left(\frac{2\pi C_S R_S}{T} \right)^2 + 1}}_{\text{Dependiente del sensor de corriente}} \quad (150)$$

En la expresión (150) los términos pueden agruparse, según su origen, en dos categorías: términos dependientes de los equipos utilizados y términos dependientes de la impedancia de sensado elegida.

Términos dependientes del equipamiento

Los términos dependientes del equipamiento no dependen de los valores de tensión o corriente ni de los valores elegidos para el sensor de corriente (R_S y C_S), como se muestra en la Figura 76. Por tanto, sus valores solo pueden reducirse utilizando sondas con una menor tolerancia o un osciloscopio con un mayor número de bits.

De las expresiones de los términos dependientes del equipamiento se deduce que las dos sondas utilizadas tienen un peso igualmente importante en la medida. Por tanto, intercambiar una por otra nunca supone una modificación en la incertidumbre total y, la única forma de conseguirlo es utilizar sondas con menor tolerancia. Una forma de reducir dicha tolerancia es utilizar sondas de tensión activas para la medida de corriente, dado que sus prestaciones suelen ser superiores a las de las sondas de corriente (menor valor de G_S). Aunque esta práctica reduce el valor del término dependiente del equipamiento, al añadir una impedancia de sensado adicional, es necesario considerar la incertidumbre total, dado que las tolerancias de los componentes utilizados pueden llegar a tener un peso mayor que la reducción conseguida por el cambio de sonda.

Figura 76: Incertidumbre en Z_{LE} , términos dependientes de εV_{LE} (a) y εV_S (b)

Términos dependientes del sensor de corriente

El efecto que tiene la incertidumbre en la impedancia de sensado de corriente sobre la incertidumbre total sobre el módulo, mostrada en (150), está contenido siempre entre dos extremos: valor cuando la impedancia de la resistencia R_S es dominante y valor cuando lo es la impedancia de C_S , como se muestra en la ecuación (151).

$$\frac{\left| \left(\frac{2\pi C_S R_S}{T} \right)^2 \right| \frac{\varepsilon R_S}{R_S} + |-1| \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + \frac{\varepsilon T}{T}}{\left(\frac{2\pi C_S R_S}{T} \right)^2 + 1} \approx \begin{cases} \frac{\varepsilon R_S}{R_S}, & \text{si } R_S \gg \frac{2\pi C_S}{T} \\ \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + \frac{\varepsilon T}{T}, & \text{si } R_S \ll \frac{2\pi C_S}{T} \end{cases} \quad (151)$$

El valor de este término siempre está, por tanto, contenido entre esos dos valores: $\varepsilon R_S/R_S$ y la suma $\varepsilon C_S/C_S + \varepsilon T/T$. Dado que los valores de R_S y C_S pueden elegirse para cada medida, la decisión debe estar condicionada por el valor relativo de sus incertidumbres:

- En caso de tener componentes en los que $\varepsilon R_S < \varepsilon C_S/C_S + \varepsilon T/T$, es recomendable utilizar una combinación frecuencia-capacidad lo mayor posible (esto significa no usar condensador, equivalente a tener capacidad infinita), para estar en la primera posibilidad de la ecuación (151).
- En caso de tener componentes en los que $\varepsilon R_S > \varepsilon C_S/C_S + \varepsilon T/T$ es mejor utilizar una resistencia lo más pequeña posible (no usar resistencia y medir sobre una capacidad), para asegurar estar en la segunda posibilidad de la ecuación.

A modo de ilustración, se propone el ejemplo mostrado en la Figura 77. Dado que $\varepsilon R_S < \varepsilon C_S/C_S + \varepsilon T/T$, la estrategia más recomendable sería utilizar una capacidad lo más grande posible, o incluso eliminar el condensador (equivalente a usar una capacidad infinita) y medir usando únicamente una resistencia.

Figura 77: Incertidumbre en Z_{LE} , término dependiente de ϵZ_S

Estudio del peor caso en la incertidumbre en el módulo

Para la validación del estudio de la incertidumbre en el módulo de Z_{LE} , la combinación de signos que genera los peores casos, tanto negativos como positivos, obtenida con el procedimiento descrito en la sección 4.3.5 y considerando la ecuación (150) se muestra en la tabla 16.

Tabla 16: Estudio del peor caso en ϵZ_{LE}

Parámetro	Peor caso ϵ_{pos}	Peor caso ϵ_{neg}
	$(Z_{LE,Real} > Z_{LE,Calculado})$	$(Z_{LE,Real} < Z_{LE,Calculado})$
G_V y $\frac{1}{2^{Nb}}$	+	-
G_S y $\frac{1}{2^{Nb}}$	-	+
ϵR_S	+	-
ϵC_S	-	+
ϵT	+	-

Una vez definidos los valores que generan el peor caso, la expresión completa de la incertidumbre sobre Z_{LE} , obtenida mediante el procedimiento de propagación de incertidumbres, puede compararse frente al resultado exacto, obtenido a partir de todas las posibles combinaciones de los valores de cada componente y dispositivo.

En la Figura 78 se muestran los resultados del cálculo para los parámetros mostrados en la Tabla 15 y la validación de los mismos, en (a) los valores obtenidos mediante ambos procedimientos y en (b) la diferencia porcentual entre ellos.

Como se puede ver, ambos procedimientos presentan resultados similares, con una diferencia de menos del 3,5 % entre ellos.

Figura 78: Validación del cálculo de incertidumbre sobre Z_{LE} . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación ($\epsilon_{Z_{LE}}$) y mediante cálculo exacto ($\epsilon_{Z_{LE,pos}}$) (b) Diferencia porcentual

Conclusiones sobre la incertidumbre en el módulo

Una vez analizado el impacto de cada uno de los términos sobre la incertidumbre en el módulo de la impedancia (150) y validado dicho análisis mediante el estudio del peor caso, las conclusiones extraídas sobre la reducción de $\epsilon_{Z_{LE}}$ pueden resumirse en:

- Las tolerancias sobre la sonda utilizada para medir tensión y la utilizada para medir corriente tienen el mismo peso. Por tanto, la tolerancia total no se puede reducir intercambiándolas.
- La incertidumbre debida al número de bits del ADC del osciloscopio está presente tanto en la medida de tensión como en la de corriente, y la única manera de reducirla es utilizar un equipo con mayor número de bits.
- Si se utiliza un sensor de corriente, la impedancia debe elegirse para asegurar el menor de los dos valores de incertidumbre posibles: impedancia puramente resistiva si $\epsilon_{R_S}/R_S > \epsilon_{C_S}/C_S + \epsilon_T/T$, impedancia puramente capacitiva en caso contrario.

4.4.2. Incertidumbre en el desfase temporal

Para calcular los valores de L y R_L del inductor es necesario conocer el desfase angular entre tensión y corriente. Dado que el osciloscopio mide magnitudes temporales, un desfase angular Φ puede calcularse a partir de la medida del desfase temporal ΔT y del periodo T , según (152).

$$\Phi = \frac{\Delta T}{T} 360 \quad (152)$$

Ya el cálculo del desfase angular Φ parte del valor del desfase temporal ΔT , es conveniente estudiar primero la incertidumbre sobre este.

En primer lugar, es necesario establecer un criterio de signos. En este caso, el desfase temporal se considera positivo si la corriente está retrasada respecto a la tensión y negativo si es al revés. De esta manera un desfase temporal positivo representa un desfase angular también positivo y, por tanto, un valor de inductancia positivo.

El desfase temporal se mide como la diferencia entre un punto determinado de la onda sinusoidal de corriente (medido por el sensor de corriente) y el mismo punto de la onda de tensión (medido por la sonda de tensión de tensión en la impedancia Z_{LE}). A esa medida hay que añadir la diferencia conocida de retrasos entre las dos sondas utilizadas, por las diferencias en sus caminos eléctricos, denominada t_{skew} .

$$\Delta T = t_i - t_v + t_{skew} = \Delta T_{Osci} + t_{skew} \quad (153)$$

Es necesario recalcar que, incluso si el valor de la fase se obtiene mediante la aplicación de la transformada de Fourier a las ondas de tensión y corriente, la medida realizada con el osciloscopio siempre es temporal. Por consiguiente, su incertidumbre debe calcularse a partir de los tiempos mencionados.

El primer término de la ecuación (153), el retardo entre las ondas de tensión y corriente medidas con el osciloscopio ($t_i - t_v$), depende de tres factores: fase de la bobina que se está caracterizando Z_L en conjunto con la impedancia de compensación de fase Z_E (Φ_{LE}), fase de la impedancia del sensor de corriente (Φ_S), y periodo de la onda (T), que también se mide con el osciloscopio:

$$\Delta T_{Osci} = t_i - t_v = \frac{\Phi_{LE} - \Phi_S}{360} T \quad (154)$$

El segundo término de la ecuación (153) es el retraso conocido entre ambas sondas, denominado t_{skew} . La práctica habitual es compensar dicho retraso en un paso previo a la medida, llamado *Deskew*. De esta manera t_{skew} se iguala a 0 y puede eliminarse del cálculo en la ecuación (153). Sin embargo, incluso si se anula el valor de t_{skew} , dado que el proceso de anulación se lleva a cabo con unos equipos y componentes concretos, hay presente cierta incertidumbre sobre dicha anulación y debe considerarse en los cálculos de propagación de incertidumbres.

En caso de no realizarse la compensación de sondas previamente a la medida, la incertidumbre sobre dicha compensación desaparecería pero, a cambio, se añadiría un error sistemático, de valor desconocido, a todas las medidas.

Considerando ambos términos, la incertidumbre propagada sobre el desfase temporal ΔT puede calcularse según (155).

$$\epsilon \Delta T = \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial \Delta T_{Osci}} \right| \epsilon \Delta T_{Osci} + \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial t_{skew}} \right| \epsilon t_{skew} = \epsilon \Delta T_{Osci} + \epsilon t_{skew} \quad (155)$$

Los dos términos de la ecuación (155) son independientes y pueden estudiarse por separado, lo que se hace en el Anexo A. La incertidumbre sobre el desfase temporal es, aunando todos los términos:

$$\varepsilon\Delta T = \underbrace{\left| \frac{1}{S_{Rate}} \right| + \left| \frac{-1}{S_{Rate}} \right|}_{\text{Dependiente del osciloscopio}} + \underbrace{\left| \frac{T_{Desk}}{360} \varepsilon\Phi_{Desk} \right| + \left| \frac{\Phi_{Desk}}{360} \frac{1}{S_{Rate}} \right|}_{\text{Dependiente del circuito de DeSkew}} \quad (156)$$

La fase Φ_{Desk} , en grados, puede calcularse como:

$$\Phi_{Desk} = \arctan\left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}}\right) \frac{180}{\pi} \quad (157)$$

Con una incertidumbre propagada definida en (158).

$$\varepsilon\Phi_{Desk} = \left| \frac{\partial\Phi_{Desk}}{\partial X_{L,Desk}} \right| X_{L,Desk} + \left| \frac{\partial\Phi_{Desk}}{\partial X_{C,Desk}} \right| X_{C,Desk} + \left| \frac{\partial\Phi_{Desk}}{\partial R_{Desk}} \right| R_{Desk} = \frac{\pi}{180} \cdot \left(\left| \frac{1/R_{Desk}}{1 + \left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}}\right)^2} \right| \varepsilon X_{L,Desk} + \left| \frac{1/R_{Desk}}{1 + \left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}}\right)^2} \right| \varepsilon X_{C,Desk} + \left| \frac{-\left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}}\right)^2}{1 + \left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}}\right)^2} \right| \varepsilon R_{Desk} \right) \quad (158)$$

El valor del término $\varepsilon\Delta T_{restado}$ también se deduce en el Anexo A, y se incluye aquí por ser uno de los elementos dependientes del osciloscopio en (156).

$$\varepsilon\Delta T_{restado} = \frac{1}{S_{Rate}} \quad (159)$$

Las componentes de incertidumbre incluidas en la expresión (156) están presentes tanto en el circuito de medida como en el de compensación de sondas, tal como se muestra en la Figura 79. En dichos circuitos, la incertidumbre debida a la resolución horizontal del osciloscopio se ha dividido entre las medidas de tensión y corriente, tanto en el circuito de medida ($\varepsilon\Delta T_{Osci}$) como en el de *Deskew* ($\varepsilon\Delta T_{restado}$).

Figura 79: Términos de incertidumbre en la medida de ΔT . (a): Términos en el circuito de medida; (b): términos en el circuito de compensación de sondas

Términos dependientes del osciloscopio

Los dos primeros términos de (156) dependen únicamente de la resolución horizontal del osciloscopio y, por tanto, la única forma de reducirlos es utilizar un equipo con mayor frecuencia de muestreo.

Términos dependientes del circuito de *Deskew*

Los otros dos términos son dependientes del circuito de *Deskew* utilizado, en el que se tiene control sobre dos magnitudes diferentes: la impedancia Z_{Desk} y el periodo al que se realiza la compensación, T_{Desk} .

En lo referente a la elección de la impedancia, los valores de L_{Desk} , R_{Desk} y C_{Desk} aparecen en dos términos: Φ_{Desk} y $\varepsilon\Phi_{Desk}$.

- En el primero de ellos la fase de dicho circuito aparece en el numerador, por lo que un circuito con fase 0 anularía ese término, reduciendo la incertidumbre al máximo.
- Sin embargo, como la incertidumbre sobre la fase también aparece en el otro término y la incertidumbre nunca es 0 aunque lo sea la fase, es necesario analizar el impacto del valor de cada término en la incertidumbre total.

Dado que la impedancia está formada por 3 componentes (L_{Desk} , C_{Desk} y R_{Desk}), el peor caso puede encontrarse analizando el efecto de cada uno por separado. Para ello, puede derivarse el valor de la expresión que define $\varepsilon\Phi_{Desk}$ (158) con respecto a uno de los términos, por ejemplo, R_{Desk} . Siendo el peor caso aquél en el que la derivada parcial respecto a ese término es 0 (y asegurando que su segunda derivada es negativa):

$$\frac{\partial \varepsilon\Phi_{Desk}}{\partial R_{Desk}} = 0 \quad (160)$$

Una vez realizada dicha sustitución, el valor de la derivada igualada a 0 para obtener el peor caso es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon\Phi_{Desk}}{\partial R_{Desk}} = 0 = \\ \frac{\left(-R_{Desk}^2 + (X_{L,Desk} + X_{C,Desk})^2\right) \cdot \left(\varepsilon X_{L,Desk} + \varepsilon X_{C,Desk} + \left|\varepsilon X_{L,Desk} + \varepsilon X_{C,Desk}\right| \cdot \frac{\varepsilon R_{Desk}}{R_{Desk}}\right)}{\left(R_{Desk}^2 + (X_{L,Desk} + X_{C,Desk})^2\right)^2} \end{aligned} \quad (161)$$

Como el valor de las incertidumbres nunca es 0 y van acompañadas de valor absoluto, la única forma de que la expresión sea 0 es que lo sean la combinación de resistencia y reactancias del numerador:

$$-R_{Desk}^2 + (X_{L,Desk} + X_{C,Desk})^2 = 0 \quad (162)$$

De la expresión (162) se deduce que la peor combinación de valores es aquella que iguala las partes real e imaginaria.

$$R_{Desk} = \pm (X_{L,Desk} + X_{C,Desk}) \quad (163)$$

En la Figura 80 se muestran dos ejemplos de esta situación, uno en el que se usa una red R-C para hacer la compensación de sondas y otro en el que se omite la resistencia y se compensan en una red L-C.

Figura 80: Incertidumbre en ΔT , término dependiente del circuito de compensación de sondas

Dado que de los dos términos dependientes del circuito de *Deskew* presentes en la ecuación (156), el que acompaña a $\epsilon\Phi_{Desk}$ tiene un óptimo cuando la fase está más alejada de 45° , y el otro (que contiene Φ_{Desk}) cuando la fase es lo más pequeña posible, la combinación óptima es aquella que consigue ambas cosas a la vez, es decir, usar una resistencia pura como sensor de corriente.

Estudio del peor caso en el desfase temporal

Para la validación del estudio de la incertidumbre en ΔT , la combinación de signos que genera los peores casos, tanto negativos como positivos, obtenida con el procedimiento descrito en la sección 4.3.5 y considerado las ecuaciones (158), (159), (221), (231) y (232) se muestra en la Tabla 17.

Tabla 17: Estudio del peor caso en $\epsilon\Delta T$

Parámetro	Peor caso ϵ_{pos} ($\Delta T_{Real} > \Delta T_{Calculado}$)	Peor caso ϵ_{neg} ($\Delta T_{Real} < \Delta T_{Calculado}$)
$\epsilon\Delta T_{Osci}$	+	−
ϵR_{Desk}	+ / − ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)*	− / + ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)*
ϵC_{Desk}	+	−
ϵL_{Desk}	+	−
ϵT_{Desk}	− / ± ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)**	+ / ∓ ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)**
$\epsilon\Delta T_{restado}$	+	−

* En el caso de ϵR_{Desk} , el peor caso depende de si domina la impedancia del condensador ($X_{C,Desk}$) o la de la bobina ($X_{L,Desk}$), ya que ese término impone su signo en la expresión (158).

** En el caso de ϵT_{Desk} , el peor caso también depende de si domina la impedancia del condensador ($X_{C,Desk}$) o la de la bobina ($X_{L,Desk}$). En el primer caso el signo siempre está marcado, pero en el segundo es necesario calcularlo, ya que va acompañado de un signo negativo en (231) y positivo en (225), por lo que su signo depende de qué término tenga un peso mayor.

Una vez definidos los valores que generan el peor caso, la expresión completa de la incertidumbre sobre ΔT , obtenida mediante el procedimiento de propagación de incertidumbre, puede validarse frente al resultado exacto, obtenido a partir de todas las posibles combinaciones de los valores de tolerancia de cada componente y dispositivo, tal como se describe en (131) y (132).

En la Figura 81 se muestran los resultados del cálculo para los parámetros mostrados en la Tabla 15 y la validación de los mismos, en (a) los valores obtenidos mediante ambos procedimientos y en (b) la diferencia porcentual entre ellos.

Figura 81: Validación del cálculo de incertidumbre sobre ΔT . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación ($\epsilon\Delta T$) y mediante cálculo exacto ($\epsilon\Delta T_{neg}$) (b) Diferencia porcentual

Como se puede ver, ambos procedimientos presentan resultados muy similares, con una diferencia de menos del 0,01 % entre ellos, validando el procedimiento para el cálculo de la incertidumbre sobre el desfase temporal.

Conclusiones sobre la incertidumbre en el desfase temporal

Tras el análisis del impacto de cada uno de los términos sobre la incertidumbre en el desfase temporal (156) y validado dicho análisis mediante el estudio del peor caso, las conclusiones extraídas sobre la reducción de $\epsilon\Delta T$ pueden resumirse en:

- La frecuencia de muestreo del osciloscopio está presente en los cuatro términos

que componen la expresión completa, por lo que utilizar un equipo con una alta resolución temporal permite reducir enormemente el valor de incertidumbre.

- En la elección de valores para el circuito de compensación de sondas (*Deskew*), es mejor utilizar una impedancia puramente resistiva, sin bobina ni condensador.

4.4.3. Incertidumbre en el desfase angular

Una vez conocido el desfase temporal, la fase del conjunto formado por la bobina a caracterizar y la impedancia serie utilizada para compensar su reactancia, Φ_{LE} , puede calcularse como:

$$\Phi_{LE} = \frac{\Delta T}{T} 360 + \Phi_S \quad (164)$$

Donde Φ_S es la fase conocida del sensor utilizado para medir corriente.

La incertidumbre propagada en la fase Φ_{LE} puede calcularse como:

$$\varepsilon\Phi_{LE} = \left| \frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial\Delta T} \right| \varepsilon\Delta T + \left| \frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial\Phi_S} \right| \varepsilon\Phi_S = \left| \frac{360}{T} \right| \varepsilon\Delta T + \left| -\frac{\Delta T \cdot 360}{T^2} \right| \varepsilon T + \varepsilon\Phi_S \quad (165)$$

Dicha incertidumbre se compone de tres términos, cuyos efectos se muestran en la Figura 82, que se analizan por separado en el Anexo A. Los efectos mostrados en la figura son los mismos que en la incertidumbre sobre ΔT , con la adición de la incertidumbre sobre la fase del sensor de corriente y la incertidumbre sobre el periodo (que afecta a dicha fase).

Figura 82: Términos de incertidumbre en la medida de Φ_{LE} . (a): términos en el circuito de medida; (b): términos en el circuito de compensación de sondas

La incertidumbre completa sobre la fase, aunando todos los términos es:

$$\varepsilon\Phi_{LE} = \underbrace{\left| \frac{360}{T} \varepsilon \right| \Delta T}_{\text{Proveniente del desfase temporal}} + \underbrace{\left| \frac{-\Delta T \cdot 360}{T^2} \right| \frac{1}{S_{Rate}}}_{\text{Dependiente del osciloscopio}} + \underbrace{\left| \frac{R_S X_{C_S}}{R_S^2 + X_{C_S}^2} \frac{180}{\pi} \right| \left(\left| \frac{\varepsilon T}{T} + |-1| \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + |-1| \frac{\varepsilon R_S}{R_S} \right| \right)}_{\text{Dependiente del sensor de corriente}} \quad (166)$$

Sobre los tres términos se pueden obtener conclusiones independientes:

- El primer término, proveniente del desfase temporal, es una multiplicación directa de $\varepsilon\Delta T$ por $360/T$, por lo que las conclusiones son las mismas que se obtuvieron para este en el apartado anterior.
- El segundo término, aunque está relacionado con la resolución horizontal del osciloscopio, tiene en el numerador el desfase temporal entre tensión y corriente, por lo que será más pequeño cuanto más pequeño sea este. Ya que la impedancia Z_{LE} puede ser, en conjunto, inductiva o reactiva, la elección óptima de los valores de R_S y C_S dependerá de qué valores generen un desfase temporal ΔT menor. Dicho desfase temporal se define a partir de $\Phi_{LE} - \Phi_S$, por lo que es necesario tener en cuenta el signo de las fases en el cálculo.

En la Figura 83 se muestra un ejemplo para el caso en que la impedancia Z_{LE} es inductiva. En ese caso, el desfase temporal es menor cuanto más cercana a 0° sea la fase del sensor, es decir, cuanto más pequeña sea la impedancia del condensador (o más grande sea su capacidad). En este caso, la estrategia de medida más adecuada es usar un condensador lo más grande posible, o medir utilizando únicamente una resistencia (equivalente a usar una capacidad infinita).

Figura 83: Incertidumbre en Φ_{LE} , término dependiente del osciloscopio

Dado que el siguiente término también incluye el efecto de $\underline{Z}_S$, ambos deben estudiarse en conjunto.

- En el tercer término, dependiente únicamente del sensor de corriente, se puede analizar cuál es la peor combinación de valores derivando su expresión, (239) una vez aplicado el valor absoluto, respecto a uno de ellos, por ejemplo, R_S .

$$\frac{\partial \epsilon \Phi_S}{\partial R_S} = \frac{X_{C_S} (R_S^2 + X_{C_S}^2) - 2R_S^2 X_{C_S}}{(R_S^2 + X_{C_S}^2)^2} \frac{180}{\pi} \left(\frac{\epsilon T}{T} + \frac{\epsilon C_S}{C_S} + \frac{\epsilon R_S}{R_S} \right) \quad (167)$$

Este valor es 0 si lo es el numerador y, dado que las incertidumbres no pueden serlo, solo lo es si se cumple:

$$X_{C_S} (R_S^2 + X_{C_S}^2) - 2R_S^2 X_{C_S} = 0 \quad (168)$$

Es decir, dicha expresión tiene un máximo si la parte real de la impedancia del sensor es igual a su parte imaginaria:

$$R_S = \pm X_{C_S} \quad (169)$$

La peor combinación de componentes es aquella que genera una impedancia con una parte real igual a su parte imaginaria, como se muestra en el ejemplo de la Figura 84.

Figura 84: Incertidumbre en Φ_{LE} , término dependiente del sensor de corriente

Estudio del peor caso en el desfase angular

Para la validación del estudio de la incertidumbre en Φ_{LE} , la combinación de signos que genera los peores casos, tanto negativos como positivos, obtenida con el procedimiento descrito en la sección 4.3.5 y las ecuaciones (166), (221), (225), (231), (232) y (233) se muestra en la Tabla 18.

Tabla 18: Estudio del peor caso en $\varepsilon\Phi_{LE}$

Parámetro	Peor caso ε_{pos} ($\Phi_{LE,Real} > \Phi_{LE,Calculada}$)	Peor caso ε_{neg} ($\Phi_{LE,Real} < \Phi_{LE,Calculada}$)
εR_S	+	—
εC_S	+	—
εT	-/+ *	+/-
$\varepsilon \Delta T_{Osci}$	+	—
εR_{Desk}	+/- ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)**	-/+ ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)**
εC_{Desk}	+	—
εL_{Desk}	+	—
εT_{Desk}	-/+ ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)**	+/- ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)**
$\varepsilon \Delta T_{restado}$	+	—

* El signo εT que define el peor caso para ε_{pos} puede tomar dos valores: signo - si ΔT es positivo, signo + si es negativo. El signo que define el peor caso para ε_{neg} es siempre el contrario.

** Obtenidos a partir de los peores casos de ΔT , con sus mismos signos.

Una vez definidos los valores que generan el peor caso, la expresión completa de la incertidumbre sobre Φ_{LE} , obtenida mediante el procedimiento de propagación de incertidumbre, puede validarse frente al resultado exacto, obtenido a partir de todas las posibles combinaciones de los valores de tolerancia de cada componente y dispositivo, tal como se describe en (131) y (132).

En la Figura 85 se muestran los resultados del cálculo para los parámetros mostrados en la Tabla 15 y la validación de los mismos, en (a) los valores obtenidos mediante ambos procedimientos y en (b) la diferencia porcentual entre ellos.

Figura 85: Validación del cálculo de incertidumbre sobre Φ_{LE} . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación ($\varepsilon\Phi_{LE}$) y mediante cálculo exacto ($\varepsilon\Phi_{LE,neg}$); (b) Diferencia porcentual

Como puede verse, ambos procedimientos presentan resultados extremadamente similares, con una diferencia de menos del 1 % entre ellos, validando el procedimiento para el cálculo de la incertidumbre sobre el desfase angular Φ_{LE} .

Conclusiones sobre la incertidumbre en el desfase angular

Una vez analizado el impacto de cada uno de los términos sobre la incertidumbre en la fase de la impedancia (166) y validado dicho análisis mediante el estudio del peor caso, las conclusiones extraídas sobre la reducción de $\varepsilon\Phi_{LE}$ pueden resumirse en tres puntos:

- La frecuencia de muestreo del osciloscopio está presente en todos los términos que componen la expresión completa, por lo que utilizar un equipo con una alta resolución temporal permite reducir enormemente el valor de incertidumbre.
- En la elección de valores para el circuito de compensación de sondas (*Deskew*) es recomendable utilizar una impedancia puramente resistiva, sin bobina ni condensador.
- La impedancia usada para el sensado de corriente debe cumplir dos condiciones: tener una fase lo más alejada posible de 45° y conseguir una fase ($\Phi_{LE} - \Phi_S$) lo más baja posible. Por tanto, si $\underline{Z_{LE}}$ es predominantemente inductiva, debe usarse únicamente una resistencia como sensor y, si $\underline{Z_{LE}}$ es capacitiva, únicamente un condensador.

4.4.4. Incertidumbre en la resistencia

Una vez conocidos el módulo y la fase de la impedancia $\underline{Z_{LE}}$, se pueden obtener los valores de la impedancia de interés, $\underline{Z_L}$, para ello es necesario tener en cuenta los valores de $\underline{Z_E}$ para poder sustraerlos:

$$\underline{Z_L} = \underline{Z_{LE}} - \underline{Z_E} \quad (170)$$

A partir de la impedancia $\underline{Z_L}$ se puede obtener el valor de la resistencia R_L y calcular su incertidumbre. Para dicho análisis es conveniente dividir el procedimiento en dos aproximaciones diferenciadas:

- Caracterización sin compensación de fase (sin utilizar $\underline{Z_E}$)
- Caracterización con compensación de fase (añadiendo $\underline{Z_E}$)

Caracterización de la resistencia sin compensación de fase

En caso de caracterizar la bobina sin usar compensar su fase, el circuito equivalente se simplifica del siguiente modo:

Figura 86: Impedancia del conjunto $\underline{Z}_L + \underline{Z}_E$ sin compensación de fase

Las componentes dependientes de cualquier término de $\underline{Z}_E$ desaparecen, por lo que:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{LE} &= \underline{Z}_L \\ Z_{LE} &= Z_L \\ \Phi_{LE} &= \Phi_L\end{aligned}\tag{171}$$

En este caso, la resistencia de la bobina se calcula como:

$$R_L = Z_L \cos(\Phi_L)\tag{172}$$

cuya incertidumbre propagada se puede calcular mediante (173).

$$\varepsilon R_L = \left| \frac{\partial R_L}{\partial Z_L} \right| \varepsilon Z_L + \left| \frac{\partial R_L}{\partial \Phi_L} \right| \varepsilon \Phi_L = |\cos(\Phi_L)| \varepsilon Z_L + |-Z_L \sin(\Phi_L)| \varepsilon \Phi_L\tag{173}$$

Dicha expresión tiene dos términos que se analizan por separado en el Anexo A. La expresión completa de la incertidumbre εR_L , normalizada sobre el valor de la resistencia R_L (en el caso de no incluir una impedancia adicional $\underline{Z}_E$ para compensar la fase), es por tanto:

$$\frac{\varepsilon R_L}{R_L} = \underbrace{\left| \frac{\varepsilon Z_L}{Z_L} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en el módulo}} + \underbrace{\left| -\tan(\Phi_L) \varepsilon \Phi_L \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en la fase}}\tag{174}$$

De la expresión anterior se pueden extraer dos conclusiones:

- El valor de la primera componente, proveniente de la incertidumbre en el módulo normalizada respecto a R_L , es igual al valor de la incertidumbre sobre el módulo también normalizada (εZ_L (150)), sin ninguna aportación de la fase. Normalmente, el valor de una incertidumbre es mucho menor que el de la medida a la que se aplica:

$\epsilon Z_L \ll Z_L$, por lo tanto, el impacto de este término es muy pequeño en el cálculo de la incertidumbre total.

Un ejemplo de dicho comportamiento, para los valores mostrados en la Tabla 15, se muestra en la Figura 87. A la izquierda, la incertidumbre normalizada sobre Z_L y, a la derecha, su impacto sobre la incertidumbre normalizada en R_L .

Figura 87: Incertidumbre en R_L , término dependiente de Z_L

Como se puede ver, dado que la incertidumbre sobre el módulo (ϵZ_L) tiene un valor normalizado muy pequeño, al propagar su efecto a la incertidumbre sobre R_L normalizada este sigue siendo muy pequeño ($< 6\%$ en este ejemplo).

- En el valor de la segunda componente están presentes tanto la incertidumbre sobre la fase ($\epsilon \Phi_L$) como su tangente. Para fases cercanas a 90° (bobinas con alto factor de calidad), la tangente de Φ_L tiende a infinito. Por tanto, la incertidumbre sobre R_L tiende a también infinito, incluso si la incertidumbre sobre la fase es pequeña.

Un ejemplo de esta situación, para los valores mostrados en la Tabla 15, se muestra en la Figura 88. A la izquierda, la incertidumbre normalizada sobre Φ_L y, a la derecha, su impacto sobre la incertidumbre normalizada en R_L .

Figura 88: Incertidumbre en R_L , término dependiente de Φ_L

Como se puede ver en la figura, incluso si la incertidumbre sobre la fase ($\epsilon \Phi_L$) es pequeña (menor del 13% en este ejemplo), la presencia de la tangente hace que la incertidumbre sobre la resistencia R_L aumente enormemente, hasta valores de 1200% en este caso.

Caracterización de la resistencia con compensación de fase

Como se ha visto, para bobinas con alto factor de calidad, en las que la fase tiende a 90° , la incertidumbre en la medida es muy grande, debido al efecto de la tangente. Para solucionar este problema, es común utilizar una impedancia adicional, llamada impedancia de compensación, que modifique dicha fase y permita reducir el valor de la tangente.

En este análisis, la impedancia $\underline{Z}_E$ se modela como un conjunto R-C serie, como se muestra en la Figura 89.

Figura 89: Impedancia del conjunto $\underline{Z}_L + \underline{Z}_E$ con compensación de fase

Por tanto, la impedancia de compensación de fase, que debe considerarse en los cálculos de resistencia y reactancia, se define como:

$$\underline{Z}_E = R_E + X_E i \quad (175)$$

Dicha impedancia tiene dos efectos sobre la incertidumbre en la resistencia: por un lado, influye en los valores de Z_{LE} y Φ_{LE} y, por otro, es necesario restar el valor de R_E para calcular el valor de R_L , tal como define la expresión (176).

$$R_L = Z_{LE} \cos(\Phi_{LE}) - R_E \quad (176)$$

La incertidumbre propagada sobre el valor de la resistencia, en caso de utilizar una impedancia adicional para compensar la fase del inductor, es por tanto:

$$\begin{aligned} \varepsilon R_L &= \left| \frac{\partial R_L}{\partial Z_{LE}} \right| \varepsilon Z_{LE} + \left| \frac{\partial R_L}{\partial \Phi_{LE}} \right| \varepsilon \Phi_{LE} + \left| \frac{\partial R_L}{\partial R_E} \right| \varepsilon R_E \\ &= |\cos(\Phi_{LE})| \varepsilon Z_{LE} + |-Z_{LE} \sin(\Phi_{LE})| \varepsilon \Phi_{LE} + |-\varepsilon R_E| \end{aligned} \quad (177)$$

Con un valor normalizado de:

$$\frac{\varepsilon R_L}{R_L} = \left| \frac{\cos(\Phi_{LE})}{R_L} \right| \varepsilon Z_{LE} + \left| -\frac{Z_{LE} \sin(\Phi_{LE})}{R_L} \right| \varepsilon \Phi_{LE} + \left| -\frac{1}{R_L} \right| \varepsilon R_E \quad (178)$$

A la hora de incluir una impedancia para modificar la fase, existen dos estrategias diferentes:

- Añadir un valor de R_E lo suficientemente grande para aumentar la parte real de la impedancia y hacer dominante dicha parte real.
- Añadir un valor de X_E que coincida exactamente con el valor de X_L , pero con signo contrario, para anular la parte imaginaria de la impedancia.

Ambas estrategias producen resultados muy diferentes y se estudian aquí por separado.

Compensación de fase con R_E dominante

Para conseguir modificar la fase de una impedancia predominantemente inductiva (fase cercana a 90°) hasta llevarla a un valor cercano a 0° utilizando una resistencia, es necesario que dicha resistencia sea tan grande como para suponer el factor fundamental de dicha impedancia.

$$R_E \approx Z_{LE} \quad (179)$$

La resistencia añadida será mucho mayor que la impedancia original de la bobina que se pretende compensar (y mucho mayor, por tanto, que la resistencia de dicha impedancia).

$$R_E \gg Z_L \gg R_L \quad (180)$$

En este caso, como la fase Φ_{LE} se aproxima a 0, su seno puede aproximarse a 0 y su coseno a 1, por lo que la incertidumbre en R_L normalizada, presentada en (178), puede aproximarse a:

$$\frac{\varepsilon R_L}{R_L} \approx \left| \frac{\varepsilon Z_{LE}}{Z_{LE} - R_E} \right| + \left| -\frac{\varepsilon R_E}{Z_{LE} - R_E} \right| \quad (181)$$

Como se puede comprobar, la presencia de la tangente de Φ_{LE} se ha eliminado, reduciendo el término que más incertidumbre aportaba. Sin embargo, aparece un nuevo problema debido a que la resistencia añadida para eliminar la fase tiene que ser tan grande como para ser dominante en la impedancia Z_{LE} ($Z_{LE} \approx R_E$ como se definió en (179)). En esta situación, los dos denominadores de la expresión (181) tienden a 0, por lo que dichos términos tienden a infinito. Debido a esto, al compensar la fase añadiendo una resistencia, pese a conseguir una reducción en el término de incertidumbre dependiente de la incertidumbre en la fase ($\varepsilon \Phi_{LE}$), se genera un incremento mucho mayor en los términos dependientes de εZ_{LE} y εR_E .

Este efecto puede verse en la Figura 90, donde se muestra el valor de los tres términos que componen el valor normalizado de εR_L (178) para los valores propuestos en la Tabla 15.

El valor normalizado de la incertidumbre sobre R_L , en el que se incluye el efecto de todos sus términos, se muestra en la Figura 91.

Figura 90: Términos de incertidumbre en R_L normalizados. (a) Término dependiente de Φ_{LE} ; (b) término dependiente de Z_{LE} ; (c) término dependiente de R_E

Figura 91: Incertidumbre en R_L , compensación de fase con R_E

Como se puede comprobar en las figuras 90 y 91, utilizar una resistencia R_E para compensar la fase de la bobina proporciona malos resultados. Para los valores usados en este ejemplo, a cambio de reducir el término debido a la fase ($\epsilon\Phi_{LE}$) desde 1,77 a 1,6 (Figura 90 (a)), el valor total de la incertidumbre normalizada sobre ϵR_L pasa de aproximadamente 2 a más de 15 (Figura 91) por los incrementos en los términos dependientes del módulo y de la resistencia de compensación (Figuras 90 (b) y (c) respectivamente).

Compensación de fase con C_E dominante

La otra alternativa para eliminar el efecto de la tangente definido en la expresión (174), consiste en compensar la parte imaginaria de la impedancia de la bobina, X_L , añadiendo una igual pero de signo contrario, X_E .

$$X_E \approx -X_L \quad (182)$$

Dado que la impedancia a compensar es inductiva, el signo opuesto se consigue añadiendo una impedancia capacitiva. En caso de compensar utilizando un condensador, además de reducirse la fase (lo que evita el problema de la tangente tendente a infinito) se

consigue reducir la impedancia total (idealmente a solo R_L) lo que evita también el problema asociado a añadir una resistencia muy grande (analizada en el apartado anterior).

De esta manera, la impedancia del conjunto formado por la bobina Z_L y la impedancia de compensación de fase Z_E , se reduce a únicamente el valor de la resistencia en la bobina, R_L :

$$Z_{LE} \approx R_L \quad (183)$$

En este caso no se usa resistencia en la compensación, por lo que $R_E = 0$. Al igual que en el caso anterior, dado que la fase Φ_{LE} se aproxima a 0, su seno puede aproximarse a 0 y su coseno a 1, por lo que la incertidumbre en R_L normalizada, presentada en (178), puede aproximarse a:

$$\frac{\varepsilon R_L}{R_L} \approx \frac{\cos(\Phi_{LE}) \varepsilon Z_{LE}}{Z_{LE} \cos(\Phi_{LE})} \approx \frac{\varepsilon Z_{LE}}{Z_{LE}} \quad (184)$$

De esta manera desaparecen todos los términos, excepto el dependiente de la incertidumbre en el módulo, con lo que el valor de la incertidumbre total puede reducirse al de únicamente dicho término. Debe recalcar que esta compensación solo es efectiva si el valor de la reactancia del condensador compensa exactamente el valor de la reactancia de la bobina, volviendo al caso en que no se compensa la fase si no es así.

Este efecto puede verse en la Figura 92, donde se muestra el valor de los dos términos que componen el valor normalizado de εR_L (178) para los valores propuestos en la Tabla 15.

Figura 92: Términos de incertidumbre en R_L normalizados. (a) Término dependiente de Z_{LE} ; (b) término dependiente de Φ_{LE}

La incertidumbre total, una vez tenidos en cuenta ambos términos, para los valores presentados en la Tabla 15, se muestra en la Figura 93.

Como se puede ver en las figuras 92 y 93, la compensación mediante un condensador C_E es la medida más efectiva para reducir la incertidumbre sobre el valor de R_L , pero está limitada a un único punto, la frecuencia de resonancia, aumentando mucho la incertidumbre al alejarnos de este.

Figura 93: Incertidumbre en R_L normalizada, compensación de fase con C_E

Debe recalcar aquí que, al alejarse del punto de resonancia, la incertidumbre total puede ser aún mayor que en el caso de no haber utilizado una impedancia de compensación de fase.

Estudio del peor caso en la resistencia

Para la validación del estudio de la incertidumbre en R_L , la combinación de signos que genera los peores casos obtenida con el procedimiento descrito en la sección 4.3.5 y la ecuación (177) donde están presentes εZ_{LE} y $\varepsilon \Phi_{LE}$, se muestra en la Tabla 19.

Tabla 19: Estudio del peor caso en εR_L

Parámetro	Peor caso ε_{pos} ($R_{L,Real} > R_{L,Calculada}$)	Peor caso ε_{neg} ($R_{L,Real} < R_{L,Calculada}$)
εR_E	—	+
G_V y $\frac{1}{2^{Nb}}$	+	—
G_S y $\frac{1}{2^{Nb}}$	—	+
εR_S	+/- (Z_{LE}/Φ_{LE})*	-/+ (Z_{LE}/Φ_{LE})*
εC_S	+/- (Z_{LE}/Φ_{LE})*	-/+ (Z_{LE}/Φ_{LE})*
εT	+/- (Z_{LE}/Φ_{LE})*	-/+ (Z_{LE}/Φ_{LE})*
$\varepsilon \Delta T_{Osci}$	-/+ **	+/- **
εR_{Desk}	-/+ // +/- ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$) **	+/- // -/+ ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$) **
εC_{Desk}	-/+ **	+/- **
εL_{Desk}	-/+ **	+/- **
εT_{Desk}	+/- // +/- ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$) **	-/+ // +/- ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$) **
$\varepsilon \Delta T_{restado}$	-/+ **	+/- **

* Depende de si el término dominante en la incertidumbre es el que acompaña a εZ_{LE} o el que acompaña a $\varepsilon \Phi_{LE}$. Esto depende tanto de la propia bobina como de la impedancia añadida para compensar su fase.

** De la incertidumbre sobre la fase. Con signo contrario a esta si Φ_{LE} es positiva

(impedancia inductiva) o con el mismo signo si es negativa (impedancia capacitiva, debido a la presencia de C_E).

En las incertidumbres en las que aparece una doble barra //, la opción de la izquierda corresponde a los casos en que la impedancia de *Deskew* es capacitiva y la de la derecha, a los casos en que es inductiva.

Una vez definidos los valores que generan el peor caso, la expresión completa de la incertidumbre sobre R_L , obtenida mediante el procedimiento de propagación de incertidumbres, puede validarse frente al resultado exacto, obtenido a partir de todas las posibles combinaciones de los valores de tolerancia de cada componente y dispositivo, tal como se describe en (131) y (132).

En la Figura 94 se muestran los resultados del cálculo para los parámetros mostrados en la Tabla 15 y la validación de los mismos. En la Figura 94 (a) los valores obtenidos mediante ambos procedimientos y en la Figura 94 (b) la diferencia porcentual entre ellos.

Figura 94: Validación del cálculo de incertidumbre sobre R_L . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (ϵR_L) y mediante cálculo exacto ($\epsilon R_{L,pos}$) (b) Diferencia porcentual

Como puede verse, ambos procedimientos presentan resultados muy similares, con una diferencia de menos del 3 % entre ellos, validando el procedimiento para el cálculo de la incertidumbre sobre la resistencia del inductor, ϵR_L .

Conclusiones sobre la incertidumbre en la resistencia

Una vez analizado el impacto de cada uno de los términos sobre la incertidumbre en la resistencia (173) y validado dicho análisis mediante el estudio del peor caso, las conclusiones extraídas sobre la reducción de ϵR_L pueden resumirse en:

- En caso de no usar una impedancia adicional para compensar el valor de la fase, la incertidumbre depende principalmente de la incertidumbre en el valor de la propia fase. Para reducirla se deben aplicar las mismas técnicas que se explicaron para esta:

- Utilizar un osciloscopio con una alta frecuencia de muestreo permite reducir enormemente el valor de incertidumbre.
 - En la elección de valores para el circuito de compensación de sondas (*De-skew*), es óptimo utilizar una impedancia puramente resistiva.
 - La impedancia usada para el sensado de corriente debe cumplir dos condiciones: tener una fase lo más alejada posible de 45° y conseguir una fase ($\Phi_{LE} - \Phi_S$) lo más baja posible. Por tanto, debe usarse únicamente una resistencia como sensor, con una tolerancia lo más baja posible.
- Compensar la fase añadiendo una resistencia lo suficientemente grande resulta en una incertidumbre mucho mayor, al intercambiar incertidumbre debida a la fase por incertidumbre debida al módulo y, además, incluir la incertidumbre en el valor de la resistencia añadida.
 - La mejor técnica a la hora de medir la resistencia es añadir un condensador en serie a la bobina, que cancele totalmente su reactancia e iguale su fase a 0° . Dicha compensación solo sucede a una combinación frecuencia-capacidad muy concreta, por lo que es necesario elegir con cuidado o bien el condensador o bien dicha frecuencia. En caso de no estar en la frecuencia de resonancia, la incertidumbre puede ser incluso mayor que sin compensación.

4.4.5. Incertidumbre en la reactancia

Para el análisis de la incertidumbre en la reactancia, al igual que en el cálculo de la incertidumbre sobre R_L , es conveniente dividir el procedimiento en dos opciones diferenciadas:

- Caracterización sin compensación de fase (sin añadir Z_E)
- Caracterización con compensación de fase (añadiendo Z_E)

Caracterización de la reactancia sin compensación de fase

Si no se usa ningún circuito de compensación de fase, el circuito es el mismo que se mostró en la Figura 86 y la reactancia se calcula como:

$$X_L = Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) = Z_L \sin(\Phi_L) \quad (185)$$

Cuya incertidumbre propagada se calcula según (186).

$$\varepsilon X_L = \left| \frac{\partial X_L}{\partial Z_L} \right| \varepsilon Z_L + \left| \frac{\partial X_L}{\partial \Phi_L} \right| \varepsilon \Phi_L = |\sin(\Phi_L)| \varepsilon Z_L + |Z_L \cos(\Phi_L)| \varepsilon \Phi_L \quad (186)$$

Dicha expresión tiene dos términos que se analizan por separado en el Anexo A. La expresión completa de la incertidumbre εX_L , normalizada sobre el valor de la reactancia X_L (en el caso de no incluir una impedancia adicional Z_E para compensar la fase), es por tanto:

$$\frac{\varepsilon X_L}{X_L} = \underbrace{\left| \frac{\varepsilon Z_L}{Z_L} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en el módulo}} + \underbrace{\left| \frac{1}{\tan(\Phi_L)} \varepsilon \Phi_L \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en la fase}} \quad (187)$$

De la expresión anterior se extraen dos conclusiones:

- El valor de la primera componente, proveniente de la incertidumbre en el módulo normalizada respecto a X_L , es igual al valor de la incertidumbre sobre el módulo (εZ_L (150)), también normalizada, sin ningún efecto de la fase.

Un ejemplo de dicho comportamiento, para los valores mostrados en las Tabla 15 se muestra en la Figura 95. A la izquierda, la incertidumbre normalizada sobre Z_L y, a la derecha, su impacto sobre la incertidumbre normalizada en X_L .

Figura 95: Incertidumbre en X_L , término dependiente de Z_L

Como se puede ver, la incertidumbre sobre el módulo (εZ_L) normalizada se propaga, también normalizada, a la incertidumbre sobre la reactancia, por lo que puede ser el factor fundamental de la incertidumbre en la misma ($\approx 5\%$ en este ejemplo).

- En el valor de la segunda componente están presentes tanto la incertidumbre sobre la fase ($\varepsilon \Phi_L$) como su tangente. Para fases cercanas a 90° (bobinas con alto factor de calidad), la tangente de Φ_L tiende a infinito. Por tanto, dado que dicho valor aparece en el denominador en la expresión (248), el valor de este término tiende a 0, incluso si la incertidumbre sobre la fase era grande.

Un ejemplo de esta situación, para los valores mostrados en la Tabla 15, se muestra en la Figura 96. A la izquierda, la incertidumbre normalizada sobre Φ_L y, a la derecha, su impacto sobre la incertidumbre normalizada en X_L .

Como se puede comprobar a partir de la figura, incluso si la incertidumbre sobre la fase ($\varepsilon \Phi_L$) es grande (mayor al 12% en este ejemplo), la presencia de la tangente

Figura 96: Incertidumbre en X_L , término dependiente de Φ_L

en el denominador hace que su impacto sobre la incertidumbre en la reactancia X_L sea muy pequeño (menor al 0,3 % en este ejemplo).

Caracterización de la reactancia con compensación de fase

De manera similar al análisis realizado sobre la incertidumbre en la resistencia R_L , se puede añadir una impedancia en serie a la bobina para modificar su fase. En este caso, dado que el uso de una resistencia ya se descartó en el apartado anterior, se valora únicamente la adición de una capacidad C_E .

Una vez incluida dicha capacidad, la reactancia de la impedancia del conjunto, $\underline{Z}_{LE}$, mostrada en la Figura 89, se calcula como:

$$X_{LE} = Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) \quad (188)$$

Dado que la parte imaginaria de la impedancia de compensación de fase se debe a un condensador (C_E), su reactancia es:

$$X_E = -\frac{T}{2\pi C_E} \quad (189)$$

Por tanto, la reactancia de la bobina se calcula como la diferencia entre la reactancia del conjunto $\underline{Z}_{LE}$ y la reactancia del condensador de compensación X_E :

$$X_L = X_{LE} - X_E = Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) - X_E = Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) + \frac{T}{2\pi C_E} \quad (190)$$

Su incertidumbre propagada es:

$$\begin{aligned} \varepsilon X_L &= \left| \frac{\partial X_L}{\partial Z_{LE}} \right| \varepsilon Z_{LE} + \left| \frac{\partial X_L}{\partial \Phi_{LE}} \right| \varepsilon \Phi_{LE} + \left| \frac{\partial X_L}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial X_L}{\partial C_E} \right| \varepsilon C_E \\ &= |\sin(\Phi_{LE})| \varepsilon Z_{LE} + |Z_{LE} \cos(\Phi_{LE})| \varepsilon \Phi_{LE} + \left| \frac{1}{2\pi C_E} \right| \varepsilon T + \left| -\frac{T}{2\pi C_E^2} \right| \varepsilon C_E \end{aligned} \quad (191)$$

Dicha expresión tiene dos términos que se analizan por separado en el Anexo A. La expresión completa de la incertidumbre εX_L , normalizada sobre el valor de la reactancia

X_L (en el caso de incluir una impedancia adicional Z_E para compensar la fase), es por tanto:

$$\frac{\varepsilon X_L}{X_L} = \underbrace{\left| \frac{\sin(\Phi_{LE}) \varepsilon Z_{LE}}{X_L} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en } Z_{LE}} + \underbrace{\left| \frac{Z_{LE} \cos(\Phi_{LE}) \varepsilon \Phi_{LE}}{X_L} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en } \Phi_{LE}} + \underbrace{\left| \frac{\frac{1}{2\pi C_E} \varepsilon T}{X_L} \right|}_{\text{Proveniente de } \varepsilon T} + \underbrace{\left| \frac{\frac{T}{2\pi C_E^2} \varepsilon C_E}{X_L} \right|}_{\text{Proveniente de } \varepsilon C_E} \quad (192)$$

Dicha expresión se compone de cuatro términos, de los que pueden sacarse conclusiones independientes:

- El valor de la primera componente, proveniente de la incertidumbre sobre Z_{LE} , tiende a 0 si se utiliza una capacidad de compensación que resuene con la bobina medida y anule por completo su reactancia, tal como se definió en (250).

Un ejemplo de dicho comportamiento, para los valores mostrados en la Tabla 15, se muestra en la Figura 97.

Figura 97: Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de Z_{LE}

Como se puede ver en la figura, si la capacidad se fija cuidadosamente para resonar con la bobina, este término de incertidumbre puede anularse por completo. Por el contrario, al alejarse de dicha resonancia, el valor de incertidumbre aumenta rápidamente, volviendo a la situación en la que la fase es muy diferente a cero (analizada en esta misma sección).

- El segundo término, definido en (251), depende de la incertidumbre sobre Φ_{LE} . Si la fase es cercana a 0° , este término presenta en el numerador R_L que es mucho más pequeño que el término del denominador X_L para bobinas de alto factor de calidad. Debido a esto, para el punto en el que se consigue la anulación de la reactancia, la incertidumbre debida a este término se reduce exponencialmente.

Un ejemplo de dicho comportamiento, para los valores mostrados en la Tabla 15, se muestra en la Figura 98.

Figura 98: Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de Φ_{LE}

Como se puede comprobar, al igual que en el término anterior, al estar cerca de la frecuencia de resonancia, el valor de este término se reduce mucho. De la misma manera, al alejarse del punto de resonancia, esta incertidumbre vuelve al mismo valor que tenía en el caso de no compensarse la fase (analizado en el apartado anterior).

- El tercer término, que acompaña a εT se reduce a medida que aumenta el valor de la capacidad, hasta ser 0 si la capacidad es infinita (como era esperable, pues es equivalente a no usar condensador y, por tanto, a no estar en compensación). El periodo y la capacidad también están presentes en el siguiente término, por lo que ambos deben estudiarse en conjunto.

Un ejemplo del valor de dicho término se muestra en la Figura 99.

Figura 99: Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de T

Como puede verse, a diferencia de los dos términos anteriores, no hay un mínimo local, sino que la incertidumbre se reduce a medida que aumenta la capacidad C_E , hasta eliminarse si se elimina el condensador (equivalente a capacidad infinita).

- El último término depende de la incertidumbre en C_E . Ya que proviene de la reactancia del condensador, presenta dos tendencias contrapuestas: creciente con el periodo y decreciente con la capacidad.

Un ejemplo del valor de dicho término, dependiente de la capacidad C_E añadida para compensar la fase, se muestra en la Figura 100.

Figura 100: Incertidumbre en X_L con compensación de fase, término dependiente de C_E

Tanto este término como el anterior imponen un límite a la reducción de la incertidumbre obtenida al añadir una impedancia de compensación. Por este motivo, los cuatro términos deben estudiarse como conjunto para valorar si es recomendable o no añadir dicha impedancia de compensación de fase o si esta incrementa la incertidumbre total.

Estudio del peor caso en la reactancia

Para la validación del estudio de la incertidumbre en X_L , la combinación de signos que genera los peores casos, tanto negativos como positivos, obtenida con el procedimiento descrito en la sección 4.3.5, la ecuación (192) donde están presentes ϵZ_{LE} y $\epsilon \Phi_{LE}$, se muestra en la Tabla 20.

* De la incertidumbre en el módulo. Con el mismo signo que este si la impedancia Z_{LE} es inductiva, con signo contrario si es capacitiva.

En las incertidumbres en las que aparece una doble barra //, los términos de la izquierda se aplican si el término de incertidumbre dominante es el que acompaña a Z_{LE} , y los de la derecha, si domina el término que acompaña a Φ_{LE} . En caso de ser Φ_{LE} el dominante, se presentan siempre dos casos, signo a la izquierda de la barra si Φ_{LE} es positivo y signo a la derecha si Φ_{LE} es negativo.

En los casos en que aparece $(X_{C,Desk}/X_{L,Desk})$, el primer signo se aplica si la impedancia de compensación de sondas Z_{Desk} es capacitiva y el segundo, si es inductiva.

Tabla 20: Estudio del peor caso en ϵX_L

Parámetro	Peor caso ϵ_{pos} ($X_{L,Real} > X_{L,Calculada}$)	Peor caso ϵ_{neg} ($X_{L,Real} < X_{L,Calculada}$)
ϵC_E	—	+
G_V y $\frac{1}{2^{Nb}}$	+/-*	-/+*
G_S y $\frac{1}{2^{Nb}}$	-/+*	+/-*
ϵR_S	+//+/- (Z_L/Φ_L)	-//-/ + (Z_L/Φ_L)
ϵC_S	-/+ (Z_L/Φ_L)/ +	+/- (Z_L/Φ_L)/ / -
ϵT	+/- (Z_L/Φ_L)// -/+ (Z_L/Φ_L)	-/+ (Z_L/Φ_L) // +/- (Z_L/Φ_L)
$\epsilon \Delta T_{osci}$	+	—
ϵR_{Desk}	+/- ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)	-/+ (C_{Desk}/L_{Desk})
ϵC_{Desk}	+	—
ϵL_{Desk}	+	—
ϵT_{Desk}	-/+ ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)	+/- ($X_{C,Desk}/X_{L,Desk}$)
$\epsilon \Delta T_{restado}$	+	—

Una vez definidos los valores que generan el peor caso, la expresión completa de la incertidumbre sobre X_L , obtenida mediante el procedimiento de propagación de incertidumbres, puede validarse frente al resultado exacto, obtenido a partir de todas las posibles combinaciones de los valores de tolerancia de cada componente y dispositivo, tal como se describe en (131) y (132).

En la Figura 101 se muestran los resultados del cálculo para los parámetros mostrados en la Tabla 15 y la validación de los mismos, en (a) los valores obtenidos mediante ambos procedimientos y en (b) la diferencia porcentual entre ellos.

Figura 101: Validación del cálculo de incertidumbre sobre X_L . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (ϵX_L) y mediante cálculo exacto ($\epsilon X_{L,neg}$) (b) Diferencia porcentual

Como se puede ver, ambos procedimientos presentan resultados muy similares, con una diferencia de menos del 5 % entre ellos, validando el procedimiento para el cálculo de la incertidumbre sobre la reactancia de la bobina.

Conclusiones sobre la incertidumbre en la reactancia

Una vez analizado el impacto de cada uno de los términos sobre la incertidumbre en la reactancia (190) y validado dicho análisis mediante el estudio del peor caso, las conclusiones extraídas sobre la reducción de εX_L pueden resumirse en:

- Añadir un condensador en serie a la impedancia y medir en la frecuencia de resonancia reduce en gran medida la incertidumbre total.
- Dicha reducción de incertidumbre está limitada por la incertidumbre relacionada tanto con la capacidad C_E utilizada como por el periodo al que se realiza la caracterización (dado que también está presente en el cálculo de la impedancia del condensador).
- En caso de no compensar el valor de fase con una impedancia adicional, el aporte a la incertidumbre del término relacionado con la fase es despreciable para bobinas de alto factor de calidad. Por tanto, para reducir la incertidumbre se debe reducir la incertidumbre sobre el módulo de Z_L , con las estrategias propuestas en su sección correspondiente:
 - Si se mide la corriente con una sonda de tensión, se debe utilizar una impedancia puramente resistiva.
 - Para reducir la incertidumbre debida a los equipos, la única posibilidad es utilizar sondas con menor tolerancia y un osciloscopio con mayor número de bits de resolución vertical.

4.4.6. Incertidumbre en la inductancia

Por último, una vez sustraído el efecto de la impedancia usada para compensar la fase, el valor de inductancia puede calcularse a partir de la reactancia X_L como:

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{T \cdot X_L}{2\pi} \quad (193)$$

Su incertidumbre propagada es, por tanto:

$$\varepsilon L = \left| \frac{\partial L}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial L}{\partial X_L} \right| \varepsilon X_L = \left| \frac{X_L}{2\pi} \right| \varepsilon T + \left| \frac{T}{2\pi} \right| \varepsilon X_L \quad (194)$$

Esta incertidumbre depende únicamente de dos términos, que se analizan por separado en el Anexo A.

Incertidumbre en L . Expresión completa

La expresión completa de la incertidumbre sobre L presentada en (194), una vez agrupados todos los términos y normalizada, puede reescribirse como (195).

$$\frac{\varepsilon L}{L} = \frac{\varepsilon T}{T} + \frac{\varepsilon X_L}{X_L} \quad (195)$$

Análisis de las componentes de la incertidumbre en la inductancia

Para asegurar que ninguna componente reduce el valor total de incertidumbre, el análisis del valor de εL normalizado debe hacerse sobre su expresión una vez que se ha aplicado el valor absoluto:

$$\frac{\varepsilon L}{L} = \underbrace{\left| \frac{\varepsilon T}{T} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en } T} + \underbrace{\left| \frac{\varepsilon X_L}{X_L} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en } X_L} \quad (196)$$

Los dos términos presentes en la ecuación (196) dependen de componentes que ya se han estudiado en esta sección, y de los que se pueden sacar conclusiones por separado:

- El primer término depende únicamente de la incertidumbre sobre T , que es directa. Su valor es por tanto constante y depende únicamente del periodo al que se realice la medida y de la frecuencia de muestreo del osciloscopio S_{Rate} . Un ejemplo de su valor, para los parámetros mostrados en la Tabla 15 se muestra en la Figura 102.

Figura 102: Incertidumbre en L , término dependiente de T

Como se puede ver, el valor del resto de parámetros no influye en esta componente, y la única forma de reducirla es utilizar un osciloscopio con mayor frecuencia de muestreo.

- El segundo término, dependiente de εX_L , es igual a la incertidumbre normalizada de la misma. Las conclusiones son las mismas que se obtuvieron en el apartado

anterior, tanto para el caso en que se usa una impedancia adicional como en el que se mide directamente en la bobina.

El valor de dicha componente, en comparación con el valor de la incertidumbre sobre X_L normalizada, en el caso en que no se incluye Z_E , se muestra en la Figura 103.

Figura 103: Incertidumbre en L , término dependiente de X_L

Como se puede ver en la figura, la tendencia de ϵL es la misma que la de ϵX_L . En este ejemplo está dominada por la incertidumbre en la fase y presenta un máximo donde lo presentaba dicho término (para una impedancia de sensado con fase de 45°). Como ambas incertidumbres coinciden, las conclusiones obtenidas en el apartado anterior son aplicables también aquí.

Estudio del peor caso en la inductancia

Para la validación del estudio de la incertidumbre en L , las combinaciones de signos que generan los peores casos, obtenida con el procedimiento descrito en la sección 4.3.5 y la ecuación (194) donde están presentes ϵZ_{LE} y $\epsilon \Phi_{LE}$, se muestra en la Tabla 21.

Tabla 21: Estudio del peor caso en ϵL

Parámetro	Peor caso ϵ_{pos} ($L_{Real} > L_{Calculada}$)	Peor caso ϵ_{neg} ($L_{Real} < L_{Calculada}$)
ϵC_E	—	+
G_V y $\frac{1}{2^{Nb}}$	+/-*	-/+*
G_S y $\frac{1}{2^{Nb}}$	-/+*	+/-*
ϵR_S	+/- (Z_L/Φ_L)	-/-/+ (Z_L/Φ_L)
ϵC_S	-/+ (Z_L/Φ_L)/ +	+/- (Z_L/Φ_L)/ -
ϵT	+/- (Z_L/Φ_L)/ -/+ (Z_L/Φ_L)	-/+ (Z_L/Φ_L) / +/- (Z_L/Φ_L)
$\epsilon \Delta T_{Osci}$	+	—
ϵR_{Desk}	+/- (C_Desk/L_Desk)	-/+ (C_Desk/L_Desk)
ϵC_{Desk}	+	—
ϵL_{Desk}	+	—
ϵT_{Desk}	-/+ (C_Desk/L_Desk)	+/- (C_Desk/L_Desk)
$\epsilon \Delta T_{restado}$	+	—

* De la incertidumbre en el módulo. Con el mismo signo que este si la impedancia Z_{LE} es inductiva, con signo contrario si es capacitiva.

En las incertidumbres en las que aparece una doble barra //, los términos de la izquierda se aplican si el término de incertidumbre dominante es el que acompaña a Z_{LE} , y los de la derecha, si domina el término que acompaña a Φ_{LE} . En caso de ser Φ_{LE} el dominante, se presentan siempre dos casos, signo a la izquierda de la barra si Φ_{LE} es positivo y signo a la derecha si Φ_{LE} es negativo.

En los casos en que aparece $(X_{C,Desk}/X_{L,Desk})$, el primer signo se aplica si la impedancia de compensación de sondas Z_{Desk} es capacitiva y el segundo, si es inductiva.

Una vez definidos los valores que generan el peor caso, la expresión completa de la incertidumbre sobre L , obtenida mediante el procedimiento de propagación de incertidumbre, puede validarse frente al resultado exacto, obtenido a partir de todas las posibles combinaciones de los valores de tolerancia de cada componente y dispositivo, tal como se describe en (131) y (132).

En la Figura 104 se muestran los resultados del cálculo para los parámetros mostrados en la Tabla 15 y la validación de los mismos, en (a) los valores obtenidos mediante ambos procedimientos y en (b) la diferencia porcentual entre ellos.

Figura 104: Validación del cálculo de incertidumbre sobre L . (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (ϵL) y mediante cálculo exacto (ϵL_{pos}) (b) Diferencia porcentual

Tal como se ha mencionado antes, la incertidumbre sobre el valor de L es la suma de la incertidumbre sobre X_{LE} más una constante debida a la incertidumbre sobre el periodo T . Por tanto, la tendencia se corresponde a la de la reactancia, y presenta, para un ejemplo en que la la incertidumbre en la fase es dominante, un máximo para valores de impedancia de sensado que generan una fase de 45° ($\epsilon L / L \approx 0,3$ en este ejemplo).

Como se puede extraer de la Figure 104, ambos procedimientos presentan resultados muy similares, con una diferencia de menos del 5 % entre ellos, validando el procedimiento para el cálculo de la incertidumbre sobre la inductancia L .

Conclusiones sobre la incertidumbre en la inductancia

Una vez analizado el impacto de cada uno de los términos sobre la incertidumbre en la inductancia (194) y validado dicho análisis mediante el estudio del peor caso, las conclusiones extraídas sobre la reducción de εL pueden resumirse en:

- La incertidumbre debida a la frecuencia de muestreo del osciloscopio está siempre presente y su efecto no es despreciable. Dado que no depende de ningún otro factor, la única forma de reducirlo es utilizar un equipo con mayor frecuencia de muestreo.
- El resto de términos provienen de la incertidumbre sobre el valor de la reactancia, por lo que las conclusiones obtenidas para esta también son aplicables aquí:
 - Añadir un condensador en serie a la impedancia y medir en la frecuencia de resonancia reduce enormemente la incertidumbre total.
 - Dicha reducción de incertidumbre está limitada por la incertidumbre relacionada tanto con la capacidad utilizada (253) como por el periodo al que se realiza la caracterización, dado que también está presente en el cálculo de la impedancia del condensador (252).
 - En caso de no compensar el valor de fase con una impedancia adicional, la incertidumbre sobre el valor de la reactancia depende del factor de calidad de la bobina. Para factores de calidad altos, el término dominante en la incertidumbre sobre la reactancia es el que acompaña a la incertidumbre en el módulo, por lo que las estrategias que reducen la incertidumbre total son las mismas que para este, relacionadas con la incertidumbre en la toma de valores de amplitud:
 - Si se mide la corriente con una sonda de tensión, se debe utilizar una impedancia puramente resistiva como sensor.
 - Para reducir la incertidumbre debida a los equipos la única posibilidad es utilizar sondas con menor tolerancia y un osciloscopio con mayor número de bits de resolución vertical.

Por otro lado, para bobinas de bajo factor de calidad domina el efecto de la fase, por lo que las estrategias que reducen la incertidumbre están relacionadas con la toma de valores de tiempo:

- La frecuencia de muestreo del osciloscopio está presente en muchos de los términos, por lo que utilizar un equipo con una alta resolución temporal permite reducir enormemente el valor de incertidumbre.
- En la elección de valores para el circuito de compensación de sondas (*Deskew*), es mejor utilizar una impedancia puramente resistiva, sin bobina ni condensador.

- La impedancia usada para el sensado de corriente debe cumplir dos condiciones: tener una fase lo más alejada posible de 45° y conseguir una fase $(\Phi_{LE} - \Phi_S)$ lo más baja posible. Por tanto, debe usarse únicamente una resistencia como sensor.

4.4.7. Incertidumbre en la inductancia en resonancia

Hasta ahora, el procedimiento de obtención de resistencia e inductancia analizado se ha basado en el cálculo a partir de las medidas de tensión y corriente.

En el caso de utilizar un condensador, sin embargo, puede aprovecharse el conocimiento de la capacidad de dicho condensador, para llevar la impedancia a resonancia y obtener el valor de inductancia por un procedimiento alternativo. La frecuencia a la que resuena el circuito LC puede calcularse como:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_E}} \quad (197)$$

Dado que el valor de capacidad es conocido, la inductancia puede calcularse como:

$$L = \frac{T^2}{(2\pi)^2 C_E} \quad (198)$$

donde el periodo se define como la inversa de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f_{res}} \quad (199)$$

Ya que el valor de la capacidad C_E es dado por el fabricante, de las expresiones (198) y (199) se desprende que únicamente es necesario medir el periodo al cual resuena la impedancia.

Para encontrar dicha frecuencia de resonancia no es necesario tomar ninguna medida cuantitativa. Es suficiente encontrar el periodo en que la tensión V_{LE} es mínima (por ser la impedancia también mínima al estar en resonancia).

El circuito empleado para realizar esta medida es similar al empleado en el análisis anterior, pero con una serie de modificaciones en las componentes de incertidumbre presentes:

- Dado que el único parámetro necesario para encontrar la frecuencia a la que resuena la impedancia es la amplitud de la tensión V_{LE} , solo la sonda que la mide está presente.
- Dado que la única medida que se va a realizar es la del periodo, y que el único valor de componente que se necesita conocer es el de la capacidad, solo sus incertidumbres están presentes.

El circuito empleado, con las modificaciones mencionadas, se muestra en la Figura 105.

Figura 105: Circuito de medida de inductancia en resonancia

En el circuito de la Figura 105, no es necesario añadir la impedancia Z_F , ya que no influye en los cálculos. Esta impedancia solo se utiliza para desacoplar el valor de tensión de la fuente y el que soporta la impedancia, y puede ser la propia impedancia de salida de la fuente.

Una vez presentado el circuito, y conocida la expresión que define la inductancia, la incertidumbre propagada sobre el valor de L , calculado mediante la expresión (198), se define como:

$$\varepsilon L = \left| \frac{\partial L}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial L}{\partial C_E} \right| \varepsilon C_E = \left| \frac{2T}{(2\pi)^2 C_E} \right| \varepsilon T + \left| - \left(\frac{T}{2\pi C_E} \right)^2 \right| \varepsilon C_E \quad (200)$$

Este método de medida no permite obtener el valor de resistencia equivalente, por dicha razón aquí solo se presenta el valor de la incertidumbre sobre la resistencia.

Análisis de las componentes de la incertidumbre en la inductancia en resonancia

La incertidumbre sobre L , una vez aplicado el valor absoluto, es:

$$\varepsilon L = \underbrace{\left| \frac{2T}{(2\pi)^2 C_E} \varepsilon T \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en el periodo } T} + \underbrace{\left| - \left(\frac{T}{2\pi C_E} \right)^2 \varepsilon C_E \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en la capacidad } C_E} \quad (201)$$

Dividiendo ambos términos por el valor de L , según su expresión (198), la incertidumbre normalizada puede calcularse como:

$$\frac{\epsilon L}{L} = 2 \frac{\epsilon T}{T} + \frac{\epsilon C_E}{C_E} \quad (202)$$

Dicha expresión se compone de dos términos, de los que pueden sacarse conclusiones por separado.

- En el primer término está presente únicamente de la incertidumbre normalizada sobre el periodo. Por tan tanto, depende solo de la frecuencia a la que se realice la caracterización y de la frecuencia de muestreo del osciloscopio.

Un ejemplo de dicho comportamiento se muestra en la Figura 106. Para este análisis se han utilizado los datos mostrados en la Tabla 15, pero el valor de la capacidad C_E se ajusta para llevar la bobina a resonancia en cada valor de T .

Figura 106: Incertidumbre en L medida en resonancia, término dependiente de T

Como se puede ver en la figura, dado que la incertidumbre sobre el periodo es siempre $1/S_{Rate}$, su impacto tiene un peso menor cuanto más grande es el periodo. La única estrategia para reducir dicha incertidumbre a una frecuencia determinada es, por tanto, utilizar un osciloscopio con mayor frecuencia de muestreo.

- El segundo término depende únicamente de la incertidumbre normalizada sobre la capacidad y, por tanto, únicamente puede modificarse eligiendo un componente con una tolerancia diferente.

El comportamiento de dicho término se muestra en la Figura 107. Al igual que en el caso anterior, el valor de la capacidad C_E se ajusta en cada periodo para estar en resonancia.

La figura evidencia que el valor normalizado de la incertidumbre sobre la capacidad C_E se traduce en el mismo valor sobre la incertidumbre en la inductancia normalizada. Este valor impone un mínimo a la incertidumbre en la medida, que solo puede reducirse utilizando un condensador con una tolerancia menor.

Figura 107: Incertidumbre en L medida en resonancia, término dependiente de C_E

Estudio del peor caso en la inductancia en resonancia

Para la validación del estudio de la incertidumbre en L en resonancia, la combinación de signos que genera los peores casos, tanto negativos como positivos, obtenida con el procedimiento descrito en la sección 4.3.5, se muestra en la Tabla 22.

Tabla 22: Estudio del peor caso en εL en resonancia

Parámetro	Peor caso ε_{pos} ($L_{Real} > L_{Calculada}$)	Peor caso ε_{neg} ($L_{Real} < L_{Calculada}$)
εC_E	—	+
εT	+	—

En la Figura 108 se muestran los resultados del cálculo para los parámetros mostrados en la Tabla 15 y la validación de los mismos, en (a) los valores obtenidos mediante ambos procedimientos y en (b) la diferencia porcentual entre ellos.

Tal como se ha mencionado antes, la incertidumbre sobre el valor de L es la suma de la incertidumbre sobre T más una constante debida a la incertidumbre en la capacidad usada para llevar la impedancia a resonancia C_E . Por tanto, este método presenta resultados más precisos cuanto menor sea la frecuencia a la que se mide, con un límite a la mínima incertidumbre alcanzable impuesto por la tolerancia en el condensador.

Como puede verse, ambos procedimientos presentan resultados muy similares, con una diferencia de menos del 6 % entre ellos, validando el procedimiento para el cálculo de la incertidumbre sobre la inductancia de la bobina, en el caso de realizar la medida en resonancia.

Figura 108: Validación del cálculo de incertidumbre sobre X_L en resonancia. (a) Incertidumbres obtenidas mediante propagación (ϵX_L) y mediante cálculo exacto ($\epsilon X_{L,pos}$); (b) diferencia porcentual

Conclusiones sobre la incertidumbre en la inductancia en resonancia

Una vez analizado el impacto de cada uno de los términos sobre la incertidumbre en la reactancia (200) y validado dicho análisis mediante el estudio del peor caso, las conclusiones extraídas sobre la reducción de ϵL pueden resumirse en:

- La incertidumbre debida a la frecuencia de muestreo del osciloscopio tiene un peso más grande cuanto más grande es la frecuencia a la que se realiza la medida. Por tanto, para medidas de alta frecuencia es crítico utilizar un equipo con una gran resolución horizontal.
- La incertidumbre en el valor de la capacidad C_E impone un límite inferior a la incertidumbre en L , que solo puede reducirse utilizando un condensador con menor tolerancia.
- En el método de medida basado en el cálculo de la impedancia a partir de la tensión y la corriente los dos términos anteriores también están presentes. A ellos hay que añadir las tolerancias debidas a las dos medidas (tensión y corriente) realizadas. Por tanto, este método (en el que no se necesitan dichas medidas) siempre reduce la incertidumbre total en la caracterización de L .
- Dichas conclusiones solo pueden aplicarse si la inductancia está en resonancia, por tanto, si se necesita caracterizarla a diferentes frecuencias, es necesario adaptar el valor de la capacidad a cada caso.
- Se debe recordar que este método puede únicamente utilizarse para caracterizar el valor de inductancia, pero no el de resistencia.

4.5. Validación del estudio

Para validar el análisis propuesto, la medida de un inductor se ha simulado y después llevado a cabo en un laboratorio. Para emular un escenario real, un inductor con un alto factor Q se ha caracterizado a alta frecuencia (13,45 MHz). Sus características nominales, dadas por el fabricante, se resumen en la Tabla 23.

Tabla 23: Principales características del inductor medido

Modelo	Inductancia	Factor Q (13,45 MHz)	R_L (13,45 MHz)
2014VS-251ME	257 nH	116,56	186,3 mΩ

Dado el gran número de variables presentes en el análisis, para la medida se ha eliminado el efecto de diversos componentes:

- A la hora de medir la corriente como caída de tensión en una impedancia, para dicha impedancia solo se considera el uso de una resistencia, por lo que no se incluye el efecto del condensador C_S .
- El valor de la resistencia R_E , introducido por la ESR del condensador C_E , se ha tenido en cuenta en los cálculos. Su aporte a la incertidumbre total se considera despreciable y se omite por simplicidad.
- Para la compensación de sondas se ha utilizado un circuito comercial, en el que se considera que la incertidumbre sobre la impedancia de *Deskew* usada es despreciable ($\epsilon R_{Desk} = \epsilon C_{Desk} = \epsilon L_{Desk} \approx 0$) y, por tanto, solo permanece la incertidumbre debida a la resolución horizontal del osciloscopio.

Una vez que se han eliminados dichos efectos, la incertidumbre sobre R_L y L puede calcularse mediante las expresiones dadas en la sección anterior.

Al medir inductores de alto factor de calidad, la incertidumbre sobre el valor de inductancia suele ser muy pequeña, pero este no es el caso para la incertidumbre sobre el valor de resistencia, muy dependiente del valor de la fase y que, por tanto, se usa como eje central en esta comparativa entre circuitos. Dicha incertidumbre sobre la resistencia, normalizada, se reduce a únicamente dos términos, tal como se definió en el apartado 4.4.4:

$$\frac{\epsilon R_L}{R_L} = \underbrace{\frac{\cos(\Phi_{LE})}{R_L} \epsilon Z_{LE}}_{\frac{\epsilon R_L}{R_L} (\epsilon Z_{LE})} + \underbrace{\tan(\Phi_{LE}) \epsilon \Phi_{LE}}_{\frac{\epsilon R_L}{R_L} (\epsilon \Phi_{LE})} \quad (203)$$

El término dependiente de la incertidumbre sobre el módulo, una vez anulados los diversos efectos mencionados, puede modelarse como:

$$\frac{\varepsilon R_L}{R_L}(\varepsilon Z_{LE}) = \underbrace{G_V + \frac{1}{2Nb}}_{\text{Medida de tensión}} + \underbrace{G_S + \frac{1}{2Nb}}_{\text{Sonda de tensión/corriente}} + \underbrace{\frac{\varepsilon R_S}{R_S}}_{\text{Resistencia de sensado}} \quad (204)$$

Medida de corriente

Mientras que el término dependiente de la incertidumbre en la fase se reduce a:

$$\frac{\varepsilon R_L}{R_L}(\varepsilon \Phi_{LE}) = \tan(\Phi_{LE}) \cdot \frac{1}{f_S} \left(\frac{360}{T} + \frac{\Delta T \cdot 360}{T^2} \right) \quad (205)$$

Para estudiar los diferentes efectos descritos sobre las incertidumbres de L y R_L , se ha realizado la caracterización del inductor mediante cuatro circuitos de medida diferentes, que se diferencian en la forma en la que se obtienen los valores de tensión y corriente.

4.5.1. Circuitos considerados

Para validar el análisis propuesto, se han considerado los mismos circuitos utilizados en la sección anterior (Figura 66), pero con las modificaciones pertinentes debidas a la omisión de R_E y C_S , tal como se muestra en la Figura 109.

Figura 109: Sistemas de medida de tensión y corriente

4.5.2. Validación mediante simulación

Para validar que el procedimiento propuesto permite el cálculo del peor caso, se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad y sus resultados se han comparado con los límites teóricos. Dicho análisis de sensibilidad consiste en barrer cada posible combinación de los valores de los parámetros considerados. El circuito utilizado para la simulación de todos los sistemas de medida se muestra en la Figura 110.

Figura 110: Circuito usado en simulación

Las tolerancias presentes en el circuito se modelan de la siguiente manera:

- Las tolerancias en los valores de R_S y C_E (ϵR_S y ϵC_E respectivamente), se modelan añadiendo o sustrayendo su valor al valor nominal.
- La tolerancia en la ganancia de las sondas y la desviación debida a los bits de resolución del osciloscopio (G_x y $1/2^{N_b}$ en (204)) se aúnan en los términos ϵV_x y ϵI_x , cuyos valores se suman o restan a las medidas tomadas con cada sonda.
- La desviación temporal en las medidas, debida a la frecuencia de muestreo del osciloscopio, tiene dos efectos diferentes: una incertidumbre en el periodo real de las formas de onda medidas, modelada como una desviación en el periodo del generador (ϵT); y una incertidumbre en la fase medida por ambas sondas, modelada con un bloque de retardo añadido a cada una de ellas (no mostrado en la figura).

Las características de los dispositivos utilizados y las tolerancias dadas por los fabricantes se resumen en la Tabla 24.

* En caso de medir la corriente con una sonda de corriente, la tolerancia dada por el fabricante sobre su resistencia de inserción está incluida en el valor de G_S mostrado.

Tabla 24: Características y tolerancia de componentes y equipos

Componente	Modelo	Parámetro	Valor
Osciloscopio	R&S®RTM3000	Nb	10
Osciloscopio	R&S®RTM3000	S_{Rate}	5 Gs/s
Sonda de tensión pasiva	R&S®RT-ZP10	G_V, G_S	0,005
Sonda de tensión activa	R&S®RT-ZD10	G_V	0,05
Sonda de corriente	R&S®RT-ZC20	G_S	0,03*
Resistencia de sensado R_S	SR732ARTTD1R00F	$\epsilon R_S / R_S$	0,01
Condensador serie externo C_E	08051A561F4T2A	$\epsilon C_E / C_E$	0,01

Las cuatro configuraciones de medida presentadas se han analizado, utilizando el osciloscopio y las sondas de tensión y corriente indicadas en la Tabla 24. Adicionalmente, para el sistema de medida mostrado en la Figura 109 (a) (medida directa de tensión y corriente en la bobina), se considera una variación: medida de la tensión en el inductor con una sonda pasiva de tensión (esta sonda presenta una tolerancia mayor en su ganancia y, dado que su ancho de banda es también muy diferente al de las demás, se le añade una incertidumbre en el retardo adicional de $2/S_{Rate}$ una vez realizada la compensación).

Con el objetivo de emular una medida real, tomada en un laboratorio, de las simulaciones se extraen únicamente las formas de onda de tensión y corriente. A partir de estas formas de onda se calculan los valores de magnitud y fase y, de ellos, se obtienen los valores de inductancia y resistencia, por medio de las ecuaciones presentadas en las secciones 4.4.4 y 4.4.6.

Validación del procedimiento

En primer lugar, es necesario validar las dos premisas utilizadas en el análisis del peor caso presentado en la Sección 4.3.4:

1. El peor caso siempre está provocado por valores en los límites del rango de tolerancia de cada dispositivo y equipo, y nunca por valores que estén en un punto intermedio de dicho rango.
2. El procedimiento para la obtención del peor caso, basado en el signo de los términos que acompañan a cada incertidumbre dentro del valor absoluto, permite identificar de forma correcta dicho peor caso.

Para validar ambas premisas se ha realizado el análisis de sensibilidad mediante la herramienta *Sensitivity Analyzer* de Matlab-Simulink®, que permite generar una distribución aleatoria de valores dentro de los rangos considerados, aplicarlos automáticamente a cada parámetro, realizar las simulaciones y extraer los resultados.

Para este análisis se ha escogido el circuito mostrado en la Figura 109 (a), utilizando

como sonda de tensión la sonda pasiva mostrada en la Tabla 24. Para considerar una proporción significativa de las infinitas posibles combinaciones de parámetros, se han simulado 500 de dichas combinaciones, generadas mediante una distribución normal de valores de cada efecto de incertidumbre mostrado en la Figura 110, debidos a los rangos de tolerancia de componentes y equipos mostrados en la Tabla 24.

Los resultados de dicho análisis sobre los valores nominales de R_L y L se muestran en las figuras 111 y 112 respectivamente. En dichas figuras se muestran: con una línea horizontal el valor nominal del componente (dado por el fabricante); en color azul claro, los resultados de los cálculos realizados a partir de las simulaciones de cada una de las 500 combinaciones de parámetros; a la izquierda, con una barra azul vertical, la incertidumbre calculada respecto al valor nominal; y, remarcados en amarillo, se resaltan los resultados de las simulaciones correspondientes a los valores en el límite de incertidumbre de cada parámetro. Estos puntos amarillos se muestran repetidos, superpuestos a los límites de incertidumbre, para agruparlos y reducir el volumen de datos mostrado en las figuras siguientes.

Figura 111: Análisis de sensibilidad para R_L . Configuración “Directa IV (V pasiva)”

Figura 112: Análisis de sensibilidad para L . Configuración “Directa IV (V pasiva)”

Como puede verse en las figuras, los valores límite siempre coinciden con uno de los puntos en que se han simulado los valores extremos dentro de las tolerancias (marcados en amarillo), lo que valida la premisa número 1. Por otro lado, de entre todos los resultados obtenidos a partir de dichos extremos, se ha analizado la combinación de parámetros que genera los puntos más alejados del valor nominal, tanto por exceso (ϵ_{pos}) como por defecto (ϵ_{neg}). Los signos de dichas combinaciones se corresponden con los mostrados en las tablas 19 (ϵR_L) y 21 (ϵL), lo que valida la premisa número 2.

Dado que se ha demostrado que el peor caso siempre está generado por los valores extremos dentro de la incertidumbre de cada componente y dispositivo usado, únicamente dichos valores están presentes en el estudio de las configuraciones de medida restantes.

Resultados de simulación

El análisis de sensibilidad se ha repetido para las cuatro configuraciones de medida presentadas en la Figura 109. Los resultados se muestran en las figuras 113 y 114.

Figura 113: Análisis de sensibilidad para R_L . Todas las configuraciones de medida

Figura 114: Análisis de sensibilidad para L . Todas las configuraciones de medida

Como puede verse, los peores casos obtenidos (los puntos amarillos que están más alejados del valor nominal), se corresponden con los valores predichos (puntos extremos de las líneas azules) para todas las configuraciones. Esto valida el procedimiento utilizado para encontrar el intervalo en el que van a estar los valores medidos, para un valor real determinado y para cualquier configuración de medida. Las pequeñas diferencias entre los resultados analíticos y los obtenidos de la simulación en εR_L , para las dos últimas configuraciones, se asumen como debidas a la no linealidad en el cálculo de la desviación (139), por a la aproximación de Taylor de primer orden.

Tal y como se esperaba, las configuraciones en las que no se añade un condensador adicional para compensar la reactancia del inductor (Directa IV (V pasiva), Directa IV y Directa VV) presentan los peores resultados a la hora de caracterizar la resistencia y la inductancia de una bobina con un alto factor Q. En todos ellos, la desviación en la medida de resistencia es de más de 5 veces su valor nominal (186 m Ω) y, aunque se reduce al utilizar sondas activas, puede llegar incluso a arrojar valores negativos. Tal y como se analizó en la sección anterior, esto se debe a la desviación impuesta por la tendencia a infinito del valor de la tangente (205), que no puede evitarse independientemente de los equipos empleados.

En las últimas dos configuraciones (medida añadiendo C_E) los resultados en las medidas mejoran notablemente, especialmente en el valor de resistencia, gracias a la adición del condensador en serie con la bobina. Dado que la fase de la impedancia puede llevarse a un valor muy cercano a 0°, la desviación en el valor de R_L depende mayoritariamente de la incertidumbre sobre el módulo, y puede estimarse mediante (204), donde cada elemento depende únicamente de los componentes y equipos utilizados para la medida. Como puede verse en las figuras, ambas configuraciones de medida (sonda de corriente y sonda de tensión o dos sondas de tensión) presentan unos resultados similares, ya que la reducción en la desviación que se consigue al usar una sonda activa de tensión (Tabla 24) se ve mermada por la desviación añadida en la resistencia de sensado.

Estos resultados de simulación validan el análisis presentado. El siguiente paso consiste en realizar las medidas sobre un inductor real, para validar que se correspondan con los resultados de simulación.

4.5.3. Validación experimental

Las medidas se realizaron con los mismos componentes y equipamiento propuestos para las simulaciones, mostrados en las tablas 23 y 24. El circuito usado para las medidas experimentales, con y sin sondas, se muestra en la Figura 115.

Para cada configuración mostrada en la Figura 109 se han realizado varias medidas y, para cada una de ellas, se calcula el valor de resistencia e inductancia. Como el procedimiento para calcular el rango de incertidumbre ya se validó en el paso anterior, dicho rango se calcula para cada medida tomada en cada configuración.

Figura 115: Circuito utilizado para las medidas experimentales

En la Figura 116 se muestra un ejemplo del proceso, para la medida de resistencia en la configuración en la que se utilizan una sonda de tensión y otra de corriente, además de un condensador que compense la reactancia de la bobina (Resonancia IV, Figura 109 (c)). En la figura, cada medida se muestra con un círculo morado, con su incertidumbre asociada representada con una línea vertical naranja delgada. Para reducir la cantidad de datos mostrados en figuras subsiguientes, cada desviación se condensa en una única línea gruesa, con sus peores casos definidos como los peores casos del conjunto de todas las medidas.

Figura 116: Resultados de la medida de R_L para una única configuración

Las mismas medidas, tanto de resistencia como de inductancia, se repiten para las cuatro configuraciones mostradas en la Figura 109, más la variante de la configuración 1 (“Directa IV”) en la que se usa una sonda pasiva de tensión. Los resultados, con las des-

viaciones condensadas, se muestran en las figuras 117 y 118 para R_L y L respectivamente.

Figura 117: Resultados de la medida de R_L para todas las configuraciones

Figura 118: Resultados de la medida de L para todas las configuraciones

Es importante recalcar que no se puede conocer el valor real exacto de la resistencia R_L o la inductancia L del componente. Sin embargo, debe estar dentro de los rangos de tolerancia especificados por el fabricante $[R_{L,nom,min}, R_{L,nom,max}]$ y $[L_{nom,min}, L_{nom,max}]$, representados en líneas discontinuas en las figuras 117 y 118 como “Rango del fabricante”.

El análisis del peor caso mostrado en la Figura 113 se realizó sobre el valor nominal. El análisis de los peores casos, pero incluyendo las tolerancias dadas por el fabricante, se muestra en las figuras 117 y 118 con barras azules. El intervalo “Fabricante $\pm \epsilon R_L$ ” es por lo tanto $[R_{L,nom,min} - \epsilon R_L, R_{L,nom,max} + \epsilon R_L]$ para la resistencia y $[L_{nom,min} - \epsilon L, L_{nom,max} + \epsilon L]$ para la inductancia. Por esta razón, para las configuraciones 3 y 4, “Resonancia IV” y “Resonancia VV” respectivamente, el intervalo “Rango del fabricante $\pm \epsilon R_L$ ” es significativamente más largo que el intervalo de peor caso en la Figura 113.

Las medidas mostradas en la Figura 117, representadas con puntos morados, están en los límites predichos por el análisis del peor caso, una vez que se han tenido en cuenta las tolerancias del inductor real. Sin embargo, para la tercera configuración de medida (“Resonancia IV”) algunos puntos superan ligeramente la parte superior del límite marcado en azul. Como se mencionó en los comentarios de la Figure 113, la aproximación de Taylor puede suponer una ligera sobrestimación del peor caso. Además, debido a las simplificaciones realizadas en el análisis, diferentes efectos parásitos, tales como la resistencia de las pistas o las soldaduras, no se han incluido en el estudio.

Para todas las configuraciones estudiadas (considerando únicamente las medidas) parte de los intervalos descritos por “Medidas $\pm \varepsilon R_L$ ” y “Medidas $\pm \varepsilon L$ ” incluyen siempre parte del rango dado por el fabricante. En vista a estos resultados, el valor real de la resistencia se estima muy cercano al límite superior de la tolerancia dada por el fabricante, mientras que el valor de inductancia parece muy cercano al valor nominal.

Los resultados obtenidos, tanto en el valor de resistencia como en el de inductancia, para todos los circuitos de medida considerados, validan el procedimiento teórico. Considerando la tolerancia en los valores de εL y εR_L , los distintos métodos pueden ahora compararse de manera cuantitativa.

Una vez más, las tres configuraciones en las que se omite el condensador adicional proporcionan los peores resultados en la medida inductancia y, sobre todo, de resistencia. No solo en sus valores, que están muy alejados del valor real, sino también en el intervalo de posibles valores asociados a ellos, llegando incluso la resistencia a entrar en el rango valores negativos.

La mejor estrategia para la caracterización de un inductor con un factor de calidad alto, tal como predecía el análisis teórico y confirman la simulación y las medidas, consiste en añadir un condensador externo, en serie a la bobina, que compense su reactancia y lleve la fase a un valor lo más cercano posible a 0° . Las dos configuraciones de medida en las que se añade un condensador arrojan muy buenos resultados, con menos del 5 % de desviación en su rango de posibles valores de resistencia y menos de un 2 % en inductancia. De ellas, la configuración en la que se emplean dos sondas activas de tensión es la que produce unos mejores resultados.

4.6. Medidas experimentales de microinductores con núcleo magnético

La validez del procedimiento de cálculo ha quedado demostrada, tanto en simulación como experimentalmente, frente los datos aportados por el fabricante de un dispositivo con núcleo de aire. Gracias a esta validación, el método puede utilizarse ahora en la medida de inductores con núcleo magnético.

Los inductores con núcleo magnético presentan una diferencia fundamental en su funcionamiento: el comportamiento del dispositivo en la curva B-H no es lineal, sino que depende de la frecuencia y el nivel de corriente que circule por el dispositivo (tanto de su rizado como de su valor medio). Debido a este fenómeno, tanto el valor de inductancia como el de resistencia presentan comportamientos dependientes de dichos factores. Por esta razón es necesario incluir en el circuito de medida una fuente adicional, con la que se modifique el valor medio de la corriente por la bobina (I_{DC}).

En el análisis desarrollado en este capítulo se ha concluido que el circuito de medida que presenta mejores resultados es aquel que aúna: (a) la tensión se mide añadiendo una impedancia adicional $\underline{Z}_E$ y (b) la corriente se mide como caída de tensión en una impedancia conocida. Por tanto, esta es la configuración elegida para la caracterización experimental del microinductor con núcleo magnético.

El nuevo circuito, una vez añadida la fuente I_{DC} , se muestra en la Figura 119. Dado que el cálculo de la impedancia se realiza de la misma manera, independientemente de la presencia o no de corriente DC en la bobina, los resultados del análisis anterior son igualmente aplicables en esta situación.

Figura 119: Circuito de medida con perturbación de corriente DC

Con el objetivo de reducir al máximo el número de componentes y la distancia entre ellos, se ha optado por utilizar el condensador C_E con un doble propósito: en primer lugar, como impedancia utilizada para compensar la fase ($\underline{Z}_E$) y, en segundo lugar, como impedancia utilizada para medir la corriente ($\underline{Z}_S$).

El prototipo empleado en las medidas experimentales se muestra en la Figura 120. Esta tarjeta y sus componentes fueron proporcionados por Tyndall National Institute, donde se realizaron las medidas.

Figura 120: Circuito utilizado en las medidas en gran señal

4.6.1. Comportamiento de la inductancia

El valor medio de la corriente desplaza la posición del ciclo de histéresis dentro de la curva B-H del material. La curva B-H presenta siempre un límite superior, denominado campo magnético de saturación, alcanzado una vez se han alineado todos los dominios magnéticos del núcleo, a partir del cual el dispositivo deja de comportarse como una bobina y su inductancia decae rápidamente.

Para estudiar la saturación de estos dispositivos, se ha medido su inductancia ante diferentes valores medios de corriente, ante una perturbación constante de 100 mA a 30 MHz. Los resultados de dicha medida se muestran en la Figura 121. En azul se muestra el valor de inductancia medido (L), en naranja la incertidumbre asociada a cada una de dichas medidas (ϵL) y, con una línea horizontal negra, el valor fijado para la saturación del núcleo (L_{sat}), en este caso definido como aquel al que la inductancia ha caído un 5%.

Figura 121: Inductancia frente a corriente DC. Perturbación 100 mA_{AC} a 30 MHz

Como se puede comprobar, el dispositivo estudiado alcanza la saturación a partir de los $800 + 100$ mA, con una tolerancia en la medida del 3,3 %.

4.6.2. Comportamiento de la resistencia

De la misma manera, se puede observar la dependencia del valor de la resistencia equivalente del dispositivo tanto frente a la frecuencia como frente al valor del rizado de corriente que soporta. Este ensayo se ha realizado para frecuencias desde 30 a 60 MHz, y para tres valores diferentes de amplitud de corriente a cada una de dichas frecuencias. Los resultados de las medidas se muestran en la Figura 122.

Figura 122: Resistencia frente a frecuencia para diferentes amplitudes de corriente AC

Como se puede ver, el valor de resistencia equivalente, en el que se aúnan todos los efectos de pérdidas del inductor, aumenta tanto al aumentar la frecuencia (debido al aumento de pérdidas en el núcleo y el conductor), como al aumentar el nivel de corriente (debido a la modificación del comportamiento del dispositivo en la curva B-H).

En la figura se puede observar un efecto adicional. El valor del condensador utilizado para compensar el valor de la fase se estableció para una frecuencia de 30 MHz, por lo que la incertidumbre en esas medidas es la más pequeña ($\approx 10\%$ en este ejemplo). Dado que el valor de dicho condensador no se modificó en medidas subsiguientes, la fase volvió a estar muy alejada de los 0° , por lo que la incertidumbre, debido al efecto de la tangente ya mencionado, sube con la frecuencia, hasta alcanzar un valor de más del 90% a 60 MHz. Estos resultados ponen en relieve, una vez más, el gran limitante de la compensación por medio de una capacidad: es necesario recalcular dicha capacidad para cada punto de funcionamiento, de otra forma, la incertidumbre aumenta exponencialmente, llegando incluso a poder superar el valor que tenía al no realizarse ninguna compensación.

4.7. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un análisis cuantitativo del procedimiento de medida de inductores para aplicaciones de conversión de potencia de alta frecuencia, basado en el análisis de incertidumbre. Se han comparado cuatro circuitos de medida, que se diferencian en la técnica usada para medir tensión y corriente en el dispositivo, empleando un osciloscopio.

El parámetro más crítico en la medida del inductor es su resistencia serie por su impacto en la eficiencia del convertidor. El método presentado permite calcular la incertidumbre en dicha resistencia, debida a las tolerancias presentes en los dispositivos y equipos utilizados para la medida (frecuencia de muestreo, ganancia de las sondas, resistencia de sensado de corriente, etc.).

El procedimiento presentado se basa en la aplicación de la aproximación de Taylor de primer orden a la expresión de la medida, dada en función de cada uno de los parámetros del circuito. Gracias a este procedimiento se puede identificar el impacto de cada uno de estos parámetros y calcular la tolerancia en la medida, dada como el rango de valores en los que se puede encontrar el valor real. De esta manera se convierte en una poderosa herramienta para seleccionar y diseñar el circuito de medida más apropiado, teniendo en cuenta tanto los dispositivos e instrumentos disponibles como las características de la medida.

La aproximación teórica ha quedado confirmada tanto por simulación como por resultados experimentales. De entre las opciones consideradas, la mejor, definida como aquella que presenta una menor incertidumbre en la medida, se basa en la adición de un condensador, en serie a la bobina, que la haga trabajar cerca de resonancia. Esta conclusión era esperada, pero la principal contribución del estudio consiste en presentar una cuantificación de dicha mejora. Adicionalmente, realizar la medida de corriente utilizando una sonda de tensión y una resistencia calibrada genera una medida con menor incertidumbre. Sin embargo, la tolerancia en dicha resistencia de sensado es crítica en el procedimiento y, en algunos casos, puede incluso resultar más conveniente utilizar una sonda de corriente.

Dado que el análisis no se basa en una aproximación estadística, no se necesita ningún conocimiento previo de la distribución de tolerancias ni de los componentes ni de los dispositivos. Las ecuaciones presentadas permiten calcular la incertidumbre en la medida, para sistemas con multitud de variables involucradas, sin la necesidad de un análisis de sensibilidad del circuito, que es computacionalmente muy costoso. Todos estos factores convierten este procedimiento en fácilmente aplicable a cualquier combinación de componentes, equipos y dispositivos.

Por último, se ha realizado la medida en gran señal de un microinductor con núcleo magnético utilizando un circuito con impedancia de compensación. Se ha medido la inductancia a 30 MHz cambiando la componente continua de la corriente en la bobina. La incertidumbre de la medida de la inductancia es del 4 %. La medida de la resistencia del

microinductor se ha realizado a varias frecuencias usando siempre la misma impedancia de compensación. A la frecuencia de resonancia (30 MHz) la incertidumbre es aproximadamente 10%. A frecuencias más altas, la incertidumbre crece mucho al estar fuera de la resonancia, como era de esperar.

Capítulo 5

Conclusions and future work

Amor, humor, valor y sudor.
Pedro Sainz de Baranda

5.1. Conclusiones sobre el estudio

El uso de microinductores es un factor clave en la miniaturización de los convertidores de potencia. En esta tesis se ha contribuido al desarrollo de estos microinductores, centrándose en dispositivos pensados para aplicaciones en las que inductancia y densidad de potencia son factores fundamentales. Este trabajo se ha llevado a cabo un marco de colaboración con el centro de investigación Tyndall National Institute (Cork, Irlanda), y considerando la tecnología de la que disponen.

Para contribuir al desarrollo de esta tecnología se ha perseguido un triple objetivo: 1) Analizar los modelos disponibles para dispositivos tipo *racetrack*, con núcleo magnético de $\text{Ni}_{45}\text{Fe}_{55}$, estudiando cuatro aspectos fundamentales: parámetros geométricos, contribución de cada parte del componente a la inductancia total, distribución de pérdidas y capacidad equivalente. 2) Proponer un método de diseño de inductores tipo *racetrack* con núcleo magnético de $\text{Ni}_{45}\text{Fe}_{55}$, basándose en los modelos analizados y que permita diseñar el dispositivo óptimo para una aplicación determinada. 3) Comparar los sistemas de medida en gran señal de inductores con alto factor de calidad y alta frecuencia de funcionamiento.

A lo largo del documento se han desarrollado los métodos para la consecución de los tres objetivos, obteniendo las siguientes conclusiones:

Análisis de sensibilidad de los parámetros de diseño

Se ha realizado un estudio original de los modelos existentes de microinductores de tipo *racetrack* con núcleo magnético de $\text{Ni}_{45}\text{Fe}_{55}$. Se ha realizado un análisis de sensibilidad de los parámetros que afectan a los distintos términos de inductancia y pérdidas, usando los modelos propuestos en la literatura. El objetivo de este análisis es cuantificar la dependencia de distintos parámetros de diseño y poder establecer ciertos criterios que permitan simplificar estos modelos.

En lo referente a la geometría, se ha descrito por completo el componente en función de la propiedad factor de forma (D_{FF}) que, para un área del inductor dada, permite caracterizar las dimensiones externas del inductor. Esta propiedad geométrica es una de las principales variables de diseño y determina el peso de los términos de inductancia (L_{core} , L_{spiral} , $L_{w,mutual}$ y $L_{w,self}$).

Para la tecnología de fabricación de microinductores considerada:

- El impacto de L_{spiral} se reduce al aumentar (D_{FF}), porque la contribución del núcleo es mayor.
- El conjunto $L_{core} + L_{spiral}$ y $L_{w,self}$ representa al menos el 80% de la inductancia total. Si se desprecia $L_{w,mutual}$ el error es menor del 10% en la mayoría de los casos, aunque puede llegar al 20%.

- Se han comparado diversas aproximaciones al cálculo de las pérdidas AC en los conductores. Se ha concluido que el modelo más adecuado para calcularlas es la aproximación de Dowell de una dimensión.
- No hay ningún término de pérdidas ($P_{w,DC}$, $P_{w,AC}$, $P_{c,hyst}$, $P_{c,eddy}$) que pueda despreciarse para el rango de D_{FF} considerado.
- **De forma original en este trabajo de tesis, se ha desarrollado una modificación del modelo de capacidades propuesto por Harburg.** Se ha conseguido un aumento de su precisión al incluir las capacidades laterales del dispositivo.
- Se ha realizado una comparación de los resultados calculados mediante los modelos modificados con los diseños publicados por diversos autores con y con simulaciones de elementos finitos. La diferencia obtenida con los modelos modificados respecto a los resultados de las publicaciones consultadas es menor al 3 % en inductancia y 7 % en pérdidas.
- Debido a la precisión conseguida, el modelo modificado propuesto se considera adecuado para abordar el diseño de los componentes.

Diseño del dispositivo

Una vez validados los modelos del dispositivo, se ha realizado el diseño utilizando dos procedimientos diferentes, siendo uno de ellos una contribución original de esta tesis. El objetivo del diseño del microinductor es encontrar el componente con las mejores prestaciones (en este caso las menores pérdidas) para una área delimitada y ciertas especificaciones eléctricas.

El primer procedimiento se basa en una aproximación numérica que realiza y compara cientos de miles de diseños potenciales. Estos diseños se obtienen a partir de todas las combinaciones posibles de los parámetros geométricos del dispositivo.

Mediante este procedimiento, además del diseño del dispositivo óptimo, se han podido extraer conclusiones de especial importancia para el futuro desarrollo de nuevas herramientas. Entre esas conclusiones destacan las aportaciones al análisis de los efectos de diferentes propiedades sobre el desempeño del dispositivo:

- Utilizar todo el área disponible permite aumentar la sección de conductor y conseguir un gran aumento de la eficiencia.
- Incrementar la frecuencia del convertidor reduce la necesidad de inductancia. Esto permite reducir el volumen de núcleo y/o la longitud de conductor, reduciendo las pérdidas totales.
- Los parámetros más críticos en el diseño son:

- A baja frecuencia o rizado de corriente: N , dado que dominan las pérdidas en el conductor.
 - A alta frecuencia o rizado de corriente: C_t , ya que dominan las pérdidas en el núcleo.
 - En todos los casos la relación de aspecto del núcleo se utiliza para ajustar con precisión el valor de inductancia.
-
- Sustituir un único inductor por dos en paralelo incrementa las pérdidas totales. Si la topología de potencia utilizada permite reducir el requisito de inductancia gracias a la adición de fases, las pérdidas totales sí se reducen. Esta reducción es dependiente del condensador de filtro del convertidor y es más acusada cuanto más baja sea su ESR.

El segundo procedimiento de diseño es una de las aportaciones originales de este trabajo de tesis. Se basa en la utilización de modelos simplificados para llegar a expresiones analíticas que permitan calcular el diseño óptimo de una forma casi directa y en un mínimo número de iteraciones. En este caso, gracias al estudio de los modelos de inductancia analizados, se proponen tres modelos simplificados para el cálculo de la inductancia, cuya aplicación sucesiva permite obtener expresiones de cálculo directo de las variables de diseño:

- El primer modelo tiene en cuenta sólo L_{core} y L_{spiral} , y permite calcular fácilmente el número de vueltas.
- El segundo modelo tiene en cuenta además de el término de $L_{w,self}$, utilizando el número de vueltas calculado con el anterior modelo. Este modelo permite calcular el número de vueltas con una mayor precisión.
- El tercer modelo considera todos los términos de inductancia, pero despreciando ciertos factores geométricos. A partir de este modelo se puede calcular el espesor del núcleo.

Gracias a las expresiones directas para el cálculo de N y C_t , cualquier función de coste a minimizar, que dependa de las tres principales variables de diseño (N , C_t y D_{FF}), se puede hacer depender solo de N y D_{FF} .

En este trabajo de tesis se presenta a modo de ejemplo el diseño del microinductor con menores pérdidas. El procedimiento de diseño consistiría en los siguientes pasos:

- Se determina el rango de N con el que se puede conseguir la inductancia especificada, asegurando que el componente no se satura y no se supera la frecuencia de resonancia.

- Se usa como función de coste la expresión de pérdidas con todos los términos, que depende de D_{FF} , N y C_t . Se hace depender solo de D_{FF} y N mediante el tercer modelo de inductancia propuesto.
- Para cada valor de N en el rango determinado, se busca el mínimo de pérdidas en función de D_{FF} , y entre todos los valores de N se escoge el de menos pérdidas.

Gracias a esta aproximación se pueden reducir enormemente la complejidad y volumen de los cálculos necesarios para el diseño, que es uno de los principales problemas de las metodologías presentes en la literatura. Esta reducción permite integrar fácilmente la optimización del dispositivo en el diseño del convertidor como conjunto, lo que supone un paso crucial para el avance de la tecnología basada en microinductores. Con esta aproximación se pueden obtener fácilmente conclusiones sobre los términos más importantes en el desempeño del dispositivo. A partir de dicho conocimiento, se pueden diseñar microinductores que, pese a no ser los de menores pérdidas, son muy atractivos para el diseño, por ejemplo por presentar una mayor facilidad de fabricación o un menor coste y estar próximos al mínimo en pérdidas. Esta es una de las grandes ventajas del procedimiento propuesto.

Los resultados obtenidos mediante el diseño realizado con ambos procedimientos se han comparado entre sí, para asegurar que las simplificaciones realizadas en el segundo no reducen la precisión en los cálculos. La diferencia entre los procedimientos presentados, para el dispositivo de interés, es menor al 1 % en todos los aspectos de diseño. Esto avala la precisión del cálculo basado en modelos y valida las simplificaciones realizadas.

Por último, los resultados del procedimiento de diseño se han comparado con los de un dispositivo fabricado y medido en Tyndall National Institute, validándose también mediante simulaciones de elementos finitos. La precisión en los cálculos (diferencias de menos del 2 % en inductancia y de menos del 6 % respecto a las pérdidas por histéresis y en el conductor medidas) permite asegurar la validez del procedimiento de diseño propuesto.

Finalmente, se ha realizado una comparativa frente a los dispositivos presentes en la literatura. Gracias a los procedimientos propuestos y las especificaciones de fabricación consideradas, pueden conseguirse mejoras en el desempeño de todos los microinductores estudiados (tanto en pérdidas totales como en resistencia DC), a la vez que se mantienen los valores de inductancia y área de partida.

Medida de inductores en gran señal

Otra de las aportaciones originales de esta tesis es el análisis cuantitativo del procedimiento de medida de inductores de alto factor de calidad, teniendo en cuenta los equipos utilizados para la medida y los componentes auxiliares necesarios. Mediante este análisis se han comparado cuatro de los métodos de caracterización más utilizados en la medida de inductores en gran señal.

Primero, se ha modelado el proceso de medida y se ha establecido la dependencia de la inductancia y la resistencia del inductor de los diversos factores involucrados. A continuación, se ha planteado una aproximación de primer orden para valorar la incertidumbre de la medida, definida en este trabajo como el peor caso.

Los principales parámetros considerados en el análisis y su impacto sobre los resultados son:

- Características del osciloscopio: el osciloscopio tiene un gran impacto en las medidas, tanto del módulo (debido a la resolución de su ADC) como de la fase (debido a la frecuencia de muestreo). Ya que ambos aspectos están presentes en todas las medidas, su efecto es muy grande en la incertidumbre en la inductancia y la resistencia. La única posibilidad para reducir su impacto es utilizar un equipo con una mayor frecuencia de muestreo o un mayor número de bits.
- Son­das de tensión y corriente: la tolerancia de ambas sondas tiene el mismo impacto en la incertidumbre total del módulo. Hay dos estrategias para la reducción de la incertidumbre asociada a las sondas: utilizar sondas con una menor tolerancia o utilizar una sonda de tensión activa (con mejores prestaciones) para la medida de corriente. En este último caso la tolerancia de la impedancia de sensado es crítica en el procedimiento.
- Impedancia de sensado de corriente: si la corriente se mide como caída de tensión en una impedancia, la mayor reducción en la incertidumbre en la fase se consigue utilizando únicamente una resistencia calibrada para la medida. En la incertidumbre sobre el módulo, la mejor reducción se puede conseguir añadiendo un condensador si su tolerancia (en conjunción con la incertidumbre sobre el periodo), es menor a la de la resistencia.
- Calibrado de sondas: si se utiliza una impedancia externa para la compensación de los retrasos eléctricos de las sondas, la menor incertidumbre se consigue utilizando una resistencia calibrada.
- Compensación de fase: la mayor reducción en la incertidumbre en la medida de la resistencia se consigue añadiendo un condensador en serie a la bobina, que lleve su fase lo más cerca posible a 0° .

Mediante el análisis de todos los términos presentados, el diseñador puede obtener el circuito de medida que ofrece una menor tolerancia en los resultados, para cualquier combinación de componentes y equipos que tenga disponibles. Además de las estrategias de reducción de dicha incertidumbre, la aportación de este trabajo consiste en las ecuaciones que permiten obtener el valor de dicha incertidumbre, necesario para asegurar la validez de las medidas realizadas.

Este análisis se ha validado mediante medidas experimentales, realizadas sobre un inductor de núcleo de aire, con alto factor de calidad ($Q > 100$), y a alta frecuencia ($f >$

10 MHz). Adicionalmente, cada uno de los pasos del proceso se ha completado con un análisis mediante simulación, que asegura la precisión de todos los términos presentes, de manera independiente.

La gran precisión de los resultados, al compararse tanto con simulaciones como con los resultados experimentales, permite utilizar este procedimiento como base para la comparativa de cualquier método de medida propuesto y utilizarlo para aportar los valores de incertidumbre en cualquier medida aportada.

Por último, se ha realizado la medida a alta frecuencia ($f > 30$ MHz) de un micro-inductor con núcleo magnético. El procedimiento propuesto asegura una medida muy precisa de los valores de inductancia y resistencia ante perturbaciones de gran señal. Gracias a esto, el comportamiento de ambos parámetros se ha podido estudiar para diferentes puntos de la curva B-H del material.

5.2. Trabajos futuros

A partir del conocimiento extraído de esta tesis se pueden desarrollar diversos trabajos futuros.

Algunas de las posibles líneas de trabajo futuras son:

- **Extender la metodología de diseño** a componentes fabricados en diferentes materiales. El uso de nuevos materiales podría permitir un nuevo incremento en la miniaturización de los dispositivos. Los dispositivos fabricados con materiales de mayor permeabilidad podrían hacerse más pequeños, reduciendo el volumen de los convertidores. Si se emplean materiales con menores pérdidas, la eficiencia del convertidor podría sufrir un gran incremento.
- **Aumentar el número de medidas de microinductores tipo *racetrack***. Nuevos resultados de medida podrían ayudar a mejorar aún más la precisión de los modelos y ayudar a detectar patrones que permitan continuar el desarrollo de las metodologías presentadas.
- **Expandir el procedimiento de diseño a nuevas geometrías**. Desarrollar los procedimientos de diseño para diferentes geometrías permitiría encontrar la que más se adecúe a cada aplicación. Adicionalmente, estos resultados podrían utilizarse para comparar diferentes geometrías y esclarecer las ventajas e inconvenientes de cada una.
- **Fabricar algunos de los dispositivos diseñados**. la capacidad para fabricar los dispositivos diseñados supondría un gran impulso a las tres tareas anteriores. Esto permitiría, de una manera muy rápida, validar los nuevos modelos y procedimientos presentados.

5.3. Conclusions about the study

The use of microinductors is a key factor in the miniaturization of power converters. In this thesis, contributions to their development have been presented, focusing on devices intended for applications where inductance and power density are key factors. This work has been carried out in the framework of a collaboration with the research centre Tyndall National Institute (Cork, Ireland), by means of the technology they have available.

To contribute to the development of this technology, a triple objective has been pursued: 1) To analyze the models for $\text{Ni}_{45}\text{Fe}_{55}$ racetrack inductors present on the literature, studying their four main aspects: geometrical parameters, contribution of each part to the total inductance, loss distribution and equivalent capacitance; 2) to present a design procedure for $\text{Ni}_{45}\text{Fe}_{55}$ racetrack inductors, based on the analyzed models, which enables the design of the optimum device for a given application; 3) To compare the large-signal measurement systems for high quality factor and high frequency inductors.

Throughout this document, the methods needed for the achievement of the three mentioned objectives have been developed, and the main conclusions obtained are summarized here:

Sensitivity analysis of the design parameters

An original study of the existing models for $\text{Ni}_{45}\text{Fe}_{55}$ racetrack inductors has been done. A sensitivity analysis has been carried out for the terms affecting the distribution of inductance and losses, using the models present in the literature. The aim of the analysis is to ascertain the dependency on the different design parameters and to establish the criteria needed to simplify the models.

Regarding the geometry, the device has been described in terms of its form factor (D_{FF}). This parameter allows, for a given area, to characterize the external dimensions of the device. This geometric property is one of the main design variables, and directly related to the impact of every inductance term (L_{core} , L_{spiral} , $L_{w,mutual}$ and $L_{w,self}$).

For the available technology considered:

- The impact of L_{spiral} decreases as D_{FF} increases, since the core contribution grows.
- The sum of L_{core} , L_{spiral} and $L_{w,self}$ represent at least 80% of the total inductance. If $L_{w,mutual}$ is not taken into account, the deviation is less than 10% in most cases, but it can reach up to 20%.
- Several models for the calculation of wire AC loss have been compared. The most accurate model was found to be the Dowell 1-Dimension approximation.
- There is no single loss term ($P_{w,DC}$, $P_{w,AC}$, $P_{c,hyst}$, $P_{c,eddy}$) that can be omitted in the calculations, due to their impact in the total loss.

- **A modification of the capacitance model proposed by Harburg et al. has been originally presented in this work.** This modification increases the model precision by taking into account the lateral capacitances of the device.
- The results achieved by the models have been compared to the ones obtained by finite models simulations and to the data obtained from independent publications. The difference obtained by the modified models is less than 3 % in inductance and less than 7 % in losses when compared to the independently published data.
- Due to the achieved precision, the proposed modified models are considered suitable for the design of new components.

Design of the device

Once the models have been validated, a device has been designed following two different methods, being one of them an original contribution of this thesis. The aim of the design is to find the device with the best performance (lowest losses in this case) for a given area and several electric specifications.

The first design procedure is based on a numerical approach that calculates and compares thousands of potential designs. These designs are obtained from every possible combination of the geometrical parameters.

Besides the design of the optimal device, the main outcome of this first design procedure is the analysis of the impact of different parameters on the performance of the inductor:

- By using all the available area, the wire section can be maximized and the efficiency is increased.
- Increasing the converter frequency reduces the required inductance. This allows a reduction in core volume and/or in wire length, which reduces total loss.
- The most critical parameters on the design are:
 - At low frequency or current ripple: the number of turns N , since wire losses are dominant.
 - At high frequency or current ripple: the core thickness C_t , since the core is the main loss driver.
 - At any frequency, the aspect ratio is used to finely tune the inductance value.
- Using two paralleled inductors increases the total loss, as expected for conventional inductors. Interleaving technique (paralleling and phase shifting) results in a reduction on the required inductance for a given ripple and a significant loss reduction. This reduction is even greater if a low ESR capacitor is used in the converter.

The second design procedure, based on the use of simplified models, is one of the original contributions of this thesis. Its aim is to find analytical expressions that allow the optimization of the device in an almost straightforward way, with a minimum number of iterations. In this case, thanks to the study of the inductance models analyzed, three simplified models are proposed for the calculation of the inductance. The successive application of these models allows to obtain the expression for the direct calculation of the design variables.

- The first model only considers L_{core} and L_{spiral} , and allows an easy calculation of the number of turns.
- The second one also includes $L_{w,self}$. This models build on the first one and allows a more precise calculation of the number of turns.
- The third model considers every inductance term, but omitting certain geometrical parameters. With this model, the core thickness is calculated.

Thanks to the direct expressions for the calculations, any cost function depending on the three main design variables (N , C_t and D_{FF}) can now be made dependant only of N and D_{FF} .

In this thesis, an example for the calculatiuon of the best device, in terms of losses, is presented. The design procedure follows the next steps:

- The possible values for N are determined as those that provide the inductance value while ensuring the device will not saturate and the self resonant frequency is high enough.
- The total loss, which depends on D_{FF} , N y C_t is selected as the cost function. It is made dependant only on D_{FF} and N by means of the third inductance model proposed.
- For every valid N , the design with minimum loss, as a function of D_{FF} is found. From those designs, the one with the lowest loss is selected.

The second proposed design procedure results in a great reduction of the complexity and volume of the calculations, enabling the integration of the procedure in the design and optimization of the power converter. Moreover, the proposed method can be used to explore the design space and find designs close to the optimal, but with other attractive features such as easier fabrication or lower cost.

The results obtained by both design procedures have been compared, to ensure the simplifications assumed for the last one do not the reduce the precision. The differences between the two presented procedures, for the device investigated, is less than 1 % in every design aspect. This validates the calculations accuracy and the simplifications undertaken.

Finally, the results of the design procedure have been compared with those of a device provided by and measured at Tyndall National Institute and also simulated in a finite elements software. The accuracy of the calculations (differences of less than 2 % in inductance and less than 6 % with respect to the measured hysteresis and conductor losses) allows assuring the validity of the proposed design procedure.

After this, a comparison has been made with the devices present in the literature. Thanks to the proposed procedures and the manufacturing specifications considered, improvements can be achieved in the performance of all the microinductors under study (both in total loss and DC resistance), while maintaining the inductance and area specifications.

Inductor large signal measurement

Another original contribution of this thesis is a quantitative analysis of the measurement procedure of high quality factor high frequency inductors, taking into account the instrumentation and the required auxiliary components. By means of this analysis, four of the most commonly used characterization methods in the large-signal measurement of inductors have been compared.

First, the measurement process has been modeled and the dependence of inductance and resistance on the various factors considered in the measurement has been established. Then, a first-order approximation has been done to assess the measurement uncertainty in terms of worst case analysis: given the maximum expected variation of the different parameters, the calculations provide the worst case interval around the measurement that include the real value.

The main parameters considered in the analysis and their impact are:

- Oscilloscope's performance: the oscilloscope has a great impact in the measurement of both module (due to the ADC resolution) and phase (due to the sampling frequency). Since both aspects are present in every measurement they have a great impact in the uncertainty on inductance and resistance. The only option for the reduction of this impact is to employ an oscilloscope with a higher sample rate or a greater number of bits in its ADC.
- Current and voltage probes: the nominal uncertainty of the two probes present in the measurement has the same impact on the total uncertainty. Since this uncertainty affects the measured amplitude, it increases the total uncertainty of the module. There are two ways of reducing the uncertainty associated to them: to use probes with a lower tolerance or to use an active voltage probe (with better characteristics) for the current measurement. In this last case, the tolerance of the sensing impedance is critical for the total uncertainty.
- Current sensing impedance: if the current is measured as the voltage drop across a

known impedance, the best strategy is to use only a resistor in terms of the uncertainty on the measured phase. To reduce the uncertainty on the measured module, using a sensing capacitor would provide better results if its nominal uncertainty (combined with the nominal period uncertainty) is lower than the resistor's.

- Probe deskew: if an external impedance is used for the deskew of a current and a voltage probe, the lowest uncertainty is achieved by using only a resistor as calibration impedance.
- Phase compensation impedance: the highest reduction for the resistance uncertainty is achieved by adding a series capacitor that drives the impedance as close as possible to resonance at the measurement frequency.

Some of these conclusions were already expected, but the main contribution of this work consists on the quantitative evaluation of the uncertainty values and the improvements obtained with the different approaches.

This analysis has been validated by experimental measurements, performed on an air core inductor, with a high quality factor ($Q > 100$), and at high frequency ($f > 10$ MHz). Additionally, each of the process steps has been completed with a simulation analysis, which ensures the accuracy of all the terms present.

The high accuracy of the results, when compared with both simulations and experimental measurements, allows using this procedure as a basis for comparison of any proposed characterization methods and to calculate the uncertainty of any given measurement.

As a last step, a cored microinductor was measured at a high frequency ($f > 30$ MHz). The proposed procedure can ensure a very accurate measurement of inductance and resistance under a large-signal perturbation. Thanks to this, the behaviour of both parameters has been studied for different points of the material's B-H curve.

5.4. Future work

Future work might be developed from the knowledge presented in this thesis.

Some future research lines are:

- **To extend the design methodology** to components manufactured with new materials. The use of new materials could bring forward a further increase in miniaturization. Devices made with cores with a higher permeability could be made even smaller, shrinking converter size. If new materials provide a loss reduction, the efficiency of the converters could be highly increased.
- **To increase the number of measurements on racetrack inductors.** New measurements could improve the accuracy of the models, and help finding patterns that allow further development of the presented design methodologies.
- **To expand the design procedure to different geometries.** Developing design procedures for different inductor geometries could help finding the best one for any application. Additionally, the results could be used to compare the geometries and ascertain the advantages and drawbacks of all of them.
- **To build some of the designed devices.** The capability to manufacture the designed devices would make it more feasible to realize the previous tasks, enabling a very fast way of validating the models and procedures presented.

Bibliografía

- [1] PntPower, “PwrSoC-PwrSiP technology markets.”
- [2] Murata, “Adjustable DOSA 10/16-Amp SIP DC/DC Converters,” *OKX T/I0 and T/I6-DI2 Series Data sheet*, pp. 1–16, 2009.
- [3] Murata, “Programmable Output 1-Amp iLGA SMT PoLs,” *OKL-T/I-WI2 Series Data sheet*, pp. 1–18, 2018.
- [4] H. Meyvaert, T. V. Breussegem, H. Marien, M. Wens, and M. Steyaert, “The Importance of fully-integrated CMOS,” *Pwrsoc*, 2010.
- [5] N. Wang, J. Hannon, R. Foley, K. McCarthy, T. O’Donell, K. Rodgers, F. Waldron, and C. Ó Mathúna, “Integrated magnetics on silicon for power supply in package (PSiP) and power supply on chip (PwrSoC),” in *3rd Electronics System Integration Technology Conference ESTC*, 2010.
- [6] D. Jordan, G. Wei, L. Ye, D. Lordan, P. Podder, A. Masood, K. Rodgers, C. O. Mathuna, and P. McCloskey, “High Q-Factor PCB Embedded Flip-Chip Inductors with Multilayer CZTB Magnetic Sheet for Power Supply in Package (PwrSiP),” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 9, no. 1, pp. 102–110, 2021.
- [7] D. V. Harburg, A. J. Hanson, J. Qiu, B. A. Reese, J. D. Ranson, D. M. Otten, C. G. Levey, and C. R. Sullivan, “Microfabricated Racetrack Inductors with Thin-Film Magnetic Cores for On-Chip Power Conversion,” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 3, pp. 1280–1294, 2018.
- [8] A. Alderman and C. O’Mathuna, “Power Supply on Chip (PwrSoC) Update 2010,” in *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, (Palm Springs), 2010.
- [9] H. J. Zhang, “Basic Concepts of Linear Regulator and Switching Mode Power Supplies,” *Linear Technology Application Note*, vol. 140, no. October, 2013.
- [10] C. Ó. Mathúna, N. Wang, S. Kulkarni, and S. Roy, “Review of integrated magnetics for Power Supply on Chip (PwrSoC),” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 11, pp. 4799–4816, 2012.
- [11] E. A. Burton, G. Schrom, F. Paillet, J. Douglas, W. J. Lambert, K. Radhakrishnan, and M. J. Hill, “FIVR - Fully integrated voltage regulators on 4th generation Intel® Core™ SoCs,” *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, pp. 432–439, 2014.
- [12] D. Yao, C. G. Levey, R. Tian, and C. R. Sullivan, “Microfabricated V-groove power inductors using multilayer Co-Zr-O thin films for very-high-frequency DC-DC converters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 9, pp. 4384–4394, 2013.

- [13] T. M. Andersen, C. M. Zingerli, F. Krismer, J. W. Kolar, and C. O'Mathuna, "Inductor optimization procedure for power supply in package and power supply on chip," *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition: Energy Conversion Innovation for a Clean Energy Future, ECCE 2011, Proceedings*, pp. 1320–1327, 2011.
- [14] J. C. Hertel, Y. Nour, and A. Knott, "Integrated Very-High-Frequency Switch Mode Power Supplies: Design Considerations," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 526–538, 2018.
- [15] C. R. Sullivan, D. V. Harburg, J. Qiu, C. G. Levey, and D. Yao, "Integrating magnetics for on-chip power: A perspective," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 9, pp. 4342–4353, 2013.
- [16] J. Kolar, F. Krismer, Y. Lobsiger, J. Muhlethaler, T. Nussbaumer, and J. Minibock, "Extreme efficiency power electronics," *2012 7th International Conference on Integrated Power Electronics Systems, CIPS 2012*, 2012.
- [17] C. Feeney, N. Wang, S. Cian O'Mathuna, and M. Duffy, "Design Procedure for Racetrack Microinductors on Silicon in Multi-MHz DC-DC Converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 12, pp. 6897–6905, 2015.
- [18] D. V. Harburg, X. Yu, F. Herrault, C. G. Levey, M. G. Allen, and C. R. Sullivan, "Micro-fabricated thin-film inductors for on-chip power conversion," *Proc. IEEE Conf. Integrated Power Electron. Sys.*, vol. 8, pp. 1–6, 2012.
- [19] Y. Li, X. Mao, J. Zhu, J. Dong, and Z. Zhang, "2-D analytical winding losses model of micro-inductor," *IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference)*, vol. 2019-Octob, pp. 4869–4874, 2019.
- [20] Q. Li, M. Lim, J. Sun, A. Ball, Y. Ying, F. C. Lee, and K. D. Ngo, "Technology road map for high frequency integrated DC-DC converter," *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, pp. 533–539, 2010.
- [21] D. Yao and C. R. Sullivan, "Optimization of V-groove inductors using multilayer Co-Zr-O thin films for 10 MHz to 100 MHz DC-DC converters," *2010 IEEE 12th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics, COMPEL 2010*, pp. 10–14, 2010.
- [22] C. Mathúna, S. Kulkarni, Z. Pavlovic, D. Casey, J. Rohan, A. M. Kelleher, G. Maxwell, J. O'Brien, and P. McCloskey, "Power inside - Applications and technologies for integrated power in microelectronics," *Technical Digest - International Electron Devices Meeting, IEDM*, pp. 3.3.1–3.3.4, 2018.
- [23] S. Peng, J. Yu, C. Feeney, T. Ye, Z. Zhang, and N. Wang, "A micro-inductor with thin film magnetic core for a 20 MHz buck converter," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 524, no. December 2020, p. 167661, 2021.

- [24] C. Feeney, M. Duffy, and C. O'Mathuna, "Design procedure for inductors-on-silicon in power supply on chip applications," *Proceedings of the Universities Power Engineering Conference*, pp. 2–6, 2013.
- [25] R. Meere, T. O'Donnell, H. J. Bergveld, N. Wang, and S. C. O'Mathuna, "Analysis of microinductor performance in a 20-100 MHz DC/DC converter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, no. 9, pp. 2212–2218, 2009.
- [26] R. W. Erickson and D. Maksimović, *Fundamentals of Power Electronics*. Springer, 2020.
- [27] T. M. Andersen, C. M. Zingerli, F. Krismer, J. W. Kolar, N. Wang, and C. Mathuna, "Modeling and pareto optimization of microfabricated inductors for power supply on chip," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 9, pp. 4422–4430, 2013.
- [28] J. Lopez Lopez, C. Fernández, P. Zumel, S. O. Driscoll, and C. O. Mathuna, "Integrated inductor optimization for Power Supply on Chip," in *2018 IEEE 19th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*, pp. 1–6, IEEE, 2018.
- [29] C. Marxgut, J. Muhlethaler, F. Krismer, and J. W. Kolar, "Multiobjective optimization of ultraflat magnetic components with pcb-integrated core," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 7, pp. 3591–3602, 2013.
- [30] D. Flynn, R. S. Dhariwal, and M. P. Desmulliez, "A design study of microscale magnetic components for operation in the MHz frequency range," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 16, no. 9, pp. 1811–1818, 2006.
- [31] V. Lafage, Y. Beilliard, A. Sridhar, T. Brunswiler, and D. Drouin, "Fabrication of 2D and 3D inductors for DC-DC converters integrated on glass interposer," *2018 Pan Pacific Microelectronics Symposium, Pan Pacific 2018*, vol. 2018-January, pp. 1–8, 2018.
- [32] S. Kulkarni, D. Li, D. Jordan, N. Wang, and C. O. Mathuna, "PCB Embedded Bond-wire Inductors with Discrete Thin-Film Magnetic Core for Power Supply in Package," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 614–620, 2018.
- [33] C. R. Sullivan and S. R. Sanders, "Design of microfabricated transformers and inductors for high-frequency power conversion," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 11, no. 2, 1996.
- [34] M. Frommberger, J. McCord, and E. Quandt, "High-frequency properties of FeCo-SiB thin films with crossed anisotropy," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 4 II, pp. 2703–2705, 2004.

- [35] J. Qiu and C. R. Sullivan, "Radial-anisotropy nanogranular thin-film magnetic material for toroidal inductors," in *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, 2012.
- [36] D. W. Lee, K. P. Hwang, and S. X. Wang, "Fabrication and analysis of high-performance integrated solenoid inductor with magnetic core," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 11 PART 2, pp. 4089–4095, 2008.
- [37] C. Feeney, N. Wang, S. Kulkarni, Z. Pavlović, C. Matúna, and M. Duffy, "Loss Modeling of Coupled Stripline Microinductors in Power Supply on Chip Applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 5, 2016.
- [38] S. Prabhakaran, Y. Sun, P. Dhagat, W. D. Li, and C. R. Sullivan, "Microfabricated V-groove power inductors for high-current low-voltage fast-transient DC-DC converters," in *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*, vol. 2005, 2005.
- [39] D. Flynn, N. S. Sudan, A. Toon, and M. P. Desmulliez, "Fabrication process of a micro-inductor utilising a magnetic thin film core," *Microsystem Technologies*, vol. 12, no. 10-11, pp. 923–933, 2006.
- [40] M. Chen, G. Ding, P. Cheng, C. Zhang, X. Zhu, and Z. Liu, "Characteristics of double planar micro-inductor with patterned nife thin-films for DC/DC integration," *Micromachines*, vol. 8, no. 5, 2017.
- [41] H. Jia, J. Lu, X. Wang, K. Padmanabhan, and Z. J. Shen, "Integration of a monolithic buck converter power IC and bondwire inductors with ferrite epoxy glob cores," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 6, pp. 1627–1630, 2011.
- [42] C. Feeney, N. Wang, S. C. O Mathuna, and M. Duffy, "A 20-MHz 1.8-W DC-DC converter with parallel microinductors and improved light-load efficiency," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 2, pp. 771–779, 2015.
- [43] N. Wang, T. O'Donnell, R. Meere, F. M. Rhen, S. Roy, and S. C. O'Mathuna, "Thin-film-integrated power inductor on Si and its performance in an 8-MHz buck converter," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 11 PART 2, pp. 4096–4099, 2008.
- [44] D. S. Gardner, G. Schrom, F. Paillet, B. Jamieson, T. Karnik, and S. Borkar, "Review of on-chip inductor structures with magnetic films," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 10, pp. 4760–4766, 2009.
- [45] C. Feeney and N. Wang, "A new Electronic Design Automation tool for the optimization of PwrSoC/PwrSiP DC-DC converters," *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, vol. 2018-March, pp. 2905–2909, 2018.

- [46] P. McCloskey, B. Jamieson, T. O'Donnell, D. Gardner, M. A. Morris, and S. Roy, "High-frequency nanostructured magnetic materials for integrated inductors," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 20, pp. 2509–2512, 2008.
- [47] R. Meere, T. O'Donnell, N. Wang, N. Achotte, S. Kulkarni, and S. C. O'Mathuna, "Size and performance tradeoffs in micro-inductors for high frequency DC-DC conversion," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 10, pp. 4234–4237, 2009.
- [48] N. Wang, T. O'Donnell, S. Roy, P. McCloskey, and C. O'Mathuna, "Micro-inductors integrated on silicon for power supply on chip," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 316, pp. e233—e237, 2007.
- [49] C. Feeney, N. Wang, S. Kulkarni, Z. Pavlovic, C. O. Mathuna, and M. Duffy, "Optimization of Coupled Stripline Microinductors in Power Supply on Chip Applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 8, pp. 5805–5813, 2016.
- [50] J. A. Ferreira, "Improved Analytical Modeling of Conductive Losses in Magnetic Components," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 9, no. 1, pp. 127–131, 1994.
- [51] F. W. Grover, *Inductance calculations: working formulas and tables*. Courier Corporation, 2004.
- [52] P. R. Morrow, C. M. Park, H. W. Koertzen, and J. T. DiBene, "Design and fabrication of on-chip coupled inductors integrated with magnetic material for voltage regulators," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 6 PART 2, pp. 1678–1686, 2011.
- [53] N. Wang, T. O'Donnell, and C. O'Mathuna, "An improved calculation of copper losses in integrated power inductors on silicon," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 8, pp. 3641–3647, 2013.
- [54] P. A. Bezerra, F. Krismer, T. M. Andersen, J. W. Kolar, A. Sridhar, T. Brunschweiler, T. Toifl, M. Jatlaoui, F. Voiron, Z. Pavlovic, N. Wang, N. Cordero, C. Rabot, and C. O'Mathuna, "Modeling and multi-objective optimization of 2.5D inductor-based Fully Integrated Voltage Regulators for microprocessor applications," *2015 IEEE 13th Brazilian Power Electronics Conference and 1st Southern Power Electronics Conference, COBEP/SPEC 2016*, 2015.
- [55] B. P. Green and I. Rectifier, "Bodo's Power Systems Brightness-LED Control," *Power*, no. May, pp. 2–3, 2007.
- [56] A. Kriga, D. Allassem, M. Soultan, J. P. Chatelon, A. Siblini, B. Allard, and J. J. Rousseau, "Frequency characterization of thin soft magnetic material layers used in spiral inductors," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 324, no. 14, pp. 2227–2232, 2012.

- [57] H. Wu, M. Khmour, P. Apsangi, and H. Yu, “High-Frequency Magnetic Thin-Film Inductor Integrated on Flexible Organic Substrates,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 11, 2017.
- [58] C. Fernandez, Z. Pavlovic, S. Kulkarni, P. McCloskey, and C. O’Mathuna, “Novel High-Frequency Electrical Characterization Technique for Magnetic Passive Devices,” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 621–628, 2018.
- [59] F. Gutierrez, “Fully-integrated converter for low-cost and low-size power supply in internet-of-things applications,” *Electronics (Switzerland)*, vol. 6, no. 2, 2017.
- [60] D. Lee, “Energy harvesting chip and the chip based power supply development for a wireless sensor network,” *Sensors*, vol. 8, no. 12, pp. 7690–7714, 2008.
- [61] R. Bajwa and M. K. Yapici, “Integrated on-chip transformers: Recent progress in the design, layout, modeling and fabrication,” *Sensors (Switzerland)*, vol. 19, no. 16, 2019.
- [62] J. Chen, Z. J. Wang, B. H. Zhu, E. S. Kim, and N. Y. Kim, “Fabrication of QFN-packaged miniaturized GaAs-based bandpass filter with intertwined inductors and dendritic capacitor,” *Materials*, vol. 13, no. 8, 2020.
- [63] K. Qian and L. Qian, “Inductance model of a backside integrated power inductor in 2.5d/3d integration,” *Applied Sciences (Switzerland)*, vol. 10, no. 22, pp. 1–9, 2020.
- [64] M. Mu, F. C. Lee, and P. Mattavelli, “High Frequency Magnetic Core Loss Study,” *Electrical Engineering*, vol. PhD Disser, pp. 1–52, 2013.
- [65] M. Mu, Q. Li, D. J. Gilham, F. C. Lee, and K. D. Ngo, “New core loss measurement method for high-frequency magnetic materials,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 8, pp. 4374–4381, 2014.
- [66] Y. Han, G. Cheung, A. Li, C. R. Sullivan, and D. J. Perreault, “Evaluation of magnetic materials for very high frequency power applications,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 1, pp. 425–435, 2012.
- [67] K. Górecki and K. Detka, “Improved Method for Measuring Power Losses in the Inductor Core,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 70, 2021.
- [68] N. F. Javidi, M. Nymand, and A. J. Forsyth, “New method for error compensation in high frequency loss measurement of powder cores,” *Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, pp. 876–881, 2017.
- [69] F. D. Tan, J. L. Vollin, and S. M. Cuk, “A practical approach for magnetic core-loss characterization,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, no. 2, pp. 124–130, 1995.

- [70] Joint Committee For Guides In Metrology, “Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement,” *International Organization for Standardization Geneva ISBN*, vol. 50, no. September, p. 134, 2008.
- [71] A. Williams and S. L. R. Ellison, “Cuantificación de la Incertidumbre en Medidas Analíticas, Guía CG 4 EURACHEM / CITAC,” 2012.
- [72] M. Bertocco, A. Sona, and P. Zanchetta, “An improved method for the evaluation of uncertainty of channel power measurement with a spectrum analyzer,” *Conference Record - IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, vol. 56, no. 4, pp. 1479–1483, 2006.
- [73] H. Huang, “A unified theory of measurement errors and uncertainties,” *Measurement Science and Technology*, vol. 29, no. 12, 2018.
- [74] V. Witkovsky, G. Wimmer, Z. Durisova, S. Duris, and R. Palencar, “Brief overview of methods for measurement uncertainty analysis: GUM uncertainty framework, Monte Carlo method, characteristic function approach,” *2017 11th International Conference on Measurement, MEASUREMENT 2017 - Proceedings*, no. 2, pp. 35–38, 2017.
- [75] H. J. Von Martens, “Evaluation of uncertainty in measurements - Problems and tools,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 38, no. 3-4, pp. 185–206, 2002.
- [76] B. Gapinski and M. Rucki, “The roundness deviation measurement with CMM,” *AMUEM 2008 - IEEE Workshop on Advanced Methods for Uncertainty Estimation Measurement Proceedings*, no. July, pp. 108–111, 2008.
- [77] K. Shahanaghi and P. Nakhjiri, “A new optimized uncertainty evaluation applied to the Monte-Carlo simulation in platinum resistance thermometer calibration,” *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 43, no. 7, pp. 901–911, 2010.
- [78] D. Hou, M. Mu, F. C. Lee, and Q. Li, “New high-frequency core loss measurement method with partial cancellation concept,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 4, pp. 2987–2994, 2017.
- [79] C. Xiao, G. Chen, and W. G. Odendaal, “Overview of power loss measurement techniques in power electronics systems,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 43, no. 3, pp. 657–664, 2007.
- [80] I. BIPM, “Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida,” 2014.
- [81] R. Northrop, *Introduction to instrumentation and measurements*. CRC-Press, 2014.

Anexo A

Análisis de propagación de la incertidumbre

A.1 Análisis de los términos de la incertidumbre en el módulo

La incertidumbre propagada del módulo de la impedancia puede calcularse como:

$$\begin{aligned}\varepsilon Z_{LE} &= \left| \frac{\partial Z_{LE}}{\partial Z_S} \right| \varepsilon Z_S + \left| \frac{\partial Z_{LE}}{\partial V_{LE}} \right| \varepsilon V_{LE} + \left| \frac{\partial Z_{LE}}{\partial V_S} \right| \varepsilon V_S \\ &= \left| \frac{V_{LE}}{V_S} \right| \varepsilon Z_S + \left| \frac{Z_S}{V_S} \right| \varepsilon V_{LE} + \left| -\frac{Z_S V_{LE}}{V_S^2} \right| \varepsilon V_S\end{aligned}\quad (206)$$

Los tres términos de los que está compuesta la incertidumbre εZ_{LE} se estudian aquí por separado.

A.1.1 Incertidumbre en el módulo. Término que acompaña a εZ_S

La primera parte de la incertidumbre sobre el módulo de Z_{LE} (206) es debida a la incertidumbre sobre el módulo de la impedancia usada para medir la corriente, Z_S .

La impedancia usada para medir corriente se muestra en la Figura 123. De manera genérica, se considera la medida de corriente usando un circuito R-C serie (R_S y C_S en la figura), en el que cualquiera de las dos componentes puede tener un efecto despreciable o estar o no presentes en la medida.

Figura 123: Circuito de medida de corriente

La reactancia del condensador C_S se define como:

$$X_{C_S} = \frac{-1}{2\pi f C_S} = \frac{-T}{2\pi C_S} \quad (207)$$

El módulo de la impedancia del sensor es, por tanto:

$$Z_S = \sqrt{R_S^2 + X_{C_S}^2} = \sqrt{R_S^2 + \left(\frac{-T}{2\pi C_S} \right)^2} \quad (208)$$

En dicha expresión hay tres valores sobre los que hay incertidumbre. En primer lugar, sobre R_S y C_S está presente la incertidumbre debida a la tolerancia de fabricación (ϵR_S y ϵC_S respectivamente). Adicionalmente, el periodo T presenta también incertidumbre (ϵT), debido a que todas las medidas temporales realizadas con un osciloscopio están limitadas por la frecuencia de muestreo del mismo:

$$\epsilon T = \frac{1}{S_{Rate}} \quad (209)$$

Por tanto, la incertidumbre sobre el módulo de la impedancia utilizada para medir corriente, definido en (208), puede calcularse como:

$$\epsilon Z_S = \left| \frac{\partial Z_S}{\partial R_S} \right| \epsilon R_S + \left| \frac{\partial Z_S}{\partial C_S} \right| \epsilon C_S + \left| \frac{\partial Z_S}{\partial T} \right| \epsilon T = \left| \frac{R_S}{Z_S} \right| \epsilon R_S + \left| -\frac{X_{C_S}^2}{Z_S} \right| \frac{\epsilon C_S}{C_S} + \left| \frac{X_{C_S}^2}{Z_S} \right| \frac{\epsilon T}{T} \quad (210)$$

El primer término de ϵZ_L (149), dependiente de ϵZ_S , puede reescribirse entonces como:

$$\frac{\partial Z_{LE}}{\partial Z_S} \epsilon Z_S = \frac{V_{LE}}{V_S} \epsilon Z_S = \frac{Z_{LE}}{Z_S} \epsilon Z_S = Z_{LE} \left(\left| \frac{R_S}{Z_S^2} \right| \epsilon R_S + \left| -\frac{X_{C_S}^2}{Z_S^2} \right| \frac{\epsilon C_S}{C_S} + \left| \frac{X_{C_S}^2}{Z_S^2} \right| \frac{\epsilon T}{T} \right) \quad (211)$$

A.1.2 Incertidumbre en el módulo. Término que acompaña a ϵV_{LE}

La segunda parte de la incertidumbre sobre el módulo (206) es debida a la medida del módulo de la tensión en la impedancia Z_{LE} . Proviene del hecho de que la ganancia del conjunto sonda-osciloscopio tiene una tolerancia determinada.

La incertidumbre sobre el valor de amplitud de tensión depende tanto de la incertidumbre en la ganancia de la sonda (G_V) como de la debida a la resolución vertical, del osciloscopio, determinada por el número de bits de su ADC (Nb), tal como se define en (212). El cálculo de la incertidumbre debida a la resolución vertical del osciloscopio (Nb), se realiza asumiendo que se ajusta la escala de su ADC para que su rango de entrada coincida con el valor pico a pico de la señal. De esta manera se asegura que todos los bits del ADC están usándose para medir la señal.

$$\epsilon V_{LE} = V_{LE} \left(G_V + \frac{1}{2^{Nb}} \right) \quad (212)$$

Por tanto, el segundo término de ϵZ_L (206) puede reescribirse como:

$$\frac{\partial Z_{LE}}{\partial V_{LE}} \epsilon V_{LE} = \frac{Z_S}{V_S} \epsilon V_{LE} = \frac{1}{I_L} \epsilon V_{LE} = \frac{1}{I_L} V_{LE} \left(G_V + \frac{1}{2^{Nb}} \right) = Z_{LE} \left(G_V + \frac{1}{2^{Nb}} \right) \quad (213)$$

A.1.3 Incertidumbre en el módulo. Término que acompaña a ϵV_S

La tercera parte de la incertidumbre sobre el módulo se debe a la medida de corriente (asumida como caída de tensión en una impedancia conocida Z_S). Proviene del hecho de

que la ganancia del conjunto sonda-osciloscopio, al igual que en la medida de tensión V_{LE} , tiene una tolerancia determinada.

La incertidumbre sobre el valor de amplitud de tensión depende tanto de la incertidumbre en la ganancia de la sonda como de la causada por la resolución vertical, finita, del osciloscopio.

$$\varepsilon V_S = V_S \left(G_S + \frac{1}{2^{Nb}} \right) \quad (214)$$

Por tanto, el último término de εZ_{LE} (206) puede reescribirse como:

$$\frac{\partial Z_{LE}}{\partial V_S} \varepsilon V_S = \frac{-Z_S V_{LE}}{V_S^2} \varepsilon V_S = \frac{-Z_{LE}}{V_S} \varepsilon V_S = -Z_{LE} \left(G_S + \frac{1}{2^{Nb}} \right) \quad (215)$$

A.1.4 Incertidumbre en el módulo. Expresión completa

En el cálculo de εL y εR_L , el valor absoluto debe aplicarse al final, una vez se han aunado todos los términos que dependen de las mismas incertidumbres. Sin embargo, para realizar el análisis parcial de la incertidumbre sobre el módulo es necesario aplicar aquí el valor absoluto, para asegurar que la aportación de un término no compense la de otro y que ninguno reduzca la incertidumbre total.

Para poder analizar de una forma objetiva el efecto de cada incertidumbre, es recomendable normalizar su valor frente al de la variable a la que acompaña. De esta manera, la expresión completa para la incertidumbre sobre el módulo de la impedancia Z_{LE} , normalizada respecto a dicho módulo, es:

$$\frac{\varepsilon Z_{LE}}{Z_{LE}} = \left| \frac{R_S}{Z_S^2} \right| \varepsilon R_S + \left| -\frac{X_{C_S}^2}{Z_S^2} \right| \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + \left| \frac{X_{C_S}^2}{Z_S^2} \right| \frac{\varepsilon T}{T} + |G_V| + \left| \frac{1}{2^{Nb}} \right| + |-G_S| + \left| -\frac{1}{2^{Nb}} \right| \quad (216)$$

Para facilitar el análisis posterior, el valor del módulo de la impedancia del sensor al cuadrado (Z_S^2), que aparece en varios de los términos, puede calcularse como:

$$Z_S^2 = R_S^2 + \left(\frac{-T}{2\pi C_S} \right)^2 \quad (217)$$

Por tanto, la expresión (216) puede reescribirse, reorganizando los términos, como:

$$\frac{\varepsilon Z_{LE}}{Z_{LE}} = |G_V| + \left| \frac{1}{2^{Nb}} \right| + |-G_S| + \left| -\frac{1}{2^{Nb}} \right| + \frac{\left| \left(\frac{2\pi C_S R_S}{T} \right)^2 \right| \frac{\varepsilon R_S}{R_S} + |-1| \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + \frac{\varepsilon T}{T}}{\left(\frac{2\pi C_S R_S}{T} \right)^2 + 1} \quad (218)$$

A.2 Incertidumbre en el desfase temporal

La incertidumbre propagada del desfase temporal se puede escribir como:

$$\varepsilon\Delta T = \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial \Delta T_{Osci}} \right| \varepsilon\Delta T_{Osci} + \left| \frac{\partial \Delta T}{\partial t_{skew}} \right| \varepsilon t_{skew} = \varepsilon\Delta T_{Osci} + \varepsilon t_{skew} \quad (219)$$

Los dos términos de los que se compone la expresión de $\varepsilon\Delta T$ se analizan a continuación.

A.2.1 Término que acompaña a $\varepsilon\Delta T_{Osci}$

La primera componente de la incertidumbre en ΔT , definida en (219), es puramente dependiente del osciloscopio. Proviene del hecho de que la medida del retraso entre la onda de tensión y la de corriente puede ser diferente a la real.

Dicho retraso entre las ondas de tensión y corriente medidas con el osciloscopio se calcula como:

$$\Delta T_{Osci} = t_i - t_v \quad (220)$$

Dado que las medidas de tiempo son medidas directas realizadas con el osciloscopio, su incertidumbre depende únicamente de la frecuencia de muestreo del equipo y puede calcularse de manera directa:

$$\varepsilon\Delta T_{Osci} = \frac{1}{S_{Rate}} \quad (221)$$

A.2.2 Incertidumbre en el desfase temporal. Término que acompaña a εt_{skew}

La segunda componente de la incertidumbre en ΔT (219) depende de la compensación de las diferencias de camino eléctrico de las sondas. Para ello se utiliza un circuito auxiliar, llamado circuito de *Deskew*, en el que está presente una impedancia conocida. Como dicha impedancia es conocida, se pueden medir en ella dos señales, que tendrán entre sí una diferencia temporal conocida $\Delta T_{Desk,esperado}$.

En caso de que al medir dicha diferencia temporal entre dos sondas (ΔT_{Desk}), esta no coincida con la impuesta por la impedancia utilizada ($\Delta T_{Desk,esperado}$), para compensar dicha diferencia y anular el valor de t_{skew} se puede restar (o sumar) un tiempo determinado a una de las sondas en el osciloscopio:

$$t_{skew} = (\Delta T_{Desk} - \Delta T_{Desk,esperado}) - \Delta T_{restado} \quad (222)$$

Incluso si el valor de t_{skew} se compensa para anular su valor, la incertidumbre en dicha compensación nunca es 0, y debe tenerse en cuenta en el cálculo de la incertidumbre total.

En la expresión (222) hay presentes tres términos:

- Sobre el valor de $\Delta T_{Desk,esperado}$ no hay ninguna incertidumbre, pues es un valor teórico, no medido.
- Sobre el valor de ΔT_{Desk} sí que hay incertidumbre, dado que depende de los valores de los componentes del circuito.
- Del mismo modo, en el tiempo restado a una de las sondas, $\Delta T_{restado}$, está presente la incertidumbre inherente a cualquier medida temporal tomada con un osciloscopio, dependiente de su resolución horizontal.

La incertidumbre propagada sobre el valor de t_{skew} , dependiente de los dos términos mencionados, se define por tanto como:

$$\varepsilon t_{skew} = \left| \frac{\partial t_{skew}}{\partial \Delta T_{Desk}} \right| \varepsilon \Delta T_{Desk} + \left| \frac{\partial t_{skew}}{\partial \Delta T_{restado}} \right| \varepsilon \Delta T_{restado} = \varepsilon \Delta T_{Desk} + |-1| \varepsilon \Delta T_{restado} \quad (223)$$

En dicha expresión están presentes dos términos, $\varepsilon \Delta T_{Desk}$ y $\varepsilon \Delta T_{restado}$, que pueden analizarse por separado.

Término $\varepsilon \Delta T_{Desk}$

El desfase temporal presente en el circuito de compensación depende tanto del periodo de la onda (T_{Desk}) como de la fase de la impedancia utilizada para la compensación (Φ_{Desk}):

$$\Delta T_{Desk} = \frac{\Phi_{Desk}}{360} T_{Desk} \quad (224)$$

En el estudio del caso general, el periodo en la onda utilizada para realizar el *Deskew* (T_{Desk}) puede ser el mismo, o no, que el periodo al que se va a caracterizar la bobina (T).

Sobre esta diferencia temporal hay dos fuentes de incertidumbre:

- Incertidumbre sobre la fase real del circuito de compensación, $\varepsilon \Phi_{Desk}$.
- Incertidumbre sobre el periodo real de la señal medida en el osciloscopio, εT_{Desk} .

Por tanto, la primera parte de la incertidumbre sobre el tiempo de t_{skew} ($\varepsilon \Delta T_{Desk}$) mostrada en la expresión (223), depende a su vez de dos términos. Dicha dependencia puede obtenerse propagando sus incertidumbres:

$$\varepsilon \Delta T_{Desk} = \left| \frac{\partial \Delta T_{Desk}}{\partial \Phi_{Desk}} \right| \varepsilon \Phi_{Desk} + \left| \frac{\partial \Delta T_{Desk}}{\partial T_{Desk}} \right| \varepsilon T_{Desk} = \left| \frac{T_{Desk}}{360} \right| \varepsilon \Phi_{Desk} + \left| \frac{\Phi_{Desk}}{360} \right| \varepsilon T_{Desk} \quad (225)$$

En (225), la incertidumbre sobre el periodo de compensación, dado que se mide como la diferencia entre dos medidas directas de tiempo, depende de la resolución horizontal, finita del osciloscopio.

$$\varepsilon T_{Desk} = \frac{1}{S_{Rate}} \quad (226)$$

La incertidumbre sobre la fase depende de la impedancia utilizada para la compensación Z_{Desk} , que puede modelarse, de manera general, como una red L-R-C, como se muestra en la Figura 124.

Figura 124: Impedancia usada en el circuito de compensación de sondas

La fase de la impedancia serie L_{Desk} - R_{Desk} - C_{Desk} (Φ_{Desk}), en grados, puede calcularse como:

$$\Phi_{Desk} = \arctan\left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}}\right) \frac{180}{\pi} \quad (227)$$

donde

$$X_{L,Desk} = \frac{2\pi L_{Desk}}{T_{Desk}} \quad (228)$$

$$X_{C,Desk} = \frac{-T_{Desk}}{2\pi C_{Desk}} \quad (229)$$

La incertidumbre propagada sobre dicha fase, $\varepsilon\Phi_{Desk}$, se compone por tanto de tres términos.

$$\begin{aligned} \varepsilon\Phi_{Desk} = & \left| \frac{\partial\Phi_{Desk}}{\partial X_{L,Desk}} \right| X_{L,Desk} + \left| \frac{\partial\Phi_{Desk}}{\partial X_{C,Desk}} \right| X_{C,Desk} + \left| \frac{\partial\Phi_{Desk}}{\partial R_{Desk}} \right| R_{Desk} = \frac{\pi}{180} \cdot \\ & \left(\left| \frac{1/R_{Desk}}{1 + \left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}} \right)^2} \right| \varepsilon X_{L,Desk} + \left| \frac{1/R_{Desk}}{1 + \left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}} \right)^2} \right| \varepsilon X_{C,Desk} + \left| \frac{-\frac{(X_{L,Desk} + X_{C,Desk})}{R_{Desk}^2}}{1 + \left(\frac{X_{L,Desk} + X_{C,Desk}}{R_{Desk}} \right)^2} \right| \varepsilon R_{Desk} \right) \end{aligned} \quad (230)$$

donde:

$$\varepsilon X_{L,Desk} = \left| \frac{\partial X_{L,Desk}}{\partial T_{Desk}} \right| \varepsilon T_{Desk} + \left| \frac{\partial X_{L,Desk}}{\partial L_{Desk}} \right| \varepsilon L_{Desk} = \frac{2\pi L_{Desk}}{T_{Desk}} \left(\left| -1 \right| \frac{\varepsilon T_{Desk}}{T_{Desk}} + \frac{\varepsilon L_{Desk}}{L_{Desk}} \right) \quad (231)$$

$$\varepsilon X_{C,Desk} = \left| \frac{\partial X_{C,Desk}}{\partial T_{Desk}} \right| \varepsilon T_{Desk} + \left| \frac{\partial X_{C,Desk}}{\partial C_{Desk}} \right| \varepsilon C_{Desk} = \frac{T_{Desk}}{2\pi C_{Desk}} \left(|-1| \frac{\varepsilon C_{Desk}}{C_{Desk}} + \frac{\varepsilon T_{Desk}}{T_{Desk}} \right) \quad (232)$$

Término $\Delta T_{restado}$

La última parte de la incertidumbre sobre el tiempo de t_{skew} (222) depende únicamente del osciloscopio. Proviene del hecho de que, al restar una cantidad de tiempo, puede haber diferencias entre el tiempo restado teóricamente y el restado en realidad, debido a que la resta se hace en el osciloscopio y está limitada, por tanto, a la resolución horizontal del mismo.

$$\varepsilon \Delta T_{restado} = \frac{1}{S_{Rate}} \quad (233)$$

Cabe resaltar que, si en vez de usar una sonda de tensión y otra de corriente, se utilizan dos sondas de tensión iguales, se pueden compensar midiendo la misma señal de tensión; de esta manera, desaparece la incertidumbre que proviene de la impedancia usada para compensar las sondas ($\varepsilon \Delta T_{Desk}$), porque el retardo entre ambas siempre debe ser 0 y no depende de la impedancia en la que se midan las señales. Incluso en ese caso, en el que el tiempo t_{skew} es teóricamente 0, la incertidumbre sobre el retardo restado ($\varepsilon \Delta T_{restado}$) sí sigue estando presente, pues el ajuste de $tiempo = 0$, realizado con un osciloscopio, siempre lleva consigo la incertidumbre debida a su resolución horizontal.

A.2.3 Incertidumbre en el desfase temporal. Expresión completa

Aunque en el cálculo de la incertidumbre sobre L y R_L el valor absoluto debe aplicarse una vez agrupados todos los términos, para el análisis de la incertidumbre sobre ΔT es necesarios aplicarlo aquí.

La expresión completa de la incertidumbre en el desfase temporal, una vez aunados todos los términos, se define según (234).

$$\varepsilon \Delta T = \left| \frac{1}{S_{Rate}} \right| + \left| \frac{-1}{S_{Rate}} \right| + \left| \frac{T_{Desk}}{360} \varepsilon \Phi_{Desk} \right| + \left| \frac{\Phi_{Desk}}{360} \frac{1}{S_{Rate}} \right| \quad (234)$$

A.3 Incertidumbre en el desfase angular

La incertidumbre propagada del desfase angular se puede escribir como:

$$\begin{aligned}\varepsilon\Phi_{LE} &= \left| \frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial\Delta T} \right| \varepsilon\Delta T + \left| \frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial\Phi_S} \right| \varepsilon\Phi_S \\ &= \left| \frac{360}{T} \right| \varepsilon\Delta T + \left| -\frac{\Delta T \cdot 360}{T^2} \right| \varepsilon T + \varepsilon\Phi_S\end{aligned}\quad (235)$$

A.3.1 Incertidumbre en el desfase angular. Término que acompaña a $\varepsilon\Delta T$

El primer término proviene del cálculo del desfase angular a partir de un desfase temporal, sobre el que hay cierta incertidumbre ($\varepsilon\Delta T$), como se definió en (234).

$$\frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial\Delta T} = \frac{360}{T} \varepsilon\Delta T = \frac{360}{T} \left(\left| \frac{1}{S_{Rate}} \right| + \left| \frac{T_{Desk}}{360} \right| \varepsilon\Phi_{Desk} + \left| \frac{\Phi_{Desk}}{360} \right| \left| \frac{1}{S_{Rate}} \right| + \left| -\frac{1}{S_{Rate}} \right| \right) \quad (236)$$

A.3.2 Incertidumbre en el desfase angular. Término que acompaña a εT

El segundo término de $\varepsilon\Phi_{LE}$ proviene de la medida del periodo necesaria para convertir un desfase temporal a angular. Al igual que en el resto de medidas temporales, su incertidumbre se debe a la resolución horizontal, finita, del osciloscopio:

$$\frac{\partial\Phi_{LE}}{\partial T} \varepsilon T = -\frac{\Delta T \cdot 360}{T^2} \varepsilon T = -\frac{\Delta T \cdot 360}{T^2} \frac{1}{S_{Rate}} \quad (237)$$

A.3.3 Incertidumbre en el desfase angular. Término que acompaña a $\varepsilon\Phi_S$

El tercer término de $\varepsilon\Phi_{LE}$ depende de la incertidumbre sobre el sensor utilizado. Proviene del hecho de que, aunque el desfase temporal estuviera bien medido, la fase atribuida al sensor de corriente puede ser diferente a la real. Al igual que en el estudio de la incertidumbre sobre el módulo, se ha considerado un sensor R-C (mostrado en la Figura 123), por lo que la expresión de su fase, en grados, es:

$$\Phi_S = \arctan\left(\frac{X_{C_S}}{R_S}\right) \frac{180}{\pi} \quad (238)$$

Su incertidumbre propagada es, por tanto:

$$\varepsilon\Phi_S = \left| \frac{\partial\Phi_S}{\partial X_{C_S}} \right| \varepsilon X_{C_S} + \left| \frac{\partial\Phi_S}{\partial R_S} \right| \varepsilon R_S = \left| \frac{R_S X_{C_S}}{R_S^2 + X_{C_S}^2} \frac{180}{\pi} \right| \left(\frac{\varepsilon T}{T} + |-1| \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + |-1| \frac{\varepsilon R_S}{R_S} \right) \quad (239)$$

A.3.4 Incertidumbre en el desfase angular. Expresión completa

En el análisis de las incertidumbres εL y εR_L el valor absoluto debe aplicarse una vez se han agrupado todos los términos. Sin embargo, para el análisis del término Φ_{LE} , es necesario aplicarlo aquí.

La expresión completa de la incertidumbre en el desfase angular, una vez agrupados y reorganizados sus términos, es:

$$\varepsilon\Phi_{LE} = \left| \frac{360}{T} \varepsilon \right| \Delta T + \left| \frac{-\Delta T \cdot 360}{T^2} \right| \frac{1}{S_{Rate}} + \left| \frac{R_S X_{C_S}}{R_S^2 + X_{C_S}^2} \frac{180}{\pi} \right| \left(\frac{\varepsilon T}{T} + |-1| \frac{\varepsilon C_S}{C_S} + |-1| \frac{\varepsilon R_S}{R_S} \right) \quad (240)$$

A.4 Incertidumbre en R_L sin compensación de fase

La incertidumbre propagada en R_L sin añadir la impedancia de compensación de fase Z_E se puede escribir como:

$$\varepsilon R_L = \left| \frac{\partial R_L}{\partial Z_L} \right| \varepsilon Z_L + \left| \frac{\partial R_L}{\partial \Phi_L} \right| \varepsilon \Phi_L = |\cos(\Phi_L)| \varepsilon Z_L + |-Z_L \sin(\Phi_L)| \varepsilon \Phi_L \quad (241)$$

En la expresión (241) hay presentes dos términos, cuyo impacto se puede analizar por separado.

A.4.1 Incertidumbre en R_L sin compensación de fase. Término que acompaña a εZ_L

El primer término proviene de la incertidumbre en el valor del módulo, analizada previamente. El valor de dicho término, normalizado frente al valor de R_L , es:

$$\frac{\partial R_L}{\partial Z_L} \frac{\varepsilon Z_L}{R_L} = \frac{\cos(\Phi_L) \varepsilon Z_L}{R_L} = \frac{\cos(\Phi_L) \varepsilon Z_L}{\cos(\Phi_L) Z_L} = \frac{\varepsilon Z_L}{Z_L} \quad (242)$$

A.4.2 Incertidumbre en R_L sin compensación de fase. Término que acompaña a $\varepsilon \Phi_L$

El segundo término proviene de la incertidumbre en la fase. Su valor, normalizado respecto a R_L , es:

$$\frac{\partial R_L}{\partial \Phi_L} \frac{\varepsilon \Phi_L}{R_L} = \frac{-Z_L \sin(\Phi_L) \varepsilon \Phi_L}{R_L} = \frac{-Z_L \sin(\Phi_L) \varepsilon \Phi_L}{Z_L \cos(\Phi_L)} = -\tan(\Phi_L) \varepsilon \Phi_L \quad (243)$$

A.4.3 Incertidumbre en R_L sin compensación de fase. Expresión completa

La expresión completa de la incertidumbre en la resistencia sin compensación de fase, tras agrupar los términos y plicar el valor absoluto, se define según (244).

$$\frac{\varepsilon R_L}{R_L} = \left| \frac{\varepsilon Z_L}{Z_L} \right| + \left| -\tan(\Phi_L) \right| \varepsilon \Phi_L \quad (244)$$

A.5 Incertidumbre en X_L sin compensación de fase

La expresión de la incertidumbre propagada sobre X_L es:

$$\varepsilon X_L = \left| \frac{\partial X_L}{\partial Z_L} \right| \varepsilon Z_L + \left| \frac{\partial X_L}{\partial \Phi_L} \right| \varepsilon \Phi_L = |\sin(\Phi_L)| \varepsilon Z_L + |Z_L \cos(\Phi_L)| \varepsilon \Phi_L \quad (245)$$

Esta expresión se compone de dos términos, cuyo impacto en la incertidumbre total se analiza a continuación.

A.5.1 Incertidumbre en X_L sin compensación de fase. Término que acompaña a εZ_L

El primer término proviene de la incertidumbre en el valor del módulo, analizada previamente. El valor de dicho término, normalizado respecto al valor de X_L es:

$$\frac{\partial X_L}{\partial Z_L} \frac{\varepsilon Z_L}{X_L} = \frac{\sin(\Phi_L) \varepsilon Z_L}{X_L} = \frac{\sin(\Phi_L) \varepsilon Z_L}{\sin(\Phi_L) Z_L} = \frac{\varepsilon Z_L}{Z_L} \quad (246)$$

A.5.2 Incertidumbre en X_L sin compensación de fase. Término que acompaña a $\varepsilon \Phi_L$

El segundo término proviene de la incertidumbre en la fase. Su valor, normalizado frente al valor de X_L , es:

$$\frac{\partial X_L}{\partial \Phi_L} \frac{\varepsilon \Phi_L}{X_L} = \frac{Z_L \cos(\Phi_L) \varepsilon \Phi_L}{X_L} = \frac{Z_L \cos(\Phi_L) \varepsilon \Phi_L}{Z_L \sin(\Phi_L)} = \frac{1}{\tan(\Phi_L)} \varepsilon \Phi_L \quad (247)$$

Los valores de Φ_L y $\varepsilon \Phi_L$ se analizaron en la sección 4.4.3.

A.5.3 Incertidumbre en la reactancia sin compensación de fase. Expresión completa

La expresión completa de εX_L , normalizada sobre el valor de la reactancia, si no se utiliza una impedancia adicional $\underline{Z}_E$ para compensar la fase, es por tanto:

$$\frac{\varepsilon X_L}{X_L} = \left| \frac{\varepsilon Z_L}{Z_L} \right| + \left| \frac{1}{\tan(\Phi_L)} \right| \varepsilon \Phi_L \quad (248)$$

Las expresiones de εZ_L y $\varepsilon \Phi_L$ se obtuvieron en las secciones anteriores, sustituyendo Z_{LE} por Z_L y Φ_{LE} por Φ_L , al no incluirse la impedancia de compensación de fase $\underline{Z}_E$.

A.6 Incertidumbre en X_L con compensación de fase

La incertidumbre propagada sobre X_L , una vez añadida la impedancia $\underline{Z}_E$ para compensar la fase, se define según (249):

$$\begin{aligned}\varepsilon X_L &= \left| \frac{\partial X_L}{\partial Z_{LE}} \right| \varepsilon Z_{LE} + \left| \frac{\partial X_L}{\partial \Phi_{LE}} \right| \varepsilon \Phi_{LE} + \left| \frac{\partial X_L}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial X_L}{\partial C_E} \right| \varepsilon C_E \\ &= |\sin(\Phi_{LE})| \varepsilon Z_{LE} + |Z_{LE} \cos(\Phi_{LE})| \varepsilon \Phi_{LE} + \left| \frac{1}{2\pi C_E} \right| \varepsilon T + \left| -\frac{T}{2\pi C_E^2} \right| \varepsilon C_E\end{aligned}\quad (249)$$

Los cuatro términos de los que se compone esta ecuación se pueden analizar por separado:

A.6.1 Incertidumbre en X_L con compensación de fase. Término que acompaña a εZ_L

Para el primer término, la aproximación se modifica respecto a la presentada en (246), por la adición de X_E . En este caso, ya normalizado frente a X_L , si la fase se ha compensado para ser cercana a 0° , el coseno de Φ_{LE} puede aproximarse a 1 y su seno a 0, por lo que:

$$\frac{\partial X_L}{\partial Z_{LE}} \frac{\varepsilon Z_{LE}}{X_L} = \frac{\sin(\Phi_{LE}) \varepsilon Z_{LE}}{X_L} = \frac{\sin(\Phi_{LE}) \varepsilon Z_{LE}}{Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) - X_E} \approx \frac{0}{0 - X_E} \quad (250)$$

A.6.2 Incertidumbre en X_L con compensación de fase. Término que acompaña a $\varepsilon \Phi_L$

El segundo término también se modifica con respecto al presentado en (247). Si la fase Φ_{LE} se ha compensado para ser cercana a 0° , su coseno y su seno pueden aproximarse a 1 y 0 respectivamente:

$$\frac{\partial X_L}{\partial \Phi_{LE}} \frac{\varepsilon \Phi_{LE}}{X_L} = \frac{Z_{LE} \cos(\Phi_{LE}) \varepsilon \Phi_{LE}}{X_L} = \frac{Z_{LE} \cos(\Phi_{LE}) \varepsilon \Phi_{LE}}{Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) - X_E} \approx \frac{R_L \varepsilon \Phi_{LE}}{X_E} \quad (251)$$

A.6.3 Incertidumbre en X_L con compensación de fase. Término que acompaña a εT

El tercer término de εX_L en la medida con compensación de fase añadiendo el condensador C_E , dependiente de la incertidumbre en la medida del periodo, normalizado frente a X_L , es:

$$\frac{\partial X_L}{\partial T} \frac{\varepsilon T}{X_L} = \frac{\frac{1}{2\pi C_E} \varepsilon T}{X_L} \quad (252)$$

A.6.4 Incertidumbre en X_L con compensación de fase. Término que acompaña a εC_E

El último término de εX_L en la medida con compensación, normalizado frente a X_L , depende de la incertidumbre en la capacidad utilizada para la compensación de fase:

$$\frac{\partial X_L}{\partial C_E} \frac{\varepsilon C_E}{X_L} = -\frac{\frac{T}{2\pi C_E^2}}{X_L} \varepsilon C_E \quad (253)$$

A.6.5 Incertidumbre en la reactancia con compensación de fase. Expresión completa

Una vez realizada la compensación de fase añadiendo un condensador, la incertidumbre sobre el valor de la reactancia X_L , normalizada y sustituyendo cada término por su expresión, es:

$$\frac{\varepsilon X_L}{X_L} = \left| \frac{\sin(\Phi_{LE})}{Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) - X_E} \right| \varepsilon Z_{LE} + \left| \frac{Z_{LE} \cos(\Phi_{LE})}{Z_{LE} \sin(\Phi_{LE}) - X_E} \right| \varepsilon \Phi_{LE} + \left| \frac{1}{X_L} \right| \varepsilon T + \left| -\frac{\frac{T}{2\pi C_E^2}}{X_L} \right| \varepsilon C_E \quad (254)$$

A.7 Incertidumbre en L

La incertidumbre propagada sobre L se compone de dos términos:

$$\varepsilon L = \left| \frac{\partial L}{\partial T} \right| \varepsilon T + \left| \frac{\partial L}{\partial X_L} \right| \varepsilon X_L = \left| \frac{X_L}{2\pi} \right| \varepsilon T + \left| \frac{T}{2\pi} \right| \varepsilon X_L \quad (255)$$

Ambos términos se analizan, por separado, en esta sección.

A.7.1 Incertidumbre en L . Término que acompaña a εT

El primer término de (194), relacionado con la medida del periodo al que se está caracterizando la bobina, normalizado frente a la inductancia de dicha bobina, es:

$$\frac{\partial L}{\partial T} \frac{\varepsilon T}{L} = \frac{X_L}{2\pi} \frac{1}{L} \varepsilon T = \frac{2\pi L}{T} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{L} \varepsilon T = \frac{\varepsilon T}{T} \quad (256)$$

A.7.2 Incertidumbre en L . Término que acompaña a εX_L

El segundo término, que depende del valor de εX_L analizado en el apartado anterior, normalizado con respecto a L , puede calcularse como:

$$\frac{\partial L}{\partial X_L} \frac{\varepsilon X_L}{L} = \frac{T}{2\pi} \frac{1}{L} \varepsilon X_L = \frac{\varepsilon X_L}{X_L} \quad (257)$$

A.7.3 Incertidumbre en L . Expresión completa

La incertidumbre propagada sobre L normalizada y agrupando todos sus términos, puede calcularse como:

$$\frac{\varepsilon L}{L} = \underbrace{\left| \frac{\varepsilon T}{T} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en } T} + \underbrace{\left| \frac{\varepsilon X_L}{X_L} \right|}_{\text{Proveniente de la incertidumbre en } X_L} \quad (258)$$