Departamento de Bioingeniería e Ingeniería Aeroespacial

PROYECTO FIN DE CARRERA

DESARROLLO DE UN SIMULADOR DE VUELO ORBITAL. ESTUDIO DE PERTURBACIONES

Autor: Paloma Belén Mangas Carbajo

Titulación: I.T.Industrial (Mecánica)

Tutor: Manuel Sanjurjo Rivo

Leganés, junio de 2013

Título: DESARROLLO DE UN SIMULADOR DE VUELO ORBITAL. ESTUDIO DE PERTURBACIONES

Autor: Paloma Belén Mangas Carbajo

Director: Manuel Sanjurjo Rivo

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día __ de _____ de 20__ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO PRESIDENTE

A Chispy, a Paco, a Vitor. Y a perro.

A quien tanto he querido, quiero y seguiré queriendo.

Agradecimientos

La gente de nuestra vida sale, entra, algunos siempre están… Gracias a todos. A los que salisteis, por todo lo que me disteis cuando estabais conmigo; a los que acabáis de entrar. Y por supuesto, a los que lleváis tantos años…

Gracias, padres, porque no os puedo querer más. Gracias hermano, amigo, porque no me imagino que no hubieses estado, estés conmigo. Gracias, mi pequeña, tú no puedes leer lo que escribo. Gracias amigos, compañeros de trabajo. Algunos sois de la familia y el futuro es prometedor con vosotros: ¡ya no habrá más "cuando termine…"! Gracias Manuel, por ayudarme, por corregirme y por aguantarme.

Gracias,

Índice general

1. Introducción y objetivos 1
1.1 Introducción 2
1.2 Objetivos 2
1.3 Fases 3
1.4 Estructura de la memoria 3
2. Fundamentos teóricos 5
2.1 Problema restringido de los dos cuerpos 7
2.1.1 Ecuación de Kepler 9
2.1.2 Elementos Orbitales Satelitales 11
2.2 Análisis elemental de las perturbaciones 15
2.2.1 Efectos del achatamiento terrestre 15
2.2.2 Efectos de la resistencia atmosférica 16
2.3 Cálculo analítico de órbitas vs. Cálculo numérico 19
2.4 Álgebra Computacional. Simuladores. Software existente 24
3. Diseño del proyecto 26
3.1 Detalle de la estructura de la aplicación para uno u otro método de resolución 27
3.2 Funcionamiento de la aplicación uc3ms 31
4. Validación de los resultados 35
5. Aplicación práctica 53
5.1. Aplicación a órbita GEO 55
5.2. Aplicación a órbita LEO 58
6. Presupuesto 61
6.1 Fases del proyecto 62
6.2 Costes 63
7. Conclusiones 66
8. Bibliografía y referencias 68

Índice de figuras

Figura 2.1. Elementos Orbitales [Wik13] 13

Figura 2.2. Tipos de órbitas [Cal10] 13

Figura 2.3. Efectos de la resistencia atmosférica en órbita hasta 40.000 km [Cal10] 18

Figura 2.4. Efectos de la resistencia atmosférica en órbita hasta 900 km [Cal10] 18

Figura 2.5. Modelos atmosféricos [Val07] 19

Figura 2.6. Método de Cowell [Cal10] 23

Figura 2.7. Variaciones periódicas y seculares [Val07] 23

Figura 3.1. Método de Cowell 28

Figura 3.2. Método de VOP 29

Figura 3.3. Esquema de la aplicación 31

Figura 3.4. Two Line Elements [Bor12] 32

Figura 4.1. Descripción de tareas [ESA08] 36

Figura 4.2. Etapas del desarrollo del sistema según las config. de infraestructura [EIC09] 37

Figura 4.3.Casos de validación 38

Figura 4.4. Cowell – Órbita kepleriana. dE y dhk 40

Figura 4.5. VOP – Órbita kepleriana. Error en a 42

Figura 4.6. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. dE y dhk 44

Figura 4.7. VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. Resultados 48

Figura 4.8. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por R. Atmosférica. dE y dhk 50

Figura 4.9. VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por R. Atmosférica. Resultados 52

Figura 5.1. Celestrak.com [Cel13] 54

Figura 5.2. Imagen proporcionada por GOES12 55

Figura 5.3. Detalle GOES12 [Cel13] 56

Figura 5.4. El módulo Zarya 58

Índice de tablas

Tabla 4.1. Parámetros y condiciones iniciales....38
Tabla 4.2. Cowell – Órbita kepleriana. Resultados....39
Tabla 4.3. Cowell – Órbita kepleriana. Error....39
Tabla 4.4. VOP – Órbita kepleriana. Resultados....41
Tabla 4.5. VOP – Órbita kepleriana. Error....41
Tabla 4.6. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. Resultados....43
Tabla 4.7. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. Error....43
Tabla 4.8. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por R. Atmosférica. Resultados....49
Tabla 4.9. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por R. Atmosférica. Error....49
Tabla 4.10.VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por R. Atmosférica. Resultados....51
Tabla 4.11.VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por R. Atmosférica. Error....51
Tabla 5.1. Simulación de órbita GEO. Valores reales....57
Tabla 5.2. Simulación de órbita GEO. Resultados....57
Tabla 5.3. Simulación de órbita GEO. Error relativo....57
Tabla 5.4. Simulación de órbita LEO. Valores reales....59
Tabla 5.5. Simulación de órbita LEO. Resultados....60
Tabla 5.6. Simulación de órbita LEO. Error relativo....60

RESUMEN

En este proyecto se han desarrollado e implementado modelos de perturbación que nos permitan analizar sus efectos en los satélites artificiales terrestres. Las fuerzas de perturbación que son analizadas son: campo gravitatorio del cuerpo central, efectos de la no esfericidad de la Tierra y resistencia atmosférica. Las soluciones numéricas proporcionadas por el simulador permiten analizar el movimiento del satélite. La implementación se lleva a cabo desarrollando una codificación en Matlab. Se ha realizado la validación haciendo uso de códigos similares ya existentes. El caso de aplicación que se propone para este SW es el análisis del mantenimiento en órbita de satélites GEO y LEO.

ABSTRACT

In this work, disturbance models that allow us to analyze their effects on Earth artificial satellites has been developed and implemented. Disturbance forces that are analyzed: the gravitational field of the central body, effects of non-sphericity of the Earth and atmospheric drag. Numerical solutions provided by the simulator to analyze the motion of the satellite. The implementation has been done in Matlab. Validation is performed using similar existing codes. The proposed case of application of the SW is the station keeping analysis of GEO and LEO satellites.

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1 Introducción

Los satélites artificiales nacieron fruto de la Guerra Fría entre Estados Unidos y la URSS y sorprendería saber cuánto, desde mucho antes, la imaginación humana había coqueteado con esta idea en cuentos (1869 – The Brick Moon - Edward Everett Hale), novelas (1879 – Julio Verne – Los quinientos millones de la Begún) o ensayos (1903 – La exploración del espacio cósmico por medio de los motores de reacción - Konstantín Tsiollovski). [Wik13]

La era espacial comenzó en 1946 cuando se comenzaron a utilizar los cohetes capturados V-2 alemanes para realizar mediciones en la atmósfera, pero no fue hasta el 04 de octubre de 1957, la fecha en la que la Unión Soviética lanzó el primer satélite artificial de la Humanidad: el Sputnik. Desde entonces el cielo ha cambiado mucho, en la actualidad la SSN (Red de Vigilancia Espacial) mantiene su rastreo sobre unos 8000 objetos de fabricación humana. Todas las Agencias Espaciales disponen de sistemas informáticos para hacer un seguimiento preciso de las órbitas de todos los satélites artificiales, estén operativos o fuera de uso. El presente estudio pretende ser, en primer lugar, un acercamiento al SW operacional que se usa para seguir satélites y, en segundo lugar, una puesta en uso de SW académico con carácter didáctico. Detrás de este trabajo está la intención de elaborar un simulador orbital para la Universidad Carlos III, cuyo desarrollo será en diferentes fases y este proyecto es una de ellas.

1.2 Objetivos

El proyecto es parte integrada de un simulador orbital cuya base es el problema restringido de los dos cuerpos, siendo objeto del presente estudio la influencia de las perturbaciones.

Con este objetivo, el algoritmo que se expone presenta dos tipos de soluciones, los métodos de Cowell y Variación de los Parámetros. Se implementa en Matlab llevando a cabo la ejecución de la integración numérica por el ode45, miembro de la familia de "ODE solvers" Runge-Kutta.

Al ser lineal la suma de las fuerzas perturbadoras, deja abierta la posibilidad de una/s versión/es posterior/es que incluya/n mayor número de efectos perturbadores.

1.3 Fases

Estructurado en cinco paquetes de trabajo, la línea temporal de la ejecución de este proyecto se describe como:

WP1: Documentación I. Estudio de mecánica orbital básica.
WP2: Documentación II. Investigar SW existentes.
WP3: Desarrollo de prototipo en Matlab.
WP4: Validación del código desarrollado. Aplicaciones.
WP5: Presentación del informe.

1.4 Estructura de la memoria

El documento toma la siguiente forma:

Teoría. Definición de los aspectos teóricos más relevantes en relación con el tema a tratar. Se trata de un recorrido somero por una parte de la astrodinámica.

Diseño del proyecto. Descripción del objetivo del proyecto y de las tareas realizadas para la elaboración del mismo. Explicación de las opciones que se ofrecen al usuario y de las clases y métodos creados para implementar estas opciones.

Validación de los resultados. Comprobación y discusión de la validez de los resultados obtenidos. Empleo de datos de estudios anteriores validados con software ya existente.

Casos prácticos. Aplicación a un caso real. Con carácter académico, puesta en escena del simulador con datos de satélites puestos en órbita.

Presupuesto. División en fases y sub-fases del proyecto con el correspondiente diagrama de Gantt y un desglose de costes de personal, costes del material y costes totales.

Conclusiones. Reflexión y resumen del trabajo realizado destacando los temas clave del mismo. Valoración que se hace del mismo por parte del autor.

Bibliografía y referencias.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

"Todas las teorías son legítimas y ninguna tiene importancia. Lo que importa es lo que se hace con ellas."

Jorge Luis Borges

"Aquella teoría que no encuentre aplicación práctica en la vida, es una acrobacia del pensamiento."

Swami Vivekananda

"La teoría es asesinada tarde o temprano por la experiencia."

Albert Einstein

Kepler fue el primero en describir las leyes que rigen las órbitas de los planetas, a partir de observaciones empíricas del movimiento de Marte apoyadas, en gran parte, en observaciones astronómicas realizadas por Tycho Brahe. Aunque Kepler no las describió así, en la actualidad se enuncian como sigue:

Primera ley: Todos los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas. El Sol se encuentra en uno de los focos de la elipse.

Segunda ley: El radio vector que une un planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.

Tercera ley: Para cualquier planeta, el cuadrado de su periodo orbital es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica.

Años después, Newton desarrolló su ley de gravitación basándose en el trabajo de Kepler. Isaac Newton introdujo la idea de que el movimiento de los objetos en el cielo, como los planetas, el Sol, y la Luna, y el movimiento de objetos en la Tierra, como las manzanas que caen de un árbol, podría describirse por las mismas leyes de la física.

LEY DE GRAVITACIÓN

La fuerza ejercida entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 separados una distancia r_{12} es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

$$\overrightarrow{F_G} = -G \cdot \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{\vec{r}_{12}^{\,2}} \right) \cdot \vec{r}_{12} \qquad [2.0]$$

Siendo:

$\mathbf{r_{12}}$: vector unitario radial dirigido de m_1 a m_2
G: Constante de Gravitación Universal. Es una constante física obtenida de manera empírica, que determina la intensidad de la fuerza de atracción gravitatoria entre los cuerpos. Aparece tanto en la Ley de

Gravitación Universal de Newton (donde se calculó midiendo la fuerza de atracción entre dos objetos de un kilogramo separados por un metro de distancia) como en la Teoría General de la Relatividad de Einstein. La primera medición de su valor ha sido atribuida a Henry Cavendish en el experimento de la balanza de torsión en 1798, pero es una de las constantes conocidas con menor exactitud. Su valor aproximado es $6,67384 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2. [Wik13]

En el caso de los cuerpos perfectamente esféricos se observa que dicha fuerza actúa de tal forma que es como si toda la masa de cada uno de los cuerpos estuviese concentrada únicamente en su centro, lo cual permite simplificar las interacciones entre cuerpos complejos.

Usando la ley de Newton de gravitación, se pueden demostrar las leyes de Kepler. En el caso de la órbita de dos cuerpos aislados, encontrar la situación en un momento posterior, conociendo previamente la posición y velocidad de uno de ellos en un momento inicial, se conoce como el problema restringido de los dos cuerpos y es integrable. Si el número de cuerpos implicados es tres o más, el problema es no integrable.

2.1 Problema restringido de los dos cuerpos

Sean $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$ las posiciones de dos cuerpos, y m_1 y m_2 sus masas. La segunda ley de Newton determina que

$$\vec{F}_{12}\left(x_1, x_2\right) = m_1 \cdot \ddot{\vec{x}}_1, \qquad [2.1]$$

$$\vec{F}_{21}\left(x_1, x_2\right) = m_2 \cdot \ddot{\vec{x}}_2, \qquad [2.2]$$

donde $\mathbf{F_{12}}$ es la fuerza en m_1 debido a su interacción con m_2, y $\mathbf{F_{21}}$ es la fuerza en m_2 respecto a m_1.

El objetivo es determinar las trayectorias $\mathbf{x_1}(t)$ y $\mathbf{x_2}(t)$ en todo instante t, dadas las posiciones iniciales $\mathbf{x_1}(t=0)$ y $\mathbf{x_2}(t=0)$ y las velocidades iniciales $\mathbf{v_1}(t=0)$ y $\mathbf{v_2}(t=0)$.

La suma de las dos ecuaciones [2.1] y [2.2] es

$$m_1 \cdot \ddot{\vec{x}}_1 + m_2 \cdot \ddot{\vec{x}}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \ddot{\vec{x}}_{cm} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0, \qquad [2.3]$$

donde usamos la Tercera Ley de Newton ($\mathbf{F_{12}}=-\mathbf{F_{21}}$) y donde $\mathbf{x_{cm}}=(m_1 \cdot \mathbf{x_1} + m_2 \cdot \mathbf{x_2})/(m_1 + m_2)$, es la posición del centro de masas.

La ecuación resultante $\ddot{\vec{x}}_{cm} = 0,$ [2.4]

muestra que la velocidad ($d\mathbf{x_{cm}}$) del centro de masas es constante, de lo que se deduce que la cantidad de movimiento total, también lo es.

Restando

$$\ddot{\vec{x}}_1 - \ddot{\vec{x}}_2 = \left(\frac{\vec{F}_{12}}{m_1}\right) - \left(\frac{\vec{F}_{21}}{m_2}\right) = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) \cdot \vec{F}_{12}, \qquad [2.5]$$

e introduciendo **r** como vector de posición de la m_1 respecto de la m_2 (ecuación 2.6) y μ como masa reducida del sistema (ecuación 2.7), tenemos que podemos reescribir las ecuaciones para obtener las trayectorias originales a partir de los datos del centro de masas del sistema (ecuación 2.9):

$$\vec{r} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2 \qquad [2.6]$$

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)} \qquad [2.7]$$

$$\mu \cdot \ddot{\vec{r}} = \vec{F}(\vec{r}) \qquad [2.8]$$

$$\vec{x}_1(t) = \vec{x}_{cm}(t) + \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \cdot \vec{r}(t), \qquad \vec{x}_2(t) = \vec{x}_{cm}(t) - \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} \cdot \vec{r}(t) \qquad [2.9]$$

Podemos comprobar que este movimiento está siempre en un plano a partir de las definiciones de cantidad de movimiento ($\mathbf{p_m}$), momento angular (**L**) y momento de fuerza (**N**):

$$\vec{p}_m = \mu \cdot \vec{r} \qquad [2.10]$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}_m \qquad [2.11]$$

$$\dot{\vec{L}} = \dot{\vec{r}} \times \mu \cdot \vec{r} + \vec{r} \times \mu \cdot \dot{\vec{r}} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{N} \qquad [2.12]$$

Como **F** es paralela a **r**, **r** x **F** = **0**. Esto lleva a que el momento de fuerza sea nulo, el momento angular constante y **r** y d**r** estén siempre en el mismo plano, normal a **L**.

Para el tema abordado, la fuerza que actúa en cada partícula es la atracción gravitatoria ejercida por la otra partícula, ya conocida. [Eli91]

2.1.1 Ecuación de Kepler

El movimiento de un planeta en el plano de su órbita lo definen dos desplazamientos: uno, el ángulo que gira el radio vector y otro, la variación del módulo del radio vector con el tiempo.

Al moverse durante un instante un ángulo dθ, el vector de posición **r** describe un área elemental dA que vale

$$dA = \frac{\vec{r}^2 \cdot d\theta}{2} \qquad [2.13]$$

así que la velocidad areolar en la unidad de tiempo es

$$\dot{\vec{A}} = \frac{\vec{r}^2 \cdot \dot{\vec{\theta}}}{2} \qquad [2.14]$$

Haciendo el cambio ω = dθ e introduciendo el módulo del momento angular L = m·r^2·ω, se puede expresar la norma de la velocidad areolar como sigue

$$\dot{A} = \frac{L}{2 \cdot m} = \frac{C}{2} = cte\,, \qquad [2.15]$$

con L/m = C "constante de las áreas"

Esta ley de las áreas (segunda ley de Kepler) es una propiedad general del movimiento de las fuerzas centrales y determina que un cuerpo gira más rápido cuando está cerca y más lento cuando está lejos y lo hace cuantitativamente.

Para la determinación de este movimiento hay que definir En (anomalía excéntrica), que es el ángulo medido desde el centro de la elipse que forma la proyección del planeta sobre la circunferencia principal y el eje de la elipse. La relación entre la anomalía media y la anomalía excéntrica es la llamada **ecuación de Kepler** [ec. 2.16]. En ésta ecuación M y e son conocidos por lo que En es la incógnita.

$$M = E_n - e \cdot \sin\left(E_n\right) \qquad [2.16]$$

Siendo M la anomalía media y e la excentricidad [ver Cap. 2.1.2]

Sólo queda saber cómo varía **r** con el tiempo para obtener la órbita. Haciendo uso de la primera ley de Kepler, de la ley de Gravitación, de la segunda ley de Newton y de algunas transformaciones matemáticas, se obtiene la ecuación de una cónica con excentricidad e y origen en un foco:

$$r = \frac{\dfrac{h^2}{G \cdot M}}{(1 + e \cdot \cos\theta)} = \frac{p}{(1 + e \cdot \cos\theta)} \qquad [2.17]$$

donde las únicas desconocidas en este momento son h = momento angular específico y μ = G·M. Habría que añadir, por supuesto:

Si 0<e<1 elipse
Si e>1 hipérbola
Si e=1 parábola

La determinación de una órbita necesita conocer dos parámetros geométricos, p y e, que pueden calcularse a partir de dos parámetros físicos, h (momento angular específico) y E (Energía total por unidad de masa), mediante las relaciones:

$$p = \frac{h^2}{\mu} \qquad [2.18]$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{2E \cdot h^2}{\mu^2}} \qquad [2.19]$$

h y E son dos constantes del movimiento y pueden calcularse conociendo los valores de **r** y **v** en un punto cualquiera de la órbita mediante las relaciones

$$h = \left| \vec{r} \times \vec{v} \right| \qquad [2.20]$$

$$E = \frac{1}{2} v^2 - \frac{\mu}{r} \qquad [2.21]$$

No hay que olvidar que el tipo de trayectoria del cuerpo se puede relacionar con E y que esta E es la suma de las correspondientes energías cinética y potencial [Váz12]

2.1.2 Elementos Orbitales Satelitales

Los elementos de una órbita son los parámetros necesarios para definirla. Existen seis parámetros básicos, también denominados elementos keplerianos:

Semieje mayor (a). En matemáticas, el semieje mayor de una elipse es la mitad del diámetro más largo. En astronomía, es equivalente a la distancia media de un objeto que órbita alrededor de otro, ya que el objeto central ocupa uno de los focos. El semieje mayor es una de las características más importantes de una órbita, junto con su período orbital. Puede ser matemáticamente probado que para un cuerpo orbitando, el semieje mayor representa la distancia media del cuerpo a la fuente central gravitacional.

Excentricidad (e). Es un parámetro que determina el grado de desviación de la órbita con respecto a una circunferencia. Indica la forma de la elipse orbital. Una e_0=0 indica que la elipse es un circulo. Una e_0=1 indica una curva extremadamente elíptica. Lo normal es que nues-

tros satélites se sitúen [0<=e_0<1].

Inclinación (i). Es el ángulo que el plano de la órbita (plano orbital) de un astro forma con un plano de referencia. La inclinación de las órbitas en los satélites naturales o artificiales siempre es medida con respecto al plano ecuatorial del planeta o del cuerpo desde el cual orbitan. El plano ecuatorial es el plano perpendicular al eje de rotación del planeta y que pasa por el centro del cuerpo. De esta forma se tienen diferentes clasificaciones en estos casos:

- Una inclinación de 0° significa que el cuerpo orbitante se encuentra orbitando en el plano del ecuador del planeta, y se entiende que el satélite gira en el mismo sentido que el planeta.

- Una inclinación de 90° indica que el cuerpo orbitante está en lo que se denomina una órbita polar, en este caso el objeto pasa por los polos (norte y sur) del planeta en vueltas sucesivas.

- Una inclinación de 180° indica que el objeto orbitante está haciendo un movimiento retrógrado en el plano ecuatorial de la órbita.

Longitud del nodo ascendente (Ω). Es el ángulo expresado en grados que forma el radio terrestre que pasa por el nodo ascendente de una órbita determinada, y el punto "vernal" (Aries). Aries, es un punto de referencia de la esfera celeste, al que se refieren todas las ascensiones rectas de las estrellas y se define como el punto de intersección de la eclíptica (recorrido curvilíneo que aparentemente describe el Sol alrededor de la Tierra) con el plano ecuatorial terrestre en el equinoccio de primavera (sentido ascendente).

Argumento del perigeo (w). Es el ángulo (en grados) formado entre la línea que se proyecta desde el centro de la tierra hasta el satélite cuando éste corta al ecuador en su órbita ascendente, "Nodo ascendente" y el "perigeo" (línea de ápsides de la elipse orbital).

Anomalía media de la época (M). Es el ángulo que se proyecta uniformemente en el tiempo, entre 0 y 360 grados durante una revolución (órbita), estableciendo 0 grados para el perigeo y 180 grados para el apogeo. Fija la posición del satélite dentro de una órbita.

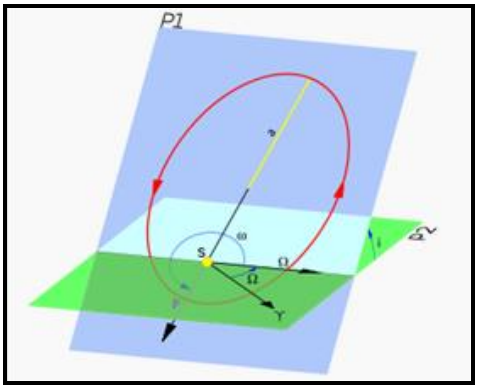


Figura 2.1. Elementos Orbitales [Wik13]

Además, otros parámetros orbitales son: anomalía verdadera, semieje menor, anomalía excéntrica y período orbital.

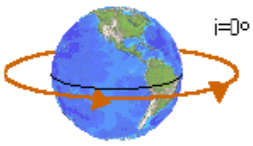
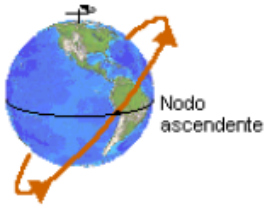
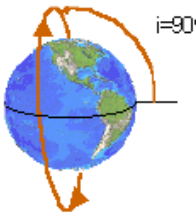
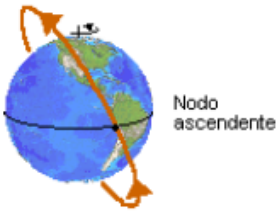
Inclinación	Tipo de órbita	Diagrama	Inclinación	Tipo de órbita	Diagrama
i = 0 grados i = 180 grados	Ecuatorial		0 < i < 90	Directa	
i = 90 grados	Polar		90 < i < 180	Indirecta o retrógrada	

Figura 2.2. Tipos de órbitas [Cal10]

Se pueden diferenciar los siguientes tipos de órbitas terrestres según sus altitudes:

GEO: Órbitas Terrestres Geosíncronas, también conocida como órbita de Clarke, en honor al escritor Arthur Clarke, que escribió en 1945 por primera vez de esta posibilidad. La órbita GEO está situada a 35.848 Km. de altura, con una latitud de 0 grados, es decir, situada sobre el Ecuador. El período de esta órbita es de exactamente 24 horas y por lo tanto estará siempre sobre la misma posición relativa respecto a la Tierra. La mayoría de los satélites actuales son GEO.

MEO: Órbita Terrestre Media. Se encuentran a una altura de entre 10.075 y 20.150 Km. A diferencia de los GEO su posición relativa respecto a la Tierra no es fija. Debido a su menor altitud se necesitarán más satélites para cubrir la superficie terrestre, pero por contra se reduce la latencia del sistema de forma significativa. En la actualidad no existen muchos MEO, y se utilizan principalmente para posicionamiento.

LEO: Órbita Terrestre de Baja altura. Los satélites encauzados en este tipo de órbitas son de tres tipos, LEO pequeños (centenares de Kbps) destinados a aplicaciones de bajo ancho de banda, LEO grandes (miles de Kbps) albergan las aplicaciones de los anteriores y otras como telefonía móvil y transmisión de datos y finalmente los LEO de banda ancha (megaLEO) que operan en la banda de Mbps entre los que se encuentre Teledesic.

Casos especiales

*Si la órbita es circular, e=0 y ω no está definido.

Usamos el ”Argumento de Latitud” (u=ω+ν)

*Si la órbita es ecuatorial, i=0 y Ω no está definido.

Usamos la ”Verdadera Longitud de Periapsis”

*Si la órbita es circular y ecuatorial, Ω y ω no están definidos.

Usamos la ”Verdadera Longitud”

Valores críticos para los efectos de la no esfereidad de la Tierra

*Variaciones seculares en Ω:

$0° < i < 90°$: $d\Omega/dt < 0$
$i=90°$: $d\Omega/dt=0$
$90° < i < 180°$: $d\Omega/dt > 0$

*Variaciones seculares en ω:

$i=63.4°$ o $116.6°$: $d\omega/dt=0$. [Wik13; Val07; Cal10]

2.2 Análisis elemental de las perturbaciones

El movimiento de un satélite artificial terrestre no corresponde exactamente al problema restringido de dos cuerpos y esto es porque está sometido a otras fuerzas, tanto de tipo gravitatorio, como de otro tipo (resistencia atmosférica, presión de radiación solar, entre otras). Las magnitudes de todas estas fuerzas son muy pequeñas comparadas con la central gravitatoria terrestre, por lo que se supone que la órbita real es la elipse kepleriana "perturbada" por las pequeñas fuerzas adicionales. La búsqueda de soluciones analíticas al movimiento perturbado constituye el objetivo principal de la llamada "teoría del satélite artificial".

Las ecuaciones cartesianas del movimiento perturbado son:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{\mu \cdot x}{r^3} + F_x \\ \ddot{y} &= -\frac{\mu \cdot y}{r^3} + F_y \\ \ddot{z} &= -\frac{\mu \cdot z}{r^3} + F_z \end{aligned} \qquad [2.22]$$

donde los primeros términos son las componentes de la fuerza central newtoniana y F_x, F_y y F_z representan las fuerzas perturbadoras. [Váz12; Val07]

Antes de introducir los métodos de solución del movimiento perturbado, es aconsejable considerar la descripción de las fuentes de perturbación de un satélite artificial que atañen a este estudio.

2.2.1 Efectos del achatamiento terrestre

A efectos gravitacionales, la Tierra se considera un sólido rígido. El potencial creado por la misma sobre un punto exterior a ella estará determinado de tal forma que, dado el valor numérico de los armónicos terrestres, en el desarrollo de la teoría del satélite artifi-

cial, es posible la existencia de una aproximación en la que se eliminan todos los términos del desarrollo de potencial excepto el del J_2. Queda así un modelo gravitatorio sencillo, capaz de simular el movimiento de los satélites artificiales terrestres con una aproximación suficiente en un gran número de casos. Una expresión adecuada viene dada por:

$$U(\vec{r},\gamma)=\left(\frac{\mu}{\vec{r}}\right)\cdot\left[1+\left(\frac{J_2}{2}\right)\cdot\left(\frac{R}{\vec{r}}\right)^2\cdot\left(1-3\cdot\text{sen}^2(\gamma)\right)\right] \qquad [2.23]$$

donde el valor de J2, causante del achatamiento polar/abultamiento ecuatorial, es 0.00108248 y **r**, R, γ y μ son los valores de posición, radio ecuatorial medio, latitud y producto de G (constante gravitacional) por M (masa de la Tierra), respectivamente. Puesto que el primer sumando del segundo miembro es el que origina el movimiento keplerіano, el potencial de perturbación vendrá dado por:

$$U_{per}=\left(\frac{\mu}{\vec{r}}\right)\cdot\left[\left(\frac{J_2}{2}\right)\cdot\left(\frac{R}{\vec{r}}\right)^2\cdot\left(1-3\cdot\text{sen}^2(\gamma)\right)\right] \qquad [2.24]$$

y la fuerza perturbadora se determinará a partir del gradiente

$$\vec{F}=\Delta U_{per} \qquad [2.25]$$

En el apartado "Diseño del Proyecto" se exponen las diferentes componentes de esta fuerza perturbadora.

2.2.2 Efectos de la resistencia atmosférica

Para satélites muy próximos a la Tierra, y en general, para aquellos de perigeo "bajo", la atmósfera representa una fuente importante de perturbación, cuyo efecto principal es una reducción paulatina de la energía orbital y, en consecuencia, del semieje mayor de la órbita.

Prescindiendo del posible efecto sustentador del satélite, la acción atmosférica se traduce en una fuerza en la dirección del aire incidente y de sentido contrario. Si **v** es la velocidad del satélite y

ω es la velocidad angular de la atmósfera respecto al triedro geocéntrico inercial, resultará que el sentido de la resistencia atmosférica será el opuesto al del vector (**v – ω x r**). Pero la atmósfera no gira como un sólido rígido, por lo que **ω** no es un único vector en cada instante, si no que varía con la altura. Por otra parte, dada la naturaleza de la fuerza resistente [ec. 2.26], que es proporcional a la densidad atmosférica, una modelización precisa de la perturbación exigiría el uso de modelos dinámicos atmosféricos, con la carga de complicación inherente a los mismos (ver Fig. 2.5):

$$D = \left(\frac{1}{2B}\right) \cdot C_d \cdot \rho \cdot v^2 \qquad [2.26]$$

(B=m/S coeficiente balístico, que se toma como aproximadamente constante; m es la masa del vehículo; S, la superficie "frontal" y C_d, el coeficiente de resistencia aerodinámico).

De todas las fuentes de perturbación que modifican las órbitas de los satélites, es ésta la que presenta mayores dificultades para su tratamiento analítico. Pero, con objeto de obtener algunas consecuencias cualitativas del movimiento perturbado, se desprecia la velocidad angular atmosférica, por una parte y, por otra, se hace uso de la ley exponencial de la densidad

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{\left(\frac{-h}{\mathrm{H}}\right)} \qquad [2.27]$$

pero en la que, en lugar de la referencia ρ_0 correspondiente al nivel del mar, se tomará la referencia ρ_p correspondiente a la altura del perigeo. Esta densidad de referencia valdrá

$$\rho_p = \rho_0 \cdot e^{\left(\frac{-h_p}{\mathrm{H}}\right)} \qquad [2.28]$$

por lo que

$$\rho = \rho_p \cdot e^{\left(\frac{h_p - h}{\mathrm{H}}\right)} = \rho_p \cdot e^{\left(\frac{r_p - r}{\mathrm{H}}\right)} \qquad [2.29]$$

Introduciendo [2.29] en [2.26]:

$$D = \left(\frac{1}{2B}\right) \cdot C_d \cdot \rho_p \cdot e^{\left(\frac{r_p - r}{H}\right)} \cdot v^2 \qquad [2.30]$$

que es la fuerza perturbadora en función de B, C_d, ρ_p, densidad de la atmósfera en la referencia (el perigeo en este caso); r, posición actual; r_p, posición de referencia (perigeo); H, cambio de la densidad con la altura y v, la velocidad relativa del vehículo respecto de la atmósfera [Eli00]

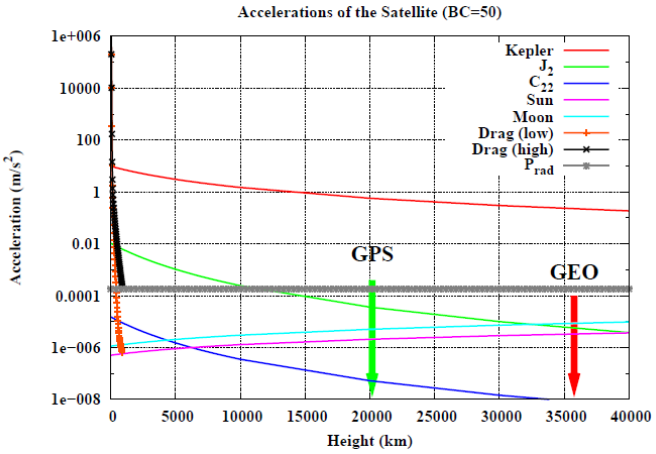


Figura 2.3. Efectos de la resistencia atmosférica en órbita hasta 40.000 km [Val12]

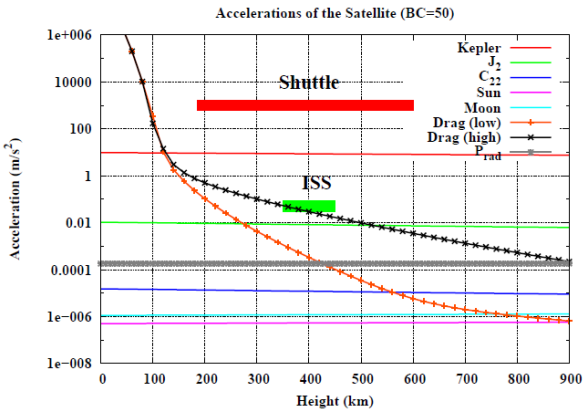


Figura 2.4. Efectos de la resistencia atmosférica en órbita hasta 900 km [Val12]

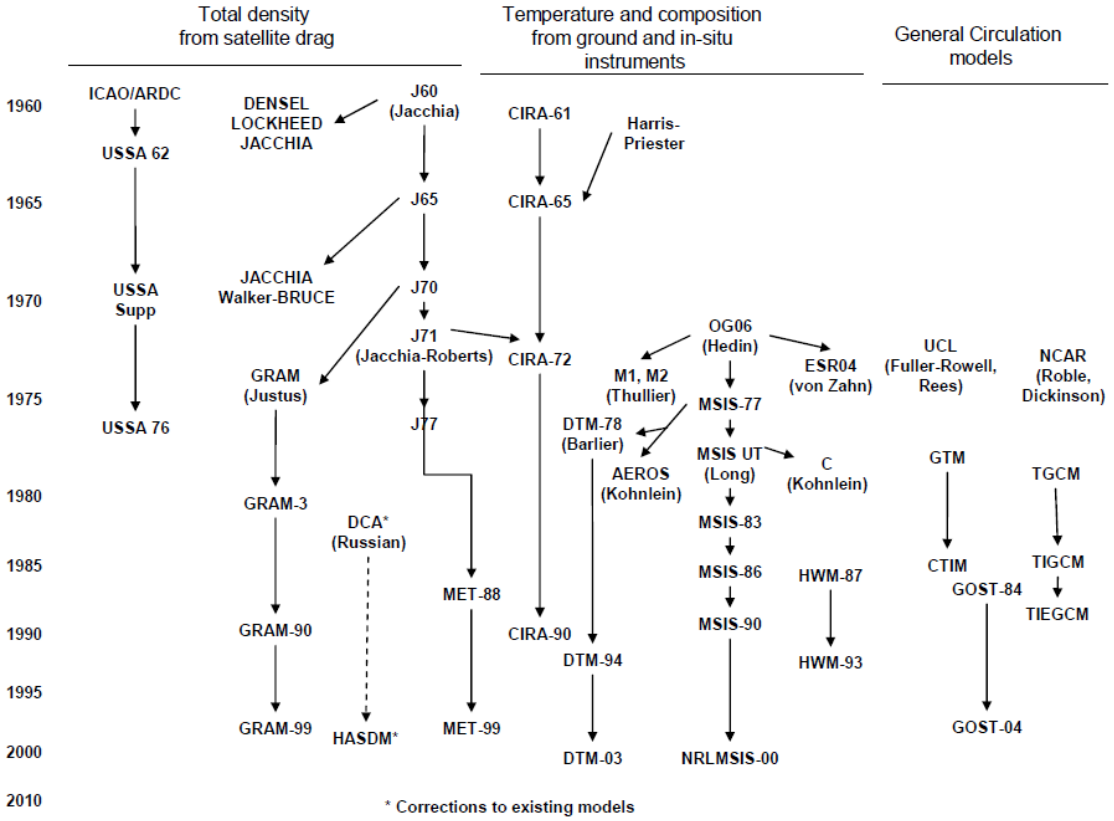


Figura 2.5. Modelos atmosféricos [Val07]

2.3 Cálculo analítico de órbitas vs. Cálculo numérico

A partir de unas condiciones iniciales, para predecir dónde se va a encontrar el satélite en un instante de tiempo determinado, hay que integrar las ecuaciones del movimiento. Éstas, salvo en contadas ocasiones, van a formar un sistema diferencial no integrable y no va a quedar más remedio que integrarlas de modo aproximado, bien sea numéricamente, bien analíticamente, bien mediante una combinación de ambas técnicas usando un método semi-analítico/semi-numérico. [Eli00]

2.3.1 Métodos analíticos. Perturbaciones generales.

En la solución del problema de los dos cuerpos, los elementos orbitales son constantes; si suponemos que varían a causa de las atracciones mutuas entre los distintos cuerpos, se debe establecer sus ecuaciones diferenciales y resolverlas. Las expresiones que se obtienen para los elementos podremos utilizarlas para obtener un mayor orden de aproximación. En la práctica este método es rápidamente convergente pero muy laborioso. Las expresiones analíticas obtenidas, válidas para un determinado periodo de tiempo, reciben el nombre de perturbaciones generales y permiten establecer el estado del sistema planetario antes y después de una época determinada, pero no pueden utilizarse para periodos de tiempo demasiado largos.

El método de las perturbaciones generales es una herramienta muy potente en astrodinámica porque las expresiones analíticas ponen de manifiesto las distintas fuerzas que actúan sobre el cuerpo [Oru07]

2.3.1.1 VOP-Método de variación de los parámetros

Euler desarrolló el método de variación de los parámetros a mediados del siglo XVIII para estudiar las perturbaciones existentes entre Júpiter y Saturno, sin embargo, sus resultados no fueron del todo correctos debido a que no consideró el hecho de que todos los elementos orbitales variasen a la vez.

Posteriormente, el método desarrollado por Euler fue perfeccionado por Lagrange, quien siguió considerando algunos elementos orbitales como constantes, lo que ocasionó errores en algunas de sus ecuaciones. En 1782, el propio Lagrange corrigió y completo el método desarrollándolo en un trabajo sobre las perturbaciones de los cometas en órbitas elípticas y, algo más tarde, lo usaría también para el estudio del movimiento de los planetas.

En los métodos VOP se describe el movimiento perturbado como el correspondiente a un movimiento elíptico cuyos elementos cambian de forma continua. Si en un instante se suprimiera la perturbación, la órbita kepleriana resultante sería tangente a la real perturbada. Ésta

órbita que se puede hacer corresponder de esta forma en cada punto de la perturbada recibe el nombre de órbita osculatriz en este punto y sus elementos se llaman elementos osculadores.

Para este método, el sistema de ecuaciones a integrar se denomina *Ecuaciones Planetarias*, ya que permiten predecir el movimiento de los planetas, incorporando fuerzas adicionales a la atracción gravitatoria como perturbaciones. En el caso de que la perturbación derive de un potencial, nos encontramos ante las Ecuaciones Planetarias de Lagrange. En caso contrario se denominan Ecuaciones Planetarias de Gauss. [Bar10]

2.3.1.1.1 Ecuaciones de Lagrange

Siendo $\overrightarrow{F_p} = \nabla U_p$ y U_p función de los elementos orbitales.

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na}\frac{\partial U_p}{\partial M_0} \qquad [2.31]$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1-e^2}{na^2 e}\frac{\partial U_p}{\partial M_0} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e}\frac{\partial U_p}{\partial \omega} \qquad [2.32]$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\,sen(i)}\left(\frac{\partial U_p}{\partial \Omega} + \cos(i)\frac{\partial U_p}{\partial \omega}\right) \qquad [2.33]$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\,sen(i)}\frac{\partial U_p}{\partial i} \qquad [2.34]$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2}\frac{\partial U_p}{\partial e} - \frac{\cos(i)}{na^2 e\sqrt{1-e^2}\,sen(i)}\frac{\partial U_p}{\partial i} \qquad [2.35]$$

$$\frac{dM_0}{dt} = -\frac{2}{na}\frac{\partial U_p}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2 e}\frac{\partial U_p}{\partial e} \qquad [2.36]$$

2.3.1.1.2 Ecuaciones de Gauss

Siendo $\overrightarrow{F_p} = R\overrightarrow{e_r} + S\overrightarrow{e_\theta} + W\overrightarrow{e_z}$ [2.37]

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\left[e\cdot sen(\theta)R + (1+e\cdot\cos(\theta)S\right] \qquad [2.38]$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na}\left[sen(\theta)R + \left(\frac{1+e\cdot\cos(\theta)}{e} - \frac{1-e^2}{e\cdot(1+e\cdot\cos(\theta))} \right) S \right] \quad [2.39]$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na(1+\cos(\theta))}\cos(\theta+\omega)W \quad [2.40]$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na(1+\cos(\theta))}\frac{sen(\theta+\omega)}{sen(i)}W \quad [2.41]$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na}\left[-\frac{\cos(\theta)}{e}R + \frac{sen(\theta)}{e}\left(1+\frac{1}{1+e\cdot\cos(\theta)} \right) S - \frac{\cos(i)}{sen(i)} sen(\theta+\omega)W \right] \quad [2.42]$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{1}{na}\left(\frac{2(1-e^2)}{1+e\cdot\cos(\theta)} - \frac{1-e^2}{e}\cos(\theta) \right) R - \frac{1-e^2}{nae}\left(1+\frac{1}{1+e\cdot\cos(\theta)} \right) S \quad [2.43]$$

2.3.2. Métodos numéricos. Perturbaciones especiales.

Las necesidades reales de cálculo de trayectorias suelen quedar limitadas, bien a espacios cortos de tiempo, o bien a fracciones de una órbita. En estos casos, es preferible obtener las efemérides del vehículo integrando numéricamente las ecuaciones del movimiento que haciendo aplicación de alguna teoría analítica. A los métodos numéricos de integración del movimiento perturbado se les conoce como métodos de perturbaciones especiales.

2.3.2.1 Método de Cowell

Fue desarrollado por P. H. Cowell a principios del siglo XX para determinar la órbita del octavo satélite de Júpiter y es el método de concepción más simple y de más sencilla aplicación. Consiste en escribir las ecuaciones del movimiento perturbado del vehículo e integrarlas mediante algún procedimiento numérico tipo Runge-Kutta o similar.

Aunque sencillo en extremo, es más moderno que los métodos de Encke y VOP, de naturaleza más compleja, quizá porque una formulación que hace caso omiso del movimiento elíptico básico no contara con la simpatía de los astrónomos del pasado. Hoy en día auxiliado por los potentes medios de cálculo disponibles, es un método de amplia utilización.

Sin embargo, no está libre de desventajas. Desde el gran número de cifras significativas que deben arrastrar los cálculos para no perder el significado de las pequeñas perturbaciones, a la exigencia de un intervalo de integración pequeño, que aumenta el error de redondeo y el tiempo de cálculo.

El método de Cowell es especialmente útil cuando las fuerzas de perturbación son de magnitudes comparables a la central.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{ODE:} & \ddot{\mathbf{r}} = -\mu \dfrac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} + \mathbf{a}_p\left(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t\right) \\ \text{IC:} & t_0,\ \mathbf{r}_0,\ \dot{\mathbf{r}}_0 \end{array}\right\} \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}\left(t, t_0, \mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0\right)$$

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix} \qquad \dot{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ -\frac{\mu}{r^3} x + a_x \\ -\frac{\mu}{r^3} y + a_y \\ -\frac{\mu}{r^3} z + a_z \end{Bmatrix} \qquad \boxed{\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}, t\right)}$$

Figura 2.6. Método de Cowell [Cal10]

Tanto las perturbaciones generales como las especiales se pueden dividir en periódicas y seculares.

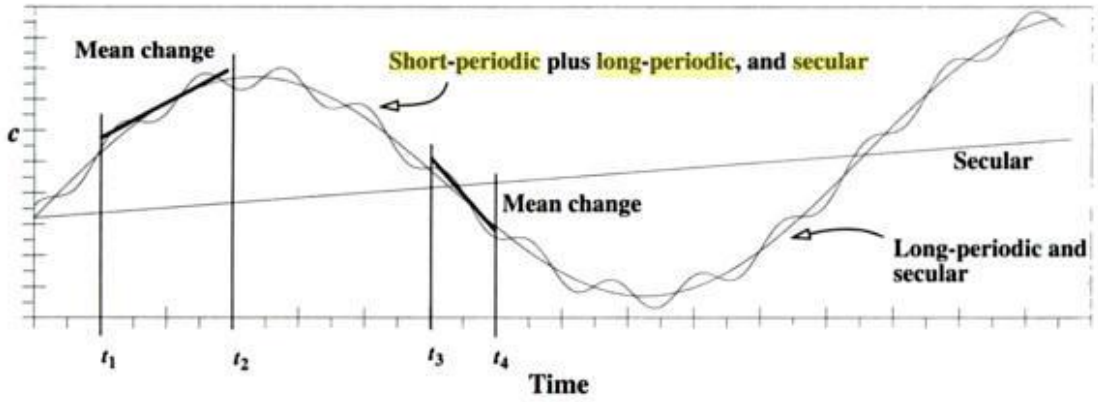


Figura 2.7. Variaciones periódicas y seculares [Val07]

*Seculares: términos de crecimiento monótono en el tiempo.

*Periódicos (de largo periodo): términos cuya variación se repite con periodo largo (mayor que el periodo orbital).
*Periódicos (de corto periodo): términos cuya variación se repite con periodo corto (del orden del periodo orbital).

2.4 Álgebra Computacional. Simuladores. Software existente

La cantidad tan enorme de cálculo y el número de términos que intervienen en estas Teorías Analíticas y Numéricas, hacen impensable, e imposible, el que se puedan llevar a cabo manualmente, sin un procesador algebraico. A este respecto, conviene decir que la mecánica celeste ha sido uno de los grandes impulsores de la creación y desarrollo del Álgebra Computacional, involucrando directamente a los investigadores en la elaboración de procesadores algebraicos.

En la actualidad existe software cuyas características, morfología y prestaciones son muy numerosas, y centrándonos en el campo de nuestro interés, podemos citar las siguientes aplicaciones:

SKT. Software muy extendido de AGI (www.agi.com). El nombre de STK viene de "Satellite Tool Kit". Este software, además de un entorno gráfico muy manejable, está respaldado por una precisa base matemática. STK ilustra y comprende los satélites de todo tipo, centrándose en los de comunicaciones.

OREKIT. Es una librería de dinámica espacial de bajo nivel escrita en Java. Proporciona elementos básicos (órbitas, fechas, posición…) y varios algoritmos para manipularlos (conversiones, propagación numérica y analítica…). Sitio web: http://www.orekit.org/

GMAT. The General Mission Analysis Tool (GMAT) es una herramienta de código abierto para el análisis de misiones espaciales. Fue diseñada gracias a un equipo de la NASA, contribuciones de la industria privada, pública y pequeñas colaboraciones. GMAT está diseñado para modelar, optimizar y estimar trayectorias espaciales en regímenes de vuelo desde órbita baja a aplicaciones lunares, trayectorias interplanetarias y otras misiones del espacio profundo. Los analistas del modelo

misiones en GMAT fueron los primeros en crear recursos tales como naves espaciales, propagadores, estimadores, y optimizadores.

JAT. JAT es una biblioteca de componentes para ayudar a los usuarios a crear sus propios programas de aplicación para resolver problemas en Astrodinámica, diseño de la misión, guiado y control, utilizando Java o Matlab. No es un programa de aplicación, hay que ser capaz de escribir programas en Java o Matlab para utilizarlo. JAT es un proyecto de código abierto conducido por SourceForge.net.

Capítulo 3

Diseño del proyecto

"Cada material impone al diseño leyes que le son inexorables."

Rogelio Salmona

El uc3ms ha sido concebido para resolver las ecuaciones del movimiento perturbado y las ecuaciones de Gauss con la solución MATLAB. Es decir, el propagador orbital trabaja con dos de los métodos expuestos en la teoría: el método de Cowell y el método de Variación de los Parámetros considerando el problema de los dos cuerpos, con los efectos perturbadores del achatamiento terrestre y de la resistencia atmosférica.

Su desarrollo se ha efectuado en dos módulos independientes, uno para cada método de resolución, con unas características propias que derivan de la teoría, que se detallan a continuación.

3.1 Detalle de la estructura de la aplicación para uno u otro método de resolución

Según la teoría, la propagación de la órbita se produce a partir de unos valores iniciales que se introducen en las ecuaciones. Se pasan a definir éstos valores y las funciones empleadas.

3.1.1 Cowell

Esta opción integra las ecuaciones del movimiento perturbado mediante el procedimiento numérico Runge-Kutta. Se elige el ode45, miembro de la familia de "ODE solvers" Runge-Kutta.

Los parámetros de entrada serían t_f o tiempo total de simulación y la posición cero del vehículo expresada como TLE (Two Line Elements), COE (Classical Orbital Elements) o ECI (Earth Centered Inertial). El sistema ECI (Earth Centered Inertial) que, como su nombre indica, está centrado en la Tierra y cuyo plano fundamental es el Ecuador, se caracteriza por tener los ejes fijados en las estrellas: Z coincide con el eje polar y su plano perpendicular coincide con el fundamental. Los ejes X e Y no rotan con la Tierra, apuntando X directamente al equinoccio vernal. COE son los parámetros orbitales defini-

dos en la teoría [ver Cap. 2] y el detalle de TLE se encuentra en el punto 3.2 del presente capítulo.

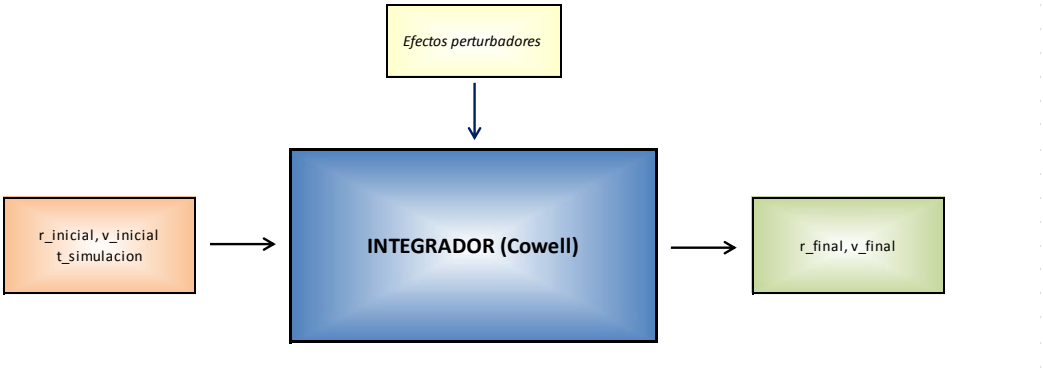


Figura 3.1. Método de Cowell

Partiendo del problema de los dos cuerpos, el objetivo del presente trabajo es el análisis de la influencia de las perturbaciones. Para ello, cada módulo se divide en sub-módulos con el algoritmo de cada perturbación/fuerza perturbadora a integrar.

Sub-módulo efectos del achatamiento terrestre.

El vector de aceleración perturbadora producida por el J_2 es:

$$f(\vec{X})_{J_2} = \begin{bmatrix} \frac{\mu x}{r^3}\left[\frac{3}{2}J_2\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(5\left(\frac{z}{r}\right)^2-1\right)\right] \\ \frac{\mu y}{r^3}\left[\frac{3}{2}J_2\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(5\left(\frac{z}{r}\right)^2-1\right)\right] \\ \frac{\mu z}{r^3}\left[\frac{3}{2}J_2\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(5\left(\frac{z}{r}\right)^2-3\right)\right] \end{bmatrix} \qquad [3.1]$$

Donde el valor de J_2 es 0.00108248 y $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Sub-módulo efectos de la resistencia atmosférica.

La aceleración perturbadora debida a éste efecto se representa por:

$$f(\vec{X})_{Drag} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\frac{A}{m}C_d \rho v_r \left(v_x + \omega y\right) \\ -\frac{1}{2}\frac{A}{m}C_d \rho v_r \left(v_y - \omega x\right) \\ -\frac{1}{2}\frac{A}{m}C_d \rho v_r v_z \end{bmatrix} \qquad [3.2]$$

Se ha simplificado al máximo el modelo de atmósfera empleado, puesto que los efectos de ésta fuerza son muy pequeños para órbitas bajas y mucho menores para órbitas altas. Entonces, volviendo a la teoría de nuevo, para calcular la densidad, se elige el valor allí reflejado. El valor de ω es $7.29211585530066*10^{-15}$ rad/s.

3.1.2 VOP

Este módulo integra las ecuaciones de Gauss manteniendo el integrador ode45.

Los parámetros de entrada serían los mismos que para el caso anterior.

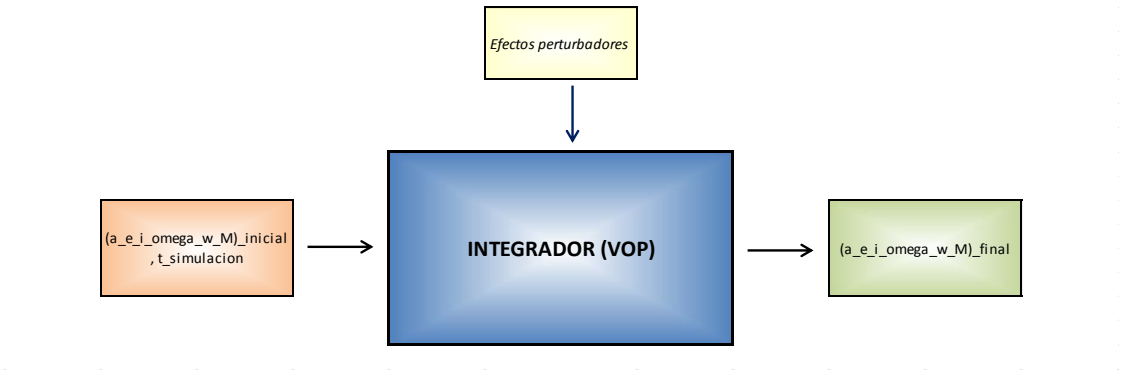


Figura 3.2. Método de VOP

Como ya se expuso, los parámetros orbitales sufren variaciones de largo periodo, de corto periodo y seculares. Por las características de los casos a tratar, este simulador se centra en las perturbaciones seculares.

Sub-módulo efectos del achatamiento terrestre.

Las variaciones seculares en los elementos orbitales producto del efecto del J_2 son:

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_{\sec J_2} \\ \dot{e}_{\sec J_2} \\ \dot{i}_{\sec J_2} \\ \dot{\Omega}_{\sec J_2} \\ \dot{\omega}_{\sec J_2} \\ \dot{M}_{\sec J_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{2} n J_2 \left(\frac{R}{p}\right)^2 \cos(i) \\ \frac{3}{4} n J_2 \left(\frac{R}{p}\right)^2 \left(4 - 5 sen^2(i)\right) \\ -\frac{3}{4} n J_2 \left(\frac{R}{p}\right)^2 \sqrt{1-e^2} \left(3 sen^2(i) - 2\right) \end{bmatrix} \qquad [3.3]$$

Donde el valor de J_2 vuelve a ser 0.00108248

Sub-módulo efectos de la resistencia atmosférica.

El modelo de atmósfera empleado es el mismo que para el método anterior. Las derivadas de los elementos orbitales sin considerar las variaciones periódicas para esta fuerza son:

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_{\sec Drag} \\ \dot{e}_{\sec Drag} \\ \dot{i}_{\sec Drag} \\ \dot{\Omega}_{\sec Drag} \\ \dot{\omega}_{\sec Drag} \\ \dot{M}_{\sec Drag} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{A}{m} C_d \rho \sqrt{\frac{\mu H}{2\pi e}} \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 \\ \left(1-e\right) \frac{\dot{a}_{Drag}}{a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad [3.4]$$

3.2 Funcionamiento de la aplicación uc3ms

En el esquema se puede seguir el recorrido para llegar a los valores finales.

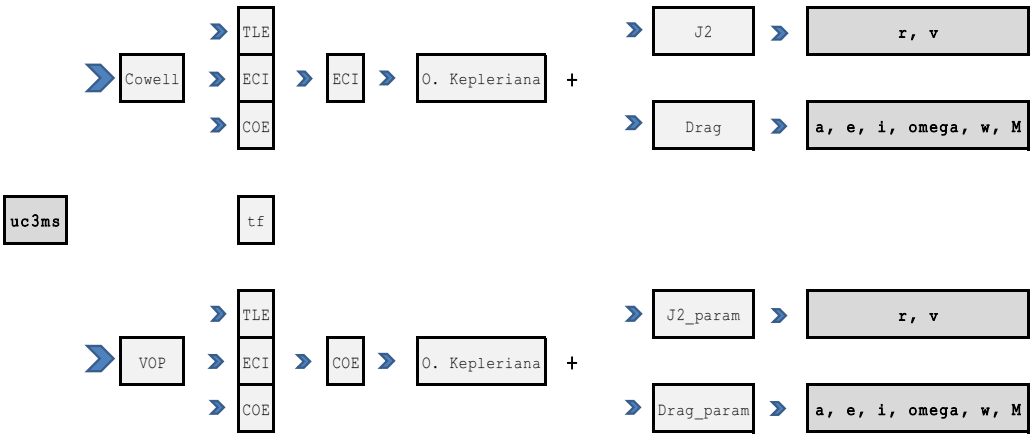


Figura 3.3. Esquema de la aplicación

Los pasos a seguir serían los siguientes:

1. Selección de método de resolución.

   Cowell
   VOP

Mediante un sencillísimo algoritmo, se da al usuario la posibilidad de elegir el método de resolución de las ecuaciones.

2. Selección de inputs

   TLE
   ECI
   COE

Tanto para la resolución por Cowell, como por VOP, existen tres formatos a elegir para introducir los valores iniciales. En el primer caso, mediante simples funciones, el simulador obtendría r0, v0 y, en el segundo caso, estas transformaciones servirían para llegar a los parámetros orbitales iniciales.

TLE

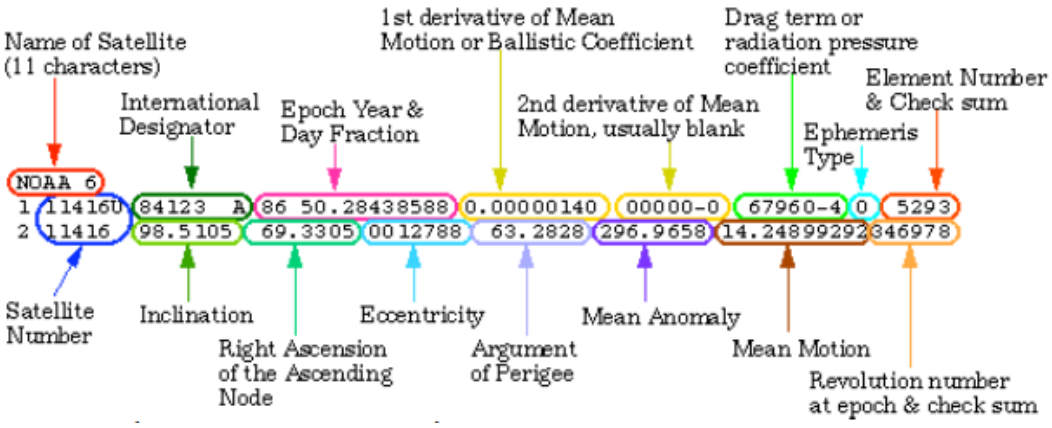


Figura 3.4. Two Line Elements [Bor12]

Los satélites vienen descritos en las bases de datos por dos líneas de números. En la primera viene t_0 (la época, en forma de año y fracción de días), y en la segunda, i, Ω, e (se asume un punto decimal al principio), w, M_0 y n (revoluciones por día). El número de revoluciones es el número de vueltas que el satélite ha dado a su órbita en t_0. Los otros números sirven para clasificar el satélite para modelos más complejos, que incluyen perturbaciones.

ECI

(Earth Centered Inertial) que ya se describió con anterioridad.

COE

Elementos orbitales o keplerianos (a, e, i, Ω, ω, M). [Punto 2.1.2].

Funciones implicadas:

- *coe2rv: Encuentra r, v a partir de los parámetros orbitales.*
- *rv2coe: Encuentra los parámetros orbitales a partir de r, v.*
- *mag: Encuentra la magnitud de un vector.*
- *newtonnu: Resuelve la ecuación de Kepler cuando la anomalía verdadera es conocida.*
- *newtonm: Encuentra la anomalía excéntrica y la anomalía verdadera a partir de la anomalía media.*
- *rot1: Permite la rotación alrededor del primer eje.*
- *rot2: Permite la rotación alrededor del segundo eje.*
- *rot3: Permite la rotación alrededor del tercer eje.*
- *um_tf_xo: Introduce de parámetros orbitales a partir de TLE, ECI, COE*
- *um_tf_xo_cowell: Introduce de r, v a partir de TLE, ECI, COE*
- *angl: Calcula el ángulo entre dos vectores.*
- *dia_hora: Calcula la fecha y la hora a partir de los datos TLE.*
- *jday: Encuentra la fecha juliana dando el año, mes, día y hora.*
- *uc3ms: Inicio de la aplicación*
- *sun: Calcula la posición geocéntrica ecuatorial del Sol dando la fecha juliana.*

3. Selección de perturbaciones

J2: S/N

DRAG: S/N

Tras incluir el tiempo total de simulación, las fuerzas perturbadoras que se quieren evaluar se seleccionan en este punto. Como se ha comentado ya, se suman linealmente.

Funciones implicadas:

- *cowell: Integrador de r, v a partir de r0 y v0.*
- *vop: Integrador de parametros_orbitales a partir de parametros_orbitales0.*

- *param: Calcula la variación que se produce en los parámetros orbitales.*
- *perturb: Calcula la variación que se produce en r y v.*
- *J2: Calcula el efecto perturbador del achatamiento terrestre.*
- *J2_param: Calcula la variación que se produce en los parámetros orbitales debido a J2.*
- *drag: Calcula el efecto perturbador de la resistencia atmosférica.*
- *drag_param: Calcula la variación que se produce en los parámetros orbitales debido a la resistencia atmosférica.*

4. Visualización de los resultados

La ejecución de las funciones devuelve los valores de la órbita para el tiempo seleccionado.

Capítulo 4

Validación de los resultados

"El mundo exige resultados. No le cuentes a otros tus dolores del parto. Muéstrales al niño."

Indira Gandhi

Se pasa a realizar la comprobación y discusión de la validez de los resultados obtenidos. Existe una corriente dedicada exclusivamente a la verificación y validación de software independiente (ISVV). La ISVV es una práctica de la ingeniería destinada a mejorar la calidad y reducir los costos de un producto de software. Organizaciones como la ESA han definido guías que definen el proceso ISVV con las actividades de gestión, verificación y validación que se encuentran fuera del ámbito del proyecto, pero en las que pretende basarse este capítulo. [ESA08]

TASK DESCRIPTION			
Title:	Identification of test cases	**Task ID:**	IVA.T1
Activity:	IVA - Independent Validation		
Start event:	DAR - Design Analysis Review (during the independent code analysis)		
End event:	IVTPR – Independent Validation Test Plan Review		
Responsible:	ISVV Supplier		
Objectives:	The purpose of this task is to identify areas to be subjected for independent validation. The task relies on the development documentation for the system, including requirements and design specifications and output from the IVE analysis. The identified test cases must be described in the test plan to be used when implementing the tests.		
TASK DESCRIPTION			
Title:	Construction of Test Procedures	**Task ID:**	IVA.T2
Activity:	IVA - Independent Validation		
Start event:	At delivery of the SVF User Guide		
End event:	When all Test Cases are implemented and described in the Test Plan.		
Responsible:	ISVV Supplier		
Objectives:	- The purpose of this task is to express the test cases in the test language provided by the software validation facility		
TASK DESCRIPTION			
Title:	Execution of Test Procedures	**Task ID:**	IVA.T3
Activity:	IVA - Independent Validation		
Start event:	When IVA.T2 is performed.		
End event:	IVR – Independent Validation Review		
Responsible:	ISVV Supplier		
Objectives:	- The purpose of this task is to execute the test procedures and generate a test report		

Figura 4.1. Descripción de tareas [ESA08]

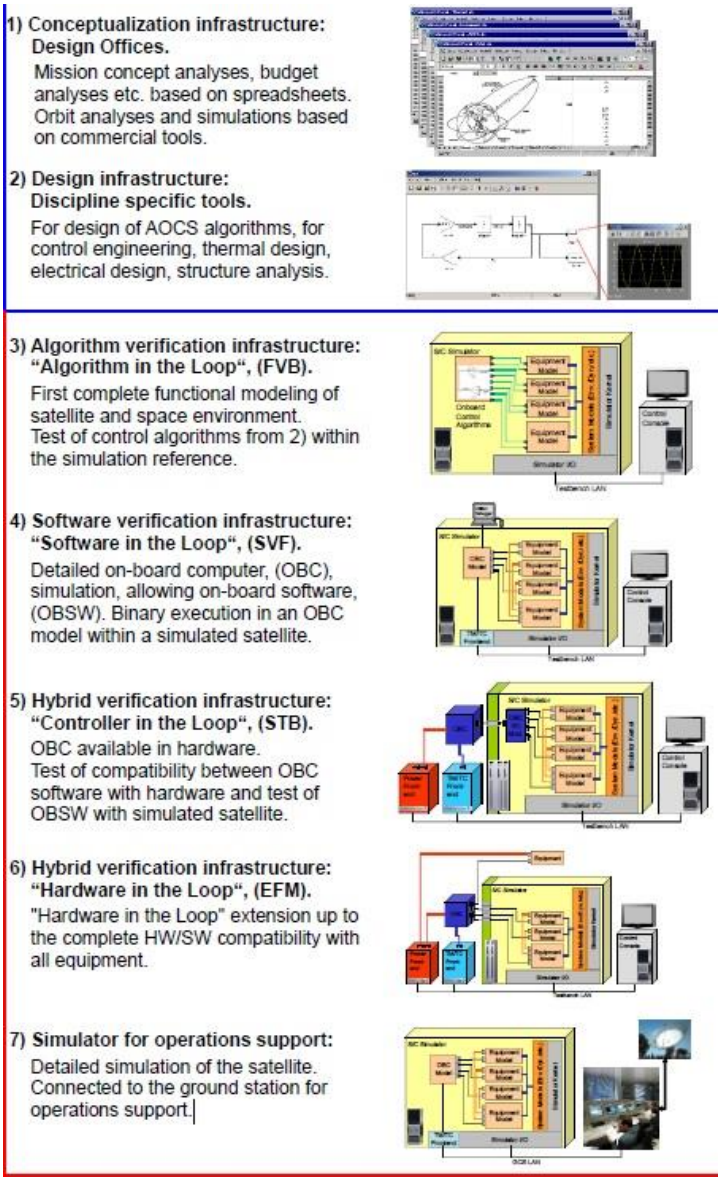


Figura 4.2. Etapas del desarrollo del sistema según las configuraciones de infraestructura [EIC09]

El proceso de validación requiere que los resultados del simulador se comparen con datos de referencia. En nuestro caso, la fuente para el chequeo de los resultados son los valores que constan en el "Integrator Check" del Assignment II de la Universidad de Colorado [Bor12]. Por otra parte, los casos a evaluar son: 1. Órbita Kepleriana, 2. Órbita Kepleriana con perturbaciones por J2 y 3. Órbita Kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. Se equipara UC3M_SIMULATOR.COWELL Vs. COLORADO_CHECK para los tres casos anteriormente enunciados y UC3M_SIMULATOR.VOP Vs. UC3M_SIMULATOR.COWELL para los tres mismos supuestos.

	UC3M_SIMULATOR. COWELL	**COLORADO_CHECK**
UC3M_SIMULATOR. COWELL		1, Órbita Kepleriana 2. Órbita Kepleriana con perturbaciones por J2 3. Órbita Kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica
UC3M_SIMULATOR. VOP	1, Órbita Kepleriana 2. Órbita Kepleriana con perturbaciones por J2 3. Órbita Kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica	

Figura 4.3.Casos de validación

Los datos de partida serían los siguientes:

PARÁMETROS Y CONDICIONES INICIALES

Cowell	
x0 [m]	-2.436.450,00
y0 [m]	-2.436.450,00
z0 [m]	6.891.037,90
vx0 [m/s]	5.088,61
vy0 [m/s]	-5.088,61
vz0 [m/s]	0,00

VOP	
a0 [m]	7.712.188,54
e0 []	0,001
i0 [°]	63,43
Ω0 [°]	135,00
ω0 [°]	90,00
M0 [°]	0,00

Cd	2,00
A [m^2]	3,60
m [kg]	1.350,00
ρ_0 [kg/m^3]	4,00E-13
H [m]	200.000,00

Tabla 4.1. Parámetros y condiciones iniciales

A partir de las siguientes condiciones iniciales y para un tiempo de simulación de 86.400 segundos, se hace una primera prueba para la condición 1. Órbita kepleriana.

1. Órbita kepleriana

El objetivo en esta ocasión es hacer una comprobación previa sin perturbaciones. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Órbita kepleriana. UC3M.Cowell Vs. Colorado_Check

COLORADO_CHECK	
x [m]	-5.971.197,66779537
y [m]	3.945.698,21365958
z [m]	2.864.371,01210345
vx [m/s]	48,86166203
vy [m/s]	-4.184,93697660
vz [m/s]	5.849,05328447

UC3M_SIMULATOR. COWELL	
x [m]	-5.971.197,66779541
y [m]	3.945.698,21366142
z [m]	2.864.371,01210095
vx [m/s]	48,86166203
vy [m/s]	-4.184,93676599
vz [m/s]	5.849,05328447

Tabla 4.2. Cowell – Órbita kepleriana. Resultados

De donde:

ERROR RELATIVO
6,71E-15 **x**
4,66E-13 **y**
8,73E-13 **z**
0,00E+00 **vx**
5,03E-08 **vy**
0,00E+00 **vz**

Tabla 4.3. Cowell – Órbita kepleriana. Error

Los datos de referencia tienen una tolerancia para el error de E-07/E-08. Nuestro simulador se mantiene dentro del margen de confianza. Además se efectúa una comprobación adicional: analizando el incremento de la energía total de la órbita (en adelante E) y de la componente perpendicular del momento angular (en adelante hk), se puede observar que ambas se mantienen constantes, que es correcto, ya que en

este supuesto sólo toman parte fuerzas conservativas. Por lo tanto, el primer test es aceptado.

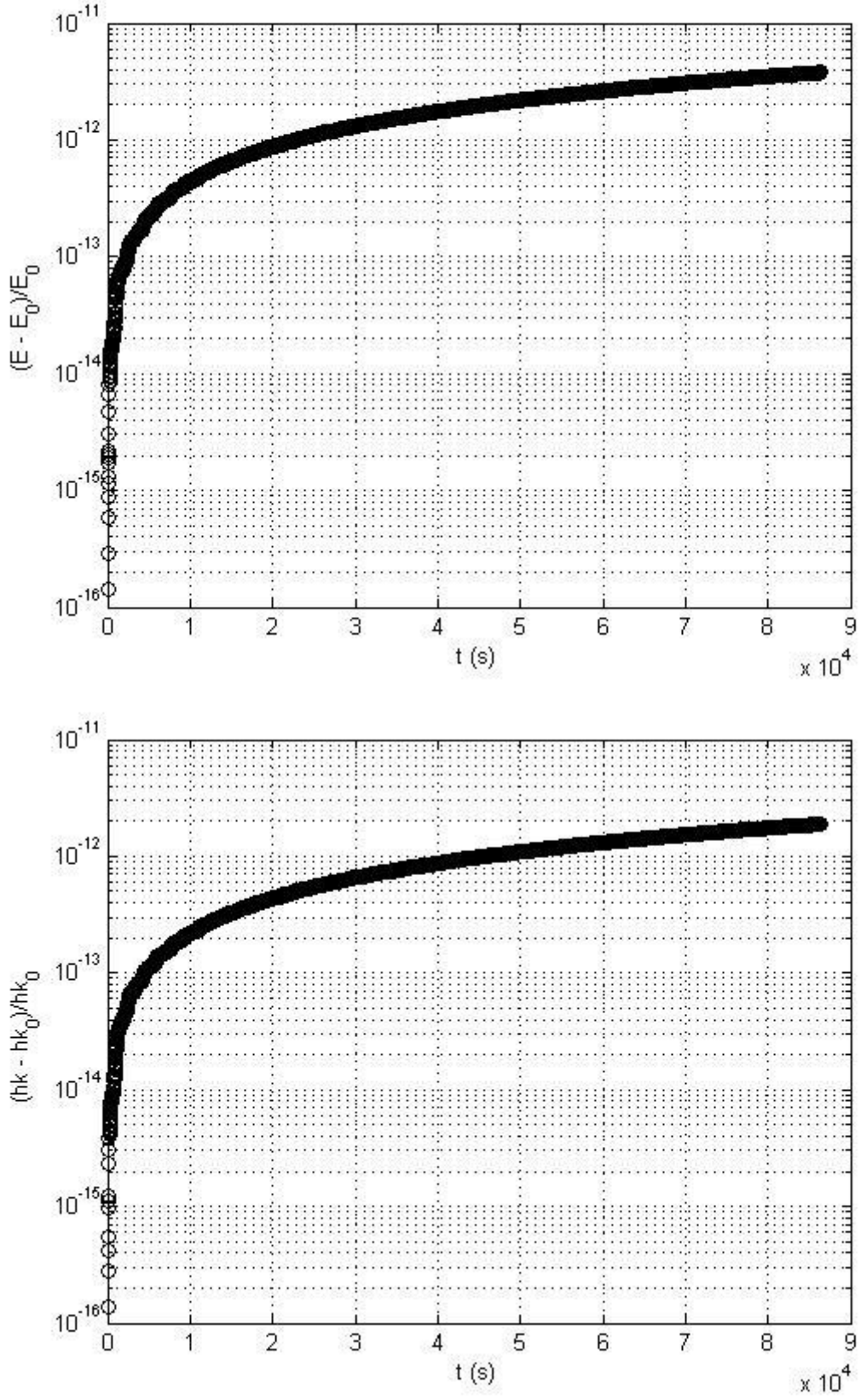


Figura 4.4. Cowell – Órbita kepleriana. dE y dhk

Órbita kepleriana. UC3M.VOP Vs. UC3M.Cowell

En ausencia de fuerzas perturbadoras y como cabía esperar, el único parámetro que sufre variación es la anomalía media (M).

COLORADO_CHECK	
a [m]	7.712.188,53565950
e []	0,00099969
i [°]	63,43400600
Ω [°]	135,00000000
ω [°]	90,00000000
M [°]	294,65016600

UC3M_SIMULATOR	
a [m]	7.712.188,54000000
e []	0,00099969
i [°]	63,43400600
Ω [°]	135,00000000
ω [°]	90,00000000
M [°]	294,65000000

Tabla 4.4. VOP – Órbita kepleriana. Resultados

Se mantiene la magnitud de error admisible, que vuelve a ser aceptable, validando también este supuesto.

ERROR RELATIVO
3,78E-12 **a**
0,00E+00 **e**
0,00E+00 **i**
0,00E+00 **Ω**
0,00E+00 **ω**
3,36E-09 **M**

Tabla 4.5. VOP – Órbita kepleriana. Error

Se representa una gráfica con el error cometido en el semieje mayor.

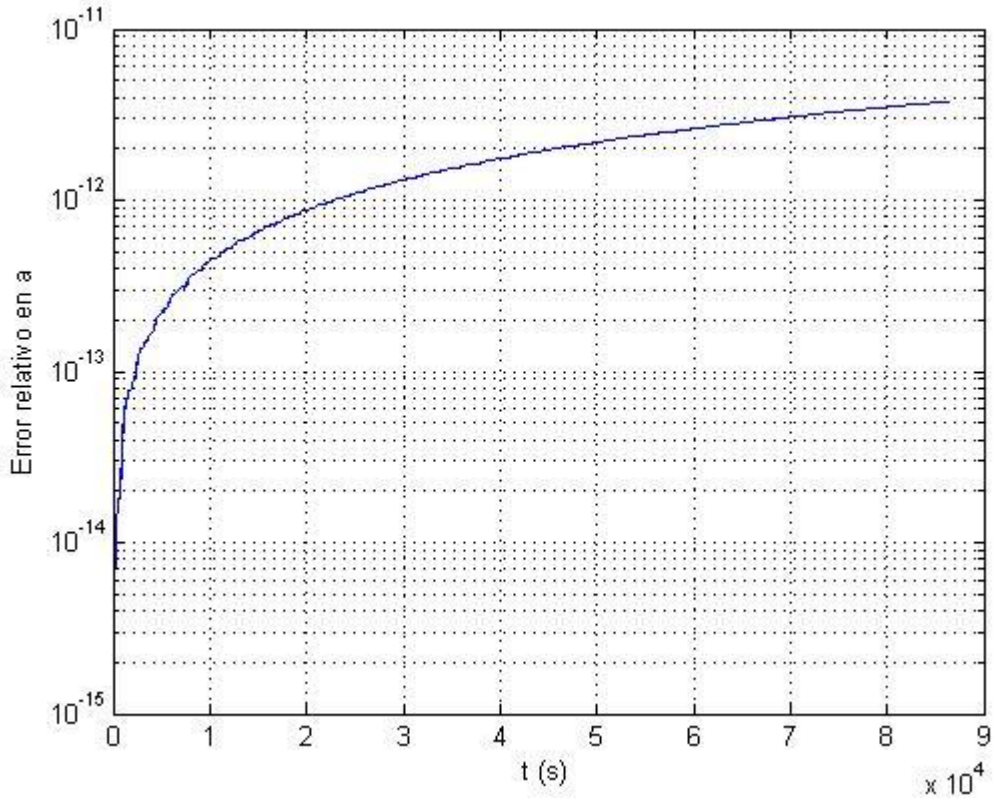


Figura 4.5. VOP – Órbita kepleriana. Error en a

2. Órbita kepleriana con perturbaciones por J2

A partir de los mismos parámetros y condiciones iniciales, se ejecuta un análisis considerando los efectos del achatamiento terrestre. No se modifica el tiempo de simulación, ni ningún otro parámetro antes definido.

Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. UC3M.Cowell Vs. Colorado_Check.

El error relativo se mantiene inferior a E-07/E-08, con lo cual los resultados siguen siendo aceptables. Se vuelve a analizar los incrementos de la energía total en la órbita (E) y de la componente vertical del momento angular (hk), y siguen siendo constantes. Es importante tener en cuenta que este hecho no se da para el caso 3, Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica, ya que ésta fuerza no es conservativa.

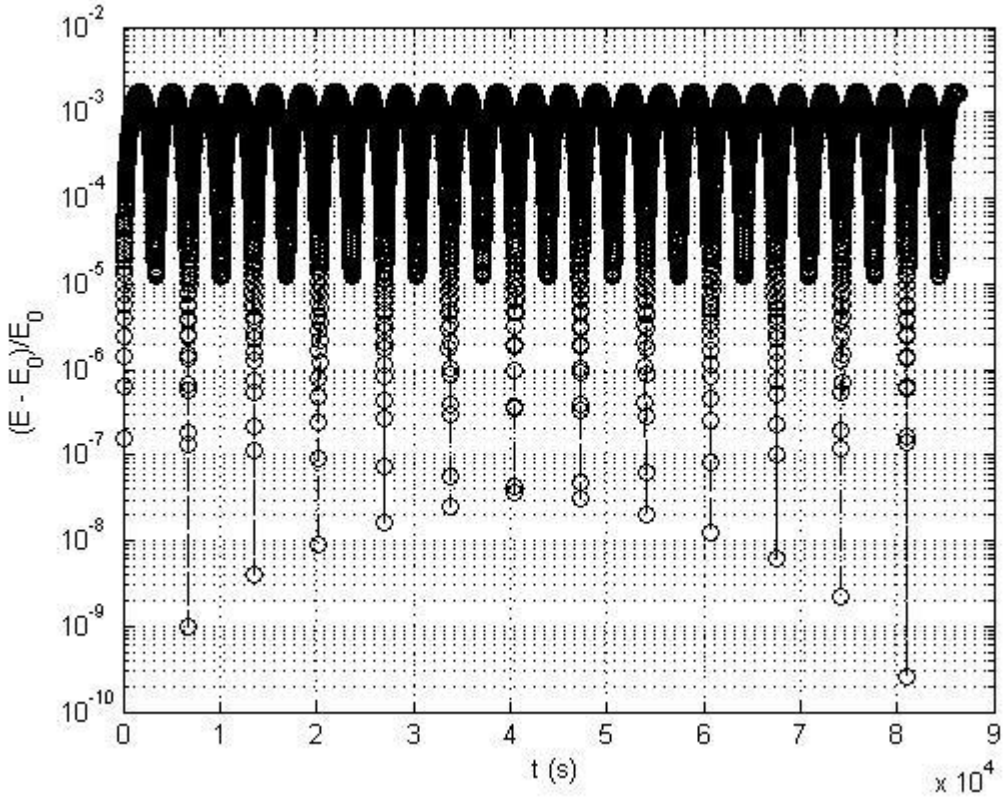
COLORADO_CHECK	
x [m]	-5.751.478,24647975
y [m]	4.721.244,43775042
z [m]	2.045.868,44947530
vx [m/s]	-797,79415780
vy [m/s]	-3.656,40108694
vz [m/s]	6.139,66017459

UC3M_SIMULATOR. COWELL	
x [m]	-5.751.478,24647910
y [m]	4.721.244,43775404
z [m]	2.045.868,44946937
vx [m/s]	-797,79415780
vy [m/s]	-3.656,40108694
vz [m/s]	6.139,66017459

Tabla 4.6. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. Resultados

ERROR RELATIVO
1,13E-13 **x**
7,67E-13 **y**
2,90E-12 **z**
0,00E+00 **vx**
0,00E+00 **vy**
0,00E+00 **vz**

Tabla 4.7. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. Error



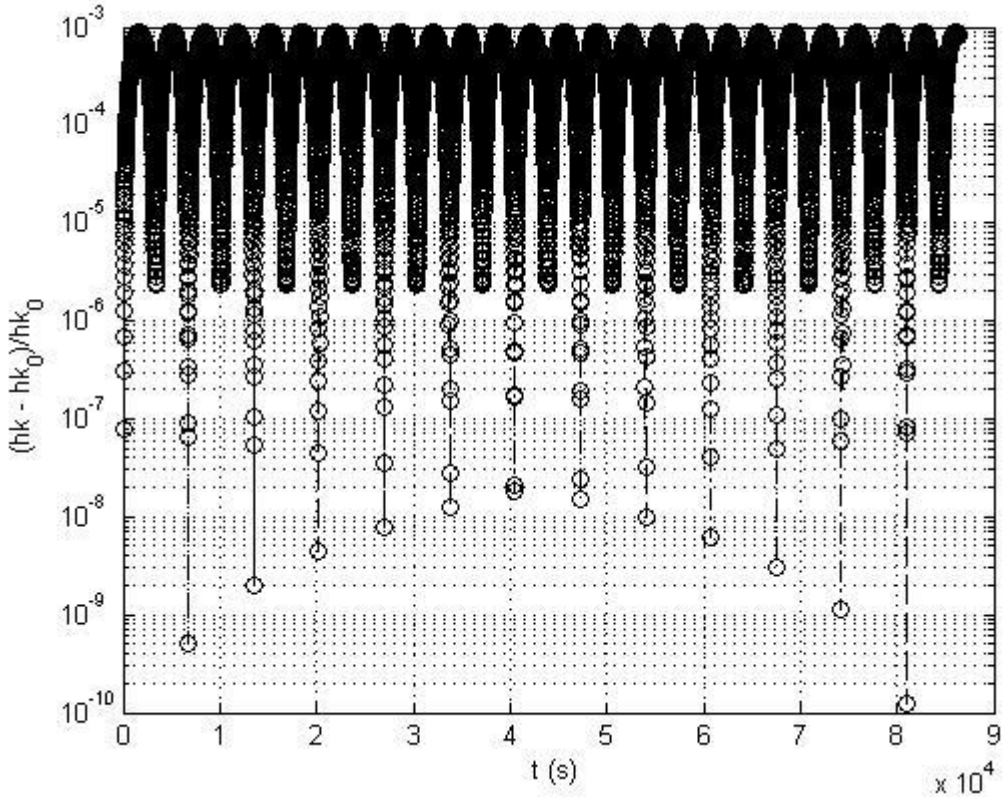
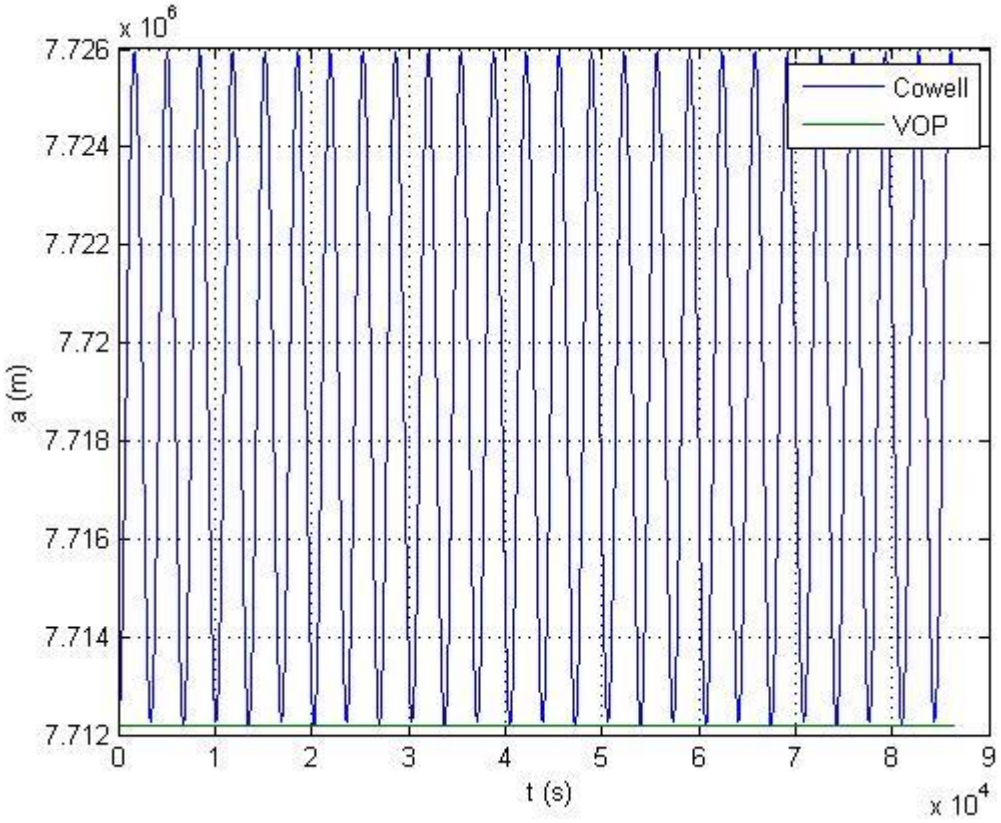
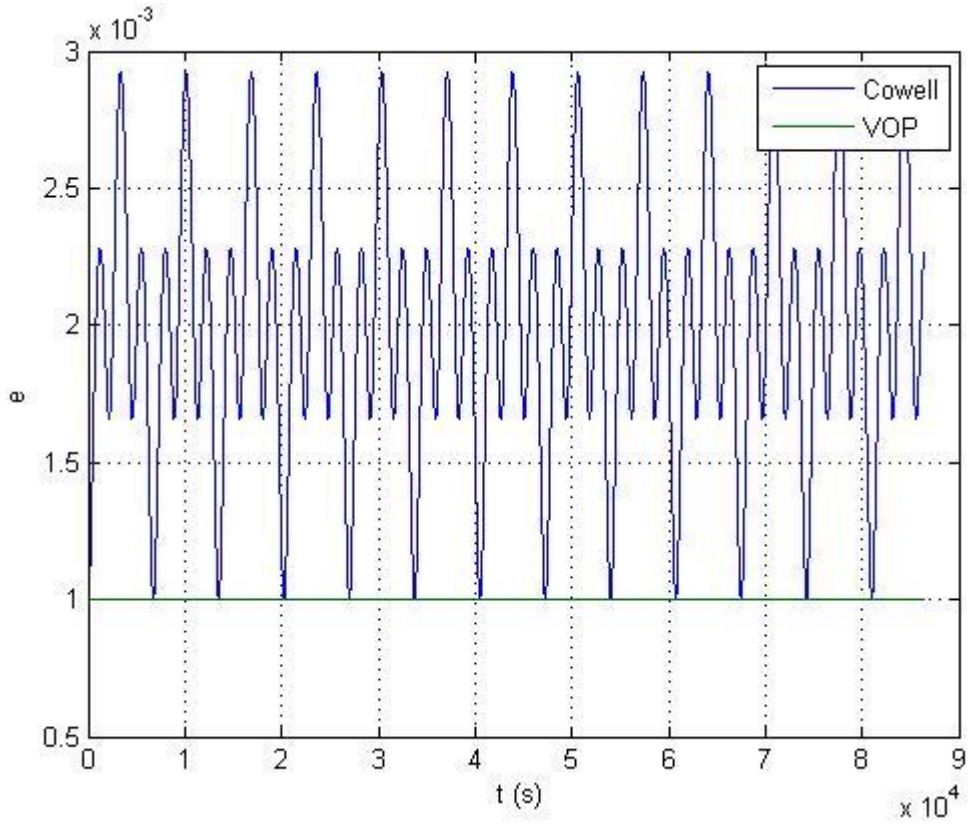


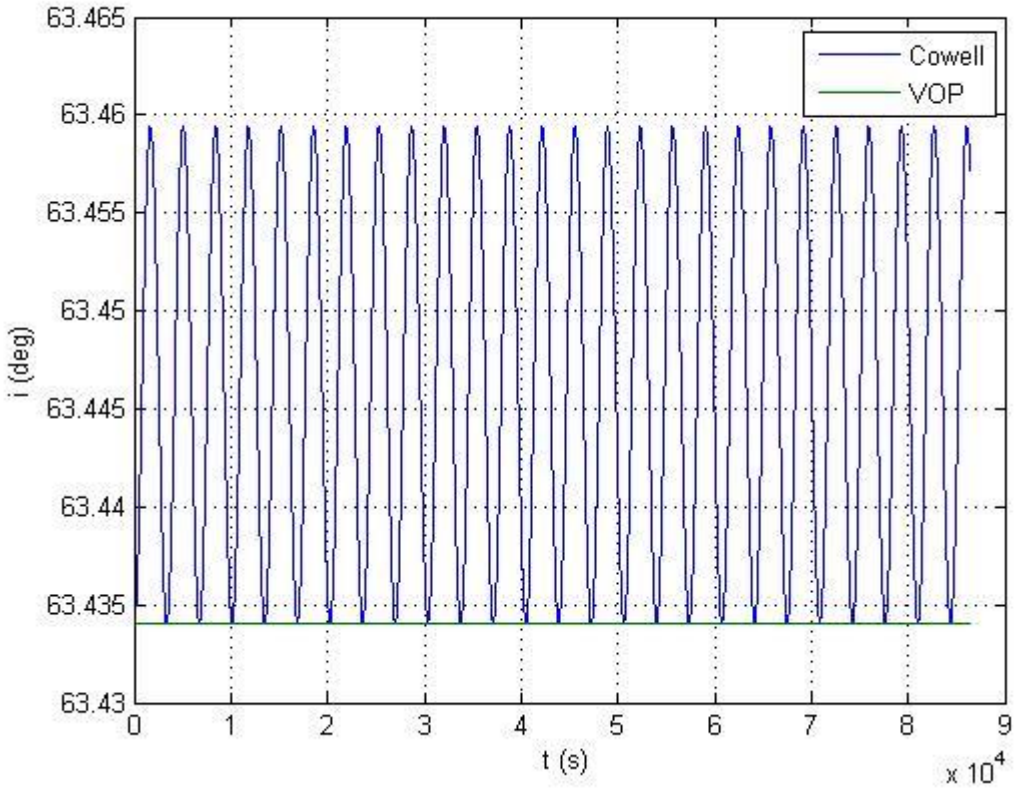
Figura 4.6. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. dE y dhk

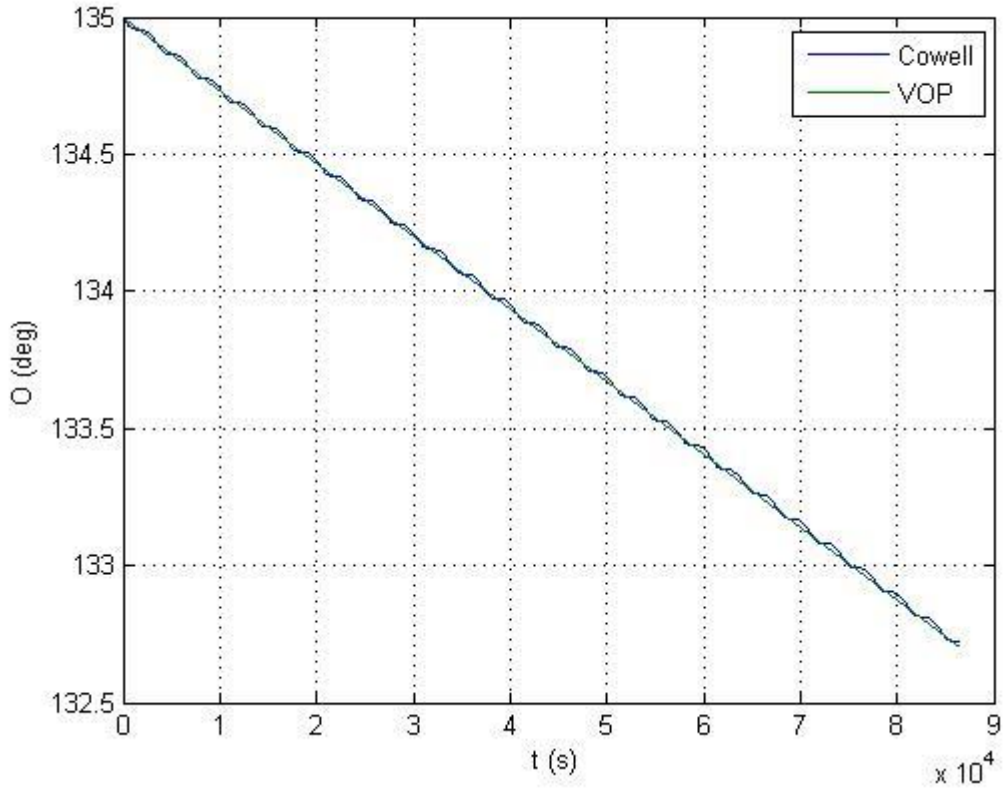
Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. UC3M.VOP Vs. UC3M.Cowell

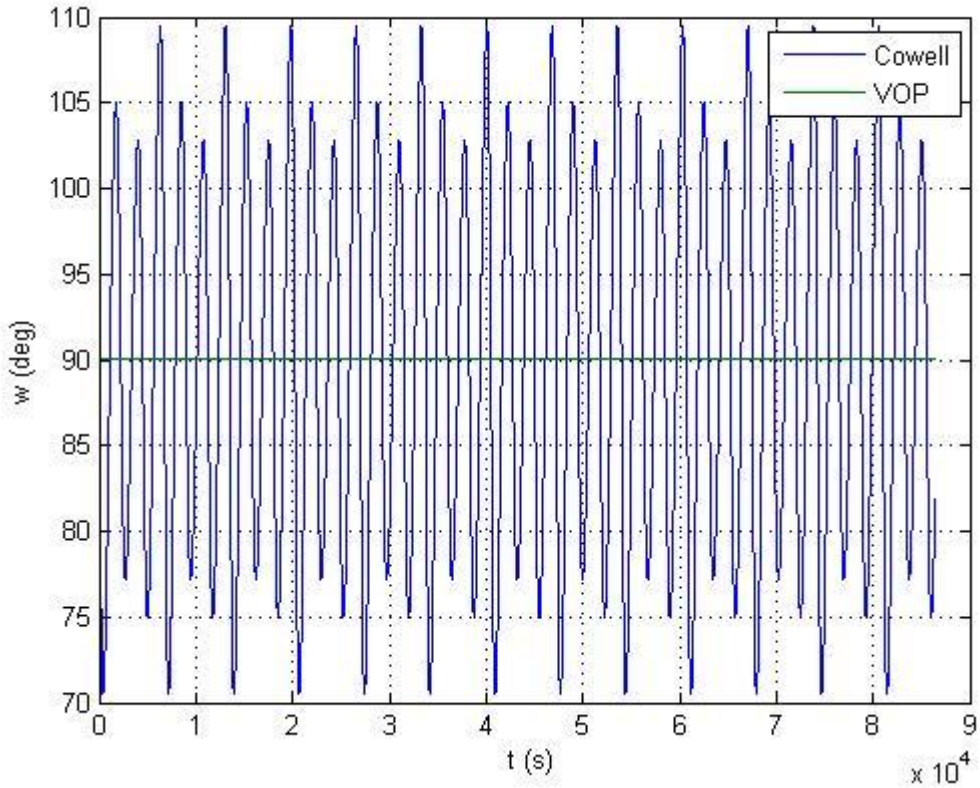
La validación se trata a partir de la comparación de la magnitud de los parámetros obtenida con una ejecución por el método de Cowell (ya aceptado), con la obtenida por este método de VOP observando la diferencia en cada punto. Cowell refleja para el semieje mayor (a), la excentricidad (e) y la inclinación (i), una variación periódica (y sólo periódica), mientras que VOP no mostrará desviación alguna, recordando que sólo se consideran las variaciones seculares, es decir, las variaciones no periódicas en Ω, ω y M. Para la longitud del nodo ascendente (Ω), el argumento del perigeo (w) y la anomalía media de la época (M), el incremento/decremento regular debe acompañar a la pendiente. Se presentan los gráficos con los valores para Cowell y VOP de a, e, i, Ω, w y M y el error relativo para los parámetros con variación secular Ω y M (se omite el error relativo de w, ya que es un caso de valor crítico y se mantiene constante).

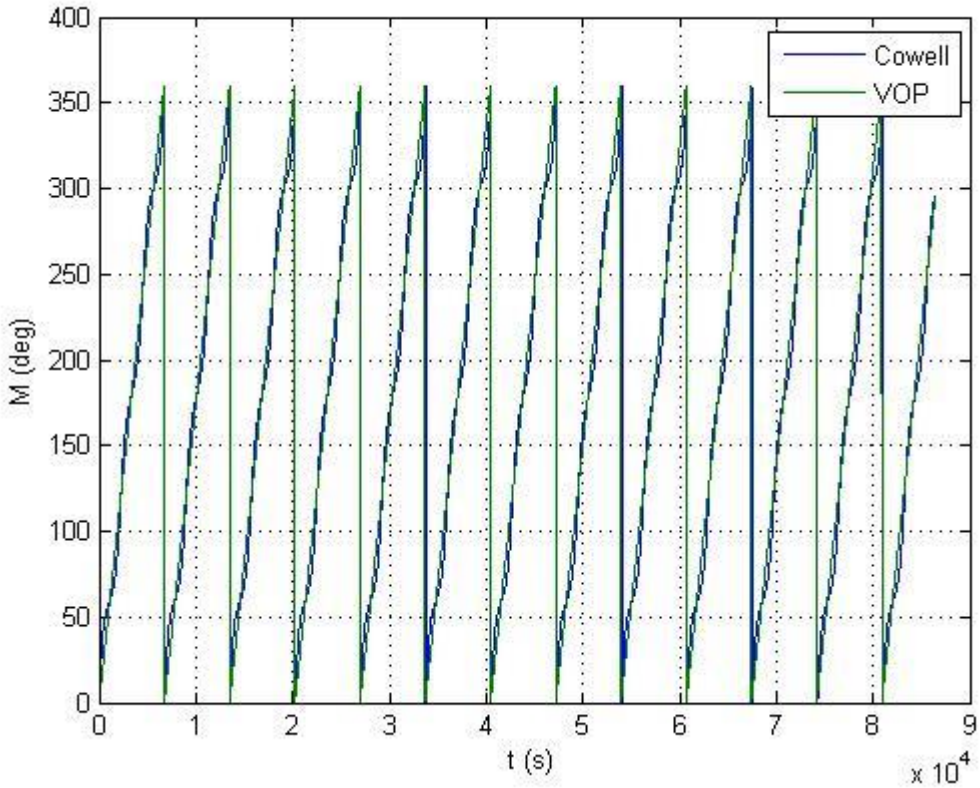

x 10^6
7.726
7.724
7.722
7.72
7.718
7.716
7.714
7.712
a (m)
Cowell
VOP
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
t (s)
x 10^4


x 10^-3
3
2.5
2
1.5
1
0.5
e
Cowell
VOP
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
t (s)
x 10^4


Cowell
VOP
i (deg)
t (s)
x 10^4
63.465
63.46
63.455
63.45
63.445
63.44
63.435
63.43
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9


Cowell
VOP
O (deg)
t (s)
x 10^4
135
134.5
134
133.5
133
132.5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9


Cowell
VOP
w (deg)
t (s)
x 10^4


Cowell
VOP
M (deg)
t (s)
x 10^4

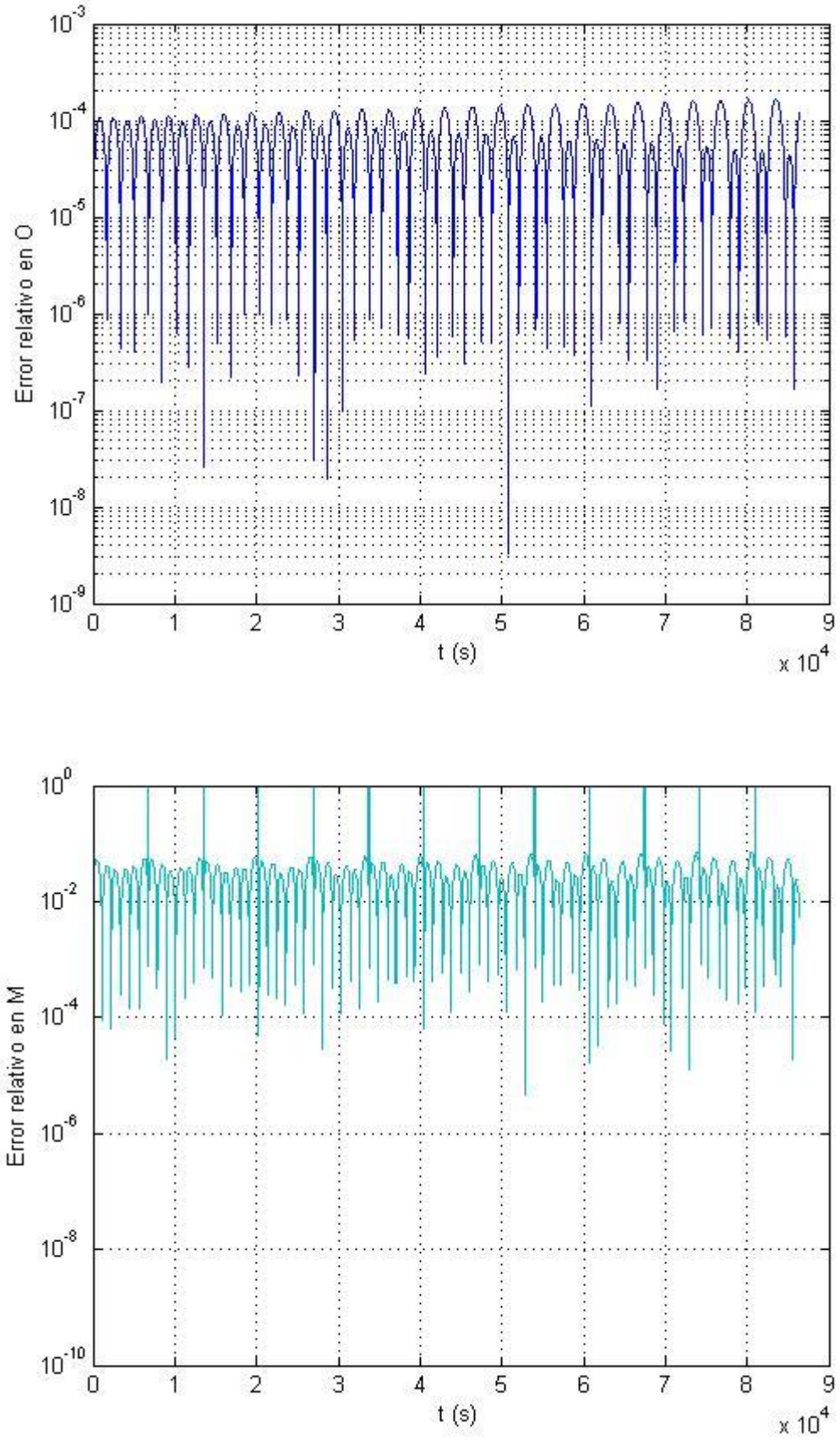


Figura 4.7. VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por J2. Resultados

Los resultados se ajustan a la teoría y por lo tanto el código se da por validado. Como nota adicional, en la teoría se hace alusión a los valores críticos de los parámetros de una órbita y este caso se encuentra entre uno de ellos [punto 2.1.2]: "Variaciones seculares en ω: i=63.4° o 116.6° → dω/dt=0". Como se puede comprobar, el algoritmo también se comporta correctamente ante este hecho.

3. Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica

Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. UC3M.Cowell Vs. Colorado_Check.

COLORADO_CHECK	
x [m]	-5.971.196,24566041
y [m]	3.945.655,28385815
z [m]	2.864.429,68958647
vx [m/s]	48,91416530
vy [m/s]	-4.184,97201514
vz [m/s]	5.849,02854530

UC3M_SIMULATOR. COWELL	
x [m]	-5.971.196,24566036
y [m]	3.945.655,28385608
z [m]	2.864.429,68958938
vx [m/s]	48,91416530
vy [m/s]	-4.184,97201514
vz [m/s]	5.849,02854530

Tabla 4.8. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. Resultados

El error se mantiene bajo y el buen comportamiento de E y hk proporciona argumentos para admitir también esta prueba.

ERROR RELATIVO
8,42E-15 **x**
5,25E-13 **y**
1,02E-12 **z**
0,00E+00 **vx**
0,00E+00 **vy**
0,00E+00 **vz**

Tabla 4.9. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. Error

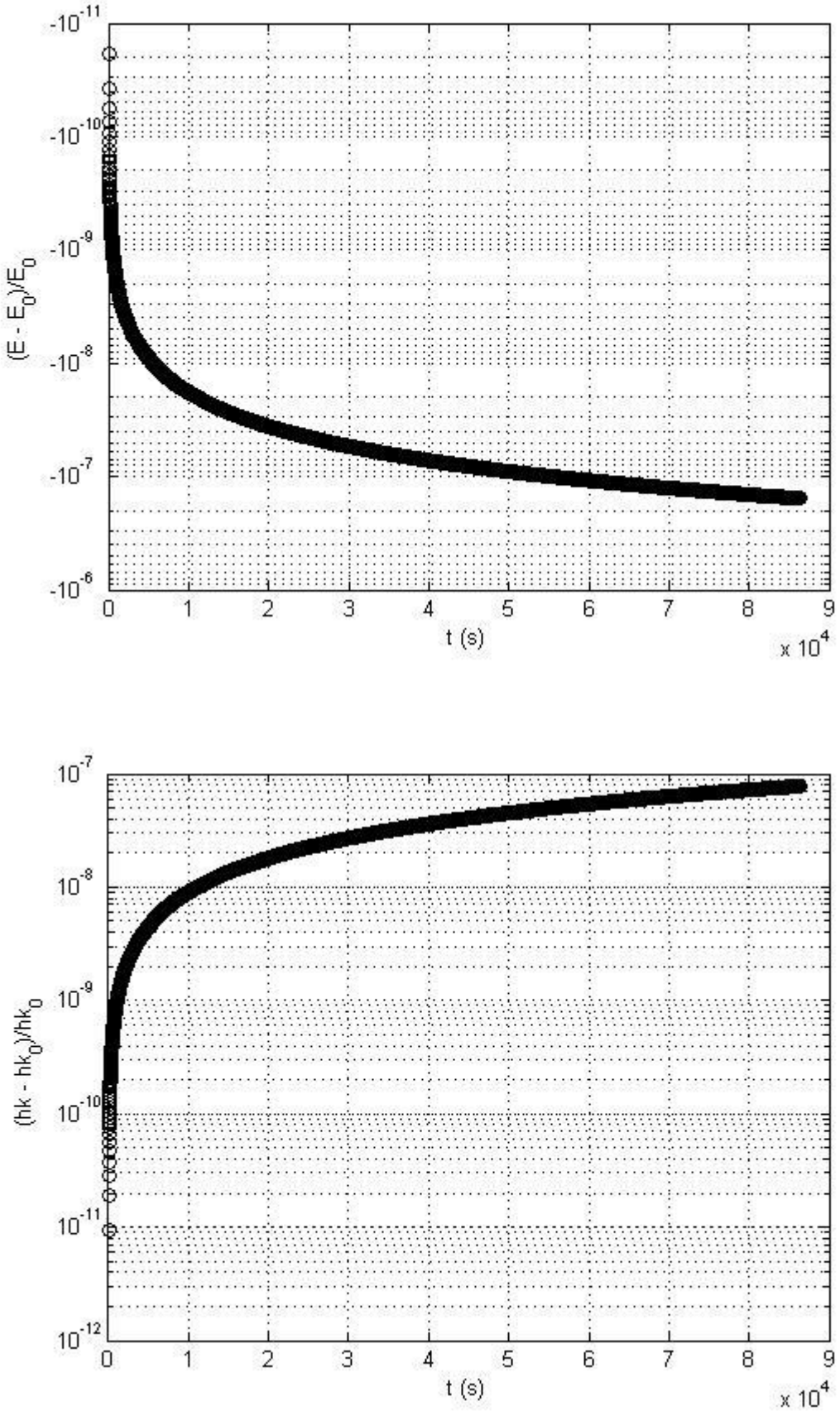


Figura 4.8. Cowell – Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. dE y dhk

Esta fuerza perturbadora produce que la energía de la órbita (E) y la componente perpendicular del momento angular (hk) no permanezcan constantes. Para el caso de la prueba, la fuerza no tiene una influencia elevada, pero se puede apreciar su efecto atenuante en la energía total, hecho que teóricamente produce la circularización de la órbita (ver figura 4.8).

Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. UC3M.VOP Vs. UC3M.Cowell.

Los parámetros con variación secular son a (semieje mayor) y e (excentricidad). El valor de la excentricidad varía mínimamente en uno y otro caso, por este motivo sólo se presentan los gráficos de error relativo para el semieje mayor y el argumento del perigeo, ya que para la inclinación, el RAAN y la anomalía media tampoco son representativos.

COLORADO_CHECK	
a [m]	7.712.187,33349899
e []	0,00099970
i [°]	63,43400624
Ω [°]	135,00000000
ω [°]	89,99993342
M [°]	294,65077246

UC3M_SIMULATOR	
a [m]	7.712.188,03623779
e []	0,00099970
i [°]	63,43400640
Ω [°]	135,00000000
ω [°]	90,00000000
M [°]	294,65039111

Tabla 4.10.VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. Resultados

ERROR RELATIVO	
9,11E-08	**a**
0,00E+00	**e**
2,52E-09	**i**
0,00E+00	**Ω**
7,40E-07	**ω**
1,29E-06	**M**

Tabla 4.11.VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. Error

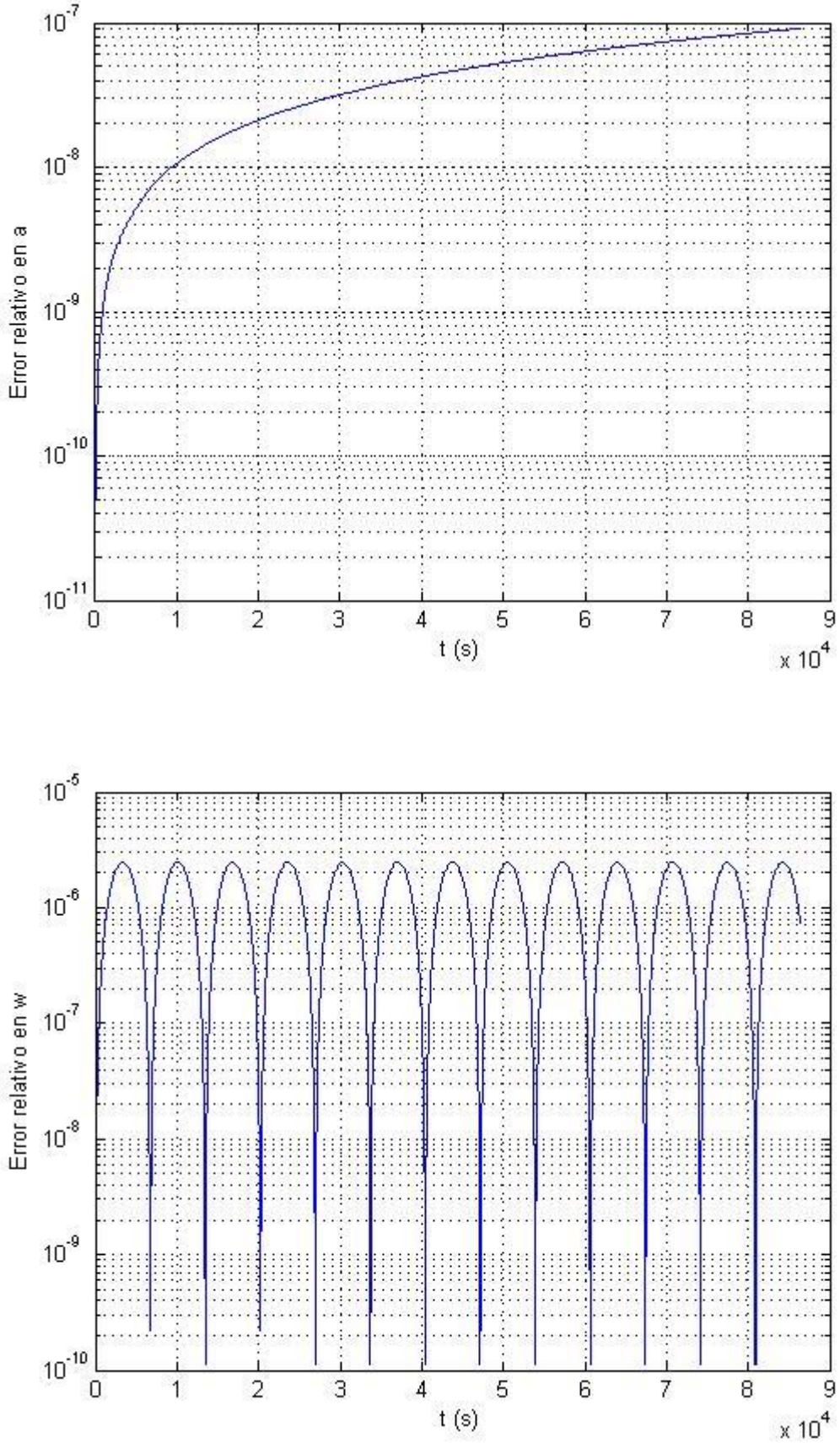


Figura 4.9. VOP – Órbita kepleriana con perturbaciones por Resistencia Atmosférica. Resultados

Capítulo 5

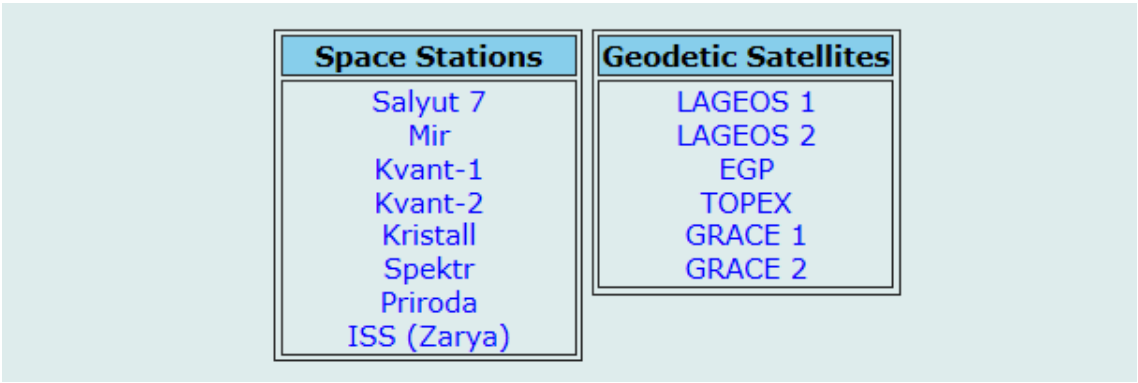
Aplicación práctica

"Las ciencias aplicadas no existen, sólo las aplicaciones de la ciencia"

Louis Pasteur

El uc3ms es una aplicación de tipo académico. No obstante, se realiza la propagación de la trayectoria de dos vehículos reales con información obtenida de sus bases de datos. [Cel13]

http://celestrak.com almacena información de satélites desde 1957 en formato TLE.



Space Stations
Salyut 7
Mir
Kvant-1
Kvant-2
Kristall
Spektr
Priroda
ISS (Zarya)

Geodetic Satellites
LAGEOS 1
LAGEOS 2
EGP
TOPEX
GRACE 1
GRACE 2

NORAD Two-Line Element Sets
Historical Archives

1980-2004

For data from 1957 to the present, other than what may be found below, please submit a Special Data Request.

Weather Satellites			
NOAA		GOES	DMSP
NOAA 6	NOAA 12	GOES 4	DMSP F8
NOAA 7	NOAA 13	GOES 5	DMSP F9
NOAA 8	NOAA 14	GOES 6	DMSP F10
NOAA 9	NOAA 15	GOES 7	DMSP F11
NOAA 10	NOAA 16	GOES 8	DMSP F12
NOAA 11	NOAA 17	GOES 9	DMSP F13
		GOES 10	DMSP F14
		GOES 11	DMSP F15
		GOES 12	DMSP F16

Figura 5.1.Celestrak.com [Cel13]

5.1. Aplicación a órbita GEO

Una órbita geoestacionaria o GEO es una órbita geosíncrona en el plano ecuatorial terrestre. Es la órbita de mayor interés para los operadores de satélites artificiales de comunicación y de televisión. Su periodo orbital es igual al periodo de rotación sidéreo de la Tierra, 23 horas, 56 minutos y 4,09 segundos.

Para este caso se elige el siguiente satélite:

GOES 12. El Satélite Geoestacionario Operacional Ambiental (Geostationary Operational Environmental Satellite, GOES), es una de las claves del programa estadounidense del National Weather Service "NWS" de la NOAA.

Los datos de imágenes y de sonda del GOES son continuos y proveen una corriente de información ambiental para soportar el pronóstico del tiempo, el seguimiento de tormentas severas, y para investigación de meteorología. Desde 1974 se evoluciona mejorando el sistema de satélites geoestacionarios (lanzamiento del primer Satélite Sincrónico Meteorológico, SMS1). Es responsable del armado de los elementos claves de pronósticos y monitoreo. Naves espaciales y sistemas de tierra trabajan juntos para acompañar la misión GOES. [Wik13]

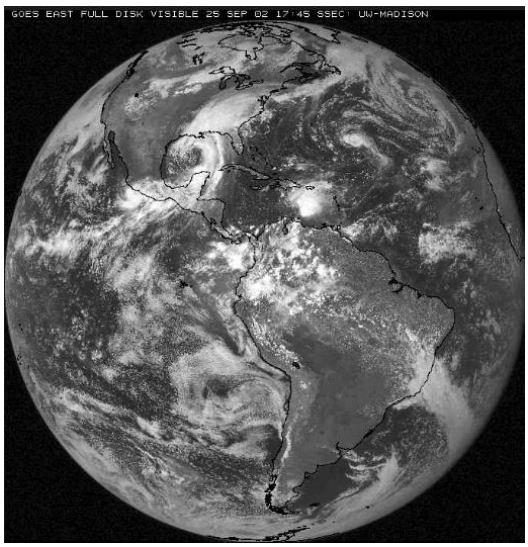


Figura 5.2. Imagen proporcionada por GOES12 [Wik13]

Satélites

EE. UU. tiene cuatro operativos.

*GOES-9 se comparte con Japón sobre el Pacífico medio, como parte de un acuerdo multinacional, cuando el satélite japonés GMS-5 llegó al fin de su vida útil, y falló el lanzamiento del satélite de reemplazo MTSAT-1. Está a 160° E sobre el océano Pacífico.

*GOES-10 se mueve a 60° W para suplementar el GOES-Este.

*GOES-11 es el designado GOES-Oeste, corrientemente localizado a 135 °W sobre el océano Pacífico.

***GOES-12 es el designado GOES-Este, localizado a 75° W sobre el río Amazonas. Es el que da mucha de la información del tiempo de EE.UU.**

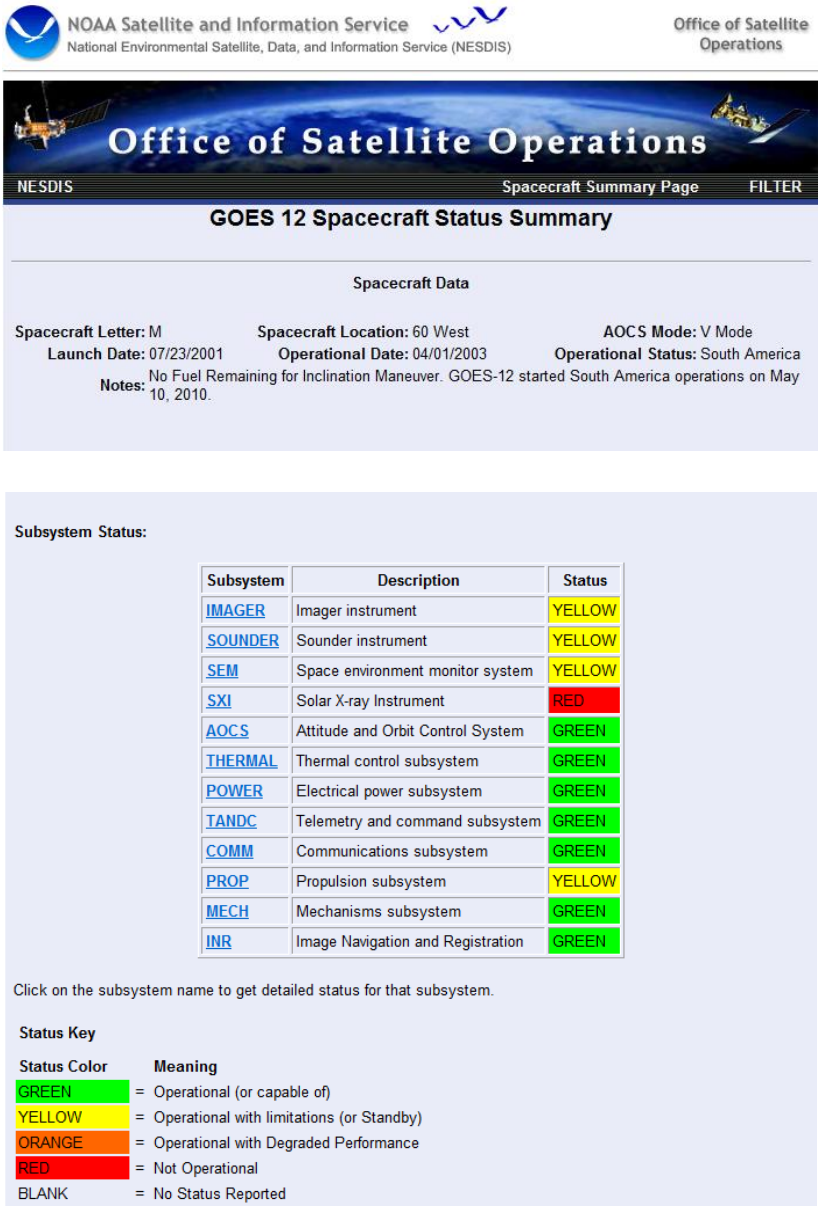


Figura 5.3. Detalle GOES12 [Cel13]

SIMULACION

Valores de entrada:

1 26871U 01031A 03021.29534620 -.00000104 00000-0 10000-3 0 7848

2 26871 0.3924 277.2459 0004193 352.5224 212.9926 1.00363683 5556

Situación real de GOES12 después de 852.494 seg

TLE:

1 26871U 01031A 03031.16216598 -.00000140 00000-0 10000-3 0 8005

2 26871 0.3724 276.8406 0003287 355.3269 175.6425 1.00363378 5655

COE:

a[m]_Real	e[]_Real	i[°]_Real	Ω[°]_Real	ω [°]_Real	M[°]_Real
42.139.073,174884	0,0003287	0,3724	276,8406	355,3269	175,6425

Tabla 5.1.Simulación órbita GEO. Valores reales

Resultados:

a[m]_uc3ms	e[]_uc3ms	i[°]_uc3ms	Ω[°]_uc3ms	ω [°]_uc3ms	M[°]_uc3ms
42.138.987,636899	0,000414	0,3924	277,1121	355,7966	174,7007

Tabla 5.2.Simulación órbita GEO. Resultados

ERROR RELATIVO
2,03E-06 **a**
-2,60E-01 **e**
-5,37E-02 **i**
-9,81E-04 **Ω**
-1,32E-03 **ω**
5,36E-03 **M**

Tabla 5.3. Simulación órbita GEO. Error relativo

La solución obtenida acumula un error que crece con el tiempo. La elección de un intervalo temporal mayor supondría un incremento en la desviación de los resultados respecto de la posición real. Esto es debido a las perturbaciones que tienen lugar y que la aplicación no considera y a otros efectos que tampoco se ven reflejados, como las maniobras de mantenimiento de órbita. La comparación de los resultados obtenidos con los datos reales serviría para identificar el momento de realización y estimar el consumo de propulsante asociado a la maniobra.

5.2. Aplicación a órbita LEO

Una órbita terrestre baja (OTB o LEO, por Low Earth Orbit, en inglés) es una órbita alrededor de la tierra entre la atmósfera y el cinturón de radiación de Van Allen, con un ángulo bajo de inclinación. Estos límites no están rígidamente definidos, pero están típicamente entre 200 - 2000 km sobre la superficie de la Tierra. Esto es generalmente menos que la órbita circular intermedia y lejos de la órbita geoestacionaria. Las órbitas más bajas que ésta, no son estables y decaen rápidamente debido al rozamiento con la atmósfera.

El módulo Zarya, también llamado Functional Cargo Block y por las siglas rusas FGB, fue el primer componente lanzado de la estación espacial internacional. Este módulo se diseña para proporcionar la propulsión y la energía iniciales del complejo orbital. El módulo presurizado de 19.323 kilogramos fue lanzado en un cohete ruso Protón en noviembre de 1998

Figura 5.4. El módulo Zarya [Wik13]

El Zarya lo financiaría Estados Unidos pero lo construiría Rusia. Su nombre significa «salida del sol» en ruso. Se consideró un componente estadounidense de la estación, aunque fuese construido y lanzado por los soviéticos. El módulo es construido en el Centro de Investigación y Producción Espacial y el Khrunichev State Research, conocido también como KhSC, localizado en Moscú bajo subcontrato de la compañía Boeing para la NASA.

El módulo Zarya tenía 12,6 metros de longitud y 4,1 metros en su punto más ancho. La estimación de vida operacional era de por lo menos 15 años. Sus paneles solares y sus seis baterías de níquel-cadmio podían proporcionar un promedio de 3 kW de corriente eléctrica. Sus escotillas laterales permitían el acople de la naves rusas Soyuz y las naves de abastecimiento Progress. [Wik13]

SIMULACION

Valores de entrada:

1 25544U 98067A 03001.11756944 .00018781 00000-0 24842-3 0 5322

2 25544 51.6342 139.4402 0004413 342.1005 12.5181 15.58355844234974

Situación real de ZARYA después de 88.712 seg

TLE:

1 25544U 98067A 03002.14432870 .00030105 00000-0 39294-3 0 5360

2 25544 51.6351 134.2822 0004543 351.0563 7.6836 15.58406379235136

COE:

a[m]_Real	e[]_Real	i[°]_Real	Ω[°]_Real	ω [°]_Real	M[°]_Real
6.770.405,509491	0,0004543	51,6351	134,2822	351,0563	7,6836

Tabla 5.4. Simulación órbita LEO. Valores reales

Resultados:

a[m]_uc3ms	e[]_uc3ms	i[°]_uc3ms	Ω[°]_uc3ms	ω [°]_uc3ms	M[°]_uc3ms
6.770.491,805843	0,000431	51,6339	134,2772	18,393499	348,353276

Tabla 5.5.Simulación órbita LEO. Resultados

ERROR RELATIVO	
-1,27E-05	**a**
5,13E-02	**e**
2,32E-05	**i**
3,72E-05	**Ω**
-7,79E-02	**ω**
5,26E-02	**M**

Tabla 5.6. Simulación órbita LEO. Error relativo

La solución para LEO tiene una mayor desviación respecto los datos de celestrak desde menores intervalos de integración. En esta ocasión no sólo influyen los efectos no considerados. La mayor influencia del *Drag* (se recuerda que el modelo de resistencia atmosférica de la aplicación es el simplificado) puede ser una fuente que incremente el error en los resultados.

Capítulo 6

Presupuesto

El presupuesto se dividirá en dos bloques diferenciados: fases con el correspondiente diagrama de Gantt y desglose de costes de personal, de recursos y totales.

6.1 Fases del proyecto

Tiempo invertido: 38* semanas W36/2012 a W22/2013.
*Las semanas son a tiempo parcial: 20-25 horas/semana

Paquetes de trabajo:

WP1: *Documentación I. Estudio de mecánica orbital básica.* Familiarización con los fundamentos teóricos clave para el desarrollo del trabajo.

WP2: *Documentación II. Investigar SW existentes.* Consulta de aplicaciones actuales que resuelven problemas de astrodinámica.

WP3: *Desarrollo de prototipo en Matlab*. Esta fase comprende un contacto inicial con Matlab a nivel general y una segunda profundización en las funciones que se ajustan a la aplicación a desarrollar.

WP4: *Validación del código desarrollado. Aplicaciones*. A partir de estudios ya consolidados, se evalúan los resultados que ofrece el algoritmo desarrollado.

WP5: *Presentación del informe*. Perfilado y redacción de la memoria del proyecto. Diseño de la presentación.

Plan de trabajo:

WP1: W36-W40 (Septiembre 12)
WP2: W40-W44 (Octubre 12)
WP3: W45-W51 (Diciembre 12)
WP4: W1-W9 (Enero-Febrero 12)
WP5: W10-W12 (Marzo 13)

Real de trabajo:

WP1: W36-W44 (Octubre 12)
WP2: W45-W51 (Diciembre 12)
WP3: W1-W12 (Enero-Marzo 13)
WP4: W8-W15 (Marzo-Abril 13)
WP5: W15-W22 (Abril-Mayo 13)

Nota: El diagrama de Gantt se encuentra al final del capítulo

6.2 Costes

Los costes se dividen en:

*Costes de personal

*Costes de equipos

El desglose de los mismos consta en la página siguiente.

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Escuela Politécnica Superior

PRESUPUESTO DE PROYECTO

Descripción del Proyecto:

- Titulo SIMULADOR DE VUELO ORBITAL
- Duración (meses) **9**

Presupuesto total del Proyecto (valores en Euros):

12.624,76 Euros

Desglose presupuestario (costes directos)

PERSONAL

Categoría	Dedicación (meses)	Coste hombre mes (euro)	Coste (Euro)
Ingeniero*	9	1.347,20 €	12.124,76 €

*A tiempo parcial **Total** 12.124,76 €

EQUIPOS

Descripción	Dedicación (meses)	Coste mes (euro)	Coste (Euro)
Licencia Matlab**	12	500,00 €	500,00 €

Las licencias son anuales **Total 500,00 €

Resumen de costes

Presupuesto Costes Totales	Presupuesto Costes Totales
Personal	12.124,76 €
Equipos	500,00 €
Total	12.624,76 €

"El presupuesto total de este proyecto asciende a la cantidad de 12.624,76 €"

Leganés a Junio de 2013

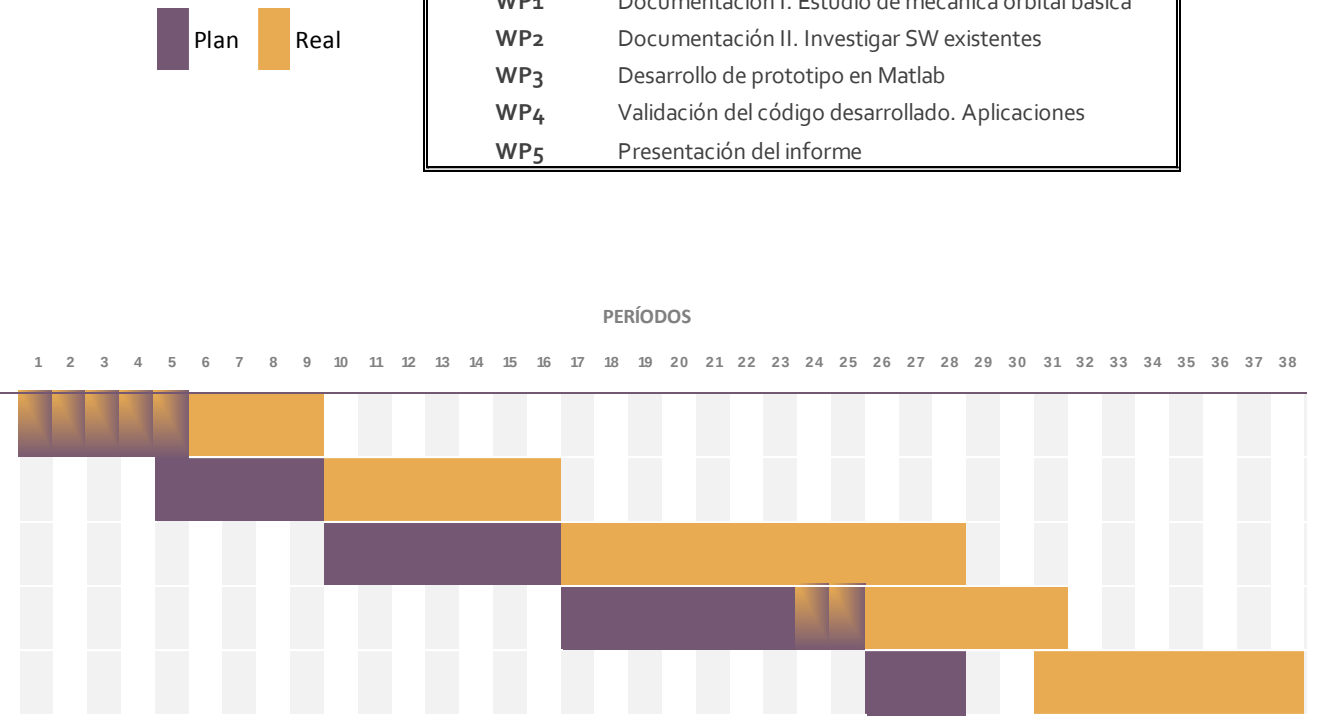
El ingeniero proyectista

Fdo. Paloma Belén Mangas Carbajo

Planificador del proyecto

WP1	Documentación I. Estudio de mecánica orbital básica
WP2	Documentación II. Investigar SW existentes
WP3	Desarrollo de prototipo en Matlab
WP4	Validación del código desarrollado. Aplicaciones
WP5	Presentación del informe

ACTIVIDAD	PLAN INICIO	PLAN DURACION	REAL INICIO	REAL DURACION
WP1	1	5	1	9
WP2	5	5	10	7
WP3	10	7	17	12
WP4	17	9	24	8
WP5	26	3	31	8



Capítulo 7

Conclusiones

"La vida es el arte de sacar conclusiones suficientes a partir de datos insuficientes"

Samuel Butler

La propagación de la órbita de un cuerpo es uno de los problemas básicos a los que se enfrenta la Mecánica Celeste. Como se ha mencionado anteriormente, existe software de tipo operacional para el seguimiento de satélites y software de tipo académico para fines didácticos. El objetivo del presente trabajo ha sido iniciar el desarrollo de un simulador orbital del segundo tipo.

La calidad del propagador depende de la capacidad para acotar los errores provenientes de dos fuentes principales:

-Numérica. Que viene dada por el error numérico debido al algoritmo de integración utilizado.

-El modelo físico empleado. Las fuerzas perturbadoras y las teorías base para la aplicación.

Siguiendo los modelos de Cowell y VOP y considerando las fuerzas perturbadoras producidas por el achatamiento terrestre y la resistencia de la atmósfera, tras analizar la validación y la convergencia del error cometido por el simulador y con ayuda de cuestiones teóricas como la respuesta de la variación de la Energía (E) de la órbita o de la componente perpendicular del momento angular (hk), se puede decir que el comportamiento del algoritmo desde el punto de vista numérico es bueno, ya que dado un caso y una tolerancia, los resultados de las pruebas del uc3ms (simulador para la Universidad Carlos III) se ajustan a los del caso tomado como referencia, cumpliendo inclusive con el comportamiento esperado ante valores críticos de los parámetros orbitales.

Sin embargo, el modelo físico se podría mejorar, bien incorporando la influencia de mayor número de fuerzas perturbadoras, bien utilizando modelos de las mismas y métodos más evolucionados que los que aquí se referencian.

Puede ser el objetivo de futuros trabajos el implementar modelos más precisos.

Capítulo 8

Bibliografía y referencias

Las referencias incluidas a continuación están ordenadas alfabéticamente:

[Bar10]
Barrio, R. y Serrano, S. *Modificaciones del método de VOP. Aplicaciones en Astrodinámica*. Monografías de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza, Vol. 33, pp. 155-163, 2010

[Bau11]
Bau, Giulio; Hunh†, Alexander; Urrutxua‡, Hodei; Bombardelli, Claudio and Peláez, Jesús. *DROMO: a new regularized orbital propagator.* International Symposium on Orbit Propagation and Determination, IMCCE, Lille, France, 26–28 September, 2011

[Bli67]
Blitzer, Leon. *Astronautics 453. Handbook of Orbital Perturbations*. University of Arizona, 1967

[Bor06]
Borja Jiménez, José Ángel. *Desorbitación de un satélite geoestacionario usando la fuerza de radiación solar.* Tesis, Instituto Politécnico Nacional, Mexico D.F., 2006

[Bor12A]
Born, Professor George H. and Parker, Professor Jeffrey S. *ASEN 5070 Statistical Orbit determination I.* Assignment 1-11. University of Colorado, 2012

[Bor12L]
Born, Professor George H. and Parker, Professor Jeffrey S. *ASEN 5070 Statistical Orbit determination I*. Lecture 1-27. University of Colorado, 2012

[Cal10]
Calvo Ramón, Miguel y Martínez Rodríguez-Osorio, Ramón. *Comunicaciones por Satélite. Material*. Universidad Politécnica de Madrid, 2010

[Cel13]
Celestrak. <http://celestrak.com/> 2013

[Coo62]

Cook, G. E. *Luni-Solar Perturbations of the Orbit of an Earth Satellite.* The Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, Vol.6, No. 3, April, pp. 271-291, 1962

[DiO11]

DiOrio, Nicholas. *Orbit Propagation for use in GPS Collective Detection Analysis of Falcon Gold Spacecraft*. Project, University of Colorado, 2011

[Dom06]

Domínguez Pérez, Xabier. *Apuntes de Matlab. Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería*. Universidad de A Coruña, 2006

[Eic09]

Eickhoff, Jens. *Simulating Spacecraft Systems*. Springer Aerospace Technology 1, © Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009

[Eli91]

Elices, Tomás. *Introducción a la Dinámica Espacial.* INTA, 1991

[Eli00]

Elipe, A. *Teorías Analíticas sobre el movimiento orbital de satélites artificiales. Discurso de ingreso*. UNIZAR, 2000

[ESA08]

ESA. *ESA Guide for independent software verification & validation.* Technical note. 2008

[Goo12]

Goodson, Matthew N. *Applications of Aerodynamic Forces for Spacecraft Orbit Maneuverability in Operationally Responsive Space and Space Reconstitution Needs*. Thesis, Department of the Air Force. Air University. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio. 2012

[Han01]

Hansen, Flemming. *DTU Satellite Systems and Design Course Orbital Mechanics*. Danish Space Research Institute, 2001

[Ily11]

Ilyas, Daood. *Orbital Propagation and Formation Flying of CubeSats within QB50 Constellation*. Thesis, University of Liège, 2011

[Ive06]

Ivey, Richard. *Industrial and Systems Engineering. ELMCO. Presentation*. Auburn University, 2006

[Jun11]

Jung Hyun Jo†, In Kwan Park, Nammi Choe, and Mansoo Choi. *The Comparison of the Classical Keplerian Orbit Elements, Non-Singular Orbital Elements (Equinoctial Elements), and the Cartesian State Variables in Lagrange Planetary Equations with J2 Perturbation: Part I.* JASS, J. Astron. Space Sci. 28(1), pp. 37-54, 2011

[Lév13]

Lévénez, Éric. *Árbol Genealógico de los Lenguajes de Programación*. <http://www.levenez.com/lang/> 2013

[Lin97]

Lin-Sen LI. *The Perturbation Effect of Rotating Solar Polytropic Model on the Variation of Planetary Orbital Elements.* International Academic Publishers, Vol.27, No. 3, April 30, pp. 361-366, 1997

[Med05]

Medina Martínez, Santiago. *Simulador básico de comunicaciones por satellite.* Proyecto Fin de Carrera. Universidad de Sevilla, 2005

[Ner12]

Nerem, Dr. Steve. *ASEN 5050 Space Flight Dynamics*. Lecture 1-25. University of Colorado, 2012

[Oru07]

de Orús Navarro, Juan José; Català Poch, M. Asunción; Núñez de Murga, Jorge. *Astronomía esférica y mecánica celeste*. Universidad de Barcelona, 2007

[Pal04]

Palacios, Rafael. *Curso Rápido de Matlab.* ICAI, 2004

[Par06]

Paris, Jody A., Captain, USAF. *The Effects of Using Solar Radiation Pressure to Alleviate Fuel Requirements for Orbit Changing and Maintenance of the DSCS II F-13 Satellite*. Thesis, Department of the Air Force. Air University. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio. 2006

[Poi99]

Poincaré, H. *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste.* Gauthier-Villars et fils, 1899

[Que10]

Quesada Pereira, Fernando y Álvarez Melcón, Alejandro. *Laboratorio de Comunicaciones Espaciales. Manual de Prácticas.* Universidad Politécnica de Cartagena, 2010

[San09]

Santa Cruz, Dr. Alejandro S. M. *Utilización de Resolvedores de MATLAB para Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.* Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario, 2009

[Sch05]

Schaub, Hanspeter and Nerem, Steve. *ASEN 3200 Orbit Mechanics / Attitude Dynamics & Control Lab*. University of Colorado, 2005

[Uc313]

Universidad Carlos III de Madrid. <http://e-archivo.uc3m.es/> 2013

[Val07]

Vallado, David A. *Fundamental of Astrodynamics and Applications.* Third Edition. Space Technology Library, 2007

[Váz12]

Vázquez Valenzuela, Rafael. *Astronáutica y Aeronaves Diversas*. Universidad de Sevilla, Departamento de Ingeniería Aeroespacial, 2012

[Wik13]

Wikipedia, La enciclopedia libre. < http://es.wikipedia.org/ > 2013

[Wnu11]

Wnuk, Edwin and Golebiewska, Justyna. *Orbit Propagation of Space Debris Moving on Leo and Meo*. European Space Survellance Conference, Madrid – Spain, 7 – 9 June, 2011