

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales  
2017-2018

*Trabajo Fin de Grado*

“Estudio numérico del comportamiento  
no lineal de una viga fisurada”

---

Javier Hernández Mateo

Tutora

M<sup>a</sup> Belén Muñoz Abella

Departamento de Ingeniería Mecánica

Leganés, 15 de Octubre de 2018



Esta obra se encuentra sujeta a la licencia Creative Commons **Reconocimiento  
- No Comercial - Sin Obra Derivada**



## RESUMEN

En el presente Trabajo de Fin de Grado se pretende obtener los parámetros adimensionales que definen la posición y profundidad de la fisura de una viga en voladizo. Esto quiere lograrse mediante análisis frecuencial con el que describir cada comportamiento de la viga en función de esos parámetros.

Por lo tanto, el primer paso será la obtención de las frecuencias naturales de la viga para cada valor de los parámetros ( $\gamma$  y  $\alpha$ ) que definen la fisura. Este paso se realizará mediante el software de análisis por elementos finitos de Abaqus. Posteriormente se creará una red neuronal artificial mediante una serie de códigos en Matlab y se comprobará si los datos que se introducen son suficientes para entrenarla y obtener así dichos parámetros para cualquier caso.

Tras unos resultados exitosos, tanto en las frecuencias naturales de la viga en voladizo como en la salida de la red neuronal artificial se puede concluir en que es posible realizar un estudio numérico del comportamiento no lineal de una viga fisurada para obtener los parámetros de dicha fisura.

**Palabras clave:** Viga, fisura, elementos finitos, red neuronal artificial, frecuencia natural, parámetros, estructura.



## ABSTRACT

In this Final Degree Project is intended to obtain the dimensionless parameters that define the position and depth of the fissure of a beam cantilever. This is achieved through frequency analysis with which to describe each behavior of the beam based on these parameters.

Therefore, the first step will be to obtain the natural frequencies of the beam for each value of the parameters ( $\gamma$  and  $\alpha$ ) that define the fissure. This step will be carried out using the Abaqus finite element analysis software. Subsequently, an artificial neural network will be created by means of a series of codes in Matlab and it will be checked if the data that are entered are enough to train it and obtain these parameters for any case.

After successful results, both in the natural frequencies of the cantilever beam and in the output of the artificial neural network, it can be concluded that it is possible to perform a numerical study of the non-linear behavior of a cracked beam in order to obtain the parameters of the fissure.

**Keywords:** Beam, fissure, finite elements, artificial neural network, natural frequency, parameters, structure.



## DEDICATORIA

A mi tutora M<sup>a</sup> Belén Muñoz Abella, por darme la oportunidad de realizar este Trabajo de Fin de Grado bajo su supervisión, por haberme ayudado en todo lo que he necesitado y por ofrecerse a tener horas de tutoría siempre que fuese necesario.

A mi familia, por su apoyo incondicional durante toda mi vida universitaria ya que gracias a ellos sigo aquí y puedo seguir permitiéndome formarme académicamente.

A mis amigos y amigas, por ser la vía de escape que me hacía ver con claridad cuando el estrés se apoderaba de mí. En especial a Alba y esas horas de biblioteca, gracias a las cuales aprobé tantas asignaturas.

A mis compañeros de clase, sin los cuales posiblemente no hubiese sido capaz de superar ni el primer curso y de los que he aprendido tantísimo tanto personal como intelectualmente.

Y en general a todas las personas que me han acompañado en esta etapa de mi vida que recordaré siempre.

Gracias.





## ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN. . . . .	1
1.1. Objetivos . . . . .	1
1.2. Estructura del documento . . . . .	2
2. ANTECEDENTES . . . . .	3
2.1. Teoría de Vibraciones . . . . .	3
2.1.1. Tipos de vibraciones . . . . .	4
2.1.2. Conceptos básicos de la teoría de vibraciones . . . . .	5
2.1.3. Frecuencias naturales . . . . .	8
2.1.4. Vibraciones en vigas . . . . .	9
2.2. Método de Elementos finitos . . . . .	13
2.2.1. Introducción . . . . .	13
2.2.2. Procesos del método . . . . .	14
2.3. Redes Neuronales Artificiales (RNA) . . . . .	16
2.3.1. Introducción a las RNA . . . . .	16
2.3.2. Etapas de la RNA . . . . .	17
2.3.3. RNA Perceptron Multicapa . . . . .	18
3. MODELO NUMÉRICO . . . . .	22
3.1. Modelo MEF . . . . .	22
3.1.1. Módulo “Part” . . . . .	25
3.1.2. Módulo “Property”. . . . .	27
3.1.3. Módulo “Assembly” . . . . .	30
3.1.4. Módulo “Step” . . . . .	32
3.1.5. Módulo “Interaction” . . . . .	33
3.1.6. Módulo “Load”. . . . .	33
3.1.7. Módulo “Mesh” . . . . .	35
3.1.8. Módulo “Job”. . . . .	36
3.1.9. Módulo “Visualization” . . . . .	37
3.2. Análisis sensibilidad de malla. . . . .	37

3.3. Validación . . . . .	39
3.4. Creación de la red neuronal artificial . . . . .	40
3.4.1. Acondicionamiento de los resultados de Abaqus . . . . .	41
3.4.2. Introducción de los datos de entrenamiento . . . . .	41
3.4.3. Introducción de los datos de validación . . . . .	41
3.4.4. Configuración de la red . . . . .	42
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN . . . . .	43
4.1. Resultados . . . . .	43
4.2. Discusión de los resultados . . . . .	48
4.2.1. Resultados de Abaqus . . . . .	48
4.2.2. Resultados de la RNA . . . . .	48
5. MARCO REGULADOR Y ENTORNO SOCIO-ECONÓMICO. . . . .	49
5.1. Marco regulador . . . . .	49
5.2. Entorno socio-económico . . . . .	49
5.2.1. Presupuesto . . . . .	49
5.2.2. Planificación del proyecto . . . . .	51
5.2.3. Impacto socio-económico . . . . .	52
6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS . . . . .	53
6.1. Conclusiones . . . . .	53
6.2. Trabajos Futuros . . . . .	53
BIBLIOGRAFÍA . . . . .	54



## ÍNDICE DE FIGURAS

2.1 Sistema vibratorio de 1 grado de libertad . . . . .	3
2.2 Diagrama de una neurona [1] . . . . .	17
2.3 RNA Perceptron Multicapa [2] . . . . .	18
2.4 Función de activación sigmoidea [2] . . . . .	19
2.5 Función de activación tangente hiperbólica [2] . . . . .	19
2.6 Función de activación escalón [2] . . . . .	20
3.1 Representación esquemática de la viga en voladizo . . . . .	24
3.2 Sketch realizado de la “part 1”. . . . .	25
3.3 Elección de la profundidad de la “part 1”. . . . .	25
3.4 “Part 1”. . . . .	26
3.5 Elección de la densidad del material . . . . .	27
3.6 Elección del módulo de Young y coeficiente de Poisson . . . . .	28
3.7 Elección de la sección del material . . . . .	28
3.8 “Part 1” en el módulo “Property” . . . . .	29
3.9 “Part 1” y “Part 2” en el módulo “Assembly” . . . . .	30
3.10 Colocación de ambas partes . . . . .	30
3.11 Corte en las áreas en contacto . . . . .	31
3.12 Módulo “Step” . . . . .	32
3.13 Creación de interacciones entre las partes . . . . .	33
3.14 Configuración de las condiciones de contorno . . . . .	34
3.15 Elección geométrica de las condiciones de contorno . . . . .	34
3.16 Elección del tamaño de malla . . . . .	35
3.17 Mallado del modelo . . . . .	35
3.18 Creación del “Job” . . . . .	36
3.19 Lanzamiento del modelo a analizar . . . . .	36
3.20 Resultados obtenidos . . . . .	37
3.21 Frecuencias obtenidas en función del número de elementos . . . . .	38

3.22	Frecuencias obtenidas en función del número de nodos . . . . .	39
3.23	Función “tansig” . . . . .	42
4.1	Frecuencias bilineales adimensionalizadas (1) . . . . .	43
4.2	Frecuencias bilineales adimensionalizadas (2) . . . . .	44
4.3	Gráficos de regresiones del parámetro $\gamma$ . . . . .	45
4.4	Gráficos de regresiones del parámetro $\alpha$ . . . . .	46
4.5	Resultados del parámetro $\gamma$ . . . . .	47
4.6	Resultados del parámetro $\alpha$ . . . . .	47
5.1	Diagrama de Gantt del proyecto . . . . .	52



## ÍNDICE DE TABLAS

3.1	Tabla sensibilidad de malla . . . . .	38
5.1	Tabla de Costes Humanos . . . . .	50
5.2	Tabla de Costes por Licencias . . . . .	50
5.3	Tabla de Costes Totales . . . . .	51





## 1. INTRODUCCIÓN

En el mundo de la ingeniería y, de la ingeniería estructural en particular, es habitual encontrarse con defectos en los materiales que pueden ocasionar fallos en las estructuras o mecanismos. Estos defectos pueden haber sido ocasionados por diversos motivos como, por ejemplo, por una fabricación de piezas inadecuada, por una mala colocación de las mismas, por fatiga de los materiales, por un estudio incorrecto de cargas, etc.

A la hora de diseñar una estructura se debe ser muy cuidadoso y tender siempre hacia la seguridad antes que hacia cualquier otro aspecto del proyecto puesto que los daños personales pueden llegar a ser muy altos. El objetivo principal de cualquier proyecto de este tipo debe ser siempre garantizar la seguridad y el confort de las personas que harán uso de la estructura, máquina o herramienta a desarrollar.

Aún así, aunque el diseño sea perfecto pueden aparecer errores igualmente, es por esto que se necesita un proceso de control para comprobar cada cierto tiempo que el estado de la estructura es el correcto.

Es ahí donde cobra importancia el análisis de frecuencias que se ha utilizado en este Trabajo de Fin de Grado ya que se utilizará esta técnica para realizar ese proceso de control, utilizando las variaciones en las frecuencias naturales de una viga para comprobar si existe una fractura o no y la posición y profundidad de la misma.

### 1.1. Objetivos

El objetivo principal durante todo este Trabajo de Fin de Grado ha sido el de encontrar un método para conseguir detectar la posición y la profundidad de la fisura de una viga en voladizo. Se estuvieron barajando varias opciones, muchas de ellas válidas, hasta llegar a la conclusión de que la mejor forma de hacerlo era analizando una serie de modelos en Abaqus en los que se variarían los parámetros de la fisura para obtener las frecuencias naturales de cada diseño. Posteriormente, se crearía una red neuronal artificial en la que se introducirían los datos de salida del Abaqus, previamente acondicionados, para entrenarla y que, una vez entrenada, obtuviese los valores de los parámetros de la viga en función de las frecuencias introducidas.

Este objetivo principal puede dividirse en varios propósitos secundarios:

- Búsqueda de la documentación necesaria sobre la tecnología y base científica a utilizar.
- Creación de un mallado eficiente para el método de elementos finitos.
- Obtención de frecuencias naturales correctas mediante el software Abaqus.

- Implementación de una red neuronal artificial acorde a los requisitos del proyecto.
- Obtención de resultados coherentes de la red para la consecución del objetivo principal.

## 1.2. Estructura del documento

Este documento seguirá una estructura dividida en capítulos claramente diferenciables que tratarán cada uno de los aspectos que se han desarrollado en el proyecto:

- En el capítulo 1 se empezará realizando una breve introducción del trabajo, así como de los objetivos que se desean cumplir durante su realización y la propia estructura que seguirá el mismo.
- El capítulo 2 englobará toda la base teórica utilizada, tanto los aspectos puramente matemáticos o científicos como las tecnologías o métodos aplicados para la obtención de los resultados. Toda la información aportada en este capítulo ha sido referenciada a los títulos de los cuales ha sido extraída.
- Durante el capítulo 3 se detallará el proceso que se ha seguido para la realización propia del modelo numérico con el que se ha trabajado, desde el diseño del mismo hasta el momento de la obtención de los resultados. En este apartado se incluirán imágenes de todos los pasos que se han seguido durante el análisis del modelo.
- En el capítulo 4 se mostrarán los resultados obtenidos. Puesto que se han obtenido varios tipos de resultados (intermedios y finales), se realizará un análisis de cada uno de ellos en los que se estudiará la repercusión que tienen en el proyecto.
- El marco regulador y el entorno socio-económico vendrá redactado en el apartado 5, en el que se describirá el impacto que puede tener el proyecto en el ámbito de la ingeniería y cuál ha sido el presupuesto del mismo. Además, se expondrá la planificación de este Trabajo de Fin de Grado por actividades realizadas y tiempo dedicado a cada una de ellas.
- En el capítulo 6 se recogerán todas las conclusiones obtenidas de los resultados, tanto la conclusión principal del proyecto como de otras relacionadas con algunas características resultantes. Además, se propondrán otros posibles trabajos futuros que puedan surgir en relación o a partir del desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado.
- Además de todos los capítulos mencionados se ha incluido un apartado más, en el que se adjuntará la bibliografía utilizada durante el proyecto.

Las figuras que hayan sido realizadas por el alumno no tendrán ningún tipo de anotación, mientras que las que hayan sido obtenidas de otro documento contendrán su correspondiente referencia en el pie de foto.

## 2. ANTECEDENTES

### 2.1. Teoría de Vibraciones

Se denomina vibración a la oscilación o movimiento repetitivo de un objeto alrededor de una posición de equilibrio durante un intervalo de tiempo. [3]

Si se quiere analizar y llegar a comprender el funcionamiento de un sistema vibratorio hay que empezar por diferenciar los tres fenómenos que se producen dentro del mismo:

- Almacenamiento de energía potencial (debido a la parte elástica del sistema)
- Almacenamiento de energía cinética (debido a la masa o inercia)
- La pérdida o disipación de energía (debida a la amortiguación del sistema)

En la siguiente figura se muestra un sistema vibratorio sencillo:

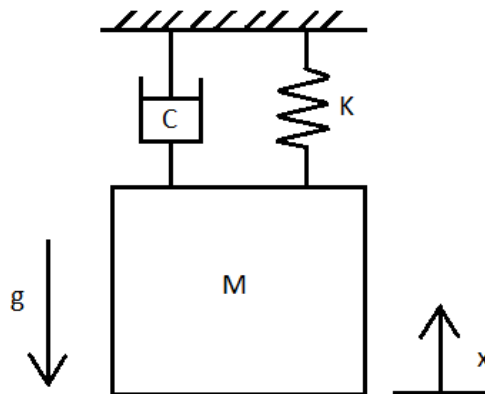


Fig. 2.1. Sistema vibratorio de 1 grado de libertad

En el sistema vibratorio de la figura 2.1 lo que se produce es lo siguiente: cuando el elemento vibratorio llega al punto de elongación máximo prácticamente toda la energía que contiene el mismo es energía potencial, que una vez comience de nuevo moverse se irá convirtiendo en energía cinética. La repetición de este proceso es lo que dará lugar al fenómeno de la vibración. En el caso de que el sistema cuente con algún elemento amortiguador como es el caso de la figura, la energía se irá disipando y en caso de que se desee que dicho sistema continúe en su modo vibratorio se requerirá una fuerza externa para conseguirlo.

### 2.1.1. Tipos de vibraciones

Según la referencia [4], dependiendo del tipo de sistema y de las fuerzas que actúen sobre él, la vibración que se produce puede ser muy diferente de unos casos a otros. Por esto es importante clasificar las vibraciones en varios grupos:

#### **Vibraciones libres o forzadas**

Si el sistema a estudiar se encuentra vibrando sin que sobre él se ejerzan fuerzas externas, este tipo de vibración se conoce como vibración libre. Si, por el contrario, sobre el sistema se están aplicando fuerzas externas al mismo el fenómeno se conoce como vibración forzada.

Un ejemplo sencillo de vibración libre es el conocido movimiento armónico simple, formado por una masa y un muelle, mientras que un ejemplo de vibración forzada podría ser las taladradoras que se utilizan para obras civiles. La taladradora entra en vibración debido a una fuerza externa que se repite con el tiempo.

#### **Vibraciones con o sin amortiguamiento**

Las vibraciones que se producen en sistemas con elementos disipadores de energía se denominan vibraciones amortiguadas, mientras que si el sistema no tiene este tipo de elementos la vibración se denomina no amortiguada.

Los casos de vibraciones no amortiguadas suelen ser casos muy idealizados, ya que normalmente los sistemas tienden a tener algún elemento disipador de energía por muy pequeño que sea.

#### **Vibraciones lineales o no lineales**

Cuando los tres componentes básicos de un sistema vibratorio (masa, elasticidad y amortiguación) se comportan de manera lineal se dice que se están produciendo vibraciones lineales. Si, por contrario, estos elementos no se comportan de manera lineal se dice que las vibraciones son no lineales.

A la hora de estudiar un sistema vibratorio este tipo de diferenciación es clave ya que los sistemas lineales son menos complejos de analizar. Esto se debe a que se puede aplicar sobre ellos el principio de superposición, por lo que los cálculos matemáticos y ecuaciones diferenciales se simplifican notablemente. Además, a la hora de realizar un estudio de vibraciones debe tenerse en cuenta que los sistemas tienden a perder su linealidad cuanto más aumenta su amplitud.

#### **Vibraciones deterministas o aleatorias**

Se define como vibración determinista a aquella cuya magnitud de excitación sobre el sistema es conocida a lo largo de un periodo de tiempo. Por el contrario, se conoce como vibración aleatoria aquella cuyo nivel de excitación del sistema es desconocido.

Sistemas que van a estar expuestos a fuertes vientos, fenómenos sísmicos y demás fuerzas externas difíciles de predecir, serán más complejos de analizar debido a la naturaleza de la excitación y al amplio abanico de escenarios que pueden surgir en él.

### 2.1.2. Conceptos básicos de la teoría de vibraciones

Existen ciertos conceptos que deben conocerse para poder realizar un análisis frecuencial de un sistema vibratorio. Algunos de ellos son bastante básicos pero conviene saber que papel desempeñan en el sistema:

#### **Elementos físicos**

##### Masa

Las masas del sistema vibratorio son modeladas cada una como un sólido rígido cuyo movimiento viene dado por las fuerzas externas o excitaciones, constantes elásticas del sistema y factores de amortiguamiento.

##### Resortes

Son los elementos encargados de proporcionar las constantes elásticas al sistema (en el caso de que la respuesta de dicho elemento sea lineal, de no ser el caso deja de ser una constante). En dichos elementos se almacena la energía potencial elástica.

##### Amortiguadores

Son los elementos que disipan la energía vibratoria del sistema. Estos pueden ser de muchos tipos:

- **Viscoso:** la disipación de energía se produce por fuerzas de fricción de un fluido en el recipiente en el que es comprimido y dichas fuerzas son directamente proporcionales a la velocidad del fluido. Es el más común.
- **De fricción seca o de Coulomb:** la disipación de energía se produce por el rozamiento entre dos superficies. En este caso la disipación de energía es constante y depende de la fuerza entre las superficies.
- **Por histéresis:** es el que se produce por la fricción interna del elemento al deformarse. En la realidad es la más común, pero es difícil de modelar.

#### **Parámetros de las vibraciones**

##### Amplitud de onda

Se define como la máxima elongación de una partícula respecto a la posición de equilibrio. En este punto la partícula obtiene su máximo de energía potencial. Este parámetro se mide en unidades de longitud.

### Periodo de oscilación

Es el intervalo de tiempo requerido para que una partícula realice una oscilación completa. Se puede calcular como lo que tarda la partícula en ir de un máximo hasta el siguiente o como lo que tarda en pasar dos veces por el punto de equilibrio. Su valor se mide en unidades de tiempo.

### Fase

Se denomina como fase a la diferencia temporal entre dos ondas sinusoidales. Aunque se trate de una diferencia temporal está normalizado para medirse en ángulos tomando la referencia de que un ciclo completo de la onda correspondería a  $360^\circ$  o  $2\pi$  radianes.

Otro concepto importante es el ángulo de fase que corresponde al valor inicial de la onda.

### Frecuencia

Se trata de la inversa del periodo de oscilación. Hace referencia al número de ciclos que da la onda en un determinado intervalo de tiempo. Se mide en Hertzios (Hz).

### Coeficiente elástico

Es el factor que relaciona la fuerza que se ejerce sobre una masa del sistema con su desplazamiento. Su valor se mide en unidades de fuerza entre longitud.

## **Conceptos**

### Movimiento armónico simple

Se trata de un movimiento periódico de oscilación de una masa que está unida a un resorte. El desplazamiento de dicha masa en el tiempo puede representarse como una función trigonométrica (seno o coseno).

### Frecuencia natural

La frecuencia natural es la frecuencia a la que oscila un sistema en ausencia de amortiguamiento y fuerzas exteriores, es decir, la frecuencia a la que tiende a oscilar un sistema una vez se ha retirado la excitación sobre el mismo.

En el caso de que el sistema sea amortiguado a dicha frecuencia se le denomina frecuencia natural amortiguada. En este caso la amplitud de onda irá disminuyendo con el tiempo en función del factor de amortiguamiento que posea el sistema.

### Velocidad de propagación de onda

Como su propio nombre indica, será la velocidad a la que se propaga una onda dependiendo del medio en el que se encuentre. Si dicho medio es homogéneo e isótropo, dicha onda se propagará a una velocidad constante en cualquier dirección.

### Resonancia

El fenómeno que recibe el nombre de resonancia se produce cuando la frecuencia a la que se excita a un determinado sistema es similar a su frecuencia natural. Cuando esto ocurre, el sistema comienza a vibrar con mayor amplitud hasta llegar a un punto de no estabilidad en el que colapsa. Tensiones, deformaciones y esfuerzos comienzan a ser de mayor magnitud hasta que se produce el fallo con, en muchas ocasiones, consecuencias debastadoras para el sistema.

Éste es el estado vibratorio que se quiere evitar cuando se realiza un análisis frecuencial y por lo que es importante estudiar y conocer las frecuencias naturales de un sistema vibratorio.

### Grados de libertad

“El número de grados de libertad corresponde al número de coordenadas independientes que es necesario para describir por completo el movimiento.” [5]

### Sistemas discretos y continuos

Un sistema discreto es aquel que tiene un número determinado de grados de libertad, mientras que un sistema continuo es aquel que tiene infinitos grados de libertad. Los sistemas en los que las masas no se pueden definir como sólidos rígidos sino que tienen una elasticidad interna tienden a ser sistemas continuos, como por ejemplo el caso a estudiar en este proyecto de una viga empotrada.

Puesto que a nivel de complejidad es preferible estudiar casos de sistemas discretos, lo que suele hacerse es discretizar en mayor o menor medida los sistemas continuos para que el cálculo resulte más asequible. Dependiendo del número de grados de libertad que se elijan para el modelo, éste tendrá mayor o menor precisión. Esta es la fundamentación del método de elementos finitos, por ejemplo. A mayor número de nodos y elementos contenga el modelo, mayor precisión se obtendrá, pero el tiempo de cálculo será también mayor.

### Modos de vibración

Son las formas de vibrar que tiene un sistema con ausencia de excitaciones o fuerzas externas. Deben determinarse ya que cada modo de vibración tiene una frecuencia natural asociada y, como se ha visto en este mismo apartado, no deben asemejarse a las frecuencias de excitación del sistema.

### Nodos

Son los puntos del sistema sobre en los que prácticamente no existe desplazamiento. Dependiendo del modo de vibración en el que se encuentre el sistema dichos nodos estarán colocados en diferentes posiciones.

### Antinodos

Son los puntos del sistema en los que se dan los valores de desplazamiento mínimos. De nuevo dependiendo del modo de vibración en el que se encuentre el sistema estos estarán colocados en una posición u otra.

Este apartado ha estado basado en [4] y [3].

### **2.1.3. Frecuencias naturales**

En este apartado se explicará el porqué del estudio de las frecuencias naturales de las estructuras y cuáles pueden ser los problemas ocasionados en el caso de no realizar este tipo de análisis.

El primer enunciado con el que se encuentra cualquier persona que va a tener un contacto con la teoría de vibraciones es aquel que afirma que cualquier sistema estructural se encuentra en continua vibración. Esta vibración es cuantificable y se denomina frecuencia natural. Por lo tanto, expresado en términos ingenieriles, se denomina frecuencia natural a aquella a la que vibra un sistema en ausencia de cargas externas, después de ser excitado.

A continuación se expondrá un ejemplo para mostrar la importancia de este concepto:

Se suponga el caso de un columpio como sistema. Las barras fijas compondrían la estructura, mientras que el asiento junto con las cuerdas o cadenas dependiendo del caso formarían un simplificado mecanismo. Imagínese unas circunstancias en las que una persona se encuentra sobre el asiento y otra está columpiando a esta primera. Cuando la persona que empuja lo hace, en términos de frecuencia lo que está consiguiendo es aumentar la amplitud de la onda que rige el movimiento del columpio. Dicha persona puede seguir aumentando dicha amplitud hasta un cierto punto que está limitado por varios factores: la resistencia de las cuerdas, la sujeción asiento-ocupante, la altura máxima antes de dar la vuelta completa, etc. Lo que se desea explicar con esto es que en el caso de que se ejerza un impulso, a la misma frecuencia con la que vibra un sistema y en el mismo sentido de vibración (en el ejemplo mostrado un impulso en sentido contrario sería el hecho de frenar el movimiento del columpio) se puede llegar a aumentar la amplitud de onda hasta el punto de llegar a situaciones catastróficas. Esto es lo que ocurre con cuerpos en resonancia.

Cuando un cuerpo entra en resonancia es debido a que un estímulo externo entra en vibración a la misma frecuencia de vibración que la frecuencia natural del objeto. Esto produce un aumento de la amplitud que, en el caso de no controlarse, podría dar lugar a un fallo catastrófico. Es por esto que en el análisis estructural es tan importante realizar un estudio de vibraciones, para evitar que cualquier carga o estímulo externo pueda entrar en resonancia con la estructura. [6]



### 2.1.4. Vibraciones en vigas

El caso de este proyecto es el de una viga fisurada en voladizo por lo que se va a profundizar en este apartado en el estudio de dichas estructuras. Primeramente, se explicarán los conceptos fundamentales de vigas con un solo empotramiento y, más adelante, se detallarán los aspectos relativos a la fisura de la misma y los casos que pueden resultar de ella.

#### Análisis frecuencial de una viga en voladizo

Lo primero a tener en cuenta son tanto las condiciones de contorno como las cargas aplicadas. En este problema se considerará un empotramiento en uno de los extremos de la viga (en el cual tanto los desplazamientos como los giros se considerarán nulos) y no existirán cargas aplicadas (ya que se desea obtener las frecuencias naturales).

El análisis se basa inicialmente en la ecuación de Euler-Bernouilli [7] de dinámica en vigas:

$$\rho \cdot A \cdot \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} + E \cdot I \cdot \frac{\delta^4 y}{\delta x^4} = q \quad (2.1)$$

En la que:

- $\rho$  es la densidad del material de la viga, que tendrá un valor en el análisis posterior de  $2700 \text{kg/m}^3$  puesto que el material utilizado es aluminio.
- $A$  es el área de la sección transversal que tendrá un valor de  $2 \times 10^{-4} \text{m}^2$
- $y$  es la coordenada que define el movimiento transversal de la viga
- $t$  es el tiempo
- $E$  es el módulo de Young del material que será de  $70 \times 10^9 \text{Pa}$
- $I$  es el momento de inercia de la viga que se obtiene mediante la fórmula  $I = \text{base} \cdot \text{altura}^3 / 12$  lo que da un valor de  $6,66 \times 10^{-9} \text{m}^4$
- $x$  es la coordenada que define el movimiento longitudinal en la viga
- $q$  es la carga externa que se ejerce sobre la viga

Teniendo en cuenta que las cargas aplicadas son nulas se obtiene que:

$$\rho \cdot A \cdot \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} + E \cdot I \cdot \frac{\delta^4 y}{\delta x^4} = 0 \quad (2.2)$$

La descomposición en series de senos y cosenos que resuelve esta ecuación diferencial es la siguiente:

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_i(x) \cdot (P_i \cdot \sin(\omega_i \cdot t) + R_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t)) \quad (2.3)$$

cuyos parámetros son:

- $w_i(x)$  es el modo de vibración para cada valor  $i$
- $\omega_i$  es la frecuencia natural para cada valor  $i$
- $P_i$  y  $R_i$  son coeficientes cuya obtención se detallará a continuación

El desarrollo de la obtención de los modos de vibración no se expondrá puesto que el objetivo son las frecuencias naturales.

De las condiciones de contorno se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

$$w_i(0) = 0 \quad (2.4)$$

$$\Theta_i(0) = \frac{\delta w_i(0)}{\delta x} = 0 \quad (2.5)$$

$$M_i(L) = E \cdot I \cdot \frac{\delta^2 w_i(L)}{\delta x^2} = I_m \cdot \omega_i^2 \cdot \frac{\delta w_i(L)}{\delta x} \quad (2.6)$$

$$Q_i(L) = E \cdot I \cdot \frac{\delta^3 w_i(L)}{\delta x^3} = m_L \cdot \omega_i^2 \cdot w_i(L) \quad (2.7)$$

Por lo tanto, siendo  $k_i$  el factor que dependerá de la modalidad de vibración de la viga [8] y resolviéndose la ecuación característica se puede llegar a la expresión:

$$\omega_i = k_i^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}} \quad (2.8)$$

Entonces, mediante la ecuación 2.8 se pueden obtener las frecuencias naturales de cada modo de vibración.

A continuación, se explicarán los dos tipos de casos que se pueden dar cuando se forma una fisura en una viga con estas características.

### Viga con fisura siempre abierta

Se trata de una configuración diseñada por Bovsunovsky y Matveev en el año 2000 en la que se considera una viga empotrada con una fisura. En dicha fisura se formarán dos caras interiores en la viga y la suposición realizada (caso ideal) es en la que las dos caras no entran en contacto, de forma que una de ellas podría penetrar en la cara de la otra. [7]

El método que siguieron fue el de, primeramente, dividir la viga longitudinalmente en tres partes, dos de las cuales no tienen influencia de la fisura, y la central, en la que se encontraría la grieta.

Por lo tanto, ni el área de la sección ni el momento de inercia de las partes que no se ven influidas por la fisura varían, mientras que en la zona central se daría una reducción en el momento de inercia en función de la profundidad de la fisura. Al disminuir el momento de inercia disminuye la rigidez de la estructura en esa zona.

$$I = \frac{\text{base} \cdot (\text{altura} - \text{profundidad de la fisura})^3}{12} \quad (2.9)$$

Ahora, siendo  $j=1$  y  $j=3$  los subíndices que hacen referencias a los extremos de la viga en los que no se encuentra la fisura y  $j=2$  la zona central afectada:

$$y_{oj}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_{ij}(x) \cdot (P_{oi} \cdot \sin(\omega_{oi} \cdot t) + R_{oi} \cdot \cos(\omega_{oi} \cdot t)) \quad (2.10)$$

Por lo que aplicando las condiciones de contorno en la zona 1, las condiciones de frontera entre las zonas 1-2 y 2-3 y resolviendo la ecuación característica inicial se obtiene la fórmula de las frecuencias naturales de la estructura:

$$\omega_{oi} = k_{i1}^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_2}{\rho \cdot A}} \quad (2.11)$$

### Viga con fisura de comportamiento apertura-cierre

Además del método de fisura siempre abierta de Bovsunovsky y Matveev existen otros métodos para definir el comportamiento de una viga fisurada. Dichos métodos determinan el comportamiento de la estructura, teniendo en cuenta que en unos momentos las secciones de la fisura se encuentran comprimidas entre ellas y en otros instantes dichas áreas están separadas. Estos métodos que se acaban de mencionar tienen una base teórica y un desarrollo extremadamente extensos por lo que en este proyecto se ha optado por otra opción, también válida, y que satisface los objetivos del mismo. [7]

Para analizar este comportamiento de apertura-cierre de la fisura se deben tener en cuenta los dos tipos de posiciones de la viga: una en la cual las secciones de la fisura están en contacto y otra en la que se encuentran separadas. En la primera de ellas se considerará que ambas secciones se encuentran a compresión como es lógico y, por lo tanto, se estudiará la viga en ese momento como si no estuviese fisurada. En la segunda se estudiará el momento en el que la rigidez de dicha viga es lo menor posible, es decir, el caso de fisura siempre abierta.

El análisis de vibraciones y frecuencias se realizará a partir del programa Abaqus CAE. En él se introducirán primeramente las condiciones de la viga en voladizo en perfecto estado, cuyos resultados se aplicarán como si se tratase de la fisura con las secciones en contacto. A continuación se introducirán los parámetros de la viga fisurada que el programa detecta y analiza como si del caso de fisura siempre abierta se tratase.

Una vez se tengan los resultados de los dos ensayos se procederá a realizar una estimación de la frecuencia intermedia entre los dos estados, también llamada bilineal. Esto es válido debido a que el primer estado (viga sin fisura o viga con secciones en contacto) es aquel en el cual las frecuencias serán mayores debido a la rigidez de la estructura, mientras que en el segundo estado (viga con fisura siempre abierta) se darán los casos en los que las frecuencias obtenidas serán las mínimas. Los resultados intermedios estarán siempre entre estos dos valores frecuenciales y la fórmula que los determina es la siguiente:

$$\omega_b = 2 \cdot \frac{\omega_o \cdot \omega_c}{\omega_o + \omega_c} \quad (2.12)$$

en la cual  $\omega_o$  es la frecuencia obtenida como fisura siempre abierta y  $\omega_c$  es la frecuencia teniendo en cuenta el contacto entre las áreas de la fisura.

Esta estimación de la frecuencia se debe a la no linealidad del problema en cuestión, puesto que al existir el contacto entre las áreas de la fisura el movimiento de esas superficies deja de ser progresivo y el programa de análisis por elementos finitos no es capaz de resolverlo.

Además de este problema que impide el estudio completo del caso mediante Abaqus, existe otro más que es la dependencia respecto al tiempo del comportamiento del sistema. A lo largo de un intervalo de tiempo (no conocido) es probable que la viga tienda a amortiguarse debido al factor de amortiguamiento propio de la estructura y las superficies de la fisura no lleguen a entrar en contacto. Esto supondría otro cambio en el comportamiento del modelo e influiría en los resultados obtenidos.

## 2.2. Método de Elementos finitos

### 2.2.1. Introducción

En el mundo de la ingeniería, al igual que en otros muchos aspectos de la vida cotidiana, surgen problemas de tal magnitud que no se les puede hacer frente salvo que dichos problemas se descompongan en otros de menor tamaño. El método de los elementos finitos proporciona soluciones a este tipo de problemas con la técnica anteriormente comentada.

Se puede hacer una clasificación de los problemas ingenieriles en función del número de componentes que tenga el modelo a estudiar, de esta forma se tendría por una parte los llamados problemas discretos, que son aquellos en los que el número de componentes es finito y conocido, y por otro lado estarían los continuos, cuyo estudio se debe realizar a partir de ecuaciones diferenciales puesto que contienen un número infinito de elementos.

Aunque el número de elementos sea alto, siempre tendrá menos complicación el resolver un sistema discreto a uno continuo. Pese a que el cálculo numérico se ha desarrollado en los últimos años debido a la aparición de los ordenadores, no se podrán resolver los problemas continuos sin una previa manipulación matemática.

Es por esto que ha surgido la necesidad de buscar formas para discretizar estos sistemas continuos. La manera de hacerlo es aproximar el sistema continuo a uno discreto en el que a mayor número de variables se le asignen, mayor similitud tendrá con el problema real. Así funciona el método de elementos finitos.

El método de elementos finitos crea un modelo de una estructura y lo divide en varias partes llamadas elementos, sobre los que se realiza un estudio individual para, posteriormente, agrupar dichos elementos y analizar el comportamiento global de la estructura.

El modelo que se crea en los programas de ordenador que utilizan este método se puede descomponer en tres partes fundamentales:

- Geometría de la estructura
- Propiedades de los materiales
- Condiciones de contorno

Puesto que estos tres aspectos del modelo no serán exactamente los que se den en el objeto real, debe realizarse una validación comparando el modelo creado con el real para ver si es lo suficientemente parecido y los resultados obtenidos son fieles a lo que se dará en la realidad o no. Esta validación puede ser práctica comparando el estudio con los resultados de algún experimento o se puede realizar una validación con una base teórica.

### 2.2.2. Procesos del método

A continuación se enuncian y explican los procedimientos que sigue este método.

#### **Discretización del problema**

El primer paso del método de elementos finitos es la discretización del problema. Se debe descomponer la geometría compleja de la figura en otras más sencillas. Estas pequeñas partes en las que se va a dividir la estructura se llaman elementos y pueden agruparse de forma que puedan adoptar geometrías de cualquier tipo. A esta descomposición se le denomina como malla y a los puntos que aparecen en el modelo como consecuencia de este mallado se les conoce como nodos.

Existen varias configuraciones de las mallas, dando al usuario diferentes opciones para dividir la estructura, por lo que se debe elegir con criterio la malla que se cree en el modelo. Los programas que trabajan con el método de elementos finitos, con el fin de simplificar el modelo y disminuir el número de cálculos a realizar, proponen diversos tipos de modelos geométricos, dividiéndose en modelos de una dimensión, dos dimensiones o tres dimensiones.

Debido a lo que se comenta en el siguiente apartado, debe realizarse también una diferenciación entre nodos interiores que son los que se encuentran, como su propio nombre indica, en el interior de la estructura y los nodos frontera, que son los que se encuentran en el límite del modelo.

#### **Elección de las funciones de interpolación**

Tras elegir la configuración de la malla y, por lo tanto, discretizar el problema, lo siguiente es numerar los nodos de cada elemento (se les dará una numeración local de cada elemento y otra global de la estructura completa) y elegir las funciones de interpolación que representarán la variación de la variable de campo en el elemento.

Es lógico establecer que el grado de aproximación y veracidad del modelo a la estructura real se verá influenciado por el tamaño de la malla y de los elementos que la formen, pero también se va a ver influido por las funciones de interpolación que se escojan. Existen varios factores que repercutirán en la elección de dichas funciones como son el tamaño de la malla, el número de nodos de cada elemento, el número de incógnitas en cada nodo y ciertos requisitos de continuidad que deben respetarse en los nodos y límites de los elementos.

#### **Cálculo de la matriz de rigidez**

Tras realizar la discretización del problema y haber elegido las funciones de interpolación de los elementos, el próximo paso es ya el estudio del comportamiento de cada uno

de esos elementos. Esto se hace a través de la llamada matriz de rigidez. Esta matriz está compuesta por una serie de ecuaciones que regirán el comportamiento de cada uno de los elementos.

Una de las ventajas que tiene este método de elementos finitos es que, como ya se ha comentado con anterioridad, se estudia un caso global a partir de pequeños casos mucho más simples. A la hora de calcular el comportamiento de la estructura se hace exactamente lo mismo, es decir, a partir de las matrices de rigidez de cada elemento se conseguirá obtener una matriz de rigidez global, de la que se obtengan los resultados requeridos.

Por otra parte, existen varios enfoques que se les puede dar a este método cuando se quiere formular el comportamiento de los elementos. Son los siguientes:

- La primera forma de obtener la matriz de rigidez de un elemento es el llamado cálculo directo, el cual es utilizado solo en problemas simples y se basa en el método de rigidez que se usa en análisis estructural.
- Otro de los enfoques es el cálculo variacional, con el que ya se pueden analizar problemas más complejos que los resueltos por el método anterior. Este se basa en el cálculo de variaciones con minimización de un funcional como puede ser la energía potencial o la energía complementaria.
- Por último, se encuentra el cálculo de los residuos ponderados, que sería el máximo exponente de los métodos de resolución, por lo que es el mayor número de problemas ingenieriles es capaz de resolver. Este método se basa en las ecuaciones de gobierno y no utiliza ningún enunciado del cálculo variacional anteriormente mencionado.

### **Ensamblaje de la matriz de rigidez global**

Una vez se tienen las matrices de rigidez de cada uno de los elementos se procede a generar la matriz de rigidez global del conjunto. Esto se hace por ensamblaje de cada una de las matrices individuales y se obtiene como resultado una matriz gobernada por las mismas ecuaciones que las individuales, pero de mayor tamaño debido a que el número de nodos ha aumentado.

Hay que tener en cuenta que se englobarán todas las ecuaciones de los nodos respecto de todos sus elementos en contacto, por lo que dichos nodos deberán cumplir las condiciones individuales de cada una de las matrices de rigidez.

### **Imposición de las condiciones de contorno**

Una vez se obtiene la matriz con las ecuaciones que rigen el comportamiento del modelo global, el siguiente paso es introducir las condiciones de contorno a las que estará

expuesta la estructura. Los valores tanto de las restricciones como de las cargas externas deben estar aplicados en los nodos del conjunto.

### **Resolución del sistema de ecuaciones**

Introducidas las condiciones de contorno, se procede a la resolución del sistema de ecuaciones proveniente del ensamblaje de matrices. Esto nos dará como solución ciertos parámetros (como desplazamientos por ejemplo), que son los obtenidos en cada uno de los nodos.

Si el problema es estático o se encuentra en equilibrio se resuelven ecuaciones algebraicas que pueden ser lineales o no. Si, por el contrario, el problema no se encuentra en equilibrio y las variables están en función del tiempo, debe resolverse un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

### **Obtención de parámetros adicionales**

Además de las soluciones que se adquieran de la resolución del sistema de ecuaciones, se pueden obtener también otros datos de interés. Por ejemplo, en un modelo estructural en el que se han obtenido los desplazamientos en cada uno de los nodos, se pueden obtener otros parámetros fácilmente como son las tensiones, deformaciones, variaciones de energía, etc. [9]

## **2.3. Redes Neuronales Artificiales (RNA)**

### **2.3.1. Introducción a las RNA**

Las redes neuronales artificiales pretenden simular el comportamiento del cerebro humano a la hora de recibir, procesar y enviar información. El aprendizaje del cerebro humano se basa en la experiencia de situaciones pasadas para afrontar las siguientes y eso es lo que se desea modelizar matemáticamente.

Las neuronas son las unidades básicas por las que está compuesto el cerebro y en ellas se produce la transferencia de la información. Constan a su vez de un gran número de prolongaciones que se llaman dendritas, de donde reciben los impulsos neuronales. Este impulso se propaga a través de otro filamento llamado axón, que lo llevará a la siguiente neurona. Las conexiones que existen entre las neuronas es a lo que se le denomina como sinapsis.

Esta estructura cerebral es la que se toma como referencia a la hora de realizar una red neuronal artificial. Cada una de las llamadas neuronas (unidades de procesamiento) dispondrá de una serie de valores de entrada y, tras su procesamiento, enviará unos datos de salida a las siguientes unidades.



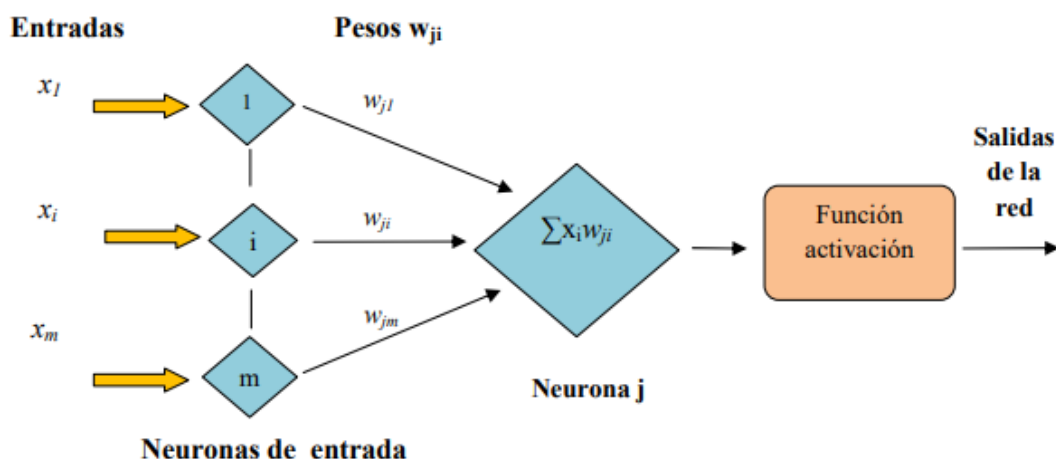


Fig. 2.2. Diagrama de una neurona [1]

Como se puede observar en la figura 2.2, las entradas de las neuronas están reguladas por unos pesos ( $w_{ij}$ ), que definen la importancia de cada variable de entrada. Dependiendo de la estructura de la red, se pueden diferenciar dos tipos de RNA: monocapa y multicapa. Las RNA monocapa son aquellas en las que las neuronas se agrupan formando una sola capa, es decir, los datos que llegan a dichas unidades de procesamiento son redirigidos directamente a la salida (tras ser tratados). Por el contrario, las RNA multicapa están compuestas por varias capas, haciendo que el procesamiento se realice de una neurona a otra.

### 2.3.2. Etapas de la RNA

Las etapas que componen el funcionamiento de una red neuronal artificial son dos: aprendizaje y generalización.

#### Aprendizaje

Como se ha mencionado en el apartado anterior, el objetivo de una red es que obtenga resultados a través de la experiencia y el aprendizaje. En esta etapa se somete a la red a unos datos llamados patrones de entrenamiento. La red aprende mediante iteraciones, por lo que este número de datos deberá ser suficientemente grande para que los resultados converjan.

Existen varios tipos de aprendizaje:

- Supervisado: en este tipo de aprendizaje los resultados obtenidos en la salida se comparan con los deseados y, en función de las diferencias que existan entre unos y otros, se modifican los pesos de cada variable.

- No supervisado: en este caso no se comparan los resultados con los deseados, sino que la propia red sigue un método de autoregulación.
- Reforzado: se observan los resultados de salida para indicar si son los correctos o no, pero no se imponen los resultados que se desean obtener.

Por lo tanto, el proceso de aprendizaje puede dividirse en dos partes: por un lado el proceso propio de entrenamiento de la estructura neuronal (gobernado por los datos de entrenamiento) y por otro el proceso de validación de resultados (gobernado por los datos de validación que miden el error cometido).

### Generalización

Se trata de la segunda etapa y consiste en someter a la red ya entrenada previamente a unos datos de entrada que no se correspondan con los de entrenamiento.

#### 2.3.3. RNA Perceptron Multicapa

Se trata de un sistema neuronal de tipo multicapa:

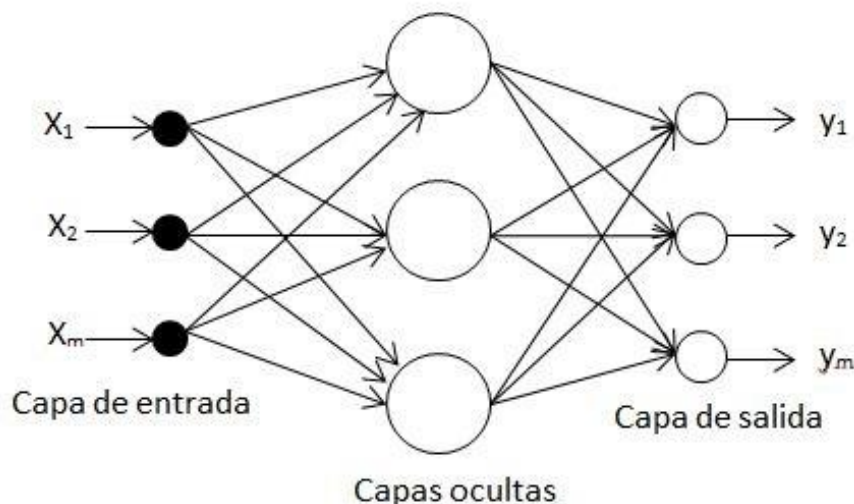


Fig. 2.3. RNA Perceptron Multicapa [2]

Como se observa en la figura 2.3 el sistema de las RNA Perceptron Multicapa se divide en varias capas: una capa de neuronas de entrada por las que se obtendrán las variables de entrada, una capa intermedia o capa oculta que podrá contener a su vez una o varias capas de neuronas que transmitirán la señal adecuándola a los requerimientos y la capa de salida encargada de proporcionar la salida de la red. Cabe mencionar que el tratamiento de los datos en la capa intermedia es no lineal.

Las neuronas de las capas ocultas tratan la información mediante las llamadas funciones de activación. Estas funciones dan un valor (entre los intervalos  $[0,1]$  o  $[-1,1]$ ) a las entradas, dependiendo del estado de actividad de la neurona. Las funciones más utilizadas son:

- Función sigmoidea o logística  $[0,1]$

$$y_j = \frac{1}{1 + e^{-\alpha \sum x_i w_{ij}}} \quad (2.13)$$

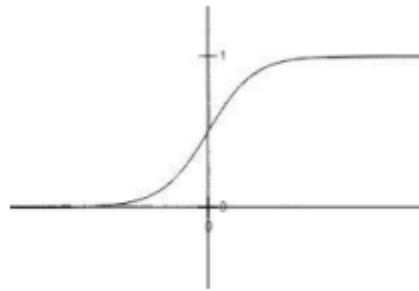


Fig. 2.4. Función de activación sigmoidea [2]

- Función tangente hiperbólica  $[-1,1]$

$$y_j = \frac{e^{\alpha \sum x_i w_{ij}} - e^{-\alpha \sum x_i w_{ij}}}{e^{\alpha \sum x_i w_{ij}} + e^{-\alpha \sum x_i w_{ij}}} \quad (2.14)$$

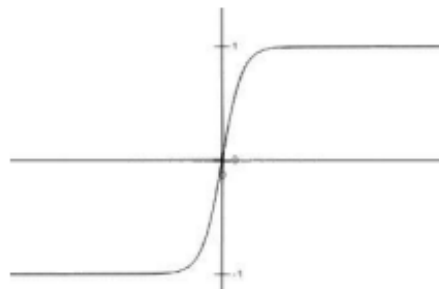


Fig. 2.5. Función de activación tangente hiperbólica [2]

- Función escalón  $[-a,a]$

$$y_j = a, \text{ si } \sum x_i w_{ij} > 0 \quad y_j = -a, \text{ si } \sum x_i w_{ij} \leq 0 \quad (2.15)$$

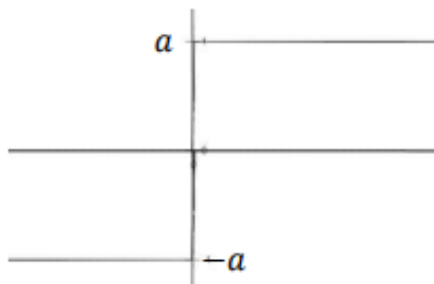


Fig. 2.6. Función de activación escalón [2]

Por último, la función de salida trata el valor obtenido de la función de activación.

### Algoritmo de retropropagación

El algoritmo de retropropagación es el conjunto de formulación matemática por la que la RNA aprende en cada iteración y va variando sus parámetros. Tiene dos fases:

- Hacia adelante: en la cual los pesos se mantienen fijos y se propagan de una capa a otra de la estructura neuronal.
- Hacia atrás: en la cual se produce un ajuste de los pesos regulado por una regla de corrección basada en la propagación del error cometido en las salidas.

Dicho esto, queda claro que el tipo de aprendizaje en el caso de una RNA perceptron multicapa es el aprendizaje supervisado. El algoritmo de retropropagación consistirá en lo siguiente:

- Formulación de una función “E” que determine y cuantifique el error cometido entre las salidas, indicando el más deseable.
- Propagación del error hacia atrás, minimizando el error total a través de la minimización del error de cada patrón.
- Corrección del error en las neuronas de la capa oculta utilizando el mismo algoritmo a partir del error obtenido en las capas posteriores.

La razón de aprendizaje es un parámetro que regula la velocidad con la que aprende la red. Debe ajustarse bien este valor puesto que un valor demasiado alto puede producir una inestabilidad en el sistema aunque la red converja rápidamente y un valor demasiado bajo puede hacer que la red necesite de muchos datos para converger, o que incluso no llegue a hacerlo.

Debido a la posible inestabilidad anteriormente mencionada, se introduce otro parámetro llamado momento que provoca que la variación del valor de los pesos sea más suave.

### **Algoritmo de Levenberg–Marquardt**

El algoritmo de Levenberg–Marquardt (LMA) es un método matemático que se utiliza para resolver problemas de mínimos cuadrados no lineales. Se le denomina también método de los mínimos cuadrados amortiguados.

Este algoritmo se utiliza en la creación de redes neuronales artificiales aplicando un método matemático que combina el algoritmo de Gauss-Newton y el método del descenso del gradiente. El LMA es capaz de trabajar con un rango de funciones mayor al de Gauss-Newton pero, con regresiones que tienen buen comportamiento, el primero tiende a ser más lento que el segundo.

Al igual que el algoritmo de retropropagación, el LMA es un método iterativo que va minimizando el error capa a capa. La ventaja con respecto al método de Gauss-Newton es que no necesita de segundas derivadas aunque es esto lo que hace que requiera más memoria y, por tanto, sea más lento.

La información necesaria para la elaboración de este apartado ha sido aportada por [1] y [2].

### 3. MODELO NUMÉRICO

En este capítulo se expone el procedimiento seguido para la creación del modelo numérico y su posterior análisis en el software de elementos finitos Abaqus. En dicho proceso también se ha utilizado la herramienta matemática Matlab para realizar la validación del modelo y la creación de la red neuronal artificial.

#### 3.1. Modelo MEF

Puesto que la estructura real a modelizar es una viga simple, el diseño creado en Abaqus será fácil de simular. Se creará un prisma rectangular de 0,5 x 0,01 x 0,02 metros. Se modelizará la viga con un empotramiento en uno de sus extremos y no existirán cargas externas. El material propuesto será una aleación de aluminio con una densidad aplicada de  $2700 \text{ kg/m}^3$ , módulo de elasticidad de  $70 \times 10^9 \text{ Pa}$  y un coeficiente de Poisson de 0,33.

Una vez se determinan los parámetros y condiciones del modelo, se procede a introducirlos en el software de elementos finitos. En el caso de este proyecto se utilizará Abaqus. Este contiene una serie de módulos incorporados que permiten ir creando el modelo paso por paso.

El objetivo de utilizar este software es el de obtener, de los modelos a introducir, sus frecuencias correspondientes a los modos de flexión en sus dos planos: el primer plano en el que la viga se encuentra colocada de manera vertical y el segundo en el que la viga se coloca en posición horizontal. De esta forma se conseguirá el valor de sus frecuencias naturales para dos modos de vibración en cada plano, por lo que se obtendrán un total de cuatro frecuencias por modelo analizado.

Abaqus FEA es una suite de programa diseñada por la plataforma SIMULIA de Dassault Systemes que tiene como objetivo la utilización del método de elementos finitos para el análisis de estructuras. Se trata de un conjunto de programas que se utilizan en todo el ámbito de la ingeniería para la creación, análisis y resolución de modelos. [10]

Abaqus FEA cuenta con varios programas, especializados cada uno de ellos en un aspecto del análisis por elementos finitos:

- Abaqus CAE: Este programa permite diseñar o importar de otros programas CAD modelos estructurales, analizarlos, visualizar resultados y modificar cualquier parámetro de los mismos. Es esto lo que le convierte en la herramienta más utilizada dentro de esta suite y uno de los software más potentes que existen en el mercado en la actualidad.

- **Abaqus Standard:** Esta herramienta aplica el método de elementos finitos para resolver problemas estáticos o dinámicos de baja velocidad, dando el resultado tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.
- **Abaqus Explicit:** Este programa también emplea el método de elementos finitos pero esta vez para analizar y resolver problemas dinámicos de alta velocidad y también sistemas quasi-estáticos, en los que predominan las no-linealidades de los materiales.
- **Abaqus Multiphysics:** Se trata de una nueva herramienta de Abaqus utilizada para resolver problemas de multifísica como por ejemplo de fluidomecánica, térmicos, eléctricos, etc. Es bastante útil puesto que se pueden importar modelos estructurales a esta extensión para aplicarlos en problemas anteriormente mencionados.

Puesto que este proyecto se centra en el análisis dinámico de una estructura determinada, la aplicación utilizada será Abaqus CAE con la versión 6.14. Dentro de esta existen varias versiones como la de estudiantes, pero no será válida puesto que tiene una restricción de 1000 nodos en los modelos y son insuficientes para el análisis requerido. Por lo tanto, se utilizará la versión completa de la v6.14.

A continuación, se mostrarán cada uno de los módulos de Abaqus con el ejemplo de uno de los ensayos que se han realizado. En este caso se utilizará uno en el que el corte se encuentra a 0,1 metros del empotramiento y tiene una profundidad de 0,004 metros ( $\alpha = 0,2; \gamma = 0,2$ ).

El parámetro  $\gamma$  define la posición de la fisura bajo la expresión:

$$\gamma = \frac{\text{distancia de la fisura al empotramiento}}{\text{longitud total de la viga}} \quad (3.1)$$

De la misma forma, el parámetro  $\alpha$  indica la profundidad de la fisura por medio de la expresión:

$$\alpha = \frac{\text{profundidad de la fisura}}{\text{altura total de la viga}} \quad (3.2)$$

Los valores de  $\gamma$  que se han tenido en cuenta a la hora de diseñar los modelos se encuentran en el intervalo  $[0 - 0,9]$  mientras que los de  $\alpha$  se encuentran entre  $[0 - 0,5]$ .

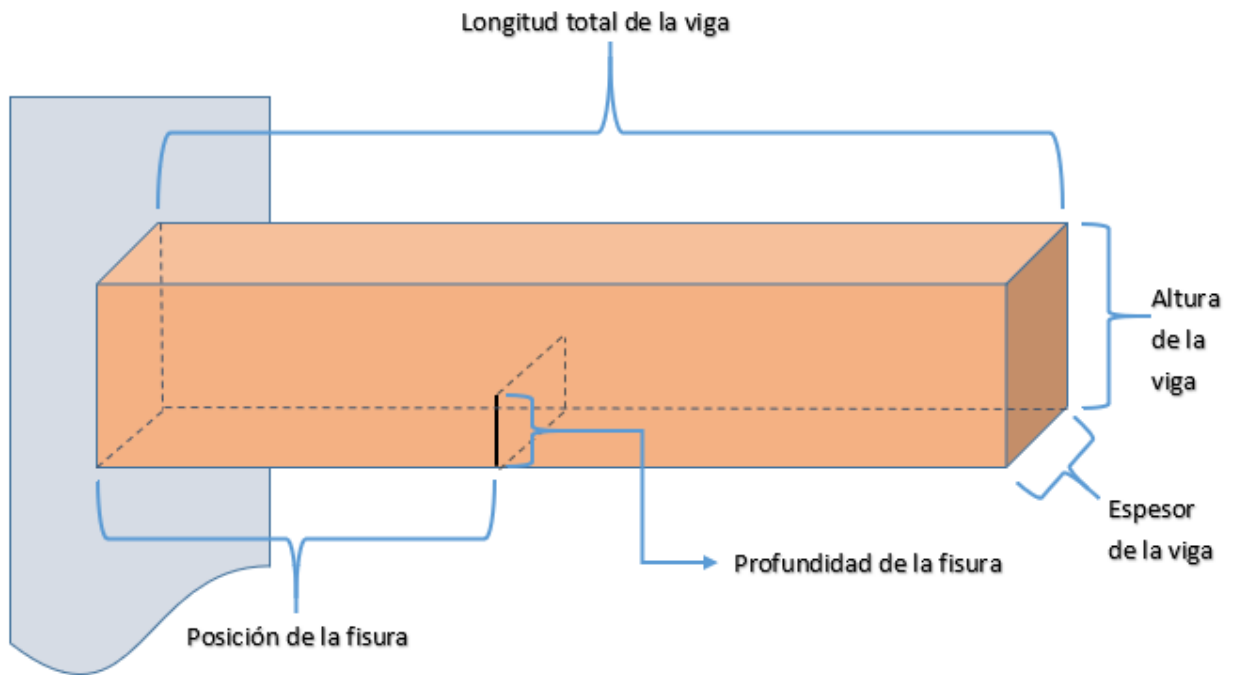


Fig. 3.1. Representación esquemática de la viga en voladizo

En la figura 3.1 se puede observar la representación de la viga en voladizo con todas sus características geométricas necesarias para definir los parámetros  $\gamma$  y  $\alpha$ .



### 3.1.1. Módulo “Part”

Este módulo se utiliza para generar la geometría de la estructura. Puesto que se va a simular una viga fisurada se crearán dos objetos (“parts”) y en uno de los módulos posteriores se realizará la unión entre ellos.

Lo primero que se debe realizar es el denominado “sketch”. Se trata de un boceto en dos dimensiones que más tarde se proyectará con una longitud determinada a lo largo de su tercera dimensión. Existen muchos tipos de proyecciones y bocetos. En este caso al tener que diseñar una geometría sencilla el proceso se simplifica.

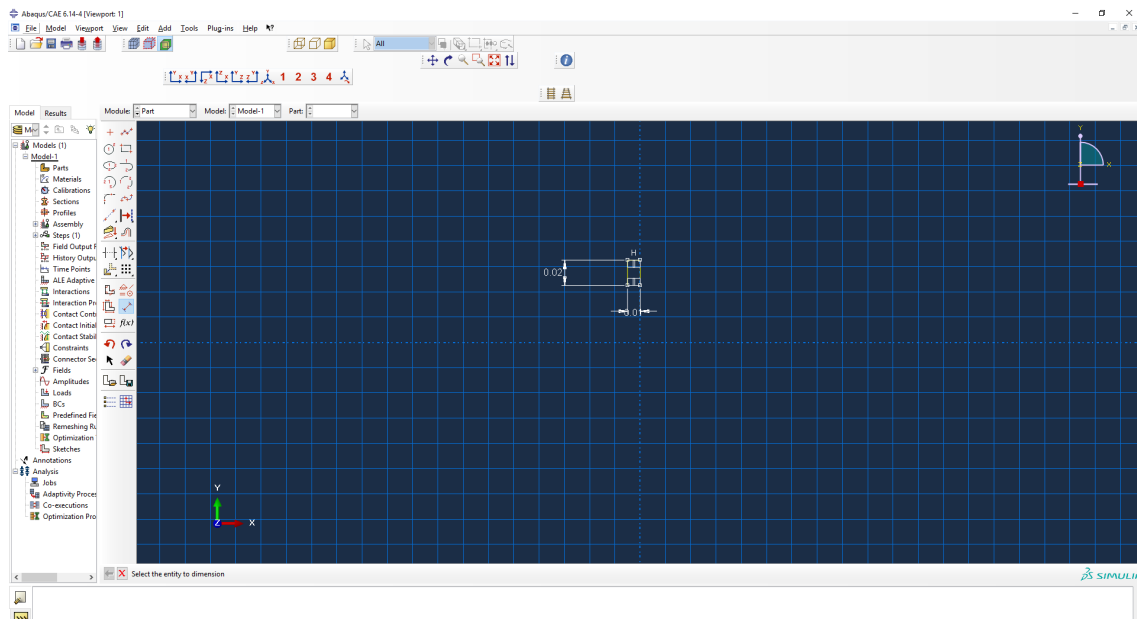


Fig. 3.2. Sketch realizado de la “part 1”.

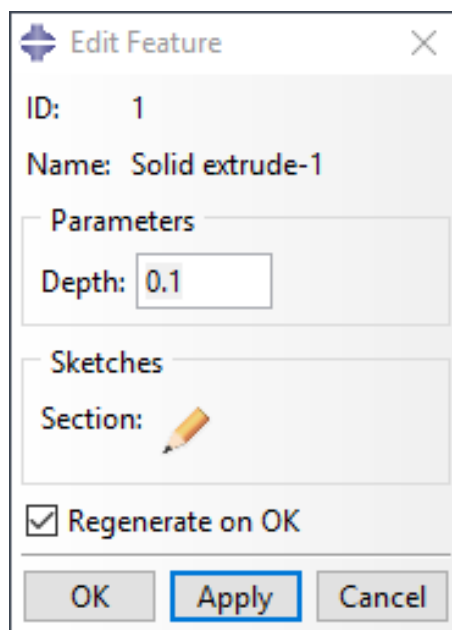


Fig. 3.3. Elección de la profundidad de la “part 1”.

En las figuras 3.2 y 3.3 se pueden observar el sketch realizado para obtener la pieza y la ventana emergente en la que se introduce el valor de la profundidad del dibujo respectivamente.

La “part 1” creada es la parte de la estructura más cercana al empotramiento. Para terminar de modelar la geometría de la viga hay que volver a repetir el procedimiento, esta vez eligiendo una profundidad de 0,4 metros para completar la estructura.

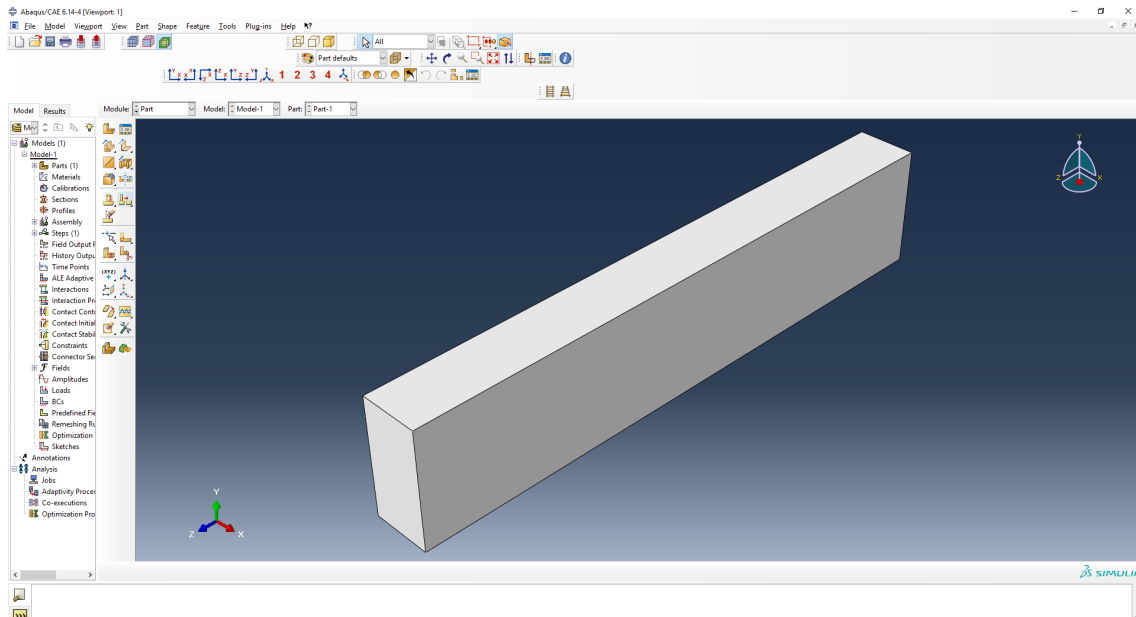


Fig. 3.4. “Part 1”.

Por lo tanto, una vez creadas ambas partes (“part 1” y “part 2”) se procede a desplegar las pestañas del siguiente módulo.

### 3.1.2. Módulo “Property”

En el módulo “Property” se introducen las características de los materiales a utilizar. En el caso del proyecto, al contener un solo tipo de material (aluminio) se ha creado una única configuración. Estos parámetros se introducen en las ventanas de las figuras 3.5 y 3.6.

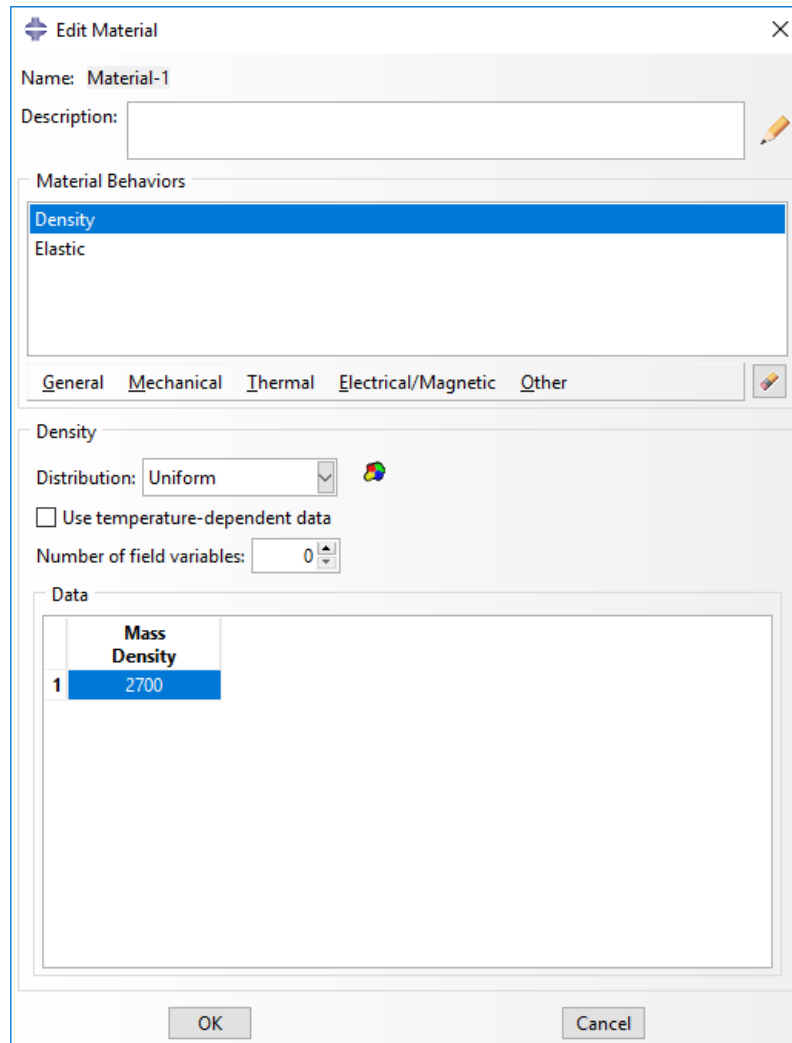


Fig. 3.5. Elección de la densidad del material

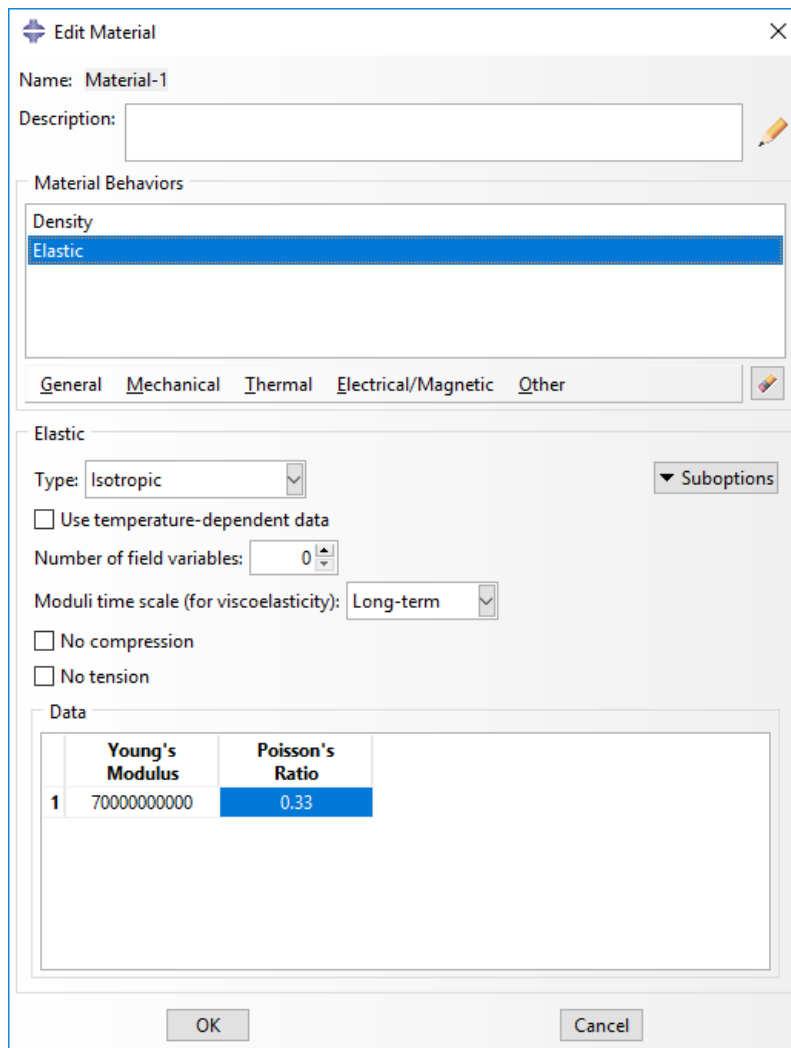


Fig. 3.6. Elección del módulo de Young y coeficiente de Poisson

Una vez creada la configuración con las propiedades necesarias del material, se debe proceder a crear la sección. En este software, debido a la gran cantidad de cálculos que puede llegar a requerir, se proponen distintos tipos de secciones para que se simplifique lo máximo posible y se necesite menos tiempo de cálculo. En el caso del modelo del proyecto debe realizarse un diseño en 3D puesto que se desea realizar un análisis riguroso y cuanto más se aproxime el modelo a la estructura real mejores resultados se obtendrán.

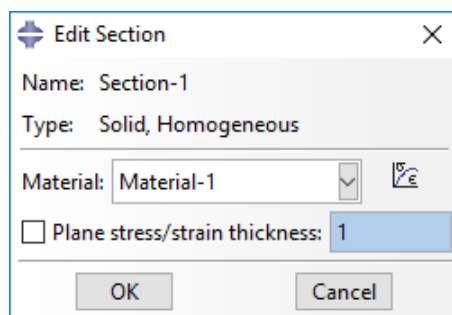


Fig. 3.7. Elección de la sección del material

Cuando se termina de crear la sección, el último paso sería aplicar dicha sección con la configuración del material a las partes anteriormente creadas. Una vez se le atribuyen todas las propiedades a las piezas se tornan de un color verdoso en el módulo “Property”.

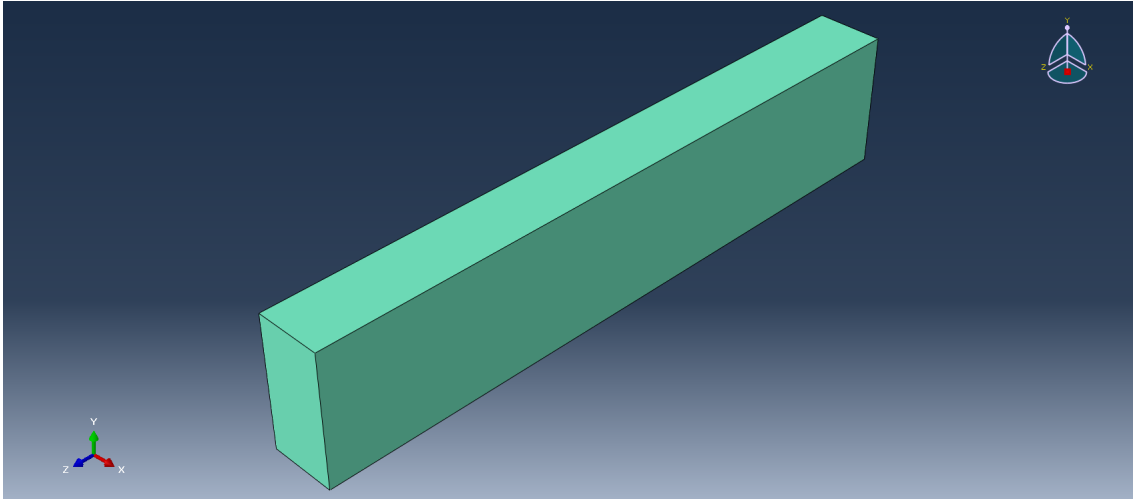


Fig. 3.8. “Part 1” en el módulo “Property”

Hecho esto, es el momento de pasar al siguiente módulo del programa.

### 3.1.3. Módulo “Assembly”

Este módulo permite la primera parte de la unión entre las diferentes piezas de las que consta la estructura, que es la colocación de las mismas en un único espacio ficticio.

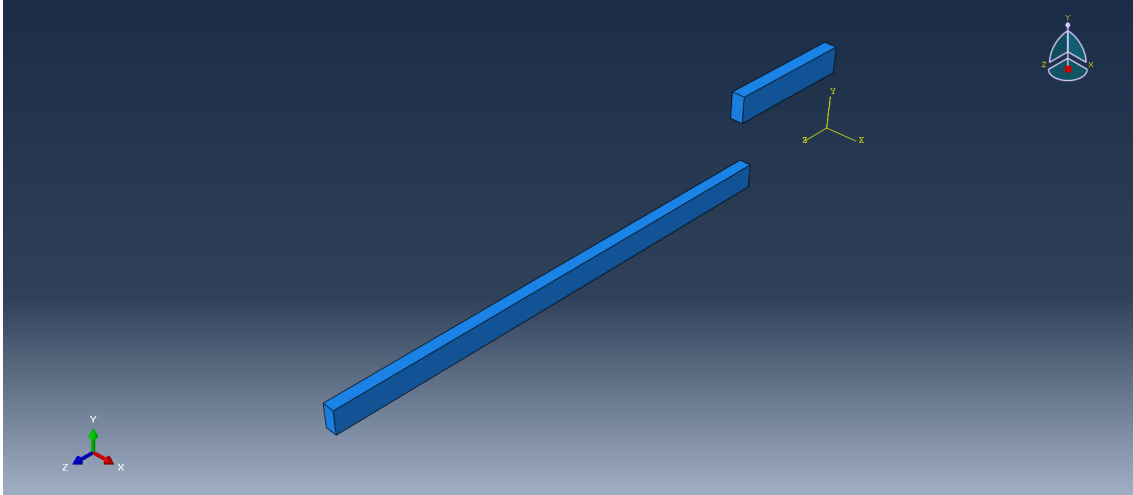


Fig. 3.9. “Part 1” y “Part 2” en el módulo “Assembly”

Por lo tanto, en este apartado se colocan las dos partes de la viga en contacto una con otra por el área que marca su directriz como se muestra en las figuras 3.9 y 3.10.

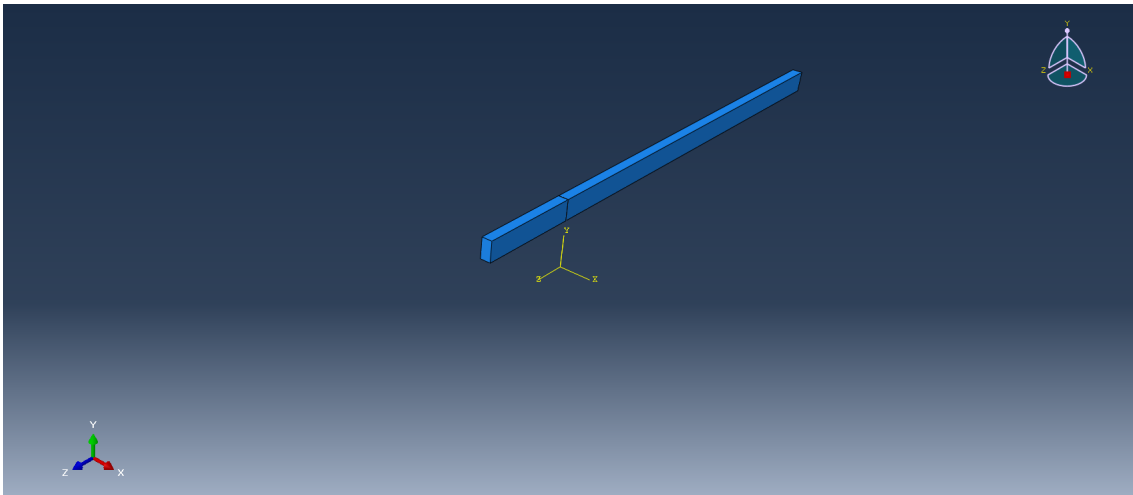


Fig. 3.10. Colocación de ambas partes

Este módulo permite también, en el caso de que fuese necesario, la generación de varias “parts” aunque se repitan en la misma estructura.

Además, se utilizará este módulo para crear un corte en las áreas que estén en contacto entre ellas en cada una de las partes. Es necesario para definir correctamente el comportamiento y la interacción entre las partes de la estructura en posteriores módulos. Este procedimiento se puede realizar en varios módulos y se ha elegido el “Assembly” por comodidad del usuario. Ver figura 3.11.

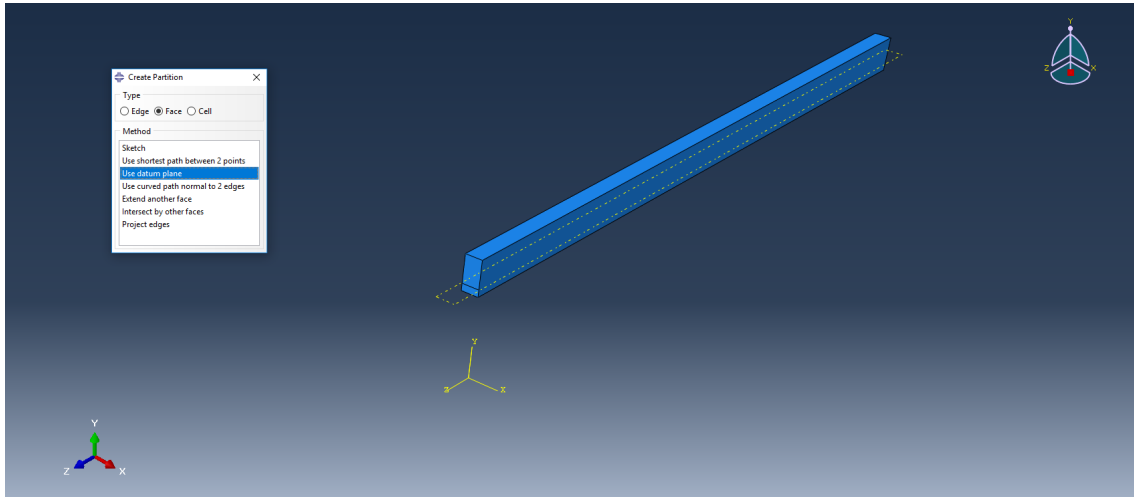


Fig. 3.11. Corte en las áreas en contacto

### 3.1.4. Módulo “Step”

En este módulo se configura el intervalo temporal en el que se desea que el modelo trabaje. También se elige el tipo de análisis que se quiera realizar, estático, dinámico, frecuencial, de transferencia de calor, etc. En el caso que se está estudiando es necesario elegir la opción “Frequency” para que el resultado del análisis dé como resultados las frecuencias (naturales con esta configuración) de vibración de la estructura.

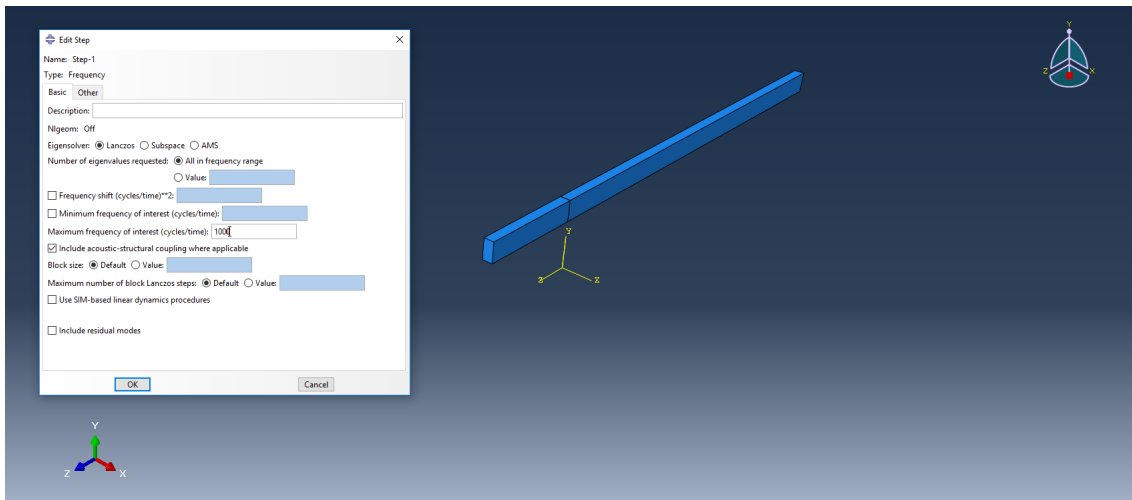


Fig. 3.12. Módulo “Step”

Además, para el cálculo frecuencial se debe elegir, o bien la frecuencia máxima de vibración que se calculará, o el número de modos de vibración a estudiar. Elegir bien este parámetro es importante ya que el tiempo de cálculo dependerá de ello. En el caso de este ensayo se eligió una vibración máxima de 1000 Hz, lo que corresponderían posteriormente a 5 modos de vibración, aunque se utilizasen únicamente los cuatro primeros. Ver figura 3.12.



### 3.1.5. Módulo “Interaction”

En este módulo se define el tipo de interacción que existirá entre ambas partes de la estructura. Teniendo en cuenta el caso que se plantea deben realizarse dos configuraciones claramente diferenciables. Por una parte, el área de las dos partes de la estructura que están en contacto y deben estar unidas y, por otra, la zona de la grieta en la que se ha establecido una interacción sin rozamiento.

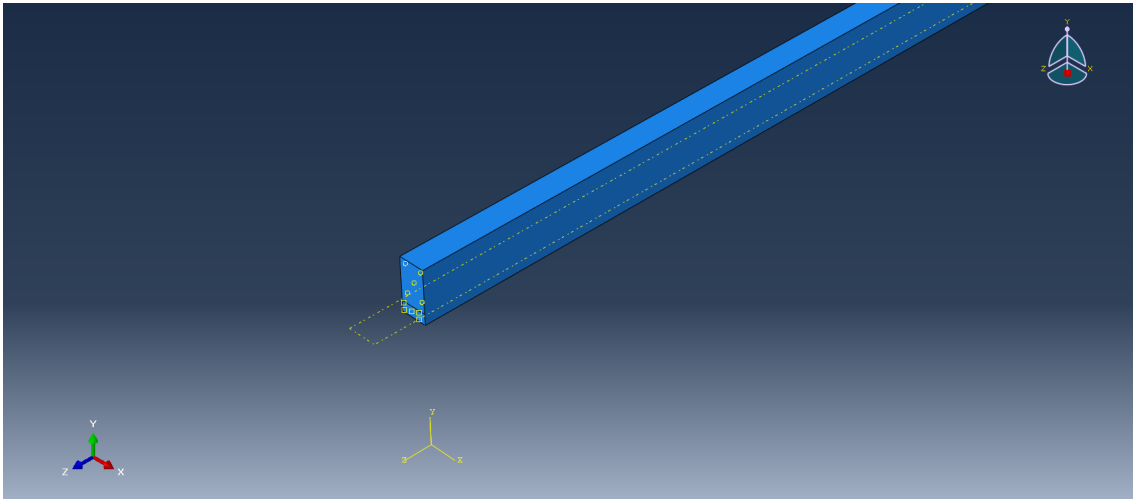


Fig. 3.13. Creación de interacciones entre las partes

En la figura 3.13 se pueden diferenciar la zona de la viga que une ambas partes (señalada con círculos) y la zona en la que se encuentra la fisura (señalada con cuadrados).

### 3.1.6. Módulo “Load”

Este módulo es de gran importancia ya que es el que permite establecer las condiciones de contorno y las cargas externas. En el caso de este proyecto el módulo “Load” ha sido utilizado únicamente para establecer las condiciones de contorno, ya que al querer estudiar las frecuencias naturales de la estructura no se requieren cargas externas sobre ella.

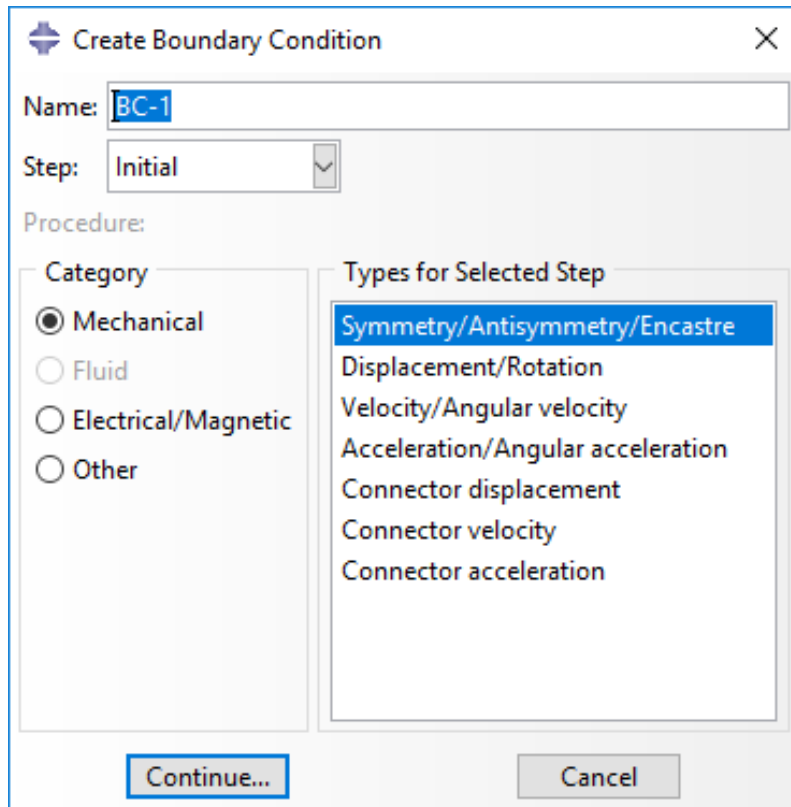


Fig. 3.14. Configuración de las condiciones de contorno

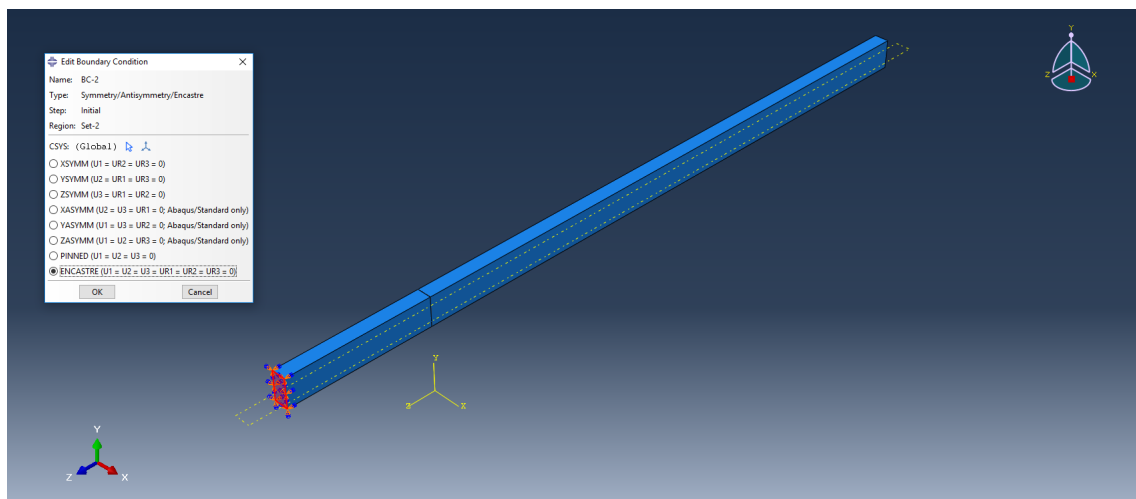


Fig. 3.15. Elección geométrica de las condiciones de contorno

Como se puede apreciar en la figura 3.15, se ha seleccionado un empotramiento por todo el área transversal del extremo de la viga más cercano a la fisura.

### 3.1.7. Módulo “Mesh”

En este módulo se realiza el mallado del modelo. Existen muchas formas de mallado y de colocación de los nodos en la figura pero, al tratarse de una viga con forma de prisma rectangular, la configuración por defecto que se obtiene en el programa es la de elementos con forma de hexaedro regular. Para determinar el número de nodos apto para un análisis acorde a los requerimientos debe realizarse previamente un estudio de sensibilidad de malla, el cual se explica detalladamente en el apartado 3.2. Este estudio concluyó con que el parámetro general que utiliza el programa (“Approximate Global Size”) debía tener el valor de 0.0006.

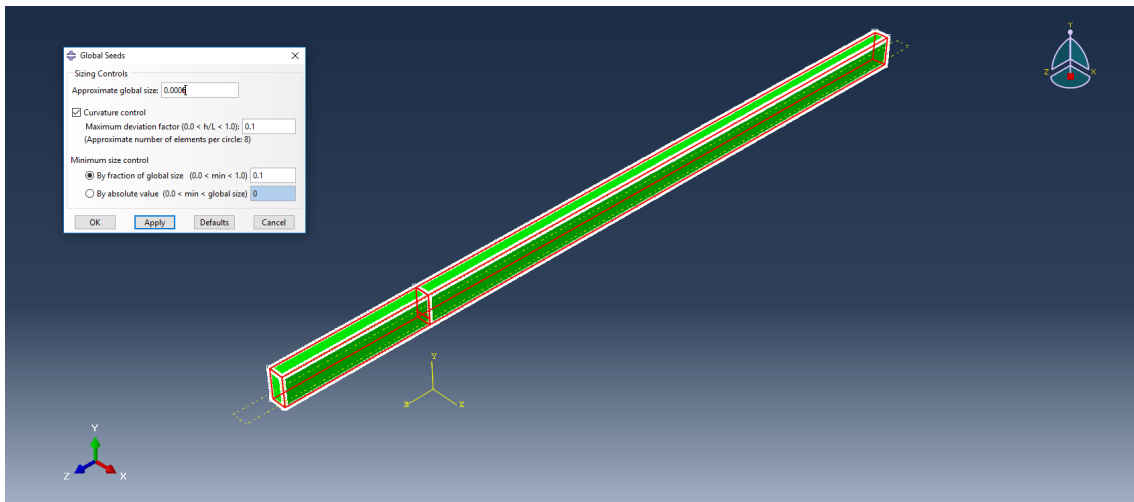


Fig. 3.16. Elección del tamaño de malla

Una vez que se ha determinado la distancia entre nodos se procede al mallado de la figura.

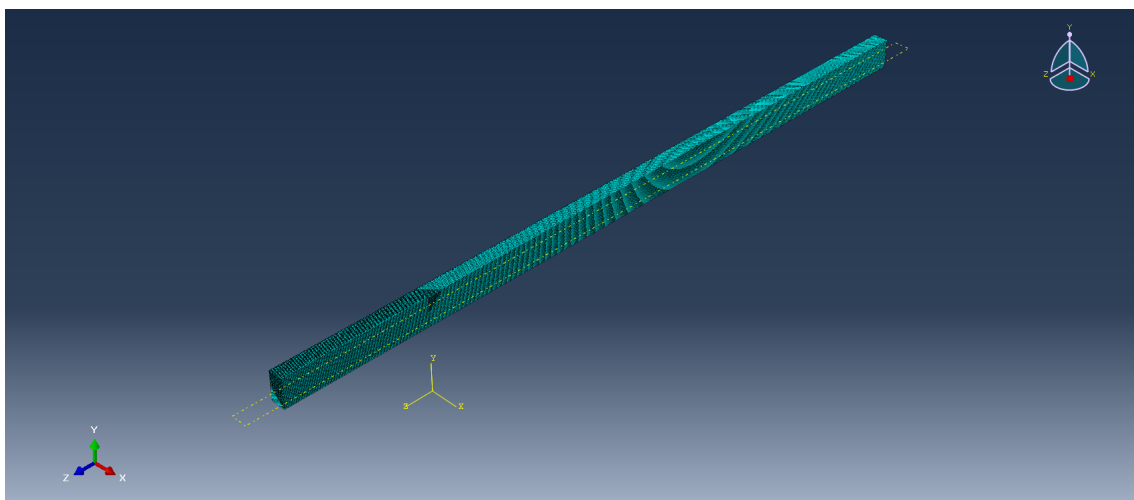


Fig. 3.17. Mallado del modelo

### 3.1.8. Módulo “Job”

En este módulo se recogen todas las configuraciones creadas en los módulos anteriores y se juntan para su posterior análisis mediante la creación de un “Job”.

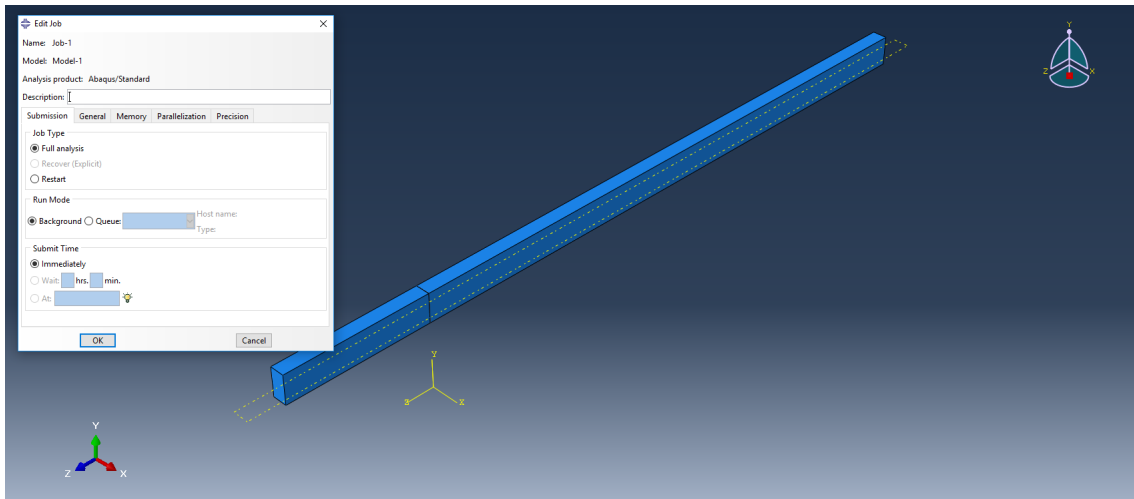


Fig. 3.18. Creación del “Job”

Posteriormente se manda analizar dicho modelo ya terminado.

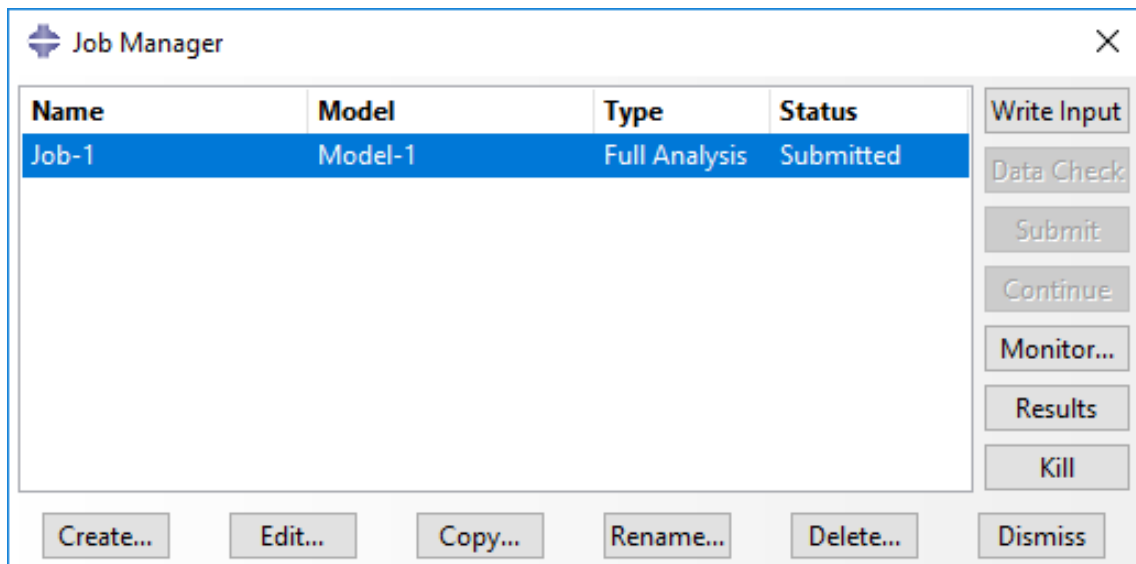


Fig. 3.19. Lanzamiento del modelo a analizar

### 3.1.9. Módulo “Visualization”

Una vez el programa realiza los cálculos necesarios se pueden obtener los resultados pulsando “Results” en el menú “Job Manager”. Abaqus te redirige al módulo “Visualiza- tion” en el que se pueden visualizar los resultados con todo lujo de detalles. Desplegando la pestaña “Results” de la barra de tareas y seleccionando Step/Frame se pueden obtener directamente las frecuencias naturales para cada modo de vibración.

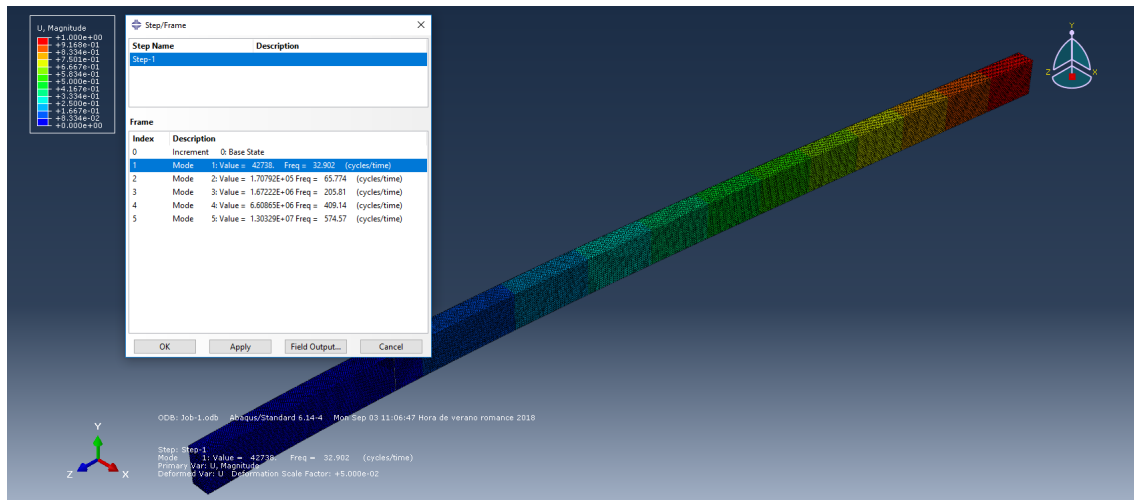


Fig. 3.20. Resultados obtenidos

## 3.2. Análisis sensibilidad de malla

El mallado es una parte imprescindible para realizar un análisis por el método de elementos finitos ya que es lo que determina el grado de exactitud de los resultados que se obtengan. Por regla general, cuanto mayor sea el número de nodos contenidos en el mallado mayor precisión se obtendrá en deformaciones, tensiones, etc.

Teniendo esto en cuenta, lo más lógico sería diseñar siempre una malla con el mayor número de nodos posible, pero esto tiene un inconveniente, el tiempo de cálculo. Es por esto que se debe encontrar un equilibrio entre la precisión requerida en los ensayos a realizar y un tiempo de cálculo que no sea excesivo. Es por esto que, previamente a estudiar los resultados, debe realizarse un análisis de sensibilidad de malla.

Global size	Nº Ensayo	Nodos	Elementos	Tipo Elementos	<i>FreqI<sub>1</sub></i> (Hz)	<i>FreqII<sub>1</sub></i> (Hz)	<i>FreqI<sub>2</sub></i> (Hz)	<i>FreqII<sub>2</sub></i> (Hz)
0,005	1	1530	800	Linear Hexaedral	28,5858	63,649	178,89	396,31
0,004	2	3048	1857	Linear Hexaedral	31,087	64,462	194,51	401,19
0,003	3	5240	3387	Linear Hexaedral	31,089	64,943	194,51	404,66
0,002	4	16632	12500	Linear Hexaedral	32,298	65,466	202,05	407,31
0,001	5	115962	100000	Linear Hexaedral	33,000	65,719	205,15	408,82
0,0007	6	322200	289884	Linear Hexaedral	32,876	65,764	205,65	409,08
0,0006	7	526680	482052	Linear Hexaedral	32,903	65,776	205,81	409,15
0,00065	8	394752	357585	Linear Hexaedral	32,887	65,770	205,71	409,11
0,00058	9	559872	512890	Linear Hexaedral	32,903	65,778	205,81	409,16
0,00056	10	629185	578664	Linear Hexaedral	32,903	65,779	205,85	409,17

TABLA 3.1. TABLA SENSIBILIDAD DE MALLA

Para el mallado de la viga a ensayar se ha experimentado con diez tipos de malla diferentes, todos con elementos de la misma forma pero de distinto tamaño. Puesto que para introducir valor de la separación entre nodos el programa Abaqus utiliza el parámetro “Approximate Global Size” se ha incluido dicho valor en la tabla 3.1. De dicha tabla se pueden obtener los gráficos que relacionen los valores de las frecuencias con el número de nodos y elementos del mallado.

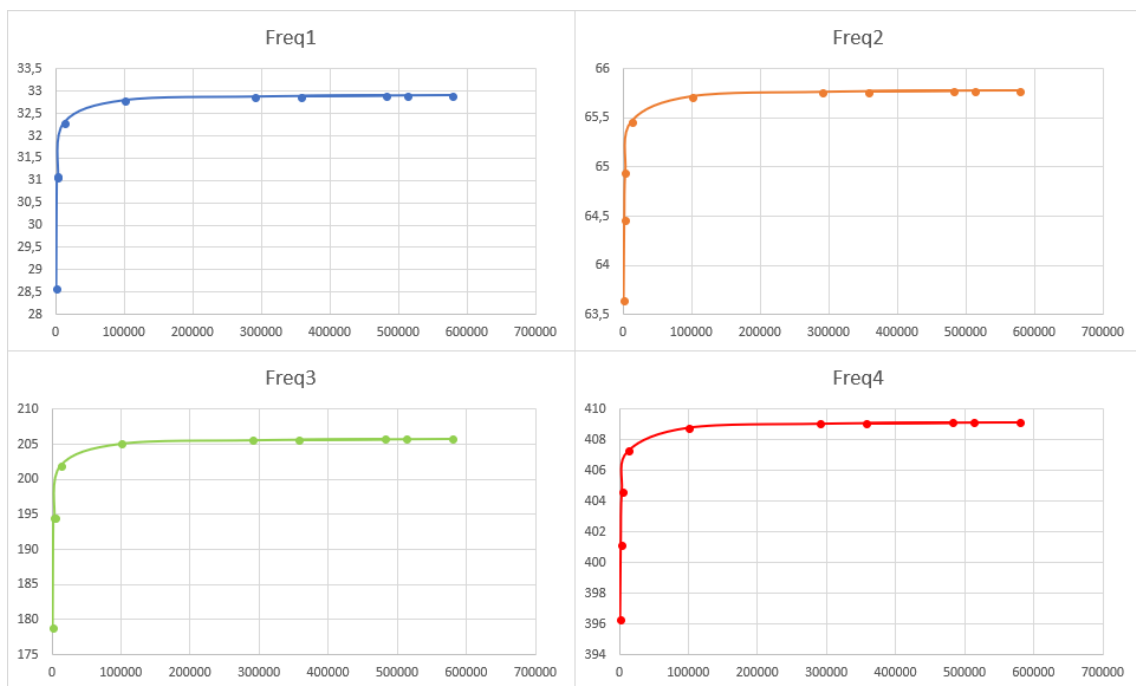


Fig. 3.21. Frecuencias obtenidas en función del número de elementos

En la figura 3.21 se representan en varios gráficos el valor de las frecuencias obtenidas para cada modo de vibración (eje de ordenadas) en función del número de elementos de la malla (eje de abscisas), correspondiéndose “Freq1” y “Freq3” con uno de los planos de vibración y “Freq2” y “Freq4” con el otro.

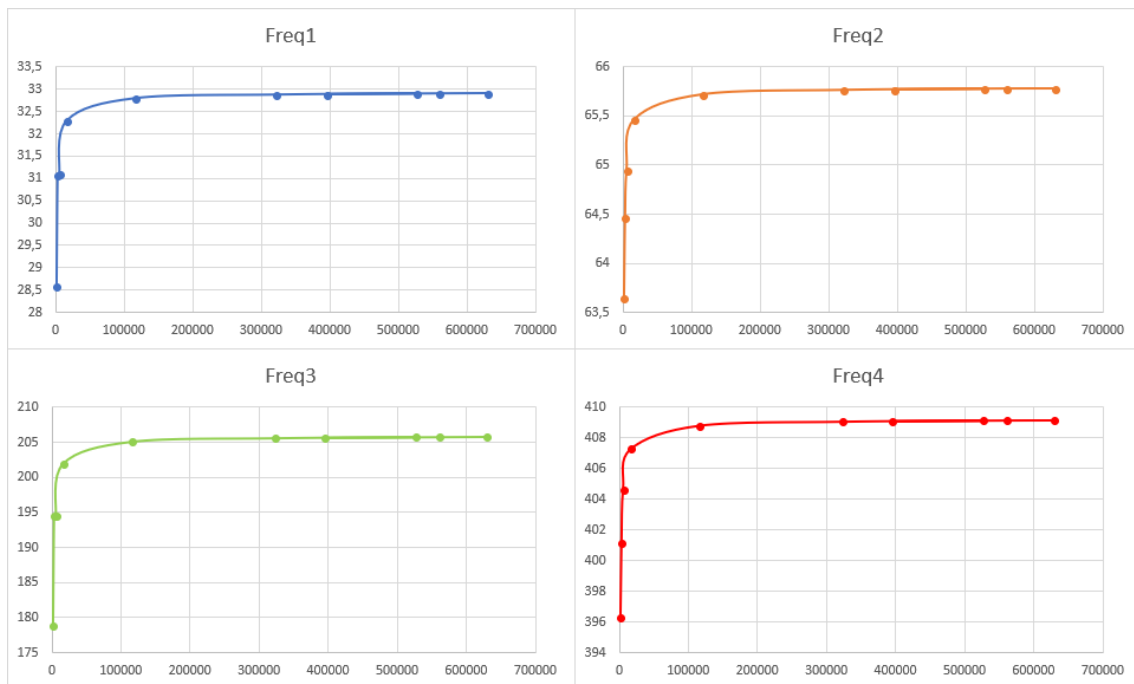


Fig. 3.22. Frecuencias obtenidas en función del número de nodos

En la figura 3.22 se puede visualizar las frecuencias obtenidas en Abaqus para cada modo de vibración (eje de ordenadas), esta vez en función del número de nodos que contenga la malla (eje de abscisas).

Como se puede comprobar el valor de las frecuencias se estabiliza en torno a los 100.000 nodos o elementos en la malla, pero para conseguir una mayor precisión y poder apreciar la variación en los diferentes modelos que se realicen se ha elegido el valor del parámetro “Approximate Global Size” de 0.0006, lo que supone un número de nodos y elementos aproximado de 500.000.

### 3.3. Validación

Para corroborar que los resultados obtenidos son correctos se deben comparar con otros ensayos ya realizados y validados. En este caso se utilizará una interfaz gráfica creada por Sergio Moreno López [3]. Esta interfaz es generada a partir de un código de Matlab que permite introducir configuraciones de varios tipos de vigas para obtener las frecuencias de vibración. Los parámetros que se introducirán serán:

- Viga con una configuración Empotramiento-Libre
- Longitud de 0.5m
- Altura y anchura de 0.01m y 0.02m, cuyo valor será alternado para obtener las frecuencias en los dos planos requeridos.

- Sin masas puntuales
- Densidad:  $2700\text{kg}/\text{m}^3$  Módulo de elasticidad:  $70 \times 10^9 \text{N}/\text{m}^2$
- Número de elementos finitos: 500

Al no tratarse de un software especializado en el método de elementos finitos, si se introduce un número de elementos muy alto la interfaz gráfica puede tardar demasiado en resolver todos los cálculos y, puesto que se trata de una validación, no se necesita una precisión impecable.

Una vez introducidos estos valores se puede comprobar que corresponden en mayor o menor grado con los de la salida en el programa Abaqus, por lo que se puede afirmar que son correctos. Los valores numéricos de las frecuencias dadas por la interfaz son:

- Primer modo en posición vertical: 65.7874 Hz
- Segundo modo en posición vertical: 412.371 Hz
- Primer modo en posición horizontal: 32.8937 Hz
- Segundo modo en posición horizontal: 206.186 Hz

Los valores se aproximan, con un error ínfimo, a los obtenidos en el software Abaqus.

### 3.4. Creación de la red neuronal artificial

Los resultados que se han obtenido del módulo de análisis de Abaqus son las frecuencias naturales de cuatro modos de vibración de la viga, dos para la viga colocada de forma vertical y otros dos para la viga en posición horizontal. Se han realizado un total de 96 ensayos en los que se han ido variando los parámetros  $\gamma$  y  $\alpha$  que determinan la posición y la profundidad de la fisura respectivamente, a los que hay que añadir los otros 10 del análisis de sensibilidad de la malla. Lo que se desea implementar ahora es un sistema o modelo numérico para que, en función de unos valores de frecuencias dados, se pueda identificar la posición y la profundidad de la fisura, es decir, los parámetros  $\alpha$  y  $\gamma$ .

Para ello se creará una red neuronal artificial en Matlab. MathWorks es el líder en desarrollo de software de cálculo matemático para ingenieros y científicos. MathWorks, fundada en 1984, cuenta con más de 3.500 trabajadores en 15 países y su sede central está situada en Natick, Massachusetts, Estados Unidos. [11]

Matlab (“Matrix Laboratory”) es una herramienta de software matemático creada por Mathworks. Está basada en un lenguaje de programación propio y ha sido desarrollada con el fin de resolver problemas científicos y de ingeniería. Contiene un lenguaje matemático muy extenso, que junto a sus librerías y sus ventanas de visualización lo convierten en un programa de cálculo numérico muy completo.



Para este proyecto se ha utilizado la versión R2018a ya que se trata de la más actualizada. Ha sido necesario para realizar la validación del modelo numérico diseñado en Abaqus y para la creación de las redes neuronales que dan lugar a las expresiones que describen el comportamiento de la estructura.

### 3.4.1. Acondicionamiento de los resultados de Abaqus

Las frecuencias obtenidas en Abaqus son las frecuencias naturales de cada uno de los ensayos, pero debido a las limitaciones del programa debe realizarse un ajuste. El valor de frecuencia que se va a utilizar es el bilineal, explicado en el apartado 2.1.4 y que depende tanto de la frecuencia de la viga con fisura como de la de la viga intacta. Ver fórmula 2.12.

Además, ese valor se va a adimensionalizar respecto al de la viga intacta para hacer el cálculo más sencillo y para facilitar el visionado de errores.

### 3.4.2. Introducción de los datos de entrenamiento

De la red neuronal se quieren obtener dos variables de salida como resultado,  $\gamma$  y  $\alpha$ , por lo que se diseñará una red y se aplicará para cada una de las variables. Debido a que no es el objetivo del proyecto, únicamente se explicarán las partes más importantes en la etapa de creación de la red y de su utilización. En el apartado 2.3 se indican los tipos de redes que existen. En nuestro caso se utilizará una RNA Perceptron Multicapa que se basará en el algoritmo de Levenberg–Marquardt para la obtención de la salida.

Los datos de entrada de la red serán los valores adimensionalizados de las cuatro frecuencias bilineales obtenidas mediante Abaqus (dos valores para cada plano). Estos datos se utilizarán para entrenar a la red y aportar la información necesaria de modo que, una vez haya “aprendido” mediante el algoritmo de Levenberg–Marquardt, sea capaz de obtener los parámetros que definen la posición y la profundidad de la fisura en función de las frecuencias naturales correspondientes.

### 3.4.3. Introducción de los datos de validación

Para comprobar los resultados que se obtengan del aprendizaje de la red es necesario introducir unos valores de validación o generalización. Estos datos son aleatorios y no deben corresponderse con los anteriormente introducidos (datos de entrenamiento).

Con estos datos se corroborará si la red se ha entrenado adecuadamente o, por el contrario, se necesita una mayor número de datos de entrada para hacerlo. Como se demostrará más adelante, los datos introducidos son suficientes para un correcto aprendizaje de la red.

### 3.4.4. Configuración de la red

Esta es una de las partes más importantes en la creación de la red. Se utilizará la función “newff” para definir la mayor parte de la configuración de la red. Aunque “newff” a día de hoy no se utiliza prácticamente, para el caso de este proyecto es válida. Esta función crea una nueva red con un cuadro de diálogo. Dentro del código se pueden encontrar varios elementos significativos:

- [10 6 4 1]: Estos valores numéricos corresponden al número de neuronas que compondrán cada capa, es decir, que la primera capa contendrá 10 neuronas, la segunda 6, la tercera 4 y la última, al ser la de salida y el resultado que se desea obtener, 1. El número de neuronas por capa se va cambiando en función de los resultados obtenidos hasta que se encuentren los valores óptimos. Por lo tanto, estos datos se han obtenido experimentalmente hasta dar con la configuración óptima en estas capas de neuronas. Estos son los valores en el caso de  $\gamma$ , para  $\alpha$  se han utilizado [6 4 3 1].
- “tansig”: Estos elementos designan el tipo de función de activación que tendrá cada capa de neuronas. En el caso de esta red todas utilizan la función “tansig”, que corresponde a una variante a la que da lugar la combinación entre la función sigmoidea y la tangente hiperbólica.

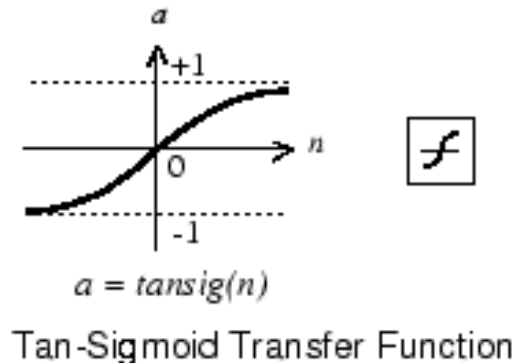


Fig. 3.23. Función “tansig”

- “trainlm”: Este elemento define el tipo de función de entrenamiento. En este caso se trata del algoritmo de Levenberg–Marquardt.

Una vez ha sido creada la red neuronal artificial solo queda ejecutar el archivo de Matlab y comprobar los resultados.

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1. Resultados

Los primeros resultados que se obtienen en este Trabajo de Fin de Grado son las frecuencias naturales de los modelos realizados en Abaqus:

Gamma	Alpha	Freq. 1	Freq. 2	Freq. 3	Freq. 4.
0,1	0,1	0,99906611	0,99402536	0,99964033	0,99891362
0,1	0,2	0,99684456	0,97702879	0,99880822	0,99590154
0,1	0,3	0,99346905	0,94812855	0,99756478	0,99094878
0,1	0,4	0,98879823	0,90490742	0,99587755	0,98399533
0,1	0,5	0,98252884	0,84285019	0,99366826	0,97489477
0,2	0,1	0,99933094	0,99575846	0,99997571	0,99997556
0,2	0,2	0,99777649	0,98361154	0,99995141	0,99993889
0,2	0,3	0,99535906	0,96246465	0,99990282	0,99981666
0,2	0,4	0,99201985	0,92994618	0,99985422	0,99964547
0,2	0,5	0,98750692	0,88119128	0,99975701	0,99941306
0,3	0,1	0,99955913	0,99717231	0,99985422	0,99959655
0,3	0,2	0,9985086	0,98902369	0,99956253	0,99844555
0,3	0,3	0,99690572	0,97461157	0,99910035	0,99640645
0,3	0,4	0,99466842	0,9518076	0,99846719	0,99324549
0,3	0,5	0,99163372	0,91621819	0,99758919	0,98844152
0,4	0,1	0,9997264	0,9982821	0,99956253	0,99860489
0,4	0,2	0,99908742	0,99328043	0,99851592	0,9946185
0,4	0,3	0,99811217	0,98429566	0,99695412	0,9876531
0,4	0,4	0,99673751	0,96974672	0,99479866	0,97684305
0,4	0,5	0,99486804	0,94624342	0,99186912	0,96046547
0,5	0,1	0,99984802	0,99905744	0,99934366	0,99796723
0,5	0,2	0,99949829	0,99635136	0,99783323	0,99211706
0,5	0,3	0,99896562	0,9913801	0,99553452	0,98192224
0,5	0,4	0,99821893	0,98323148	0,99236268	0,96607407
0,5	0,5	0,99719615	0,96970112	0,98810226	0,94203892

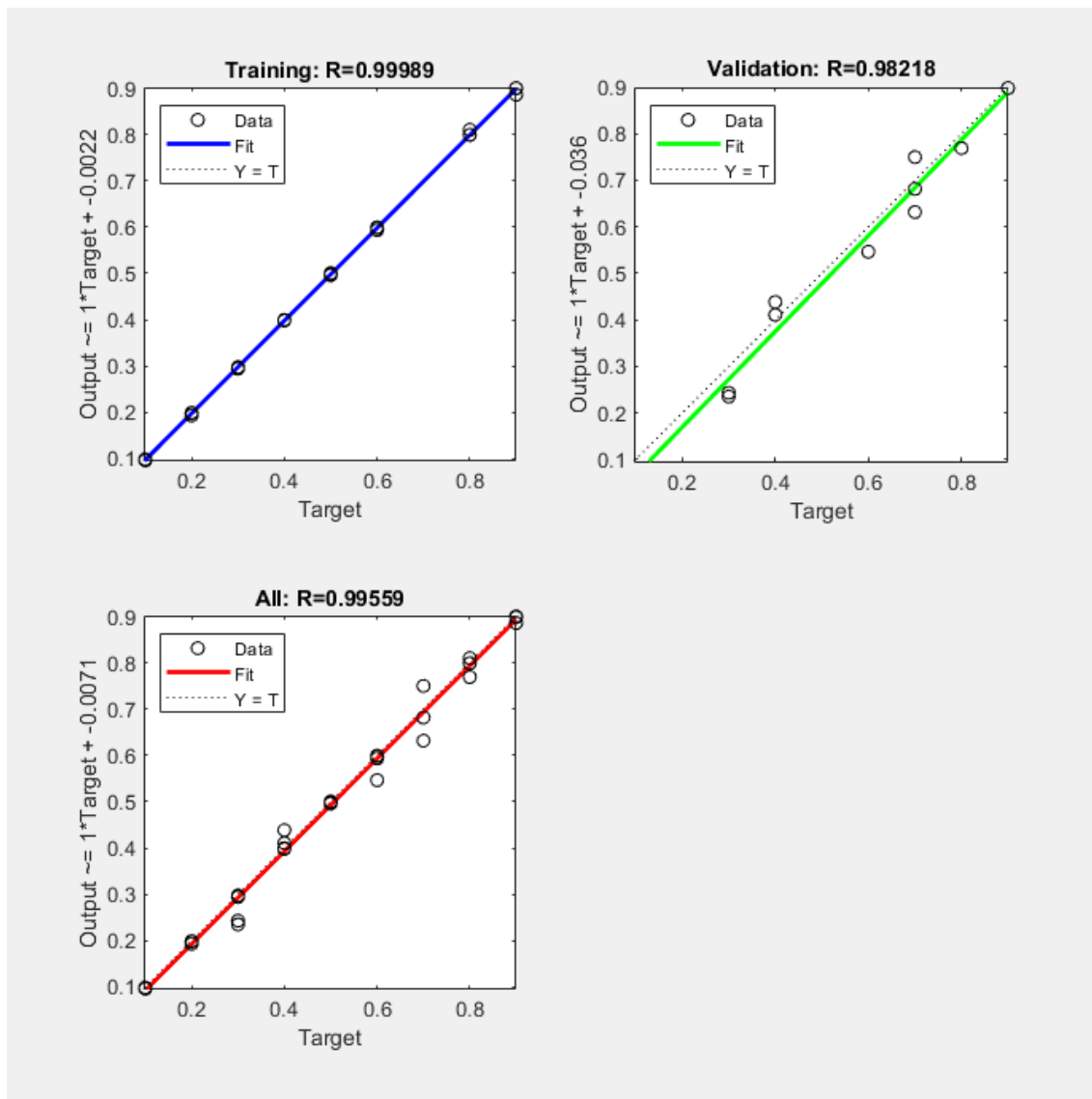
Fig. 4.1. Frecuencias bilineales adimensionalizadas (1)

Gamma	Alpha	Freq. 1	Freq. 2	Freq. 3	Freq. 4.
0,6	0,1	0,99992402	0,99957433	0,99941663	0,99812672
0,6	0,2	0,99977201	0,99832771	0,99800399	0,99272499
0,6	0,3	0,99952871	0,99601691	0,99587755	0,98314942
0,6	0,4	0,99917876	0,99220104	0,99292966	0,96792584
0,6	0,5	0,99870669	0,98575512	0,98894729	0,94404584
0,7	0,1	0,99996961	0,99984797	0,99963547	0,99888667
0,7	0,2	0,99992402	0,9994223	0,99880822	0,99564273
0,7	0,3	0,99983282	0,99858615	0,99754036	0,98974036
0,7	0,4	0,9997112	0,99723312	0,99575506	0,98003141
0,7	0,5	0,99954392	0,99493752	0,9932991	0,963914
0,8	0,1	0,9999848	0,99996959	0,99987852	0,99963324
0,8	0,2	0,9999848	0,99989358	0,99958685	0,99856812
0,8	0,3	0,99995441	0,99968074	0,99917335	0,99657874
0,8	0,4	0,99993921	0,99939189	0,99856465	0,99324549
0,8	0,5	0,99989362	0,99890541	0,99776003	0,98747773
0,9	0,1	1	1,0000152	0,99997571	0,99996334
0,9	0,2	1	1	0,99995141	0,99986555
0,9	0,3	1	0,99996959	0,99990282	0,99966993
0,9	0,4	0,9999848	0,99995439	0,99985422	0,99935188
0,9	0,5	0,9999848	0,99993919	0,99975701	0,99880093

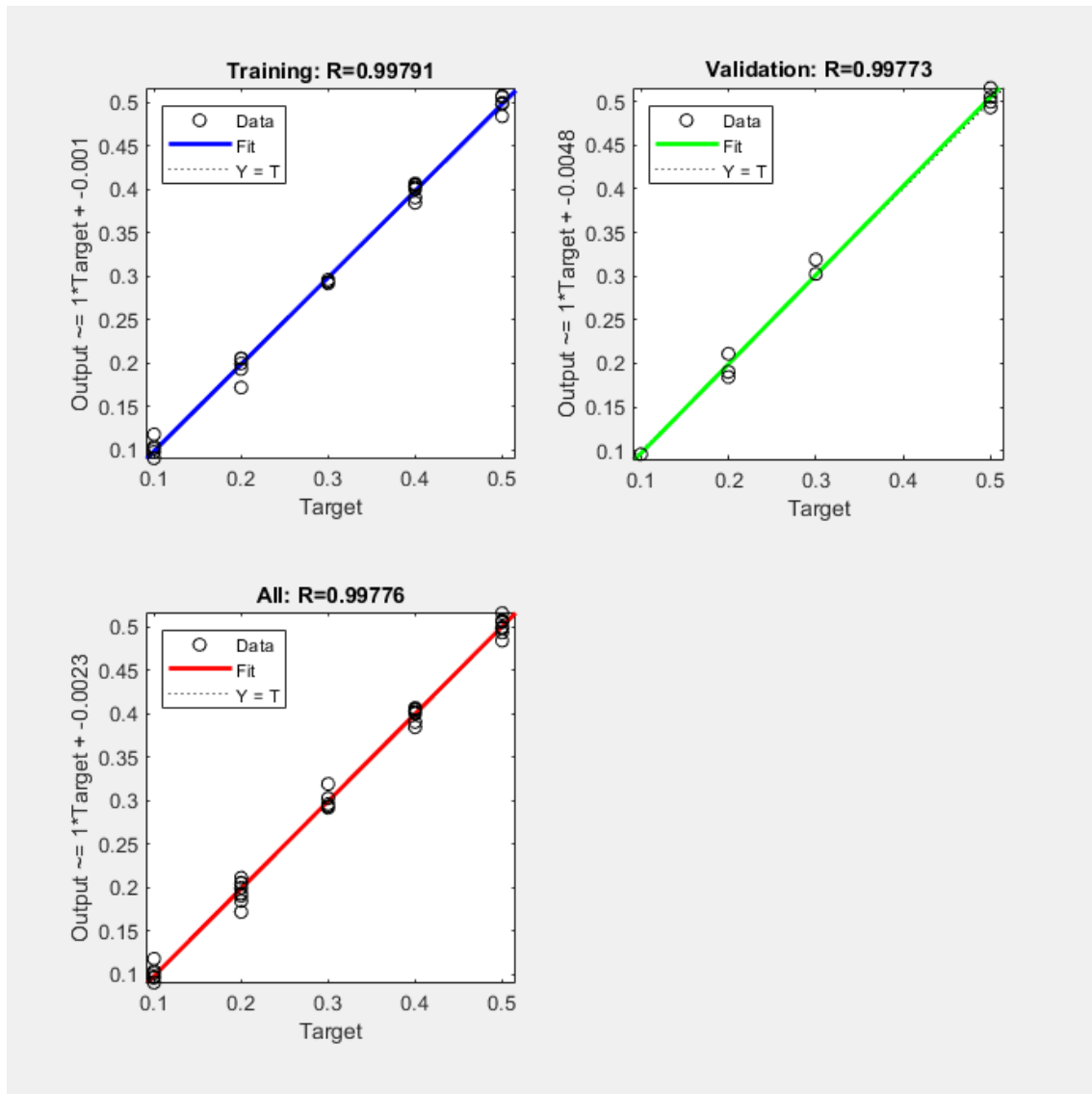
Fig. 4.2. Frecuencias bilineales adimensionalizadas (2)

Como se puede apreciar en las figuras 4.1 y 4.2, la mayoría de valores son muy similares, aunque existen casos en los que las frecuencias naturales disminuyen notablemente, como se comentará en el apartado 4.2.1. Una vez se tienen estos datos el siguiente paso era introducirlos a la RNA.

Al correr el código de la red aparece una interfaz gráfica con ciertos parámetros como el número de iteraciones que realiza el programa para obtener el resultado, cuyo valor se encuentra siempre entre 0 y 10000. Además, es posible obtener una gráfica con la regresión entre los valores de los parámetros de la fisura reales y los estimados:

Fig. 4.3. Gráficos de regresiones del parámetro  $\gamma$ 

En la figura 4.3 aparecen tres gráficos. El azul compara los valores de  $\gamma$  reales y que da como salida la red en la fase de entrenamiento, el verde compara esos valores en la fase de validación y el rojo junta ambos valores y hace una regresión con todos ellos. Como se puede apreciar, la regresión es ligeramente más adecuada con los datos de entrenamiento que con los de validación pero la diferencia es pequeña.

Fig. 4.4. Gráficos de regresiones del parámetro  $\alpha$ 

En el caso de  $\alpha$ , la figura 4.4 muestra que las gráficas de entrenamiento y validación son más exactas y similares entre ellas que las del parámetro  $\gamma$ . Aún así, no se puede afirmar que exista una diferencia de resultados entre ambos parámetros puesto que son regresiones muy similares. Además, cada vez que se ejecuta el código los resultados varían según el número de iteraciones que se realicen, por lo que estos resultados, aunque muy ligeramente, pueden variar.

Además de los gráficos de las regresiones, se pueden obtener de Matlab los valores exactos de salida de la red y, comparándolos con los datos de entrada, es posible calcular tanto los residuos como los errores relativos de cada uno de los resultados.

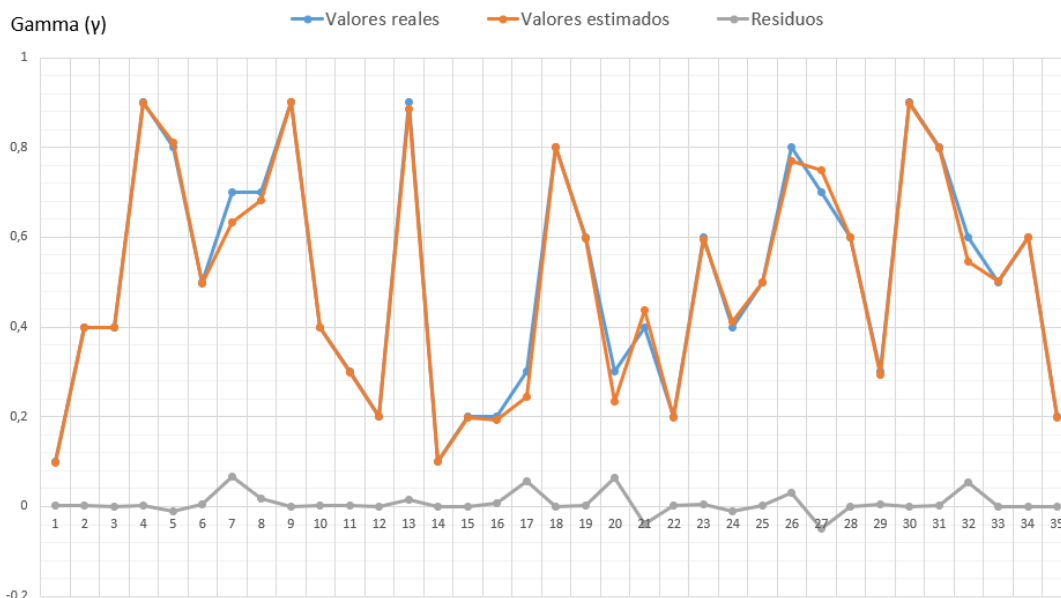


Fig. 4.5. Resultados del parámetro  $\gamma$

Como se puede ver en la figura 4.5 los valores que estima la red se aproximan bastante a los valores reales del parámetro  $\gamma$ . Solo hay dos datos que superan el 10% de error relativo de los treinta y cinco totales.

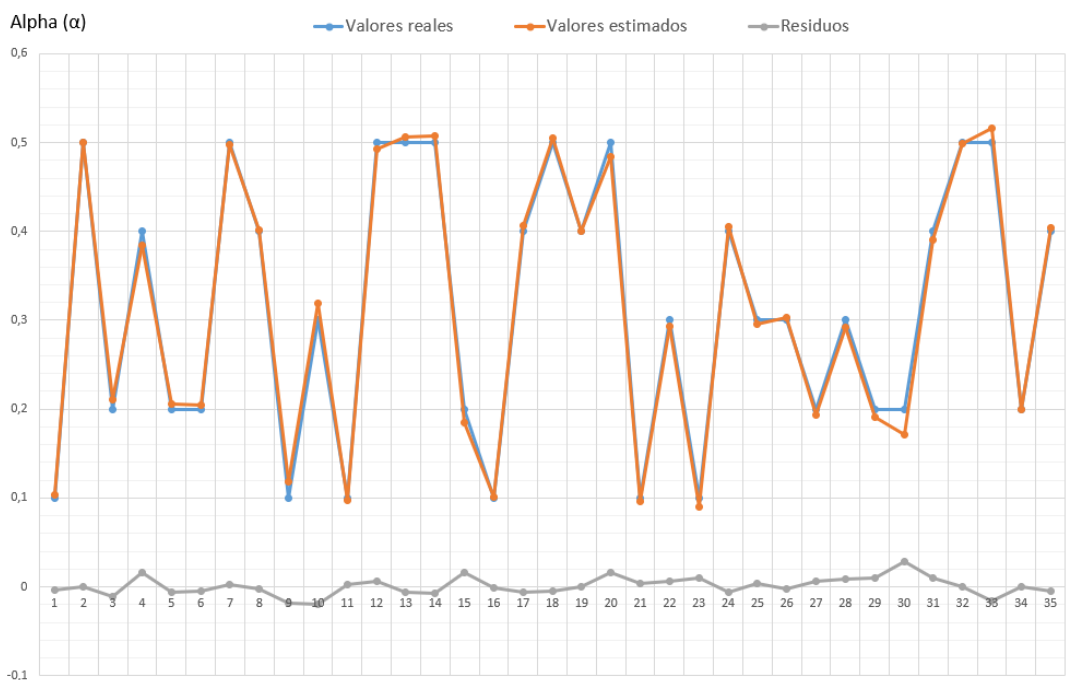


Fig. 4.6. Resultados del parámetro  $\alpha$

En la figura 4.6, como en el caso anterior, se puede apreciar que los datos estimados se asemejan a los reales. Para este parámetro también existen únicamente dos datos que superan el 10% de error relativo, por lo que se puede afirmar que son resultados aceptables.

## 4.2. Discusión de los resultados

En este apartado se estudiarán los resultados obtenidos tanto de los modelos creados en Abaqus como de la salida de la RNA y se discutirá acerca de su repercusión en el proyecto y en las conclusiones que se sacarán posteriormente.

### 4.2.1. Resultados de Abaqus

Se pueden sacar varias conclusiones sobre las frecuencias naturales de las vigas que se han logrado mediante el análisis por elementos finitos en Abaqus.

Por una parte, es posible y coherente afirmar que, cuando aumenta el valor del parámetro  $\alpha$ , es decir, se modela una viga con mayor profundidad de fisura, la frecuencia natural de la viga disminuye. Esto se podía suponer antes de realizar los cálculos puesto que es lógico que, al aumentar la profundidad de la fisura, la rigidez de la viga disminuirá y por tanto su frecuencia natural hará lo propio.

Por otra parte, se puede decir que existe un valor para  $\gamma$  a partir del cual, sea cual sea la profundidad de la viga, la frecuencia natural de la estructura no disminuye, es decir, no se ve afectada por esa fisura. Para concretar, dicho valor correspondería a  $\alpha = 0,4$  aproximadamente. Esto quiere decir que si la fisura se encuentra a una distancia lo suficientemente grande del empotramiento en una viga en voladizo, no afectará al análisis frecuencial de la estructura. Puede que sí tenga repercusión en otros aspectos estructurales, pero no en lo referido al estado de vibración.

Para concluir, se puede afirmar que las frecuencias naturales de los modos de vibración 2 y 4 (los que simulan un comportamiento de la viga colocada en posición vertical) son susceptibles de sufrir variaciones mayores que las frecuencias naturales de los modos de vibración 1 y 3. Aunque todas las frecuencias tienden a variar con los mismos valores de  $\gamma$  y  $\alpha$ , unas se alejan más del comportamiento de la viga sin fisurar que otras.

### 4.2.2. Resultados de la RNA

En relación a los resultados logrados mediante la red neuronal artificial, poco más puede añadirse a lo ya mencionado anteriormente. Los resultados de la red son bastante precisos, de hecho solo hay un dato que supere el 20 % de error relativo y las regresiones mostradas en las figuras 4.3 y 4.4 respaldan estas afirmaciones con unos puntos en sus gráficas que se aproximan enormemente a la recta de regresión. Las regresiones son rectas con pendientes de valor unitario puesto que la salida de la red tiene que asemejarse al valor real del parámetro a medir.

Asumiendo esos errores que, dentro de unos márgenes lógicos y siempre teniendo en cuenta que no pongan en peligro la estabilidad de la estructura, son asimilables, puede afirmarse que se ha logrado el objetivo del proyecto.



## 5. MARCO REGULADOR Y ENTORNO SOCIO-ECONÓMICO

### 5.1. Marco regulador

En este Trabajo de Fin de Grado el marco regulador no tendrá gran importancia debido a que se trata de un estudio teórico y no se encuentra bajo ningún tipo de normativa o legislación vigente.

Además, las tecnologías que se han aplicado en el trabajo no son susceptibles de ser protegidas como propiedad intelectual. No se ha realizado ningún tipo de demostración o descubrimiento de ninguna índole sino que se han utilizado tecnologías, aplicaciones y métodos ya existentes.

### 5.2. Entorno socio-económico

#### 5.2.1. Presupuesto

Dentro de este apartado se tendrán en cuenta tres tipos de costes que han sido necesarios para la realización del proyecto: materiales, humanos y licencias.

#### Materiales

Los costes en materiales han sido debidos básicamente a la adquisición de un ordenador de sobremesa para la realización de los modelos en el módulo de análisis de Abaqus ya que, a causa de la precisión requerida en el proyecto el número de operaciones que se realizan en el programa aumenta.

Se ha adquirido, por tanto, un ordenador compuesto por un procesador “AMD RYZEN 7 1700 3.7 GHZ BOX” con 16 Gb de RAM, además del resto de componentes necesarios. El precio total del ordenador ha ascendido a 1214,96€.

Se va a aplicar la fórmula de los costes de amortización ya que se desea obtener realmente qué parte del coste del ordenador se ha utilizado en el trabajo.

$$C_{amortización} = \frac{A}{T} \cdot C \cdot U \quad (5.1)$$

En la fórmula 5.1 el término A corresponde al tiempo de utilización del objeto, T al tiempo de depreciación, C al coste total y U al porcentaje de uso del mismo. La aplicación de esta fórmula teniendo en cuenta que el porcentaje de utilización ha sido del 100 %, que el tiempo de uso ha sido de cuatro meses y que el tiempo de depreciación de un ordenador corresponde a cinco años da como resultado un coste de amortización de 80,99€.

Tanto el coste de amortización del teléfono móvil utilizado para la búsqueda de información y el material de escritura se consideran despreciables. Tampoco ha sido necesaria la adquisición de ningún tipo de documento en formato físico y la parte correspondiente a la tarifa de ADSL no se incluirá ya que se considera despreciable también.

### Costes humanos

Para obtener los costes humanos se han tenido en cuenta tanto las horas empleadas por el alumno como las empleadas por la tutora del trabajo. Se estimarán 360 horas de trabajo del alumno y 40 horas de la tutora.

	Precio de la hora (€/h)	Número de horas (h)	Coste total (€)
Alumno	15	360	5400
Tutora	45	40	1800
<b>Total</b>			<b>7200</b>

TABLA 5.1. TABLA DE COSTES HUMANOS

La tabla 5.1 proporciona, por tanto, el dato del coste humano total del proyecto.

### Licencias

Estos costes se han debido a las licencias de los siguientes programas o paquetes informáticos:

	Coste total (€)
Licencia Abaqus Estudiantil	3000
Paquete Microsoft Office 2010 Standard	39
Licencia Matlab	2000
<b>Total</b>	<b>5039</b>

TABLA 5.2. TABLA DE COSTES POR LICENCIAS

Por lo tanto, como se muestra en la tabla 5.2, el coste total de licencias asciende a 5039€.

Teniendo en cuenta los tres tipos de costes se obtiene el total del proyecto:

	Coste total (€)
Materiales	80,99
Costes Humanos	7200
Licencias	5039
<b>Total</b>	<b>12319,99</b>

TABLA 5.3. TABLA DE COSTES TOTALES

El resultado de la tabla 5.3 da un presupuesto del proyecto de 12319,99€.

### 5.2.2. Planificación del proyecto

Se pueden diferenciar claramente varias etapas en la realización de este proyecto:

- **Comprensión del proyecto:** esta etapa está comprendida entre la explicación inicial de la tutora y la comprensión final del objetivo del proyecto y la forma de llevarlo a cabo por parte del alumno.
- **Búsqueda de información y antecedentes:** esta etapa es el intervalo temporal en el que el alumno ha estado buscando fuentes para la comprensión de la base teórica, ya sea por búsqueda propia o gracias al material aportado por la tutora.
- **Creación y análisis de modelos en Abaqus:** este intervalo engloba el tiempo utilizado para la simplificación del modelo, optimización de la malla, validación del modelo y cálculo de resultados de todos los casos introducidos a Abaqus.
- **Análisis de resultado de Abaqus:** es el tiempo utilizado en comprobar y analizar los resultados obtenidos en Abaqus.
- **Creación de la RNA:** se trata del tiempo necesitado para la creación de la red neuronal artificial en el código de programación de Matlab.
- **Aprendizaje de LaTeX:** puesto que la memoria del proyecto ha sido redactada en el entorno de LaTeX, se ha dedicado un tiempo al aprendizaje de este lenguaje informático y este apartado cuantifica ese intervalo temporal.
- **Redacción del informe:** aquí se recoge el tiempo destinado a la realización de la memoria, incluyendo paso a limpio de borradores, inclusión de figuras y tablas, etc.
- **Análisis de resultados de la RNA:** en este periodo de tiempo se analizaron los resultados obtenidos de la red neuronal artificial.
- **Reuniones con la tutora:** en esta actividad se han agrupado todas las reuniones de tutorías programadas a lo largo del desarrollo del proyecto.

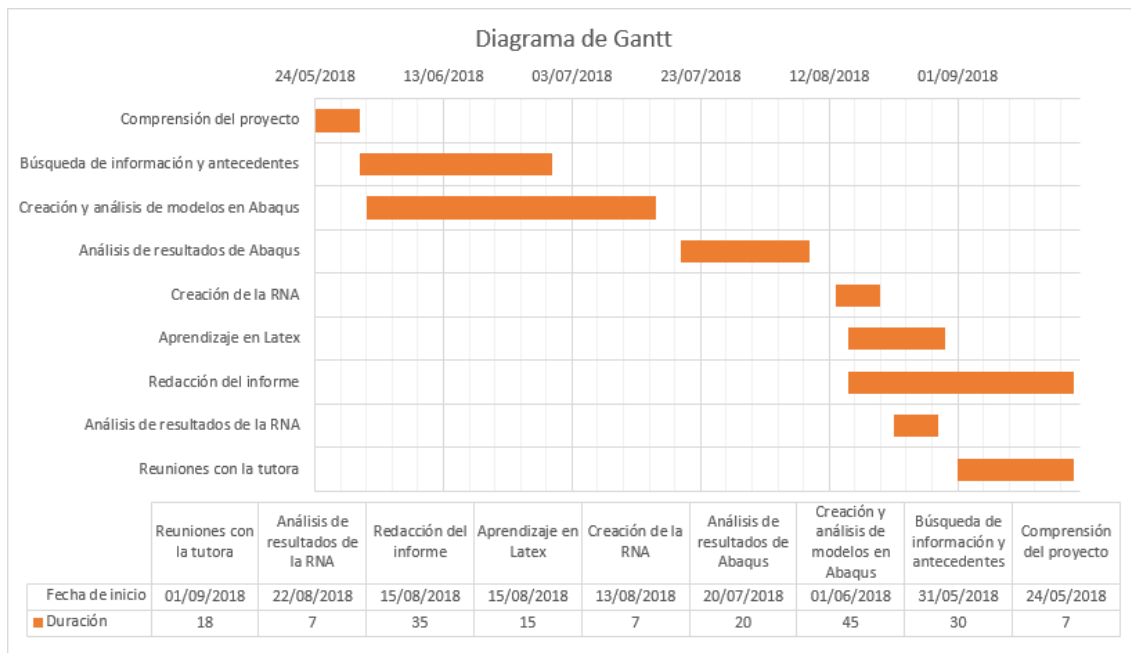


Fig. 5.1. Diagrama de Gantt del proyecto

Como se puede apreciar en la figura 5.1 se ha realizado un Diagrama de Gantt con las distintas actividades realizadas durante el trabajo, sus duraciones y fechas de inicio y fin. La duración total del proyecto asciende a unos cuatro meses aproximadamente.

### 5.2.3. Impacto socio-económico

Este proyecto como tal no va a tener un impacto socio-económico destacable puesto que no hace una gran aportación tecnológica que pueda ser utilizada con fines lucrativos o de interés social. Sin embargo, puede que posibles estudios, trabajos o proyectos en relación a lo aportado en este trabajo sí. A lo que se está refiriendo es a que, por poner un ejemplo, si se diese el caso de que en base a la información dada en este Trabajo de Fin de Grado se realizasen ensayos experimentales que respaldasen los resultados aquí obtenidos y, posteriormente, se diseñara algún tipo de aplicación o tecnología que con los valores de las frecuencias en estructuras detectasen las fisuras y su profundidad, se podría llegar a obtener beneficio. El caso supuesto sería muy poco probable puesto que ya existen técnicas de detección de imperfecciones en materiales pero si se llegase a optimizar y resultase esta opción más rentable podría llegar a suceder lo comentado.

## 6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

### 6.1. Conclusiones

La conclusión principal a la que se ha llegado con la realización de este Trabajo de Fin de Grado es la de que es posible llegar a identificar la posición y la profundidad de una fisura en una viga en voladizo siempre que se disponga de los valores frecuenciales necesarios de la estructura.

Para ello, se han realizado una serie de modelos en un módulo de análisis por elementos finitos como es Abaqus. De este estudio se obtendrían las frecuencias naturales de la viga para cada valor de posición y profundidad de la fisura.

Mediante un ligero ajuste a partir de la frecuencia de la viga intacta se obtendrían más tarde los valores de las frecuencias bilineales adimensionalizados respecto de dicha viga sin fisura.

Esas frecuencias bilineales serían utilizadas posteriormente como valores de entrada para una red neuronal artificial creada en Matlab que, mediante un proceso de entrenamiento, obtendría como salida los valores estimados de los parámetros que hacen referencia a la posición y profundidad de la viga estudiada.

Las conclusiones de carácter más técnico han sido ya comentadas en el apartado 4.2, en el que se ha descrito la influencia del tamaño y posición de la fisura en la viga y los resultados obtenidos en la RNA.

### 6.2. Trabajos Futuros

Las conclusiones de este proyecto dan cabida a otros posibles trabajos en relación a todo lo aquí mencionado.

Un posible tema para futuros trabajos podría ser la puesta en práctica de la fase experimental de este proyecto, lo que correspondería a la realización de un ensayo modal en algún laboratorio con la instrumentación adecuada. Se podrían reproducir una serie de modelos utilizados en este Trabajo de Fin de Grado para calcular sus frecuencias naturales y observar y analizar los resultados.

Otra posible opción para un futuro proyecto sería el desarrollo de un dispositivo que midiese estas frecuencias naturales y que, automáticamente, aportase al usuario el valor de la posición y de la profundidad de la fisura en la estructura. Es obvio que este tipo de proyecto sería más laborioso y necesitaría de unas tecnologías muy avanzadas.

**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] A. F. Redruello, “Identificación de fisuras semielípticas en ejes sometidos a sollicitaciones combinadas de flexión y tracción mediante la aplicación de redes neuronales,” 2011.
- [2] J. L. Bejar, “Estudio del factor de intensidad de tensiones en un eje giratorio mediante la aplicación de redes neuronales,” 2015.
- [3] S. M. López, “Desarrollo de una interfaz gráfica en matlab para el análisis modal de vigas,” 2014.
- [4] P. del Río Fernández, “Creación y validación de un modelo de elementos finitos de una viga mediante análisis modal,” 2015.
- [5] R. F. Steidel, “Introducción al estudio de las vibraciones mecánicas,” 1981.
- [6] L. H. A. Sosa, “Frecuencia natural. ([www.7dias.com.do/opiniones/2016/02/07/i204826\\_frecuencia-natural.html](http://www.7dias.com.do/opiniones/2016/02/07/i204826_frecuencia-natural.html)),” 2016.
- [7] C. P. Gómez, “Análisis de la influencia del tipo de contacto en el comportamiento vibratorio de una viga fisurada,”
- [8] AutoFEM, “Las frecuencias de vibración natural de una viga en voladizo. ([www.autofem.com/examples/es/determining\\_natural\\_frecuencie.html](http://www.autofem.com/examples/es/determining_natural_frecuencie.html)),” 2014.
- [9] Álvaro Vaz-Romero Santero, “Método de los elementos finitos, base teórica,” 2015.
- [10] E. G. Barea, “Análisis de la influencia de la porosidad en las propiedades mecánicas del hueso trabecular,” 2015.
- [11] Mathworks, “Página web mathworks. ([es.mathworks.com](http://es.mathworks.com)),” 2018.
- [12] J. A. de Viana-Cárdenas, “Herramientas para un sistema de seguimiento de la mirada con visión estéreo en matlab,” 2014.
- [13] M. M. Pescador, “Desarrollo de un sistema de procesamiento de imagen para un robot mini-humanide basado en model-in-the-loop,” 2016.
- [14] F. G. Carbonell, “Estudio del factor de intensidad de tensiones de un eje fisurado desequilibrado,” 2017.
- [15] Óscar Juncá Fernández, “Modelo numérico de un árbol de levas,” 2017.
- [16] A. P. Gómez, “Análisis vibratorio en vigas con una fisura longitudinal,” 2015.