



Universidad  
Carlos III de Madrid

PROYECTO FIN DE CARRERA

Departamento de Mecánica

**Modelado orientado a**  
**objetos de una motocicleta**  
**eléctrica**

Autor: M<sup>a</sup>Eugenia Cortés Velasco

Tutor: David Mauricio Alba Lucero

Director: Juan Carlos García Prada

Leganés, Diciembre de 2011



**Título:** Modelado orientado a objetos de una motocicleta eléctrica

**Autor:** M<sup>a</sup> Eugenia Cortés Velasco

**Director:** Juan Carlos García Prada

## EL TRIBUNAL

**Presidente:** Efrén Diez Jiménez

**Vocal:** Juan Ignacio López Ruiz

**Secretario:** Ignacio Valiente Blanco

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día 2 de Diciembre de 2011 en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE



# Agradecimientos

Cuando terminé mis estudios en el instituto, me vi obligada a tomar una decisión que marcaría el rumbo de mi vida. A nadie le resulta fácil decidir qué hacer con su vida cuando le dan la noticia del aprobado en selectividad, y yo no soy ninguna excepción. Después de darle mil vueltas, y pedir consejo a varias personas de mi entorno, decidí estudiar ingeniería en la Universidad Carlos III de Madrid.

Cuando empecé a sufrir el día a día de las clases y las prácticas de los laboratorios, y sobre todo después de salir de mi primer examen de la carrera, me planteé el hecho de seguir adelante. Han sido varios años de compartir experiencias buenas y malas, trabajar a diario, entrar y salir de noche en la Universidad, etc... Fueron muchas las veces que creí que me iba a quedar a mitad del camino, pero ahora puedo asegurar que la decisión de enfrentarme a todo aquello y seguir adelante fue la correcta. Por todo ello y por mucho más, quiero agradecer a mis compañeros todos esos buenos momentos que hemos pasado juntos, las comidas aceleradas en el comedor del campus y las interminables horas de biblioteca.

También dar las gracias a mi tutor por su enorme paciencia y por haberme dedicado tantísimo tiempo. Mi familia y mis amigas me han apoyado desde el principio hasta el final y han creído en mí, por lo que han sido un gran apoyo en la elaboración de este proyecto. Gracias por estar ahí, sin vosotros no lo habría conseguido.

Muchas gracias a todos.



# Resumen

En este Proyecto de Fin de Carrera se ha estudiado la simulación de una moto eléctrica de competición utilizando el lenguaje *Modélica*. Se trata de un sistema orientado a objetos compuesto por dos bloques: uno denominado moto, en el que se implementan los parámetros y se calculan las fuerzas que se ejercen sobre la moto; y otro denominado motor, en el cual se pueden probar varios tipos de motores.

Como sistema, consta de varias partes que funcionan de manera conjunta: los bloques. Sin embargo, y debido a la extensión que supondría hacer un estudio de cada uno de esos subsistemas en profundidad, este trabajo se centra en el estudio de las fuerzas para un movimiento rectilíneo acelerado básico, para poder probar diferentes tipos de motores.

Para ello se ha desarrollado un modelado utilizando el software *Dymola*, y las ecuaciones que rigen el comportamiento de las fuerzas que se ejercen sobre la moto con movimiento rectilíneo acelerado.

Mediante este modelado, se obtienen datos y gráficas fiables sobre el funcionamiento del sistema (en este caso la moto) y su comportamiento ante variaciones en el motor.

Después de analizar los resultados obtenidos en el modelado, se puede comprobar los diferentes comportamientos de la moto en función del motor que se instale, y así verificar cuál es el idóneo para cada caso.



# Abstract

In this Project it is studied the simulation of a competition electric motorcycle using Modelica language. It is an object-oriented system which is composed of two different modules: one of them is denominated motorcycle, in which the parameters are set up and all the forces over the motorcycle are calculated; the other one is designated motor, where it is possible to try different kinds of it.

The system is divided into different parts, the modules, which work as one. However, due to the wide range of the study of such subsystem, this project focuses on the study of the forces for a basic accelerated rectilinear movement, in order to try different kinds of motors.

For this purpose, it has been developed a model using *Dymola* software, and the equations that govern the behavior of the forces which affects over the motorcycle with accelerated rectilinear movement.

By this modeling, is possible to obtain data and reliable charts of the operation of the motorcycle subsystem and also about its behavior during motor variations.

After analyzing the obtained results during the modeling, it is possible to verify the different behaviors of the motorcycle depending on the set motor, and thus verify which is the most suitable in each situation.



# Índice

<b>1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....</b>	<b>16</b>
1.1 Introducción.....	16
1.2 Objetivos del proyecto.....	17
1.3 Descripción de modelos .....	18
<b>2. HERRAMIENTAS DE SIMULACIÓN .....</b>	<b>28</b>
2.1 Diferentes herramientas de simulación.....	28
2.2 ¿Por qué se eligió <i>Dymola</i> ? .....	29
2.3 Modelado orientado a objetos.....	29
<b>3. MODELADO MATEMÁTICO.....</b>	<b>30</b>
3.1 Modelo 1.....	30
3.2 Modelo 2.....	33
3.3 Modelo 3.....	36
3.4 Modelo 4.....	41
3.5 Modelo 5.....	43
3.6 Modelo 6.....	46
<b>4. IMPLANTACIÓN .....</b>	<b>47</b>
4.1 Descripción.....	47
4.2 Cómo se conecta.....	48
4.3 Implementación .....	49
4.4 Problema de Chattering .....	50
4.5 Motor .....	54
<b>5. ANÁLISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>56</b>
5.1 Resultados del modelo 1.....	56
5.2 Resultados del modelo 2.....	60
5.3 Resultados del modelo 3.....	66
5.4 Resultados del modelo 4.....	74
5.5 Resultados del modelo 5.....	77
5.6 Resultados del modelo 6.....	78
5.7 Resultados del modelo 7.....	85
<b>6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS .....</b>	<b>92</b>
6.1 Conclusiones.....	92
6.2 Trabajos de futuros.....	93
<b>ANEXO .....</b>	<b>94</b>
<b>7. REFERENCIAS.....</b>	<b>98</b>

# Índice de figuras

<b>Figura 1. Fuerza aerodinámica .....</b>	<b>18</b>
<b>Figura 2. Fuerza de rodadura .....</b>	<b>19</b>
<b>Figura 3. Fuerza de rodadura de la rueda delantera y trasera .....</b>	<b>21</b>
<b>Figura 4. Reacción normal de la rueda trasera con el suelo .....</b>	<b>22</b>
<b>Figura 5. Fuerza de impulso .....</b>	<b>23</b>
<b>Figura 6. Gráfica de la señal de entrada .....</b>	<b>26</b>
<b>Figura 7. Motor .....</b>	<b>27</b>
<b>Figura 8. Fuerza aerodinámica .....</b>	<b>30</b>
<b>Figura 9. Fuerza de rodadura .....</b>	<b>31</b>
<b>Figura 10. Radio específico .....</b>	<b>35</b>
<b>Figura 11. Fuerza de rodadura de la rueda delantera y trasera .....</b>	<b>36</b>
<b>Figura 12. Reacción normal de la rueda trasera con el suelo .....</b>	<b>38</b>
<b>Figura 13. Fuerza de impulso .....</b>	<b>39</b>
<b>Figura 14. Reacción normal de la rueda delantera con el suelo .....</b>	<b>40</b>
<b>Figura 15. Momento de inercia .....</b>	<b>41</b>
<b>Figura 16. Parámetros del modelo.....</b>	<b>43</b>
<b>Figura 17. Gráfica de la ecuación sigmoidea .....</b>	<b>50</b>
<b>Figura 18. Gráfica de la aceleración at .....</b>	<b>51</b>

Figura 19. Gráfica del escalón .....	51
Figura 20. Gráfica de la aceleración $a_{pulse}$ definitiva .....	52
Figura 21. Gráfica de la aceleración $a_{stair}$ .....	53
Figura 22. Gráfica de la aceleración $a_{out}$ .....	53
Figura 23. Gráfica de la señal de entrada .....	54
Figura 24. Motor .....	55
Figura 25. Parámetros del modelo 1 .....	56
Figura 26. Gráfica de la posición, modelo 1 .....	57
Figura 27. Gráfica de la velocidad, modelo 1 .....	57
Figura 28. Gráfica de la aceleración, modelo 1 .....	58
Figura 29. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 1 .....	58
Figura 30. Gráfica de la fuerza de rodadura, modelo 1 .....	59
Figura 31. Coeficiente de rodadura, modelo1 .....	59
Figura 32. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 1 .....	60
Figura 33. Parámetros del modelo 2 .....	60
Figura 34. Gráfica de la posición, modelo 2 .....	61
Figura 35. Gráfica de la velocidad, modelo 2.....	61
Figura 36. Gráfica de la aceleración, modelo 2 .....	62
Figura 37. Gráfica de la velocidad angular, modelo 2 .....	62
Figura 38. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 2 .....	63
Figura 39. Gráfica de la fuerza de rodadura, modelo 2 .....	63
Figura 40. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 2 .....	64
Figura 41. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 2 .....	64
Figura 42. Gráfica del par, modelo 2 .....	65
Figura 43. Parámetros del modelo 3 .....	66
Figura 44. Gráfica de la posición, modelo 3 .....	67
Figura 45. Gráfica de la velocidad, modelo 3 .....	67
Figura 46. Gráfica de la aceleración, modelo 3 .....	68

<b>Figura 47. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 3 .....</b>	<b>68</b>
<b>Figura 48. Gráfica de la reacción normal de la rueda trasera, modelo 3 .....</b>	<b>69</b>
<b>Figura 49. Gráfica de la fuerza de impulso, modelo 3 .....</b>	<b>69</b>
<b>Figura 50. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda trasera, modelo 3 .....</b>	<b>70</b>
<b>Figura 51. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 3 .....</b>	<b>70</b>
<b>Figura 52. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda delantera, modelo 3 ....</b>	<b>71</b>
<b>Figura 53. Gráfica de la reacción normal de la rueda delantera, modelo 3.....</b>	<b>71</b>
<b>Figura 54. Gráfica del par, modelo 3 .....</b>	<b>72</b>
<b>Figura 55. Gráfica de la velocidad angular del motor, modelo 3 .....</b>	<b>72</b>
<b>Figura 56. Gráfica de la velocidad angular de la rueda, modelo 3 .....</b>	<b>73</b>
<b>Figura 57. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 3 .....</b>	<b>73</b>
<b>Figura 58. Parámetros del modelo 4 .....</b>	<b>74</b>
<b>Figura 59. Gráfica de la posición, modelo 4 .....</b>	<b>74</b>
<b>Figura 60. Gráfica de la velocidad lineal, modelo 4 .....</b>	<b>75</b>
<b>Figura 61. Gráfica de la aceleración, modelo 4 .....</b>	<b>75</b>
<b>Figura 62. Gráfica de la velocidad angular, modelo 4 .....</b>	<b>76</b>
<b>Figura 63. Gráfica del par, modelo 4 .....</b>	<b>76</b>
<b>Figura 64. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 4 .....</b>	<b>77</b>
<b>Figura 65. Parámetros del modelo 6 .....</b>	<b>78</b>
<b>Figura 66. Gráfica de la posición, modelo 6 .....</b>	<b>79</b>
<b>Figura 67. Gráfica de la velocidad lineal, modelo 6 .....</b>	<b>79</b>
<b>Figura 68. Gráfica de la aceleración, modelo 6 .....</b>	<b>80</b>
<b>Figura 69. Gráfica del par, modelo 6 .....</b>	<b>80</b>
<b>Figura 70. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 6 .....</b>	<b>81</b>
<b>Figura 71. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 6 .....</b>	<b>81</b>
<b>Figura 72. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 6 .....</b>	<b>82</b>
<b>Figura 73. Gráfica de la fuerza de impulso, modelo 6 .....</b>	<b>82</b>
<b>Figura 74. Gráfica de la reacción normal de la rueda delantera, modelo 6 .....</b>	<b>83</b>

<b>Figura 75. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda delantera, modelo 6 ....</b>	<b>83</b>
<b>Figura 76. Gráfica de la reacción normal de la rueda trasera, modelo 6 .....</b>	<b>84</b>
<b>Figura 77. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda trasera, modelo 6 .....</b>	<b>84</b>
<b>Figura 78. Parámetros del modelo 7 .....</b>	<b>85</b>
<b>Figura 79. Gráfica de la posición, modelo 7 .....</b>	<b>86</b>
<b>Figura 80. Gráfica de la velocidad lineal, modelo 7 .....</b>	<b>86</b>
<b>Figura 81. Gráfica de la aceleración, modelo 7 .....</b>	<b>87</b>
<b>Figura 82. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 7 .....</b>	<b>87</b>
<b>Figura 83. Gráfica de la fuerza de impulso, modelo 7 .....</b>	<b>88</b>
<b>Figura 84. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda trasera, modelo 7 .....</b>	<b>88</b>
<b>Figura 85. Gráfica de la reacción normal de la rueda trasera, modelo 7 .....</b>	<b>89</b>
<b>Figura 86. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 7 .....</b>	<b>89</b>
<b>Figura 87. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda delantera, modelo 7 .....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 88. Gráfica de la reacción normal de la rueda delantera, modelo 7.....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 89. Gráfica del par, modelo 7 .....</b>	<b>91</b>
<b>Figura 90. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 7 .....</b>	<b>91</b>

# Capítulo 1

## Introducción y objetivos

### 1.1 Introducción

Este Proyecto de Fin de Carrera se centra en el estudio del desarrollo y comportamiento de una moto eléctrica de competición, con un movimiento rectilíneo acelerado. En la que se espera, más adelante, poder probar diferentes motores eléctricos y observar los diferentes comportamientos del modelo, y poder elegir así el motor óptimo para cada caso. Por su complicación y extensión, es un modelo simplificado, el cual se divide en dos partes. En la primera se estudian las diferentes fuerzas que afectan en mayor medida al movimiento de la moto: la fuerza aerodinámica, la fuerza de rodadura, la fuerza motriz proporcionada por el motor, las fuerzas de inercia producida por las ruedas, los piñones y el motor. La segunda parte es el motor, que es lo que variará en los estudios posteriores. Se ha añadido un motor muy básico, para ver el funcionamiento y la conexión del sistema completo. Para el estudio de las diferentes fuerzas se ha partido de las ecuaciones que regulan su comportamiento y se ha desarrollado un modelo basado en el programa *Dymola*. Se eligió este programa al ser el más completo y el más óptimo para la simulación de este proyecto. Las ecuaciones, como ya se verá más adelante, se basan principalmente en la 2º y 3º Leyes de Newton. Este documento consta de tres partes principales:

1. La primera parte está centrada en la descripción de los diferentes modelos utilizados, y la explicación de los pasos seguidos en cada uno hasta llegar al último y válido para el éxito del modelo,
2. la segunda parte contempla las herramientas y los métodos utilizados;
3. y la tercera indica cómo se ha implementado el programa y los resultados que se han obtenido.

## **1.2 Objetivos del proyecto**

El objetivo general de este Proyecto Fin de Carrera es el estudio y desarrollo de un modelo, más en concreto una moto, con movimiento rectilíneo acelerado. Para más adelante poder probar diferentes motores eléctricos, observar los diferentes comportamientos, y poder elegir así el motor óptimo para cada caso. Es un modelo simplificado en el que se estudian las diferentes fuerzas que afectan de manera más notable al movimiento de la moto. Para llegar a dicho objetivo se han realizado pruebas en varios modelos, persiguiendo en cada uno un objetivo determinado. Dichos objetivos de cada modelo, a los que denominaremos específicos, han sido los siguientes:

1. **Objetivo específico 1: desarrollar la fuerza aerodinámica y la fuerza de rodadura de manera simplificada.** En el primer modelo se le añade la fuerza motriz para que empiece a moverse, constituyendo una constante.

2. **Objetivo específico 2: desarrollar la fuerza motriz,** siguiendo la curva de un motor eléctrico de par velocidad, y considerando el deslizamiento de la rueda con el suelo y el radio efectivo de la rueda, llevado a cabo en el segundo modelo.

3. **Objetivo específico 3:** en el tercer modelo se llevará a cabo el **desarrollo más a fondo la fuerza de rodadura**, haciendo distinción entre la fuerza de rodadura de la rueda trasera y la delantera.

4. **Objetivo específico 4:** en el cuarto modelo, ya se comienza a realizar un **estudio básico de las fuerzas de inercia.** Con ecuaciones generales.

5. **Objetivo específico 5: desarrollar más detalladamente las fuerzas de inercia,** diferenciando el radio del motor, de los piñones y de la rueda y uniendo el resto de las fuerzas, en el quinto modelo.

6. **Objetivo específico 6:** en el sexto modelo se realiza un **estudio para evitar el chattering aparecido en el modelo anterior y completar el conjunto** llamado “moto” que está compuesto por el estudio de todas las fuerzas y reacciones que se producen sobre ella. En este punto se añade una entrada para conectar el motor en el siguiente modelo.

7. **Objetivo específico 7: la unión del motor con la “moto”.** En el último modelo el par ya no es generado por las fórmulas sino por el motor. Dicho motor es un modelo muy básico -ya que no es parte del estudio de este proyecto-, y se ha utilizado simplemente para comprobar que tenían lógica los resultados obtenidos y que podían conectarse correctamente.

### **1.3 Descripción de modelos**

Una vez explicados los objetivos específicos logrados en cada modelo, en este epígrafe nos adentraremos en hacer un resumen de cada uno:

#### **Modelo 1. Modelado básico de la fuerza motriz, fuerza aerodinámica y fuerza de rodadura.**

- Partiendo de la ecuación de la 2ª Ley de Newton, la cual se puede resumir como: “La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él, e inversamente proporcional a su masa”[1].

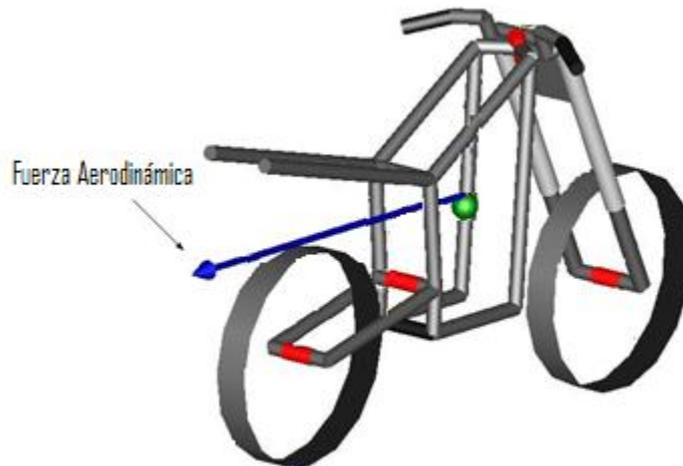
$$a \propto \frac{F}{m} \quad (1.1)$$

Donde:  $a$  representa la aceleración,  $m$  la masa y  $F$  la fuerza neta. Por fuerza neta se entiende la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, en nuestro caso la moto. Para este modelo la fuerza neta está compuesta por las fuerzas mencionadas anteriormente, la fuerza motriz, aerodinámica y de rodadura.

- Para este primer modelo se supone que la fuerza motriz será constante.

- La fuerza aerodinámica ejercida sobre el cuerpo depende de cuatro parámetros: de la densidad del aire, de un coeficiente de fricción del aire con la superficie de la moto, de dicha superficie y de la velocidad de la moto[2], como se muestra en la siguiente fórmula y la siguiente figura:

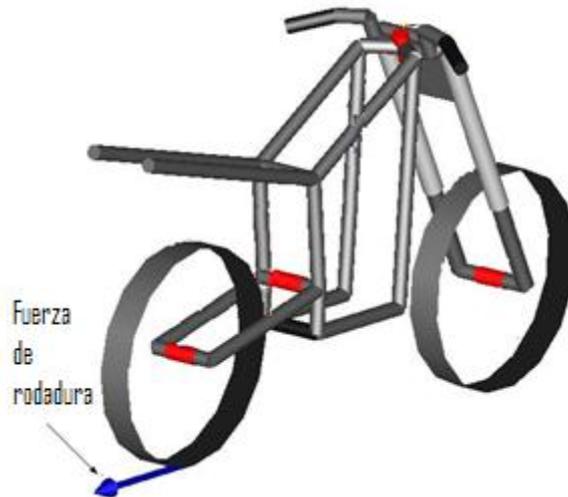
$$F_a = 0.5 \cdot \rho \cdot C_D \cdot A \cdot V^2 \quad (1.2)$$



**Figura 1. Fuerza aerodinámica**

- Por último, la fuerza de rodadura depende de dos parámetros. Uno de ellos es un coeficiente que se calcula a través de una fórmula detallada más adelante, y que relaciona el rozamiento existente entre la rueda y el suelo. El otro parámetro es la reacción normal producida por el suelo sobre la rueda [2]. Tal y como se muestra:

$$F_r = f_w * n \quad (1.3)$$



**Figura 2. Fuerza de rodadura.**

### **Modelo 2. Modelado modificando la fuerzas motriz.**

- Para este modelo se considera la misma fuerza aerodinámica y de rodadura que en el modelo anterior.

- Por otro lado, se desarrollará más en profundidad la fuerza motriz, aunque para el modelo final la fuerza motriz dependerá del par, que será generado por el motor.

- En este modelo se tratará de evitar que se produzca el deslizamiento de la rueda, sin que ésta avance. Lo cual podría darse en caso de que la rueda acelere demasiado pero no conlleve con ello su desplazamiento. Para conseguirlo, la constante del modelo anterior se sustituye por una condición:

Si la fuerza motriz es mayor al producto entre el coeficiente estático de rozamiento que hay entre el suelo y la rueda, y a la reacción normal que producirá el suelo sobre dicha rueda, entonces la fuerza motriz tiene que ser igual a ese mismo producto.

Siendo el coeficiente estático de rozamiento entre la rueda y el suelo un dato experimental, y la reacción normal del suelo sobre la rueda una fórmula, ésta última depende de dos parámetros: la masa y la gravedad partido por dos (ya que es el peso sobre una rueda)[1].

En el momento en que ese producto sea menor, la fuerza motriz será igual a la relación entre el par de la rueda y su radio:

$$\text{Si } F_m > nu * n \quad (1.4)$$

$$\text{entonces } F_m = nu * n \quad (1.5)$$

$$\text{si no } F_m = \frac{T}{h_1} \quad (1.6)$$

Siendo el par de la rueda una constante igual a 600Nm, siempre y cuando la velocidad de giro de la rueda sea menor o igual a 150rpm. En caso de que la velocidad sea superior a 150rpm, el par dependerá de la potencia del motor –que es una constante igual a 41.888W- y de la velocidad de giro de la ruda –que viene definida por la relación entre la velocidad lineal de la moto y el radio efectivo de la rueda[3].

$$\text{Si } w \leq 150 \text{rpm}$$

$$\text{entonces } T = 600 \text{Nm}$$

$$\text{si no } T = \frac{P}{w} \quad (1.7)$$

El radio efectivo depende del radio de la rueda, de la velocidad lineal de ésta y de su velocidad angular [4], de la siguiente forma:

$$h_1 = r + 3 * \left( r - \frac{v}{w} \right) \quad (1.8)$$

Aunque finalmente el radio efectivo se sustituye por un radio de valor constante para todo el modelo y proyecto.

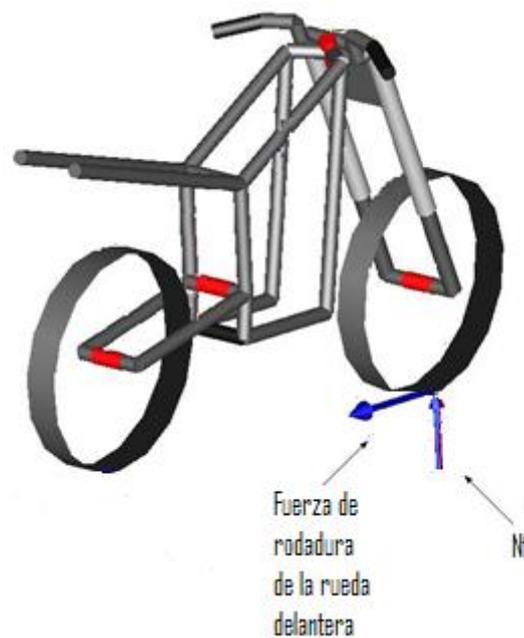
### Modelo 3. Modelado modificando la fuerza de rodadura

- Este modelo mantiene la fuerza motriz y la fuerza aerodinámica calculada anteriormente, y se centra de forma más detallada la fuerza de rodadura. Para ello, hace una distinción entre la fuerza de rodadura de la rueda delantera y de la trasera.

- Para las diferentes fuerzas de rodadura, se consideran dos fórmulas: una para la rueda delantera, y otra para la trasera:

- ✓ La primera depende de dos variables: el coeficiente de rodadura entre el suelo y la rueda delantera (calculado a través de una fórmula que se detallará más adelante), y la reacción normal que realiza el suelo sobre la rueda delantera [2]. Según se puede observar:

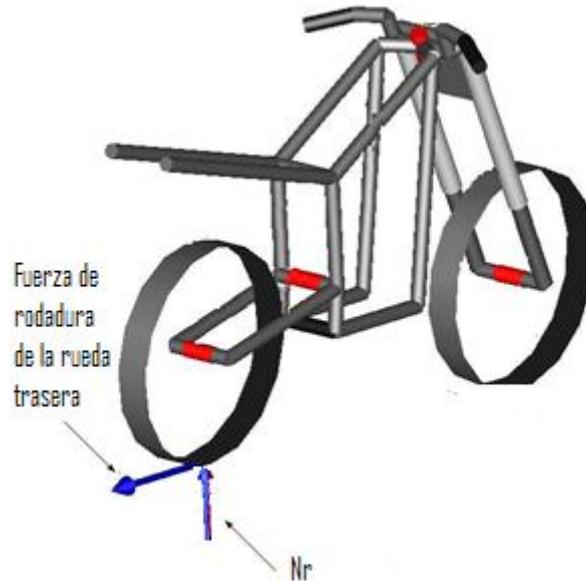
$$F_{rf} = f_w * N_f \quad (1.9)$$



**Figura 3. Fuerza de rodadura de la rueda delantera.**

- ✓ La fórmula de la rueda trasera, depende del mismo coeficiente de rodadura, sólo que en vez de ser entre el suelo y la rueda delantera es entre el suelo y la rueda trasera. También depende de la reacción normal que ejerce el suelo sobre la rueda trasera [2]. Tal y como viene expresado a continuación:

$$F_{rr} = f_w * N_r \quad (1.10)$$



**Figura 4. Fuerza de rodadura de la rueda trasera**

- ✓ La fórmula del coeficiente de rodadura de las ruedas con el suelo se define como una condición para que la función sea continua a lo largo de las diferentes velocidades. Depende de unas constantes, de la presión neumática de las ruedas y de la velocidad lineal de la moto al cuadrado [2].

Si  $V < 165 \text{ Km/h}$ :

$$\text{entonces } f_w = 0.0095 + \left(\frac{0.018}{p}\right) + \left(\frac{1.59 \cdot 10^{-6}}{p}\right) * v^2 \quad (1.11)$$

$$\text{si no } f_w = \left(\frac{0.00095}{p}\right) + \left(\frac{2.91 \cdot 10^{-6}}{p}\right) * v^2 \quad (1.12)$$

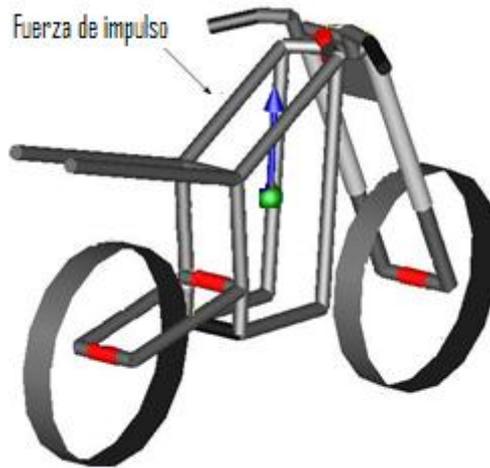
- Las reacciones normales del suelo con las ruedas son diferentes para la rueda delantera y la trasera, pero las dos dependen de los mismos parámetros: la distancia horizontal que hay entre el centro de gravedad de la moto con el conductor hasta el eje de la rueda trasera; la distancia que hay entre los ejes de las dos ruedas; la masa de la motocicleta más el conductor; la gravedad y por último de la fuerza de impulso [2].

$$N_f = m * g * \left(\frac{g}{p_1}\right) - F_l \quad (1.13)$$

$$N_r = m * g * \left(\frac{p_1 - b}{p_1}\right) + F_l \quad (1.14)$$

- La fuerza de impulso es la que hace que la rueda delantera se levante , y produzca el efecto caballito, que más adelante se pondrán una serie de restricciones para impedir ese efecto, aunque siga existiendo la fuerza de impulso [2]. Como se puede observar:

$$F_l = 0.5 * d * C_l A * V^2 \quad (1.15)$$



**Figura 5. Fuerza de impulso.**

- En este modelo, se hace distinción entre velocidad angular de la rueda y del motor, donde la última se considera tres veces mayor[3].

$$w_m = 3 * w \quad (1.16)$$

Por otro lado se detalla más el par, para el cual si la velocidad angular del motor es menor o igual a 209,4 rad/s el par es una constante que viene dado por el producto entre la relación de transmisión entre el motor y la rueda (que sería igual a 3,2), y de 200Nm. Si no, se mantiene como en el modelo anterior, la relación entre la potencia que da el motor (41.888 W) y la velocidad angular de la rueda[3].

Si  $w \leq 209,4$  rad/s,

$$\text{entonces } T = R * T_m \quad (1.17)$$

$$\text{si no } T = \frac{P}{w} \quad (1.18)$$

## Modelos 4 y 5. Modelado de las fuerzas de inercia

- En un principio al realizar este modelado, se siguieron las fórmulas establecidas en el libro de Vittore Cossalter, *Motorcycle dynamics* [2]. Pero a medida que se fue avanzando en el desarrollo, se observó que eran unas fórmulas muy genéricas. En ese momento se comenzó a realizar un estudio más detallado, cogiendo algunas fórmulas comunes desarrolladas en dicho manual, y juntándolas con otras fuerzas estudiadas anteriormente.

- A partir de ese estudio, se dedujo la aceleración y la fuerza motriz. Datos que se añadieron con dos nuevas condiciones para evitar de forma más estricta el *efecto caballito*<sup>1</sup> y el *efecto deslizamiento*<sup>2</sup>.

- Para calcular la fuerza de inercia, se usa la fórmula básica de este proyecto, la ya citada 2ª Ley de Newton [1]:

$$\sum F = m * a \quad (1.19)$$

- Para este modelo en concreto, el sumatorio de fuerzas está compuesto por la fuerza aerodinámica, la fuerza de rodadura de la rueda delantera y trasera y la fuerza motriz (denominada en este modelo fuerza de deslizamiento); la masa, que es la común para el proyecto, motocicleta más conductor; y la aceleración.

$$R_{t1} - F_{ft} - F_a - F_{rt} = m * a \quad (1.20)$$

- La aceleración, que es lo que queremos obtener, se calcula relacionando las siguientes fórmulas[1]:

- ✓ La aceleración lineal, que es igual al producto de la aceleración angular por el radio de giro;

$$\alpha_m * R_m = \alpha_t * R_t \quad (1.21)$$

$$a = -\alpha_t * R_t \quad (1.22)$$

$$a = -\alpha_d * R_d \quad (1.23)$$

- ✓ la aceleración angular, que es igual a la relación entre el sumatorio momentos y las inercias que aparecen en el modelo y;

$$\tau_B - F_{ft} * R_t = I_t * \alpha_t \quad (1.24)$$

- ✓ el sumatorio de las fuerzas.

---

<sup>1</sup> Se denomina *efecto caballito* al momento en el que deja de existir contacto entre la rueda delantera y el suelo.

<sup>2</sup> Por *efecto deslizamiento* se entiende el momento en el que existe movimiento de rotación pero no de traslación sobre cualquiera de las dos ruedas.

- Las nuevas condiciones para evitar los efectos no deseados son para la velocidad y la aceleración. Para la velocidad es una condición muy estricta. Si supera los 73.6 m/s, el programa se detendrá -ya que la moto no puede superar dicho valor- y aparecerá un mensaje indicando que la velocidad máxima se ha alcanzado.

En el caso de la aceleración, si su valor absoluto es menor que el producto de  $nu$  por la gravedad (parámetros definidos en modelos anteriores) entonces la aceleración es igual a la obtenida con las fuerzas de inercia (se desarrollará más adelante); si no, la aceleración es igual al producto de  $nu$  por la gravedad[1].

Si  $a < nu * g$  (1.25)

$$\text{entonces } a = \frac{(r * (\frac{\tau m}{R_m * R_t}) - F_a - F_{rt} - F_{rd})}{((\frac{l_t}{R_t^2}) + (\frac{r * l_m}{R_n^2 * R_t}) + (\frac{l_d}{R_d^2}) + m)} \quad (1.26)$$

si no  $a < nu * g$  (1.27)

- A la hora de compilar este modelo, dio problemas de *chattering*<sup>3</sup>. Esto ocurre porque se introducen demasiados eventos en una simulación, haciendo que el tiempo de cálculo sea demasiado largo. Con lo que se decidió realizar la ecuación de la aceleración de manera logística y unirla al modelo. Esto se realizará en el siguiente modelo, y se explicará más adelante.

**Modelo 6. Desarrollo de la aceleración utilizando aproximaciones continuas de la función escalón, como es la función logística y unión con el resto de ecuaciones obtenidas a lo largo de los otros modelos.**

- Al ser el desarrollo de la aceleración como una función logística muy complejo, se desarrollará de forma más extensa en el Capítulo IV, denominado Implementación.

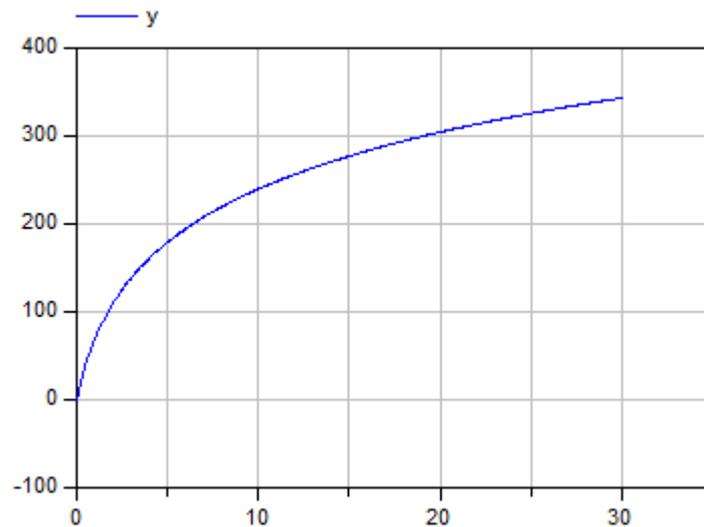
---

<sup>3</sup> Aquí por *chattering* entendemos una serie de vibraciones que impiden describir una gráfica.

### Modelo 7. La Unión de los elementos: motor y moto.

- El modelo final de la moto sólo es compatible con motores de corriente continua. Se desarrolla un motor muy básico, el cual tiene como entrada una función logarítmica, desplazada a la izquierda para que parta de 0, según se expresa en la siguiente ecuación y gráfica:

$$y = k * \log(x + 1) \quad (1.28)$$



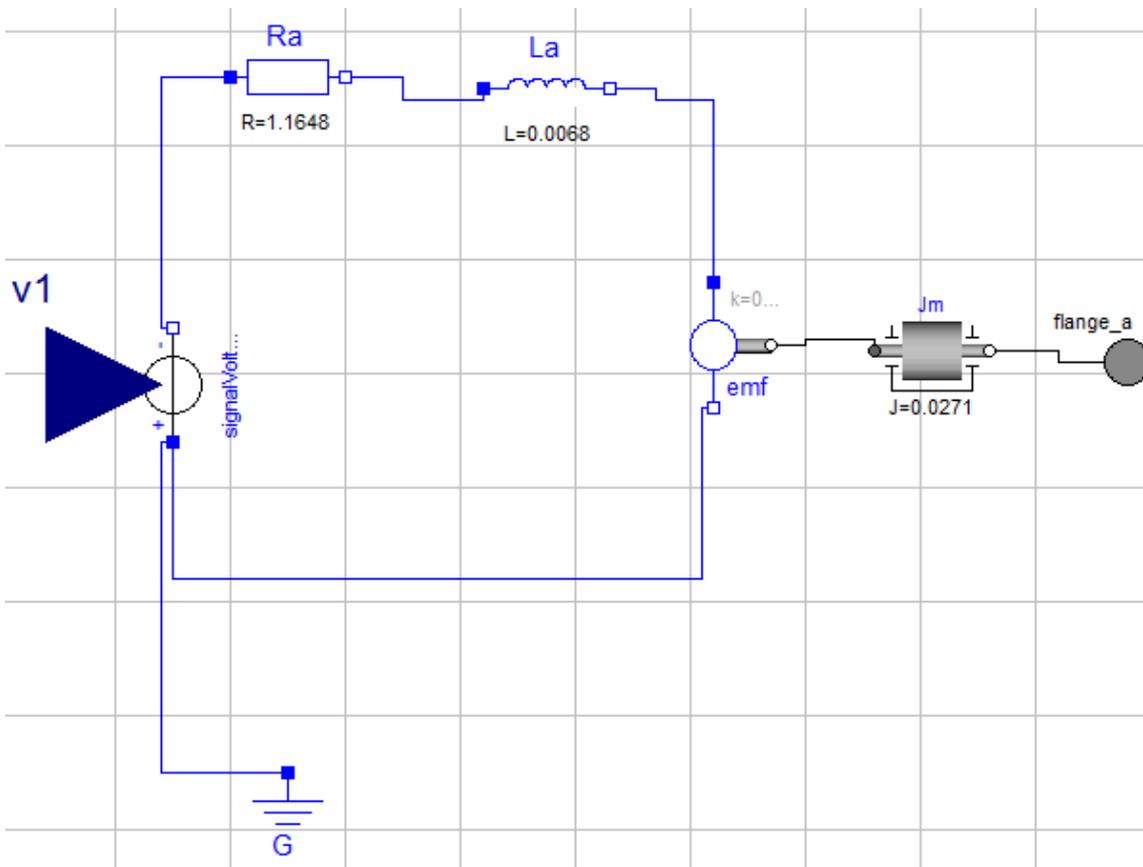
**Figura 6. Gráfica de la señal de entrada.**

- Es un modelo muy simplificado, ya que no es el objetivo del proyecto. Se desarrolla simplemente para comprobar que los resultados tienen sentido y que se pueden unir satisfactoriamente. Los componentes son: una resistencia, una bobina, una fuerza electromotriz y una inercia [3], y la unión se realiza mediante un *flange*.<sup>4</sup> Los parámetros del motor son datos experimentales[5].

---

<sup>4</sup> El *flange* es uno de los tipos de unión que proporciona Dymola.

Con lo que el motor queda de la siguiente manera:



**Figura 7. Motor.**

Las ecuaciones de la unión son las siguientes:

$$flange\_a.tau=T+10 \quad (1.29)$$

$$flange\_a.phi=0 \quad (1.30)$$

# Capítulo 2

## Herramientas de simulación

### 2.1 Diferentes herramientas de simulación

A continuación expondremos tres softwares alternativos, que finalmente no fueron utilizados al tener varios inconvenientes frente el elegido *Dymola*.

**COSMOSMotion**, es un software de simulación física de movimiento. Es utilizado por diseñadores e ingenieros para entender el rendimiento de sus ensamblajes de SolidWorks. Simula el funcionamiento mecánico de ensamblajes motorizados y calcula las fuerzas físicas que se generan, mediante la determinación de factores tales como el consumo de electricidad y la interferencia existente entre las piezas. También determina si el diseño fallará, qué piezas pueden fallar y los riesgos de seguridad existentes. Utiliza la información de ensamblaje existente para generar estudios de simulación de movimiento[6]. Ofrece varios tipos de opciones de unión y de fuerza para representar condiciones de funcionamiento reales, pero ese es el problema que tiene, que no se pueden desarrollar los bloques, parte de unos que son estándar, y eso no nos interesa. Ya que en el proyecto se quiere poder introducir los bloques a partir de fórmulas desarrolladas previamente, para poder definir el modelo exacto que se quiere. Además que no se pueden unir motores, y ese es uno de los trabajos futuros para este proyecto, desarrollar un modelo al que se le puedan añadir diferentes motores, para comprobar cuál es el idóneo para cada caso. Con lo que si no se puede unir motores, no es válido.

**Adams**, es un software que realiza análisis sobre mecanismos en movimiento. Estudia la dinámica de las partes móviles, cómo las cargas y las fuerzas se distribuyen a lo largo de los sistemas mecánicos. Obtiene la manera de mejorar y optimizar el rendimiento de los productos. Permite crear y probar prototipos fácilmente de sistemas mecánicos en una fracción de tiempo y coste requerido para la construcción física y las pruebas. Incorpora la física real para la resolución simultáneamente de ecuaciones cinemáticas, estáticas, casi estáticas y dinámicas. Se compone de varios módulos que permiten hacer simulaciones del funcionamiento por medio de animaciones, realizar análisis de vibraciones y realizar análisis de esfuerzos.

Estos módulos permiten a los usuarios integrar los componentes mecánicos, neumática, hidráulica, electrónica y de sistemas de control tecnológico para construir y probar prototipos virtuales que representan con precisión las interacciones entre estos subsistemas[7]. Pero tiene los mismos problemas que el software *Cosmosmotion*, al ser bloques, no se pueden modificar todos los parámetros y tampoco se pueden unir motores. Otro problema que tienen éstos software es que no pueden ser reutilizables, es decir, reciclables.

**Pro/ENGINEER**, se trata de un software de diseño paramétrico. Es un diseño conceptual e industrial que detalla piezas y conjuntos. La simulación permite probar virtualmente el rendimiento de los productos, generar diseños optimizados en función de las necesidades del cliente y los requisitos de ingeniería, y poner los resultados a disposición del equipo inmediato y extendido. Una de sus fortalezas es la implementación de una suite para diseño mecánico, análisis de comportamiento(esfuerzos, térmicos, fatiga, eléctrico). Este es muy popular entre diseñadores mecánicos aunque un poco costoso[8]. A este problema se le suman los mismos de los otros software.

## **2.2 ¿Por qué se eligió Dymola?**

Después de haber visto otras herramientas de simulación, las razones más importantes por las que se eligió *Dymola* como software para este proyecto son las siguientes:

- No es una caja negra, todos los modelos son accesible directamente y se describe fácilmente sus ecuaciones.
- Usa *Modelica*, que es un lenguaje estándar que permitiría exportar sus librerías a otros programas.
- Permite conectar diferentes motores y obtener los resultados de la simulación.
- Permite la aplicación del modelado orientado a objetos directamente.

## **2.3 Modelado orientado a objetos**

Un modelado orientado a objetos, es un paradigma que se usa en programación. Utiliza bloques discretos de código reutilizables. El éxito de este tipo de modelado fue dificultado a principio de los años 90 debido a que más de cincuenta tipos de modelados orientados a objetos reclamaban ser el utilizado. Finalmente, mediante una iniciativa industrial, que desarrolló el lenguaje unificado del modelado orientado a objetos UML (Unified Modeling Language). El lenguaje, debe ser comprensible, claro y conciso. Tanto la semántica como la sintaxis del lenguaje tiene que estar bien definida. La idea principal de la orientación de objetos es una consecuencia de una aplicación de un concepto de un tipo de dato abstracto, combinando datos y funciones. El tipo de dato abstracto es aplicable en un contexto de cualquier modelo orientado a objetos. Los principales requisitos para un lenguaje de modelado orientado a objetos son[9] :

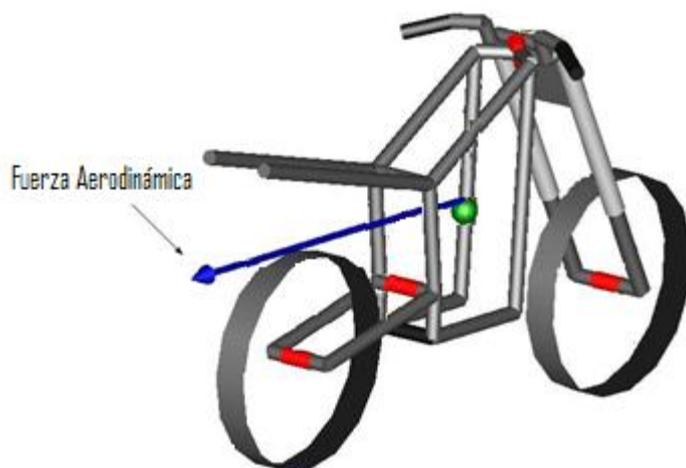
- *User-friendliness*, principalmente sea entendible y preciso.
- *Precision*, principalmente sea correcto, como rico en detalles.

# Capítulo 3

## Modelado matemático

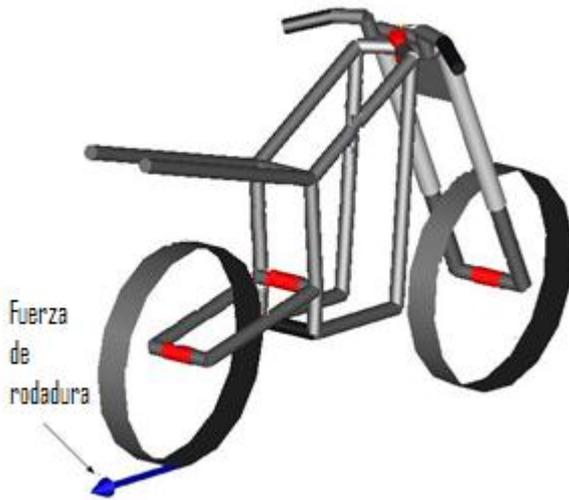
### 3.1 Modelo 1

El objetivo del modelo 1, era principalmente calcular la fuerza aerodinámica que hay sobre la moto. Está representada en la siguiente figura.



**Figura 8. Fuerza aerodinámica**

También se empieza a desarrollar la fuerza de rodadura, producida entre la rueda y el suelo. Como se indica en la siguiente figura:



**Figura 9. Fuerza de rodadura**

La fórmula principal que se ha utilizado para la realización del proyecto es la siguiente[1]

$$\Sigma F = m * a \quad (3.31)$$

Donde se considera, para el modelo1,  $\Sigma F$  como:

$F_m$  es la fuerza motriz

$F_a$  es la fuerza aerodinámica

$F_r$  es la fuerza de rodadura.

Faltaría otra fuerza más, que es la producida por las inercias de las ruedas, pero esa será estudiada en el Modelo4.

La fuerza motriz, tiene el mismo sentido que el movimiento, con lo que tiene signo positivo, al contrario que la fuerza aerodinámica y la fuerza de rodadura, que tienen signo negativo.

La ecuación completa es la siguiente:

$$F_m - F_a - F_r = m * a \quad (3.32)$$

Para este primer modelo se considera la fuerza motriz como una constante de 800N. En el siguiente modelo se desarrolla más detenidamente[1].

La fuerza aerodinámica viene dada por la siguiente expresión [2]:

$$F_a = 0.5 * \rho * C_D * A * V^2 \quad (3.33)$$

Donde:

-  $\rho$  es la densidad del aire es igual a  $1,2 \text{ Kg/m}^3$

-  $C_D$  es el coeficiente de resistencia al avance, compuesta por diferentes procesos de frenado por fricción, como por ejemplo la resistencia aerodinámica.

-  $A$  es el área frontal de la moto.

·  $C_D * A$  es un dato experimental que suponiendo que estamos en un túnel sin aire se puede deducir con la siguiente expresión [2]:

$$C_D * A = \frac{2}{\rho * V^3} * P \quad (3.34)$$

· Donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $V$  es la máxima velocidad lineal que puede alcanzar la moto y  $P$  es la potencia proporcionada por el motor.

· Para una moto de competición [2]:

$$C_D A = 0,3$$

· En la fórmula no se tiene en cuenta la fuerza de rozamiento.

-  $V$  es la velocidad, sale de la derivada de la posición,  $x$ .

La fuerza de rodadura, para este modelo se calcula de forma simplificada, en el modelo 3, se desarrolla más en profundidad. Se obtiene de la siguiente expresión [2]:

$$F_r = f_w * n \quad (3.35)$$

donde :

-  $n$  es la normal, viene de la siguiente fórmula:

$$n = m * g \quad (3.36)$$

·  $m$  es la masa total [2]:

$$\text{masa moto} + \text{masa motorista} = 272 \text{ Kg} \quad (3.37)$$

·  $g$  es la gravedad =  $9,8 \text{ m/s}^2$

$f_w$  es la coeficiente de rodadura, se calcula con la siguiente fórmula empírica:

·Para una velocidad menor que 165Km/h = 45,83 m/s [2]:

$$f_w = 0.0095 + \left(\frac{0.018}{p}\right) + \left(\frac{1.59*10^{-6}}{p}\right) * v^2 \quad (3.38)$$

·Donde  $p$  es la presión neumática, según datos experimentales, la presión neumática recomendada para una moto de competición son dos bares [2].

· $V$  es la velocidad lineal de la moto, viene de la derivada de la posición,  $x$ .

·Para una velocidad mayor o igual a 165Km/h [2]:

$$f_w = \left(\frac{0.00095}{p}\right) + \left(\frac{2.91*10^{-6}}{p}\right) * v^2 \quad (3.39)$$

·En el programa, a la hora de implementarlo, la velocidad está dividida por 0,277 para pasar de m/s, que son las unidades que da el programa, a Km/h que son las unidades de la velocidad en la fórmula.

$m$  es la masa total:

$$\text{masa moto} + \text{masa motorista} = 272 \text{ Kg} \quad (3.40)$$

$a$  es la aceleración que sale de la derivada de la velocidad.

## **3.2 Modelo 2**

El objetivo de este modelo es calcular de una manera más detallada la fuerza motriz. Para ello tenemos que tener en cuenta que al acelerar mucho y rápido la rueda puede deslizarse con el suelo, lo que produciría que rodara, pero la moto no se moviera de su sitio. Es decir, que se produjera movimiento de rotación en la rueda pero no movimiento de traslación sobre la moto. Lo cual no nos interesa, con lo que hay que evitarlo. Para evitarlo se introduce una condición sobre dicha fuerza.

Para el modelo 2, solo se modifica la fuerza motriz. La fuerza de rodadura y la fuerza aerodinámica se mantienen constantes. Con lo que también se sigue utilizando la fórmula principal:

$$\sum F = m * a \quad (3.41)$$

Desarrollándola queda así:

$$F_m - F_a - F_r = m * a \quad (3.42)$$

Como se ha comentado previamente, se introduce la condición la siguiente condición:

en el momento que la fuerza motriz sea mayor al producto de:

$$F_m = nu * n \quad (3.43)$$

Dicha fuerza motriz debe ser igual a ese producto. Donde  $nu$  es el coeficiente estático de rozamiento de la rueda con el suelo, según datos experimentales es igual a 0,7.  $n$  es la normal:

$$n = m * g \quad (3.44)$$

donde  $m$  es la masa total de la moto más el motorista, es igual a 272kg, y  $g$  es la gravedad, igual a 9,8m/s<sup>2</sup>[1]. Ese es el punto máximo, es decir cuando el motor ya no da más potencia.

Pero mientras la fuerza motriz sea menor a ese producto, se considera la siguiente fórmula:

$$F_m = \frac{T}{h_1} \quad (3.45)$$

Donde:

-  $T$  es el par motor , viene definido por la curva producida por un motor eléctrico. Para poder definir esa curva, se impone una condición: hasta una velocidad angular determinada, el par es constante, y lo que varía es la potencia. Un vez pasada esa velocidad angular lo que se vuelve constante es la potencia, y varía el par[3]. Expresando esa condición fórmulas y valores más detallados, queda de la siguiente manera:

·Si  $w \leq 150\text{rpm}$ , el par es igual a 600 Nm, sino,

$$T = \frac{P}{w} \quad (3.46)$$

donde  $P$  es la potencia igual a 41.888N, y  $w$  es la velocidad angular, viene definida por la relación entre la velocidad lineal y el radio efectivo.

- $h_1$  es el radio efectivo. En este modelo se intentó realizar un estudio sobre dicho radio, ya no es el mismo para todo momento. Depende de muchos factores, como la velocidad lineal que alcanza la moto en cada momento, la velocidad angular de la rueda que varía a lo largo del tiempo, el peso del piloto, la temperatura que va obteniendo la rueda, la forma del suelo o el coeficiente de rozamiento, que hacen que la rueda se deforme dando distintos de valores del radio para cada caso[4]. Para poder calcularlo se sigue la siguiente condición:

Partimos de un radio inicial [4],

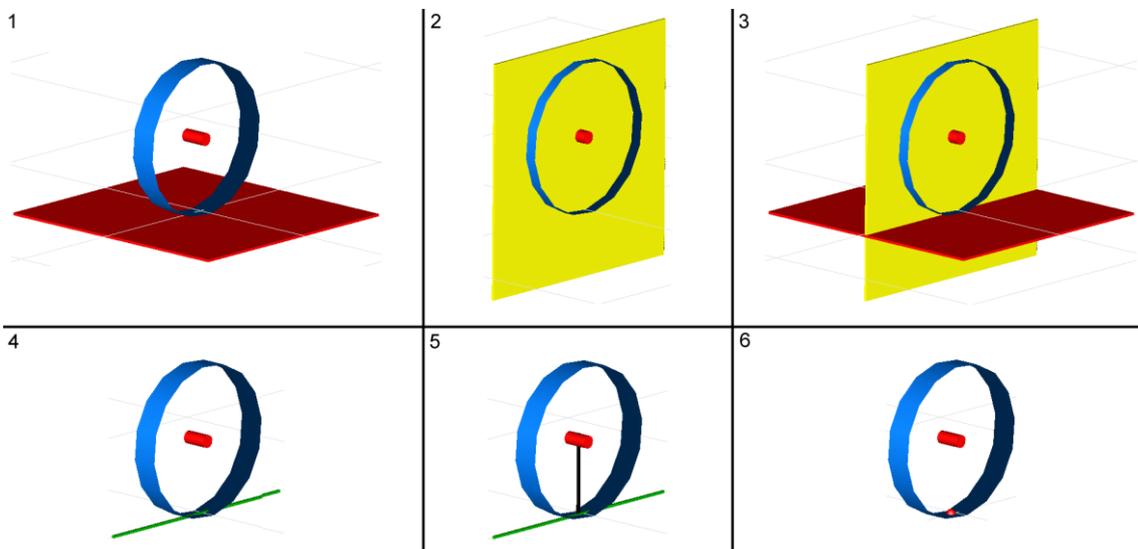
$$h_1 = 0,25m$$

es el que tiene la rueda cuando esta parada, antes de que empiecen a afectarle todos los parámetros expresados anteriormente. Después de que haya transcurrido un tiempo de 0,5s, ya comienzan a hacerse notables y el radio se obtiene a través de la siguiente fórmula [4]:

$$h_1 = r + 3 * \left( r - \frac{v}{w} \right) \quad (3.47)$$

donde  $r$  es el radio de la rueda sin verse afectado por el peso del piloto y la moto,  $v$  es la velocidad lineal de la moto, y  $w$  es la velocidad angular de la rueda.

En la siguiente figura se puede observar como varía:



**Figura 10. Radio específico**

Pero como se comentó previamente, el radio efectivo depende de muchos más parámetros que los que aparecen en la fórmula, pero son datos experimentales. Se comprobó que no tiene tanta influencia dicho radio, y tampoco es objetivo de este proyecto un estudio tan detallado. Por lo que al final no se considera un radio efectivo, sino un radio constante para la rueda en todo el proyecto. Así pues, la velocidad angular viene expresada por la relación entre la velocidad lineal y el radio  $r$  de la rueda, igual a 0,3m [2]. Para:

$$F_m < nu * n \quad (3.48)$$

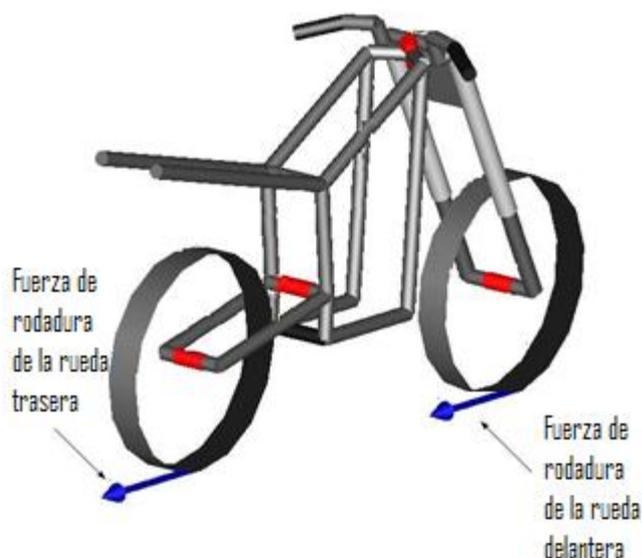
entonces:

$$F_m = \frac{T}{r} \quad (3.49)$$

La fuerza aerodinámica y la de rodadura no se desarrollaron, ya que como se comentó al principio son las mismas que en el modelo anterior. Hasta ahora se ha desarrollado la fuerza aerodinámica y la fuerza motriz. Sólo queda desarrollar la fuerza de rodadura y la fuerza de inercia del motor y de las ruedas.

### **3.3 Modelo 3**

El objetivo de este modelo es desarrollar la fuerza de rodadura de forma más detallada que hasta ahora. En este modelo vamos a distinguir en la fuerza de rodadura de la rueda delante y de la rueda trasera, como se indica en la siguiente figura:



**Figura 11. Fuerzas de rodadura de la rueda delantera y trasera.**

Para este modelo se mantienen el estudio realizado anteriormente sobre la fuerza aerodinámica y la fuerza motriz. Ya se van matizando más una serie de parámetros.

Se distingue para este caso entre la velocidad angular de la rueda, que es la obtenida en el modelo anterior, y la velocidad angular del motor:

$$w_m = 3 * w \quad (3.50)$$

La condición para obtener el par también se modifica ligeramente. Si la velocidad angular del motor es menor o igual a 209,4 rad/s, entonces:

$$T = R * T_m \quad (3.51)$$

donde  $R$  es la relación de transmisión entre el motor y la rueda, igual a 3,2, y la constante del par 200Nm. Sin embargo, si la velocidad angular del motor es mayor a 209,4rad/s el par se define según la siguiente ecuación:

$$T = \frac{P}{w} \quad (3.52)$$

donde  $P$  es la potencia proporcionada por el motor, igual a 41.888 W,  $w$  es la velocidad angular de la rueda[3].

Siguiendo la ecuación principal:

$$\sum F = m * a \quad (3.53)$$

Donde, para el modelo3,  $\sum F$  se considera como:

$$F_m - F_a - F_{rd} - F_{rt} = m * a \quad (3.54)$$

$F_m$  es la fuerza motriz

$F_a$  es la fuerza aerodinámica

$F_{rd}$  es la fuerza de rodadura de la rueda delantera

$F_{rt}$  es la fuerza de rodadura de la rueda trasera

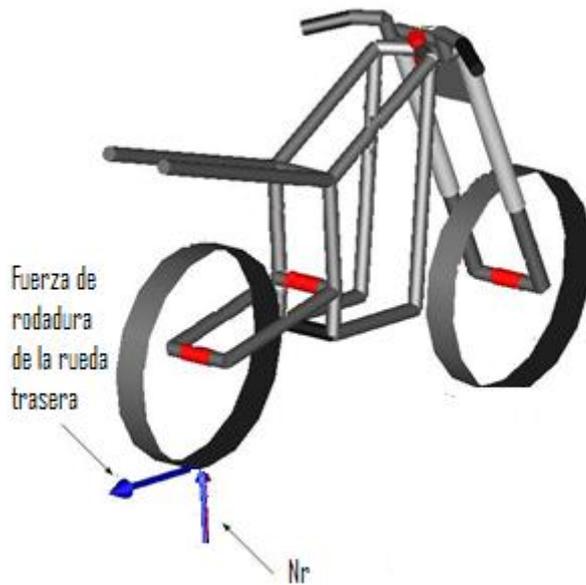
La fuerza de rodadura, se divide en dos, la fuerza de rodadura de la rueda delantera,  $F_{rd}$ , y la fuerza de rodadura de la rueda trasera,  $F_{rt}$ .

La fuerza de rodadura de la rueda trasera, viene definida por la siguiente expresión [2]:

$$F_{rr} = f_w * N_r \quad (3.55)$$

donde:

- $N_r$  es la reacción normal de la rueda trasera con el suelo. La figura muestra dicha fuerza:



**Figura 12. Reacción normal de la rueda trasera con el suelo.**

·La fórmula que expresa la normal es la siguiente [2]:

$$N_r = m * g * \left( \frac{p1-b}{p1} \right) + F_l \quad (3.56)$$

Desarrollando cada término, se obtiene que:

· $m$  es la masa total, formada por el sumatorio de la masa del motorista más la masa de la moto son 272Kg .

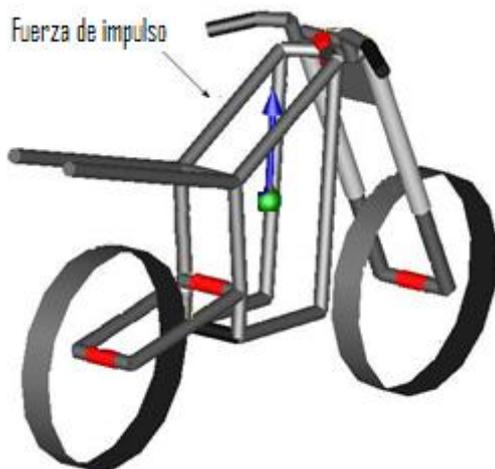
· $g$  es la gravedad, es igual a 9,8 m/s<sup>2</sup>

· $p1$  es la distancia entre los ejes de las ruedas, para una moto estándar de competición es 1,2m [2].

·  $b$  es la distancia horizontal desde el centro de gravedad hasta el eje de la rueda trasera, según datos estándar es igual a 0,6m [2].

·  $F_l$  es la fuerza de impulso. Es la fuerza que produce el viento y hace que la rueda delantera se levante, dando lugar al *efecto caballito*. Esa fuerza es perjudicial, más adelante se añaden condiciones para evitar ese efecto, aunque la fuerza sigue existiendo.

La fuerza de impulso se puede observar en la siguiente figura:



**Figura 13. Fuerza de impulso.**

· La fórmula que define esta fuerza es la siguiente [2]:

$$F_l = 0.5 * d * C_l A * V^2 \quad (3.57)$$

Como se puede observar dicha fuerza depende de la densidad del aire  $d$ , es una constante igual a  $1,2 \text{ Kg/m}^3$ , del producto del coeficiente de impulso con el área frontal de la moto que está en contacto con el aire [2] y por último de la velocidad lineal de la moto  $v$ , que viene dada por la derivada de la posición  $x$ :

$$C_l A = 0,3$$

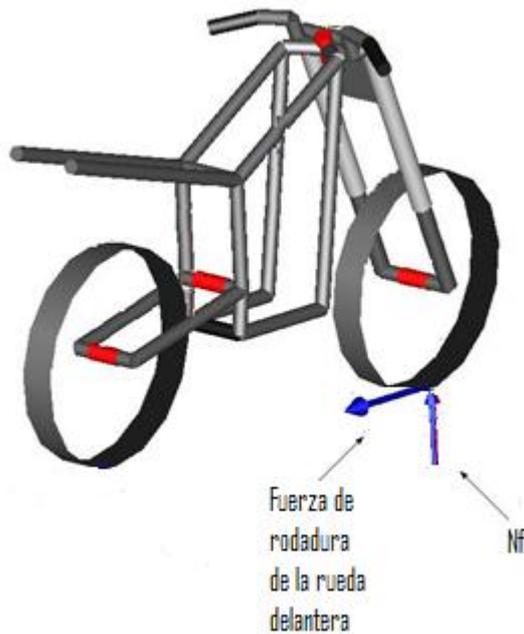
$-f_w$  es el coeficiente de rodadura producido entre el suelo y la rueda, en este caso la rueda trasera. Es la misma que se desarrolló para el modelo anterior.

La fuerza de rodadura para la rueda delantera tiene una expresión muy similar a la fuerza de rodadura producida en la rueda trasera [2]. La fórmula que la define es la siguiente:

$$F_{rf} = f_w * N_f \quad (3.58)$$

donde:

$-N_f$  es la reacción normal del suelo con la rueda delantera. Se puede observar en la siguiente figura:



**Figura 14. Reacción normal de la rueda delantera con el suelo.**

Viene expresada por [2]:

$$N_f = m * g * \left(\frac{g}{p1}\right) - F_l \quad (3.59)$$

Como se puede apreciar, la fórmula varía en relación a la fórmula anteriormente utilizada para calcular la reacción normal del suelo con la rueda trasera, pero sin embargo los parámetros son los mismos.

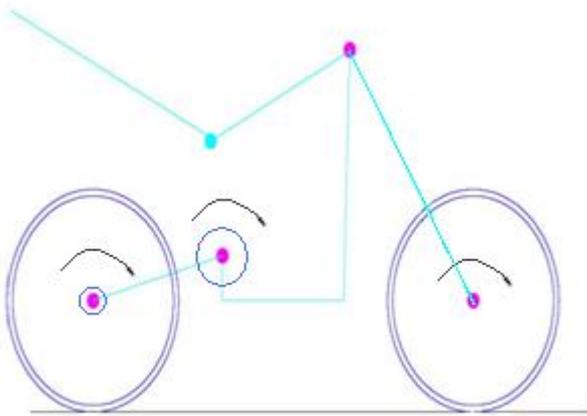
$-f_w$  es el coeficiente de rozamiento producido entre la rueda delantera con el suelo. Es el mismo que para la rueda trasera.

La fuerza aerodinámica y la motriz no se desarrollan, ya que como se dijo al principio del modelo, son las mismas que en el modelo anterior. Hasta ahora se ha desarrollado la fuerza aerodinámica y la fuerza motriz y las diferentes fuerzas de rodadura. Sólo queda desarrollar la fuerza de la inercia del motor y de las ruedas para poder calcular la aceleración que evita se produzca el *efecto caballito* y el más en detalle el *efecto deslizamiento* de las ruedas.

### 3.4 Modelo 4

En este modelo se desarrolla el estudio de las fuerzas de inercia del motor y de las ruedas, para ver cómo afecta a la aceleración, y así poder evitar el *efecto caballito* y de *deslizamiento* de manera más detallada, ya que el estudio que se realizó previamente es muy simplificado. Se realiza el estudio por separado y más adelante se une todo en un único modelo denominado “moto”. Para empezar, hemos tomado las fórmulas desarrolladas del libro de Cossalter [2]. Como se podrá comprobar a lo largo del desarrollo del modelo, las fórmulas son muy genéricas, con lo que en el siguiente modelo se desarrollan más en profundidad y de manera más específica para el proyecto.

En la siguiente figura se muestran los momentos de inercia de las ruedas delantera y trasera, y del motor:



**Figura 15. Momentos de inercia.**

Con estos momentos de inercia calculamos la fuerza de inercia.

Se parte de la fórmula principal,

$$F_i = m_t * a \quad (3.60)$$

Donde:

· $F_i$  es la fuerza e inercia, sale de la siguiente ecuación:

$$F_i = \frac{T}{R_f} \quad (3.61)$$

definiendo los parámetros obtenemos que:

- $T$  es el par de la rueda, se calcula igual que en el modelo anterior, según la curva del motor eléctrico.

- $R_f$  es el radio de la rueda delantera, igual a 0,3m.

· $m_t$  es la masa total o aparente [2], viene definida por:

$$m_t = m + I_{wr} * (\tau_r)^2 + I_{wf} * (\tau_f)^2 + I_{wm} * (\tau_w)^2 \quad (3.62)$$

donde:

- $m$  es la masa del piloto más la de la moto, son 200Kg [2].

- $I_{wr}$  es la inercia de la rueda trasera, es una constante igual a 0,8Kg\*m<sup>2</sup> [2].

- $I_{wf}$  es la inercia de la rueda delantera, es un dato, es igual a 0,6Kg\*m<sup>2</sup> [2].

- $I_{wm}$  es la inercia del motor, también es dato, y es igual a 0,05Kg\*m<sup>2</sup> [2].

- $\tau_r$  es la relación de la velocidad angular con la velocidad lineal de la rueda trasera, al desarrollarla queda como la inversa del radio de la rueda trasera [2],

$$\tau_r = \frac{1}{R_r} \quad (3.63)$$

- $\tau_f$  es la relación de la velocidad angular con la velocidad lineal de la rueda delantera, al desarrollarla queda como la inversa del radio de la rueda delantera [2],

$$\tau_f = \frac{1}{R_f} \quad (3.64)$$

- $\tau_w$  es la relación de la velocidad angular con la velocidad lineal del motor, al desarrollarla de manera muy simplificada, queda como la inversa del radio de la rueda trasera [2],

$$\tau_w = \frac{1}{R_r} \quad (3.65)$$

· $a$  es la aceleración que viene de la derivada de la velocidad  $v$ , la cual viene de la derivada de la posición  $x$ .

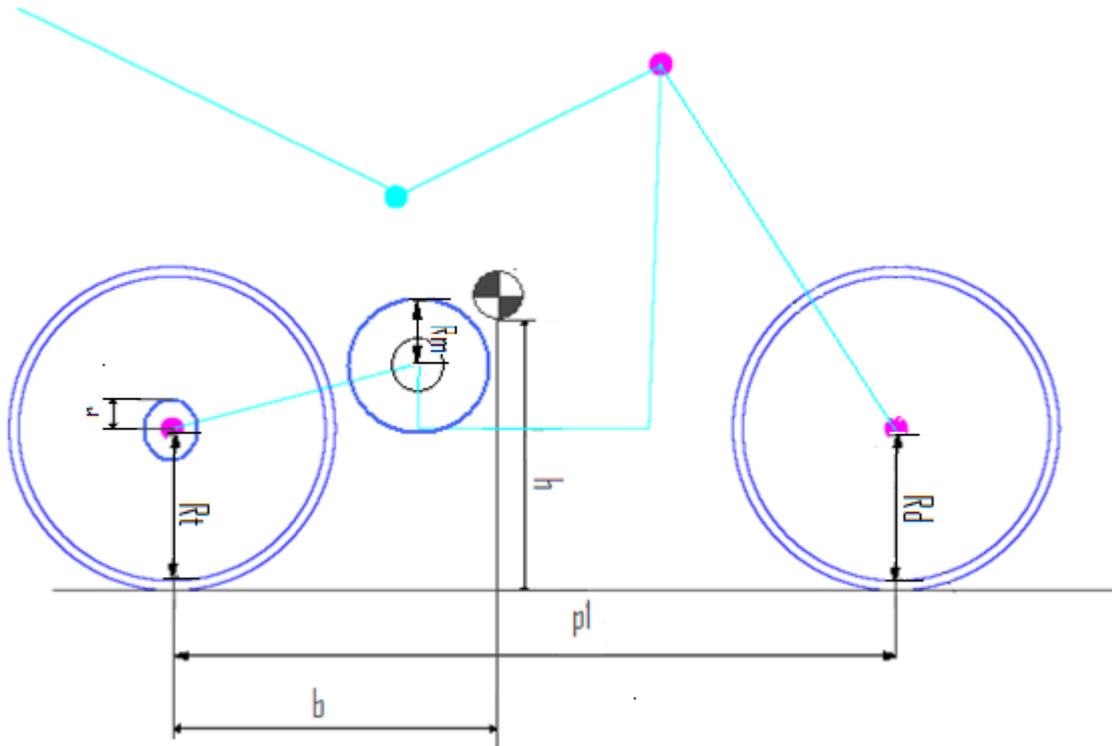
### 3.5 Modelo 5

En este modelo lo que se pretende es desarrollar las fórmulas del modelo anterior, partiendo de las siguientes fórmulas básicas[1]:

$$\Sigma F = m * a \quad (3.66)$$

$$\Sigma M = I * a \quad (3.67)$$

Se introducen el resto de las fuerzas estudiadas en cada modelo, para completarlo.



**Figura 16. Parámetros del modelo**

Para que no hubiera confusiones se realiza el estudio de la rueda trasera y delantera por separado, tanto para las fuerzas como para los momentos.

El sumatorio de fuerzas para la rueda trasera, está compuesto por la fuerza aerodinámica, la de rodadura de la rueda trasera, la de fricción de la rueda trasera y la reacción de la rueda trasera a la fuerza de fricción de ésta misma[1]. En este modelo ya no se tiene en cuenta la fuerza motriz, ya que no la consideramos como una fuerza, sino como un par, que es lo que realmente va a dar el motor que vamos a conectar a la “moto”. Por consiguiente se tienen en cuenta las fuerzas de fricción de la rueda delantera y trasera, para que la rueda no deslice con el suelo. La ecuación queda de la siguiente manera:

$$R_{t1} - F_{ft} - F_a - F_{rt} = m * a \quad (3.68)$$

- $F_{ft}$  es la fuerza de fricción de la rueda trasera.
- $F_a$  es la fuerza aerodinámica.
- $F_{rt}$  es la fuerza de rodadura de la rueda trasera.
- $R_{t1}$  es la reacción de la rueda trasera a la fuerza de fricción de esta misma rueda.
- $m$  es la masa total, de la moto más el conductor.
- $a$  es la aceleración, sale de la segunda derivada de la posición  $x$ .

El sumatorio de fuerzas para la rueda delantera está compuesto por la fuerza de rodadura de la rueda delantera, por la de fricción de la rueda delantera y por la reacción de la rueda delantera a la fuerza de fricción de ésta misma[1]. El resultado es el siguiente:

$$R_{d1} - F_{fd} - F_{rd} = m * a \quad (3.69)$$

- $R_{d1}$  es la reacción de la rueda delantera a la fuerza de fricción de esta misma rueda.
- $F_{rd}$  es la fuerza de rodadura de la rueda delantera.
- $F_{fd}$  es la fuerza de fricción de la rueda delantera.

El sumatorio de momentos para la rueda trasera está compuesto por el momento producido en la rueda trasera, por el producto de la fuerza de fricción de la rueda trasera con el radio de la rueda trasera. La fórmula es la siguiente:

$$\tau_B - F_{ft} * R_t = I_t * \alpha_t \quad (3.70)$$

Donde:

-  $\tau_B$  es el momento producido en la rueda trasera. Se desarrolló previamente para poder relacionarlo con el par del motor. Con lo que la fórmula definitiva para el momento de la rueda trasera es la siguiente:

$$\tau_B = \left(\frac{r}{R_m}\right) * (\tau_m - I_m * \alpha_m) \quad (3.71)$$

·  $r$  es el radio de los piñones, es un dato, es 0,1 m [2].

·  $R_m$  es el radio del motor, son 0,08m [2].

·  $\tau_m$  es el par del motor, es el valor que proporciona el motor que se conecta a la “moto”.

·  $I_m$  es la inercia del motor, para una moto de competición son 0,0055 Kg\*m<sup>2</sup>.

·  $\alpha_m$  es la aceleración angular del motor.

-  $\alpha_t$  es la aceleración angular de la rueda trasera.

-  $I_t$  es la inercia de la rueda trasera, igual a 0,8Kg\*m<sup>2</sup>.

-  $R_t$  es el radio de la rueda trasera, igual a 0,3m.

El sumatorio de momentos para la rueda delantera sólo depende del producto de la fuerza de fricción de la rueda delantera con el radio de la rueda delantera. La ecuación es la siguiente:

$$F_{rd} * R_d = I_d * \alpha_d \quad (3.72)$$

·  $F_{rd}$  es la fuerza de fricción de la rueda delantera.

·  $R_d$  es el radio de la rueda delantera, son 0,3m.

·  $I_d$  es la inercia de la rueda delantera, es 0,6 kg\*m<sup>2</sup>.

·  $\alpha_d$  es la aceleración angular de la rueda delantera.

- Relacionando las cinco ecuaciones anteriores con estas otras tres[1]:

$$\alpha_m * R_m = \alpha_t * R_t \quad (3.73)$$

$$a = -\alpha_t * R_t \quad (3.74)$$

$$a = -\alpha_d * R_d \quad (3.75)$$

Se obtiene la ecuación de la aceleración a la que se quería llegar:

$$a = \frac{(r * (\frac{\tau_m}{(R_m * R_t)}) - F_a - F_{rt} - F_{rd})}{(\frac{I_t}{R_t^2}) + (\frac{r * I_m}{R_m^2 * R_t}) + (\frac{I_d}{R_d^2}) + m} \quad (3.76)$$

Esta es la última fórmula que se necesita para poder unir todas las fuerzas. Con lo que el modelo 5 queda de la siguiente manera.

Partimos de la condición para que la rueda no deslice con el suelo:

Si la aceleración es menor que el resultado del producto del coeficiente estático de rozamiento de la rueda con el suelo por la gravedad:

$$a < \mu * g \quad (3.77)$$

entonces la aceleración es igual a la siguiente relación:

$$a = \frac{(r * (\frac{\tau_m}{R_m * R_t}) - F_a - F_{rt} - F_{rd})}{((\frac{I_t}{R_t^2}) + (\frac{r * I_m}{R_m^2 * R_t}) + (\frac{I_d}{R_d^2}) + m)} \quad (3.78)$$

Pero en el momento que se hace mayor o igual a ese valor, entonces la aceleración será igual a ese producto.

Para evitar el *efecto caballito*, se añade una condición, la cual dice que si la moto coge una velocidad mayor a 73,6 m/s, que se pare, ya que no puede sobrepasar esa velocidad.

El resto de fuerzas y de fórmulas son las mismas que en el modelo anterior, excepto la fuerza motriz, la cual ahora es:

$$F_m = \frac{r * T}{R_t * R_m} \quad (3.79)$$

Pero como ya se comentó anteriormente la condición de la aceleración daba fallo de *chattering*, con lo que se recalculó de manera logística la aceleración.

### **3.6 Modelo 6**

En este modelo, se desarrolla la fórmula de la aceleración tal y como se explica en el capítulo de implementación y se une a lo estudiado hasta ahora.

Con esto ya tenemos el bloque de las fuerzas que afectan a la conducción de una moto. En el siguiente modelo, el modelo7, se añade un conector denominado *flange*. Tiene una salida y una entrada, a las cuales se les denomina:

$$flange\_a.tau = T + 10 \quad (3.80)$$

que es el par más una constante, para que tenga fuerza para poder arrancar y:

$$flange\_a.phi = 0 \quad (3.81)$$

El cero es hasta que se conecte el motor y de valores. A este bloque se le denominado "moto", que se unirá al motor.

# Capítulo 4

## Implementación

### 4.1 Descripción

Para el desarrollo del proyecto, se utiliza un modelo orientado a objetos. Es un paradigma que modela utilizando principalmente en un programa de ordenador. En este caso se ha desarrollado utilizando el lenguaje de simulación, *Modelica*. Orientado a objetos, el lenguaje de la ecuación se basa convencionalmente en complejos modelos físicos que contienen sistemas mecánicos, eléctricos, electrónicos, hidráulicos, térmicos..[10] Se ha elegido este programa porque era el más completo e idóneo y tiene una librería específica para las motos, la cual es muy extensa y con muchos elementos útiles para el desarrollo del proyecto. Antes del auge del modelo orientado a objetos, el paradigma prioritario o dominante era el programa procesal, que acentuó el empleo de un bloque de código discreto reutilizable. Esto originó que los programas tomaran las variables, realizaran una función sobre éstas, y devolviera una serie de valores.

Consiste, pues, en hacer bloques que luego se pueden unir mediante conectores existentes en la librería. El conector utilizado para este proyecto, se denomina *flange*, compuesto de una entrada y una salida denominadas *tau* y *phi*.

El objetivo de la librería de *Motorcycle Dynamics*, para *Dymola*, es simular el comportamiento de los vehículos que ruedan y sus sistemas de control. Esta librería ha sido desarrollada para la simulación dinámica de una moto, y adaptado para probar y validar el sistema de control activo para la dinámica de las motos. También ha sido desarrollado un proceso de validación, comparando los resultados de la simulación con datos experimentales de una *KTM 950 adventure*, correctamente instrumentada.

La librería está compuesta por varios sub-paquetes, conteniendo modelos para:

- las partes del cuerpo de la moto (chasis, suspensión delantera y trasera, el brazo de balanceo trasero, ruedas y demás componentes)
- La interacción entre la rueda y el suelo (definición de las fuerzas de contacto y la transmisión del punto de contacto).
- Las fórmulas de fricción.
- Las carreteras (con diferentes mapas de fricción y formas).
- Los controles(sistema de frenado ABS, control de velocidad...).
- Los ejemplos de cómo usar la librería(por ejemplo, los experimentos para el frenado con equipo ABS, y sin equipo ABS, para el mismo recorrido...).

*Dymola* es el programa recomendado por el Laboratorio de modelo dinámico para modelar varios tipos de sistemas físicos. Esto apoya la composición jerárquica del modelo, las librerías sobre componentes realmente reutilizables, conexiones y compuestos ocasionales de conexiones. Las librerías de los modelos están disponibles en varios dominios de la ingeniería. Uno de los propósitos de *Dymola* es utilizar una nueva metodología de modelado basada en la orientación de los objetos o métodos y ecuaciones. La necesidad habitual de la conversión manual de ecuaciones a un diagrama de bloques es eliminado por el uso de la fórmula de manipulación automática. Otros propósitos de *Dymola* son:

- Manejo de largos y complejos modelos ingenieros.
- Modelos rápidos según sus composiciones de modelos gráficos
- Simulación más rápida- señalando los procesos previos.
- Abierto para que los usuarios puedan usar los componentes definidos del modelo.
- Interfaz abierto hacia otros programas.
- Animación en 3D.
- Simulación en tiempo real. [11]

## **4.2 Cómo se conecta**

Para poder conectar diferentes elementos, la entrada de uno tiene que coincidir con la salida del otro. En nuestro caso, como ya se ha mencionado anteriormente, se utiliza un tipo de conector denominado *flange*. Para poder introducir el conector, se va a la librería del programa, se elige el conector adecuado para el modelo realizado, y se arrastra el icono hasta la página de iconos del modelo.

### **4.3 Implementación**

A la hora de implementarlo para declarar las variables, se introduce *parameter real* y el parámetro que se quiere introducir. Para poder declarar una variable, se introduce *real* y la variable que se desea declarar.

Existe otra manera de declarar variables para que cuando se obtengan las gráficas aparezcan las diferentes unidades. Para ello, al principio hay que añadir el siguiente comando: *import SI = Modelica.SIunits*, y a la hora de declarar la variable en vez de poner *real*, se pone *SI*.(la variable que se quiere introducir en inglés).

Las ecuaciones se introducen después de la palabra *equation*. Las variables de las ecuaciones han de estar declaradas previamente.

En la parte superior indica que es un modelo, al cual de forma optativa pero aconsejable, se le pone un nombre, para poder identificarlo con el resto que se han realizado, o se van a realizar. Si se quiere, para obtener más información acerca del modelo que se está realizando, se añaden los comentarios oportunos. Dichos comentarios se introducen entre comillas para que el programa no lo lea y no de fallo a la hora de compilarlo.

Después se introducen todos los parámetros que vayan a ser utilizados en el modelo, para facilitar la comprensión del significado de los parámetros, al igual que en el nombre del modelo. Se pueden indicar comentarios entre comillas, es válido para cualquier comentario que se quiera realizar sobre el programa, variable, parámetro, etc.. Al final de cada línea se pone punto y coma, para que el programa no de error al compilarlo. El siguiente paso es introducir las variables necesarias. Lo siguiente es introducir las ecuaciones que tiene que resolver el programa. Éstas se introducen como ya se indicó anteriormente después de la palabra *equation*. En este apartado se pueden introducir condiciones. En este proyecto solo se han utilizado dos de las que existen en la librería. Una de ellas es la condición *if*, se utiliza cuando queremos que el programa realice una acción si la condición que se indica se cumple y si no se cumple que realice otra acción. La manera de implementar la condición es la siguiente: se pone *if*, -cuyo significado en inglés es *si*-, y se introduce la condición que se tiene que cumplir, luego se pone *then* cuyo significado es entonces, se introduce la acción a realizar si se cumple la condición previa. Y por último se pone *else*, -cuyo significado es sino-, se pone la acción que tiene que realizar el programa si no se cumple la condición inicial. Para concluir con la condición se añade *end if*, -que significa fin de la condición-. La otra condición que se utiliza en el proyecto es la llamada *When*, -cuyo significado en inglés es cuando-, se utiliza cuando se quiere que el programa realice una acción cuando se cumple la condición expuesta en el programa. Para implementarle, se pone *when*, se introduce la condición que se tiene que cumplir, después se pone *then terminate* y entre paréntesis el mensaje que se quiere que aparezca cuando ocurra la condición. Para finalizar la condición se pone *end when*. Para terminar con el modelo, *end* y el nombre.

#### **4.4 Problema de chattering**

Uno de los factores que dificultan el empleo de técnicas de simulación cualitativas para decidir sobre el comportamiento de sistemas complejos dinámicos es la intratable bifurcación debida al fenómeno llamado *Chatter*. Eliminar el problema de *chatter*, significa extender el rango de los modelos que pueden ser simulados utilizando simulaciones cualitativas. El fenómeno *chattering* ocurre cuando la dirección de una variable cambia y sólo es continua dentro de una región del espacio. La causa es la bifurcación hacia el infinito debido a las distintas irrelevancias en el cambio de dirección[12]. Para resolver el problema se utiliza la función logística, que es una aproximación continua de la función escalón. Para ello, tomamos como punto de partida la función sigmoidea:

$$y = \frac{1}{1+e^{-\frac{x}{\tau}}} \quad (4.82)$$

para obtener una gráfica como la de la siguiente figura:



**Figura 17. Gráfica de la ecuación sigmoidea.**

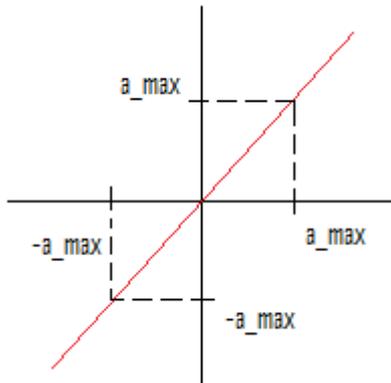
Donde  $x$  es la función de la aceleración obtenida hasta ahora y  $\tau$  es una constante.

El problema es limitar la aceleración, como ya se comentó previamente, para evitar el *efecto deslizamiento*. Los límites vienen dados en la siguiente ecuación:

$$a_{\max} = nu * g \quad (4.83)$$

Donde  $nu$  es el coeficiente estático de rozamiento y  $g$  es la gravedad.

Se representan en la siguiente gráfica:

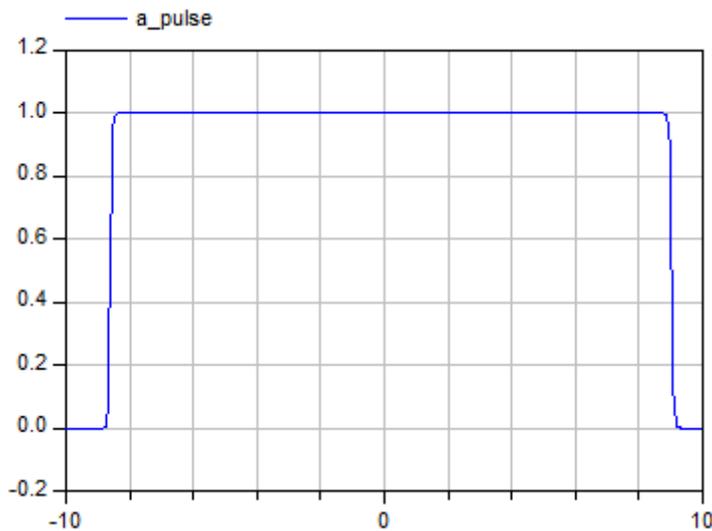


**Figura 18. Gráfica de la aceleración  $at$ .**

Para resolver el problema, primero se multiplica por una función cuadrada que se obtiene de multiplicar dos funciones sigmoideas, desplazadas sobre el *eje x* y el *eje y* para obtener la función escalón deseada para este caso. La ecuación final es la siguiente:

$$a_{pulse} = \frac{1}{1+e^{-\left(\frac{at+a_{max}}{\tau_{a1}}\right)}} * \frac{1}{1+e^{\left(\frac{at-a_{max}}{\tau_{a1}}\right)}} \quad (4.84)$$

Donde  $a_{pulse}$  es el escalón, según se expresa en la siguiente gráfica:



**Figura 19. Gráfica del escalón.**

$at$  es la ecuación obtenida en el modelo anterior para la aceleración:

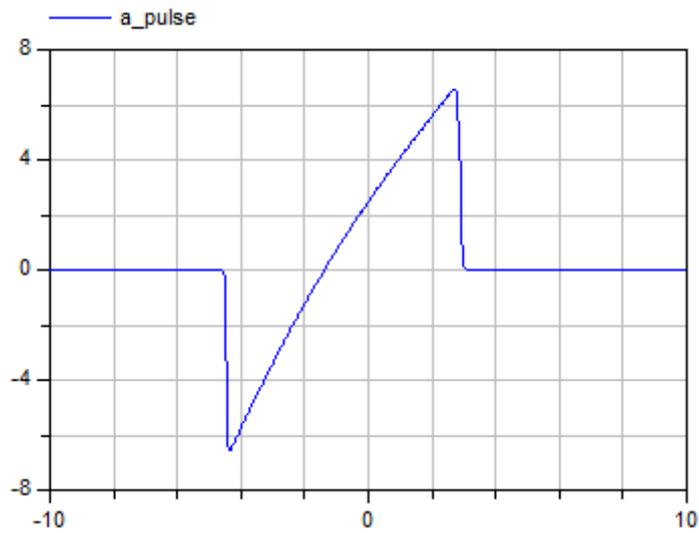
$$at = \frac{(r * (\frac{\tau m}{(R_m * R_t)}) - F_a - F_{rt} - F_{rd})}{((\frac{I_t}{R_t^2}) + (\frac{r * I_m}{R_m^2 + R_t}) + (\frac{I_d}{R_d^2}) + m)} \quad (4.85)$$

$a_{max}$  es el máximo valor que puede alcanzar la aceleración, expresada anteriormente.

$\tau$  es una constante, igual a 0.05.

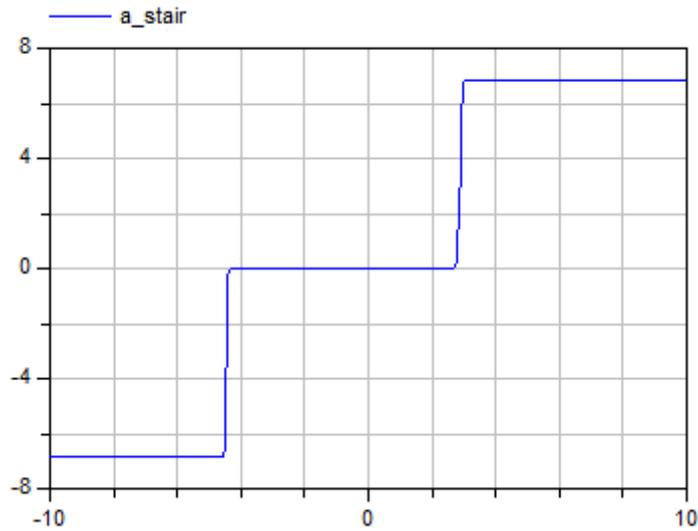
El siguiente paso, consiste en multiplicar las dos funciones anteriores, el resultado es el siguiente:

$$a_{pulse} = \frac{at}{1 + e^{-\frac{at + a_{max}}{\tau}}} * \frac{1}{1 + e^{\frac{at - a_{max}}{\tau}}} \quad (4.86)$$



**Figura 20. Gráfica de la aceleración  $a_{pulse}$  definitiva.**

A continuación se suman dos funciones de escalón desplazadas a lo largo de los ejes de coordenadas, para obtener la gráfica deseada, que es la de la siguiente gráfica:



**Figura 21. Gráfica de la aceleración  $a_{stair}$ .**

Esta gráfica la da la siguiente ecuación:

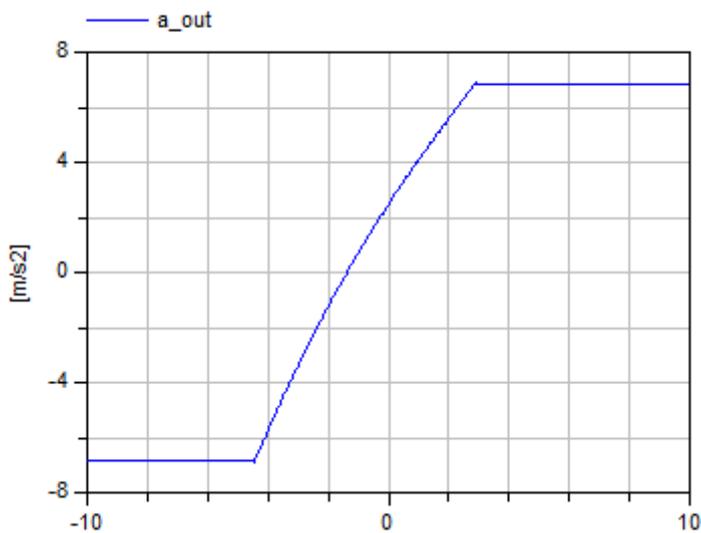
$$a_{stair} = \frac{-a_{max}}{1+e^{\frac{at+a_{max}}{\tau_{au1}}}} * \frac{a_{max}}{1+e^{-\frac{at-a_{max}}{\tau_{au1}}}} \quad (4.87)$$

Donde todos los parámetros son conocidos.

Por último, se suman  $a_{stair}$  con  $a_{pulso}$ , para obtener la expresión definitiva de la aceleración:

$$a_{out} = a_{pulso} + a_{stair} \quad (4.88)$$

La representación gráfica es la siguiente:



**Figura 22. Gráfica de la aceleración  $a_{out}$ .**

Las ecuaciones obtenidas,  $a\_pulse$ ,  $a\_stair$  y  $a\_out$  se añaden al modelo anterior y se elimina la condición  $if$  para la aceleración. Ahora la aceleración calculada en el modelo anterior es llamada  $at$ , y la derivada de la velocidad es  $a\_out$ .

## 4.5 Motor

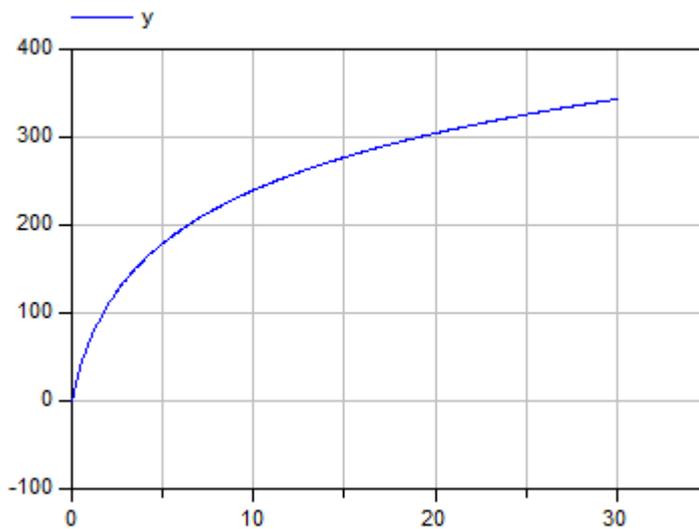
Es un motor muy básico ya que no es uno de los objetivos de este proyecto. Es un motor de corriente continua, ya que el modelo está diseñado para este tipo de motores. Está compuesto por una entrada en la cual se meten una señal logarítmica, una resistencia, una bobina, una fuerza electromotriz, una inercia y una salida, es la que se conecta con el modelo.

Le función logarítmica para la señal, se obtiene de la siguiente ecuación:

$$y = k * \log(x + 1) \quad (3.89)$$

Donde  $k$  es una constante, en este caso es 100; y  $x$  es el tiempo.

Para poder obtener la siguiente gráfica:



**Figura 23. Gráfica de la señal de entrada.**

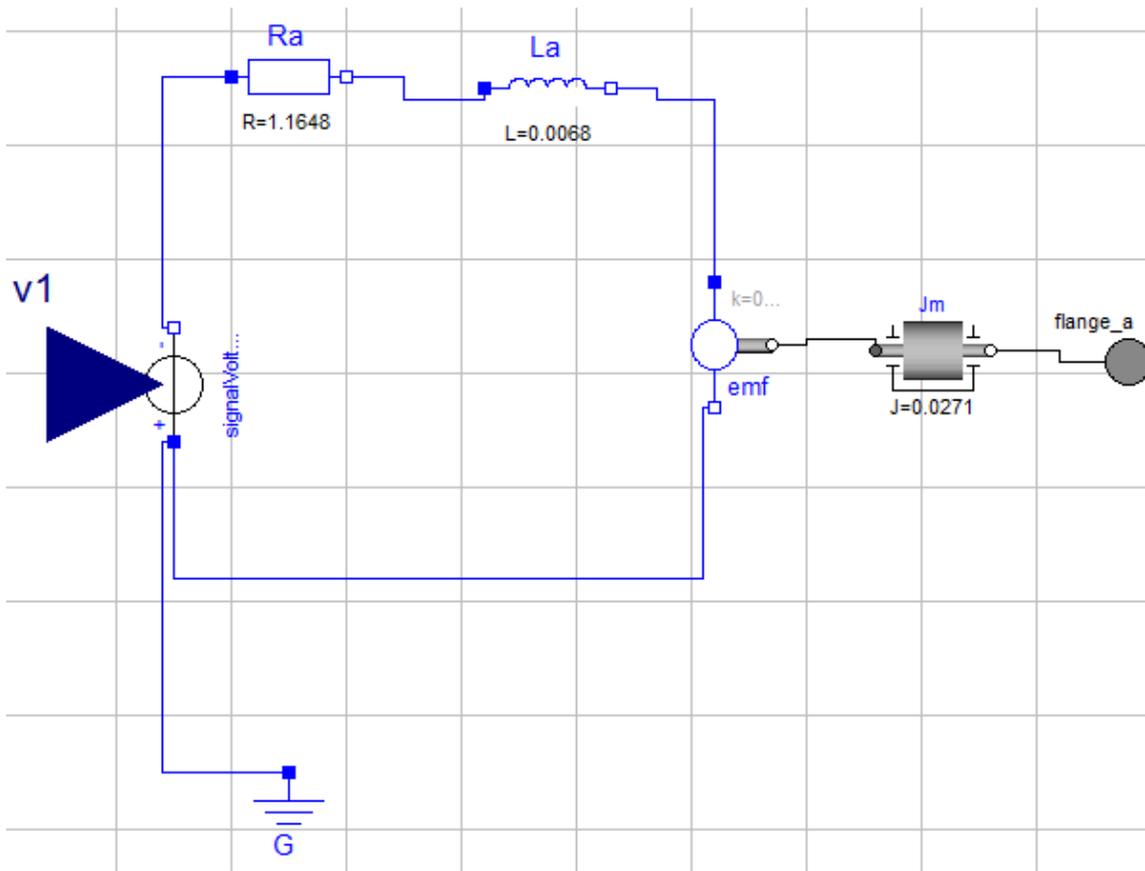


Figura 24. Motor

# Capítulo 5

## Análisis de Resultados

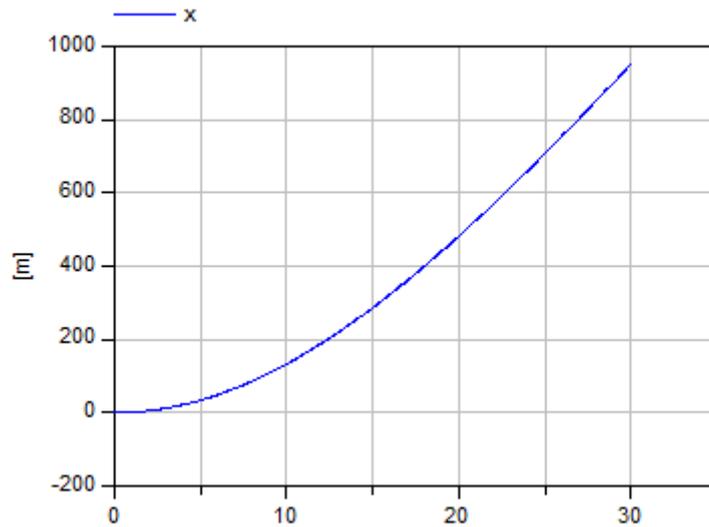
### 5.1 Resultados del modelo 1

Los parámetros que aparecen en este modelo son los siguientes:

moto_modelo1 1	
<input type="checkbox"/> Fm	800
<input type="checkbox"/> m	272
<input type="checkbox"/> cdA	0.35
<input type="checkbox"/> d	1.2
<input type="checkbox"/> g	9.8
<input type="checkbox"/> p	2
<input type="checkbox"/> x	0 m
<input type="checkbox"/> der(x)	m/s
<input type="checkbox"/> Fa	N
<input type="checkbox"/> Fr	N
<input type="checkbox"/> a	m/s <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> v	0 m/s
<input type="checkbox"/> der(v)	m/s/s
<input type="checkbox"/> fw	N
<input type="checkbox"/> n	

Figura 25. Parámetros del modelo1

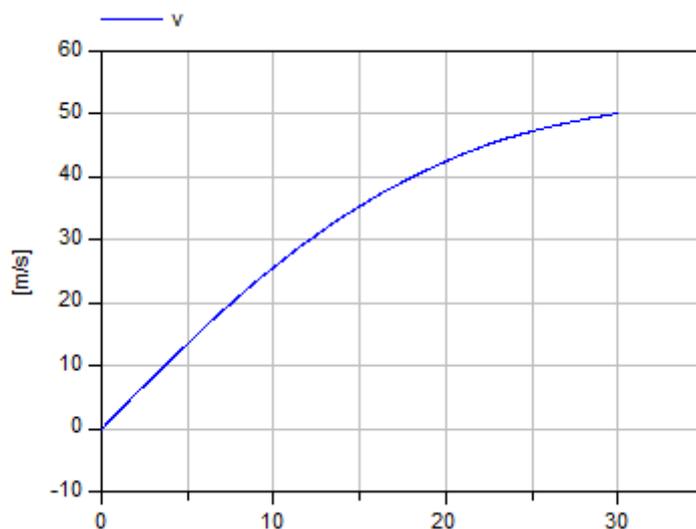
Posición:



**Figura 26. Gráfica de la posición, modelo1.**

El desarrollo que describe la gráfica es el que realiza la moto, es decir, al pasar el tiempo aumenta el espacio recorrido.

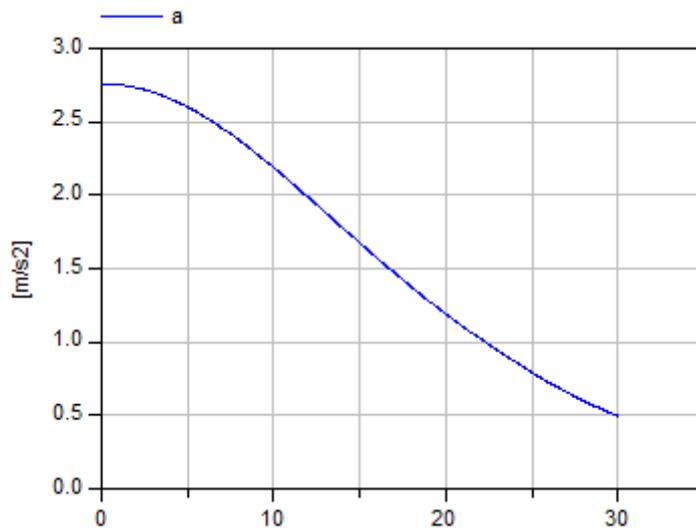
Velocidad lineal (derivada de la posición):



**Figura 27. Gráfica de la velocidad, modelo 1.**

Como se puede observar es una línea recta ascendente al principio hasta que se estabiliza, ya que a partir de un tiempo la velocidad se mantiene constante. Tiene sentido porque la moto cada vez va cogiendo más velocidad hasta estabilizarse.

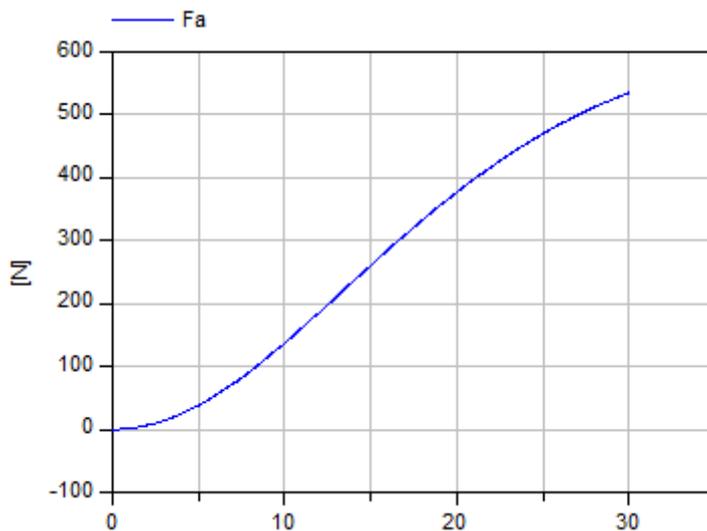
Aceleración (derivada de la velocidad):



**Figura 28. Gráfica de la aceleración, modelo1.**

En la gráfica aparece una parábola hacia abajo, ya que la moto no sigue acelerando sola sino que va perdiendo aceleración por las fuerzas que se oponen al movimiento. Tiende a cero en el momento en el que deja de acelerar y la velocidad se hace constante.

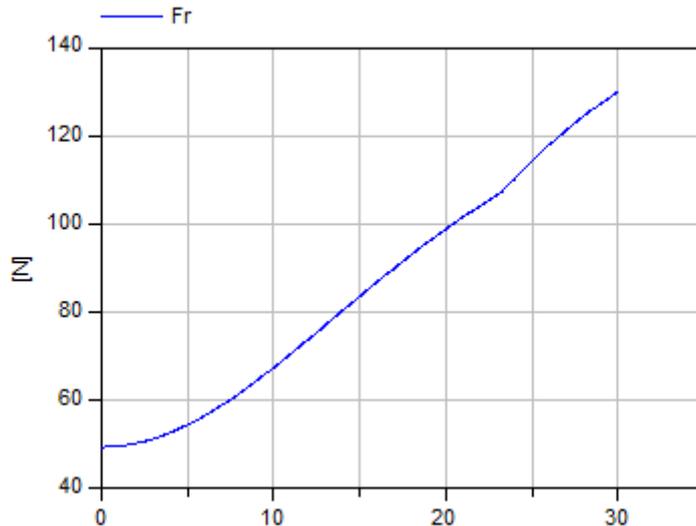
Fuerza aerodinámica:



**Figura 29. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo1.**

La gráfica es una parábola ascendente, lo cual es lógico, ya que la fórmula depende directamente del cuadrado de la velocidad y el resto de las variables son constantes. La velocidad es ascendente con lo que la gráfica que describe la fuerza aerodinámica también lo es, hasta el punto en el que la velocidad se hace constante, entonces la fuerza también se volverá constante.

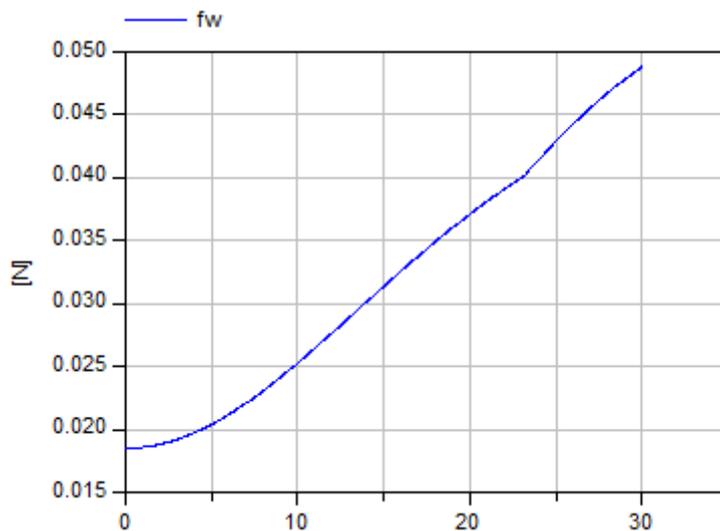
Fuerza de rodadura:



**Figura 30. Gráfica de la fuerza de rodadura, modelo 1.**

La representación es una parábola ascendente hasta que la velocidad se estabiliza, entonces comienza a ser una constante, ya que depende directamente del coeficiente de rodadura y de otros parámetros, -aunque éstos últimos al ser constantes no dependen de cómo varía la gráfica-. La gráfica del coeficiente de rodadura es la siguiente. Así comprobaremos que tiene sentido la gráfica de la fuerza de rodadura, -mostrada anteriormente-.

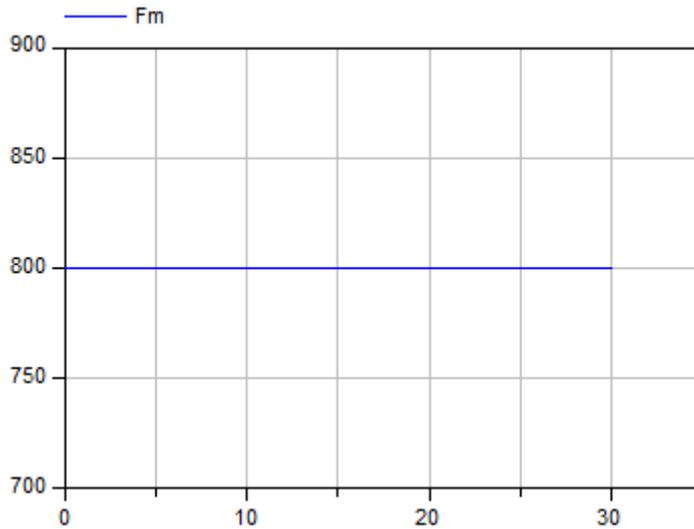
Coeficiente de rodadura:



**Figura 31. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 1.**

En la gráfica del coeficiente de rodadura aparece un pequeño escalón, como se puede observar en la gráfica de la velocidad, y es en ese punto donde cambia la condición. Es una parábola ascendente ya que depende directamente del cuadrado de la velocidad.

Fuerza motriz:



**Figura 32. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 1.**

La fuerza motriz para este modelo, como se expuso anteriormente y se puede comprobar con la gráfica, es una constante.

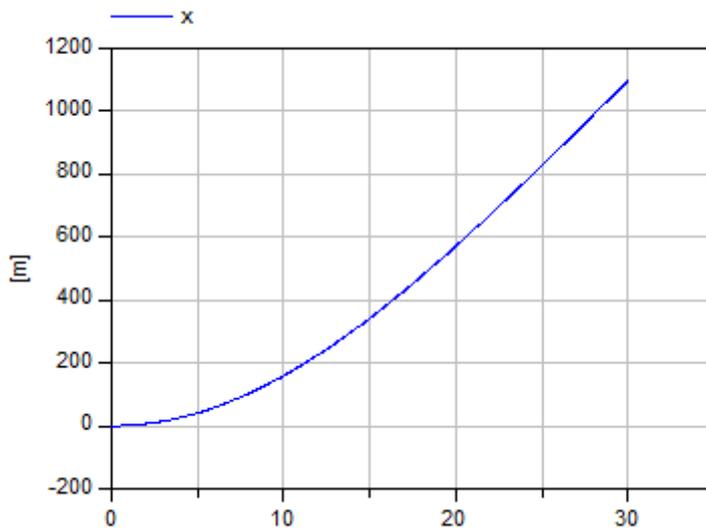
## **5.2 Resultados del modelo 2**

Los parámetros que aparecen en este modelo son los siguientes:

moto_modelo2 2	
<input type="checkbox"/> m	272
<input type="checkbox"/> cdA	0.35
<input type="checkbox"/> d	1.2
<input type="checkbox"/> g	9.8
<input type="checkbox"/> p	2
<input type="checkbox"/> r	0.3
<input type="checkbox"/> P	41888
<input type="checkbox"/> nu	
<input type="checkbox"/> Fm	N
<input type="checkbox"/> T	N.m
<input type="checkbox"/> w	rad/s
<input type="checkbox"/> x	<input type="text" value="0"/> m
<input type="checkbox"/> der(x)	m/s
<input type="checkbox"/> Fa	N
<input type="checkbox"/> Fr	N
<input type="checkbox"/> a	m/s <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> v	<input type="text" value="0"/> m/s
<input type="checkbox"/> der(v)	m/s/s
<input type="checkbox"/> fw	
<input type="checkbox"/> n	

**Figura 33. Parámetros del modelo2.**

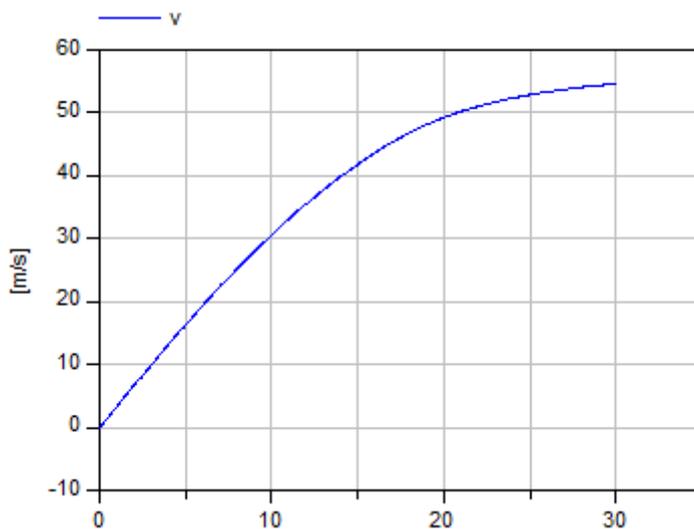
Posición:



**Figura 34. Gráfica de la posición, modelo2.**

Como se puede observar en esta gráfica la posición crece más rápido, en comparación con la del *modelo 1*, ya que para este modelo la fuerza motriz no es constante, sino variable. Parte de un valor superior a 800N, que es lo que valía en el modelo anterior, con lo que impulsa más la moto y llega más lejos en el mismo tiempo.

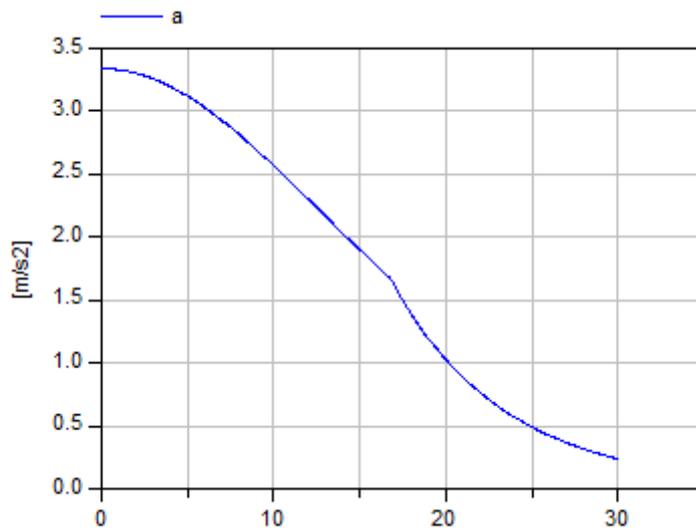
Velocidad lineal (derivada de la posición):



**Figura 35. Gráfica de la velocidad lineal, modelo2.**

La velocidad lineal viene dada por la derivada de la posición, que al crecer más rápido en este modelo con respecto al anterior a la velocidad le ocurre lo mismo, como se puede observar en la gráfica.

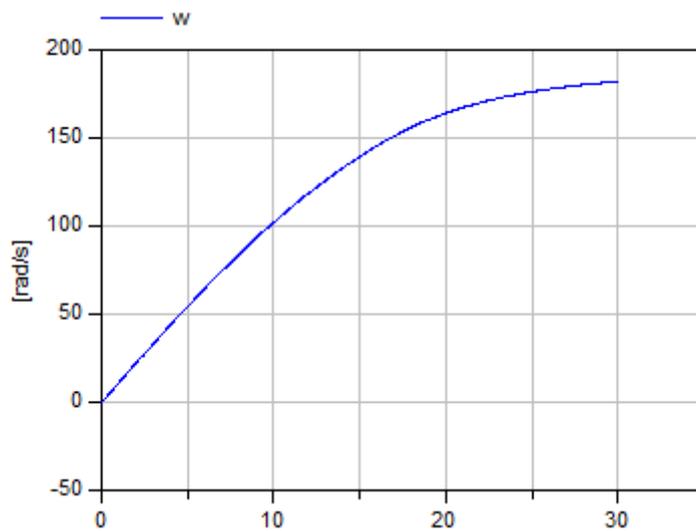
Aceleración (derivada de la velocidad):



**Figura 36. Gráfica de la aceleración, modelo2.**

Por otro lado a la aceleración le ocurre lo mismo: decrece, y esta vez lo hace más rápido con respecto al modelo anterior. Aparece un pequeño salto en el segundo 16,5. Eso es debido al coeficiente de rodadura, como se explicará más adelante, en el que aparece un salto en ese mismo instante.

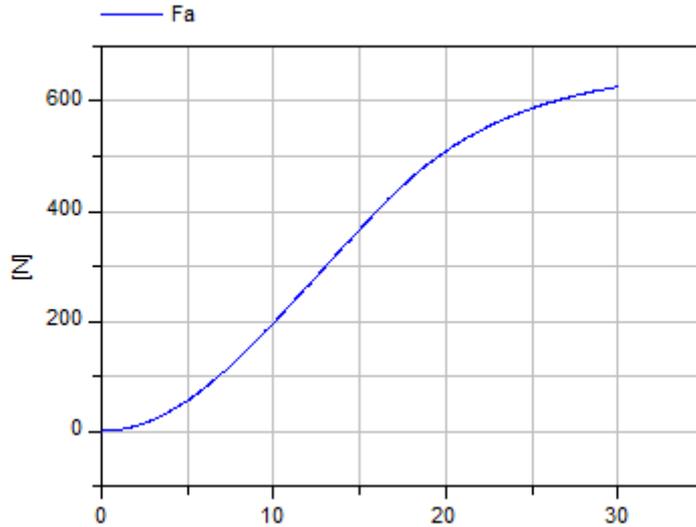
Velocidad angular:



**Figura 37. Gráfica de la velocidad angular, modelo2**

Al depender directamente de la velocidad lineal de la moto dividido por una constante, -el radio-, la gráfica de la velocidad angular tendrá la misma forma que la de la velocidad lineal.

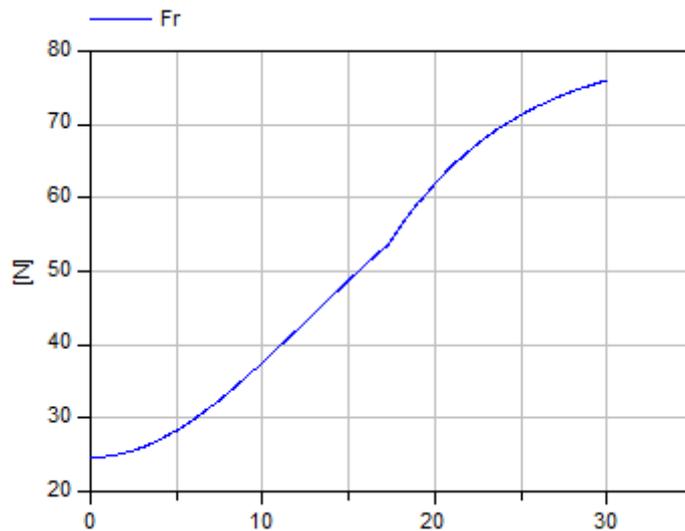
Fuerza aerodinámica:



**Figura 38. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 2.**

La gráfica de la fuerza aerodinámica del *modelo 2* indica lo mismo que las de la velocidad, la posición y la aceleración, con respecto al modelo anterior. Al depender directamente de la velocidad al cuadrado, aumenta más rápidamente que en el modelo anterior.

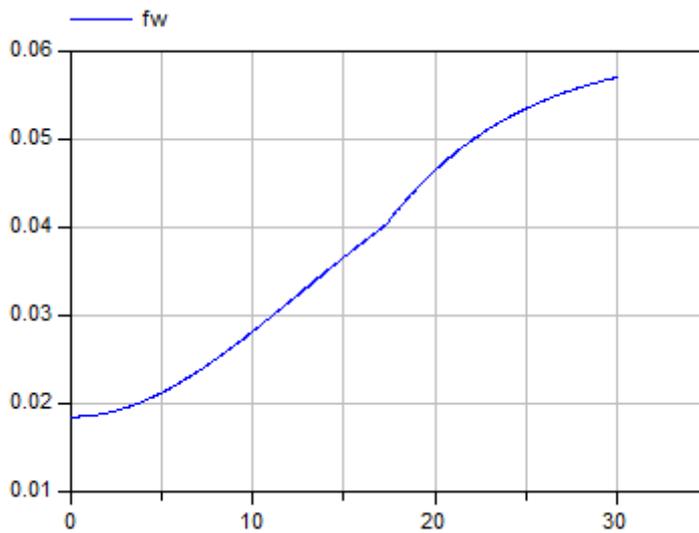
Fuerza de rodadura:



**Figura 39. Gráfica de la fuerza de rodadura, modelo 2.**

En la gráfica de la fuerza de rodadura no ocurre el mismo efecto que hasta ahora con respecto al *modelo 1*. Esto es debido a que en este modelo la reacción normal se divide por dos, ya que esta fuerza afecta más a la rueda trasera. Y la reacción normal de la rueda trasera es la mitad de la total. Pero se puede comprobar que sigue la misma trayectoria que la gráfica del coeficiente de rodadura, se ve claramente en el escalón en el segundo 16,5.

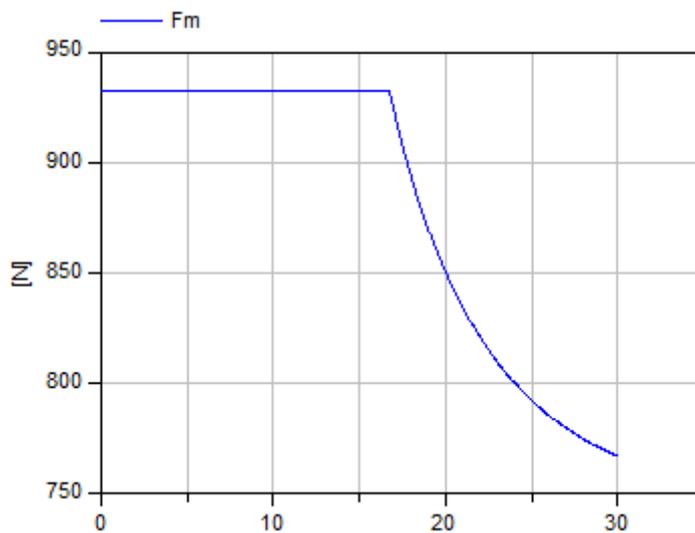
Coefficiente de rodadura:



**Figura 40. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 2.**

Para el coeficiente de rodadura si ocurre lo mismo que hasta ahora, tiene el salto en el segundo 16,5, por lo que es creciente al igual que la velocidad, y crece más rápido que el coeficiente de rodadura del *modelo 1*.

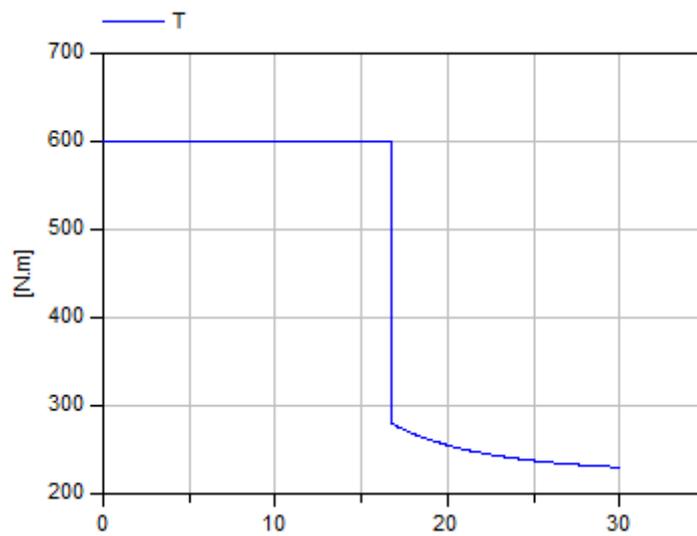
Fuerza motriz:



**Figura 41. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 2.**

Para este modelo, como ya se comentó previamente, la fuerza motriz ya no es una constante, sino que depende de una condición y, como se puede comprobar, la cumple. Dicha condición era para que no pasara de 932,96N.

Par:



**Figura 42. Gráfica del par, modelo 2.**

En este modelo, el par se rige por otra condición, la cual cumple. Ya que para una velocidad de giro menor que 150 rad/s el par es una constante igual a 600Nm, como muestra la gráfica. Ese valor se da en el segundo 17, tal y como se puede comprobar en la gráfica de la velocidad de giro, al igual que en esta gráfica. A partir de ese valor ya depende de la relación entre la potencia y la velocidad de giro.

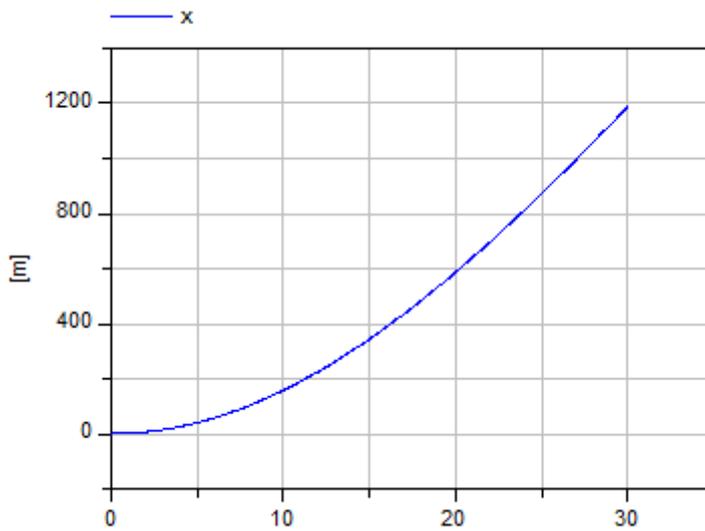
### 5.3 Resultados del modelo 3

Los parámetros de este modelo vienen expuestos en la siguiente tabla:

moto_modelo3 2		
<input type="checkbox"/> m	200	
<input type="checkbox"/> cdA	0.35	
<input type="checkbox"/> d	1.2	
<input type="checkbox"/> g	9.8	
<input type="checkbox"/> p	2	
<input type="checkbox"/> r	0.3	
<input type="checkbox"/> P	41888	
<input type="checkbox"/> nu		
<input type="checkbox"/> clA	0.3	
<input type="checkbox"/> b	0.6	
<input type="checkbox"/> p1	1.2	
<input type="checkbox"/> R	3.2	
<input type="checkbox"/> Tm	200	
<input type="checkbox"/> Fm		N
<input type="checkbox"/> wm		rad/s
<input type="checkbox"/> T		N.m
<input type="checkbox"/> w		rad/s
<input type="checkbox"/> x	0	m
<input type="checkbox"/> der(x)		m/s
<input type="checkbox"/> Fa		N
<input type="checkbox"/> Fir		N
<input type="checkbox"/> Fif		N
<input type="checkbox"/> Fi		N
<input type="checkbox"/> Nr		
<input type="checkbox"/> Nf		
<input type="checkbox"/> a		m/s <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> v	0	m/s
<input type="checkbox"/> der(v)		m/s/s
<input type="checkbox"/> fw		

**Figura 43. Parámetros del modelo 3.**

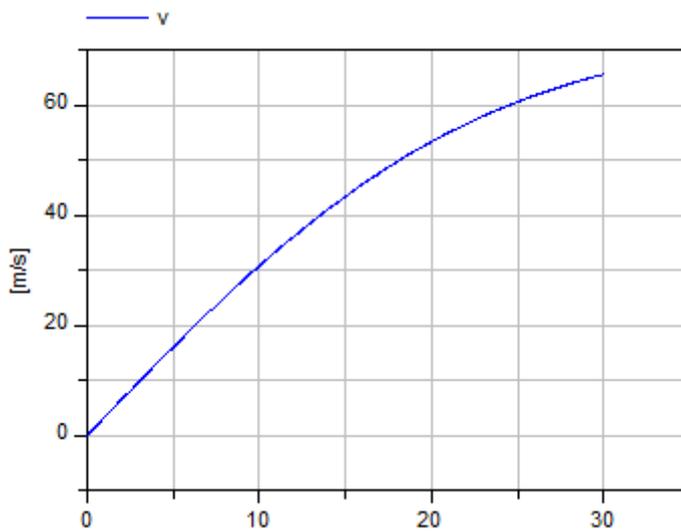
Posición:



**Figura 44. Gráfica de la posición, modelo 3.**

Como se puede observar en la gráfica de la posición del *modelo3*, ocurre lo mismo que con los *modelos 1* y *2*. Es decir, aumenta de manera más rápida que en el modelo anterior, el *modelo 2*, y esto es debido a la fuerza motriz. Como se podrá observar más adelante, dicha fuerza motriz comienza con 686N y aumenta hasta llegar a los 1.226N, ya que depende de la reacción normal de la rueda trasera, y para este modelo se modifica la reacción normal con respecto a los anteriores.

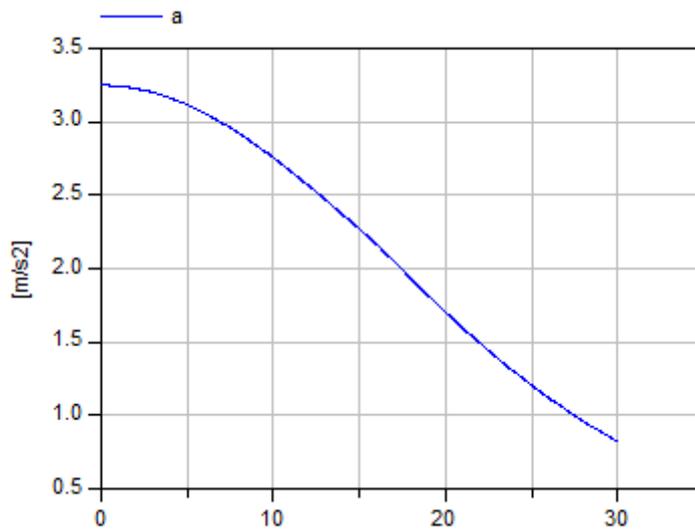
Velocidad lineal (derivada de la posición):



**Figura 45. Gráfica de la velocidad lineal, modelo 3.**

Como era de esperar, al aumentar de manera más rápida la posición la velocidad, al ser la derivada de la posición, también aumenta más rápido con respecto al modelo anterior.

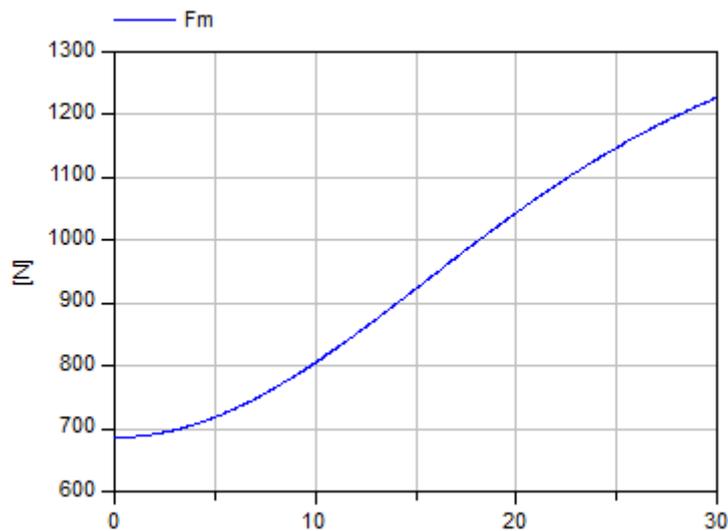
Aceleración (derivada de la velocidad):



**Figura 46. Gráfica de la aceleración, modelo 3.**

La gráfica de la aceleración para el *modelo 3* es más uniforme, no aparece el salto que aparecía en el modelo anterior, y tiene una pendiente menos pronunciada. Es decir decelera de manera más moderada.

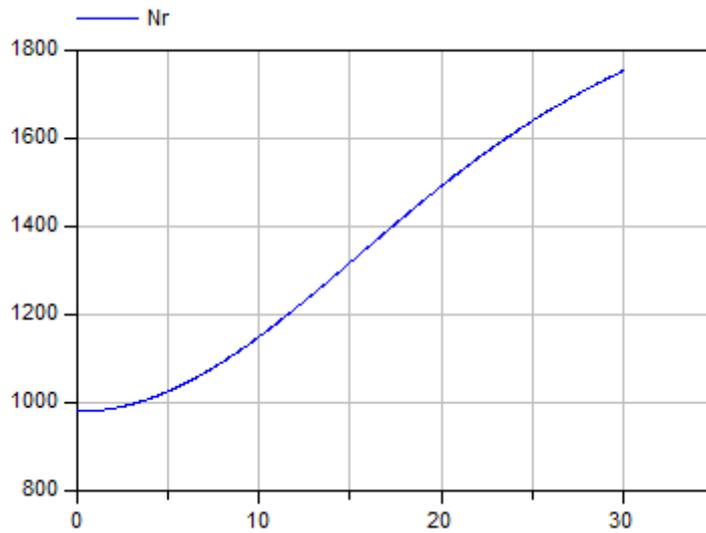
Fuerza motriz:



**Figura 47. Gráfica de la fuerza motriz, modelo3.**

Para este modelo la gráfica de la fuerza motriz describe una parábola, porque depende directamente de una constante y la reacción normal de la rueda trasera, la cual se ha desarrollado más profundamente para este modelo.

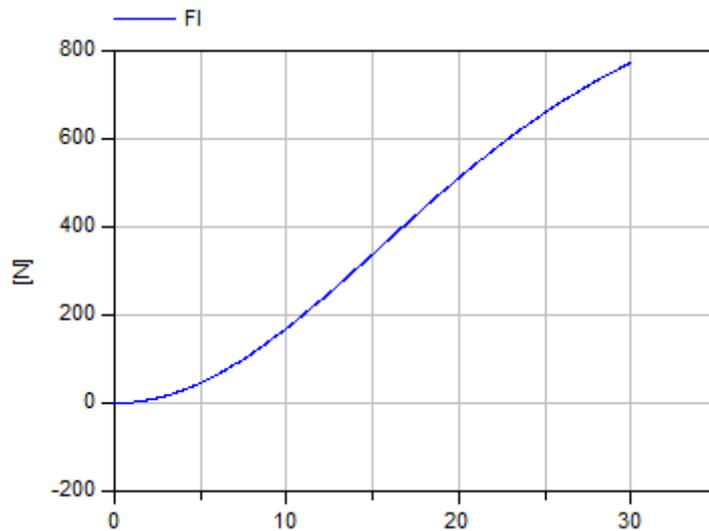
Reacción normal de la rueda trasera:



**Figura 48. Gráfica de la reacción normal de la rueda trasera, modelo 3.**

La reacción normal de la rueda trasera aumenta con el tiempo, ya que al ir cogiendo velocidad va aumentando la reacción normal de la rueda trasera mientras que va disminuyendo en la rueda delantera. Esto es debido a la fuerza de impulso, la cual hace que se levante la rueda delantera pero sin dejar de tocar el suelo.

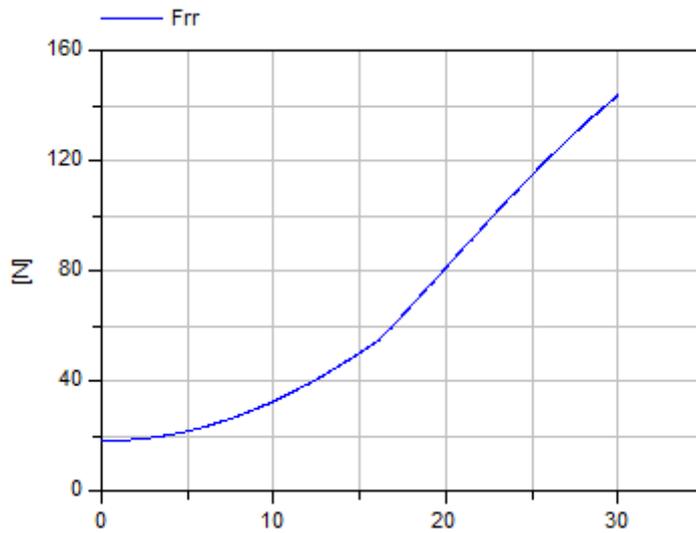
Fuerza de impulso:



**Figura 49. Gráfica de la fuerza de impulso, modelo 3.**

En la gráfica de la fuerza de impulso se puede observar que la gráfica de la reacción de la rueda trasera tiene sentido. Aumenta de forma parabólica, ya que depende al directamente del cuadrado de la velocidad.

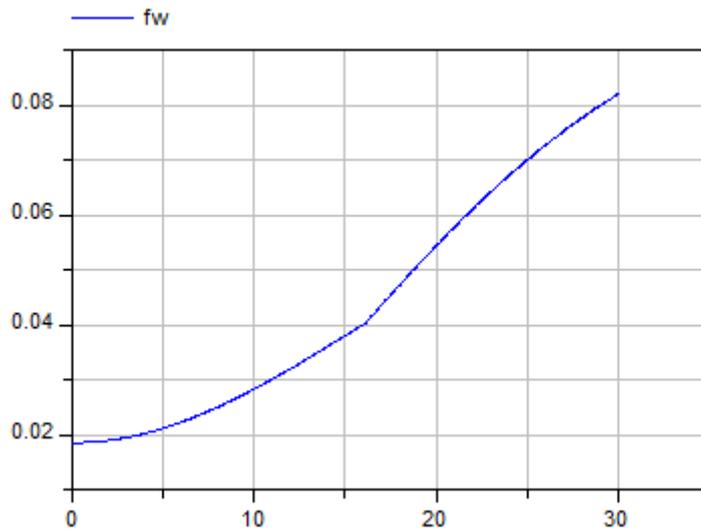
Fuerza de rodadura de la rueda trasera:



**Figura 50. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda trasera, modelo 3.**

La fuerza de rodadura de la rueda trasera depende directamente del coeficiente de rodadura y de la reacción normal de la rueda trasera, tal y como se puede observar en la gráfica. Aumenta de manera parábólica y tiene un pequeño escalón en el segundo 16.

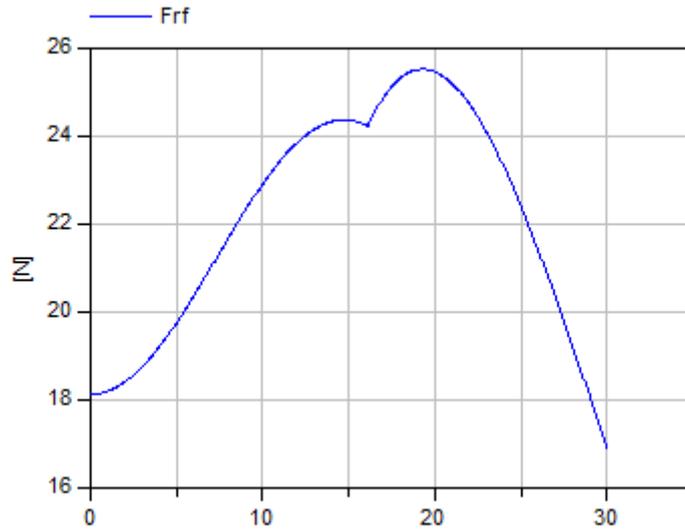
Coeficiente de rodadura:



**Figura 51. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 3.**

Como ocurre con el resto de la gráficas, en esta del coeficiente de rodadura, también se puede observar que crece de manera más rápida que la del *modelo 2* y que tiene el mismo salto en el segundo 16.

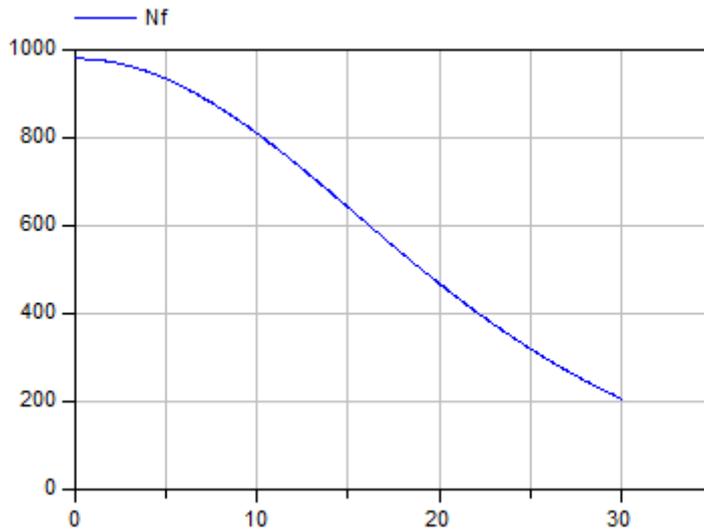
Fuerza de rodadura de la rueda delantera:



**Figura 52. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda delantera, modelo 3.**

La fuerza de rodadura de la rueda delantera describe el producto entre la reacción normal de la rueda delantera y el coeficiente de rodadura. En el segundo 16 se observa que crece más rápido. Eso es debido a que después del salto en la gráfica del coeficiente de rodadura cambia la pendiente y se hace más pronunciada, con lo que hay más diferencia con la gráfica de la reacción normal de la rueda delantera.

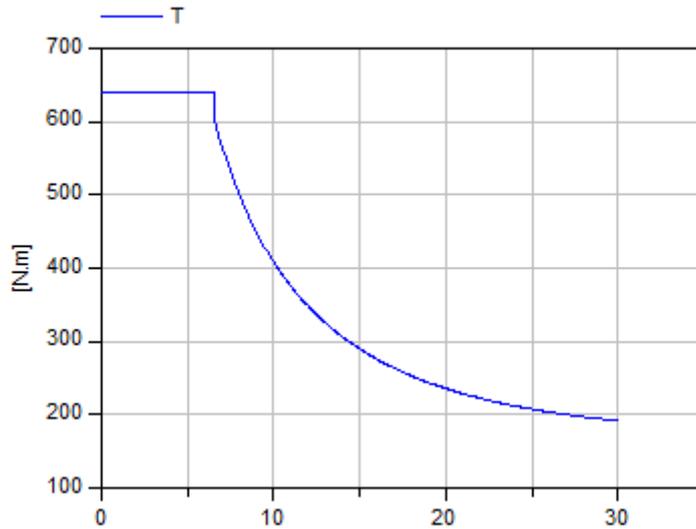
Reacción normal de la rueda delantera:



**Figura 53. Gráfica de la reacción normal de la rueda delantera, modelo 3.**

La reacción normal de la rueda delantera depende de manera inversa de la fuerza de impulso, por lo que en la gráfica anterior tiene dicha forma. Con esta gráfica se comprueba que la gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda delantera tiene sentido.

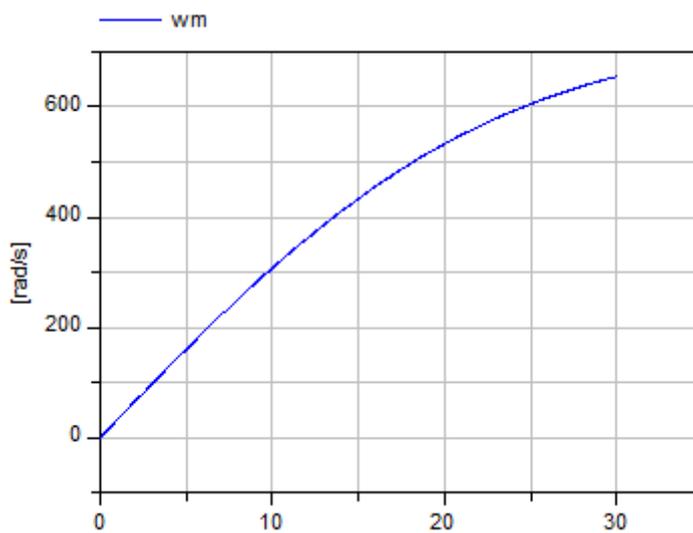
Par:



**Figura 54. Gráfica del par, modelo 3.**

Tal y como se puede observar en la gráfica el par cumple con la condición impuesta, al igual que en el *modelo 2*. Las diferencias con el modelo anterior son que ahora la constante no es igual a 600Nm, sino al producto de 200Nm por la relación entre el radio del motor y el de la rueda trasera. Y como ha ocurrido en las gráficas anteriores, deja de ser constante antes que en el modelo anterior, ya que la velocidad angular del motor alcanza los 209,4 rad/s con mayor rapidez, al depender ésta de una velocidad que aumenta más rápido.

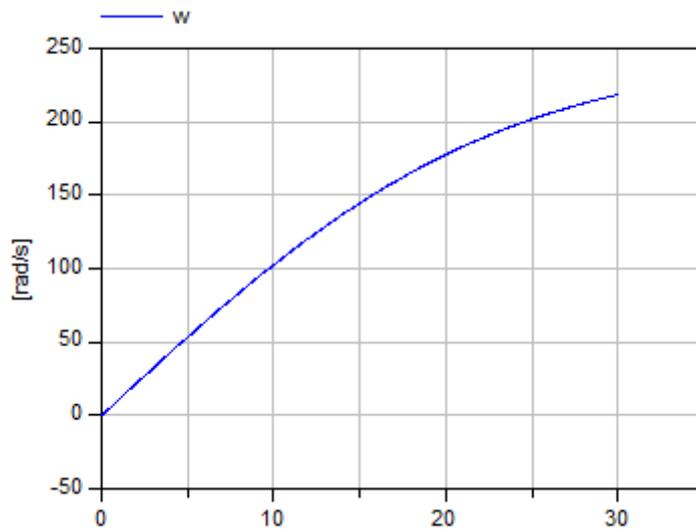
Velocidad angular del motor:



**Figura 55. Gráfica de la velocidad angular del motor, modelo 3.**

Al ser la velocidad angular del motor directamente proporcional a la velocidad lineal crece de manera más rápida que la del *modelo 2*, al igual que ocurre en las otras gráficas. Como se puede observar en la gráfica del par, alcanza los 209,4 rad/s en el segundo 6,5.

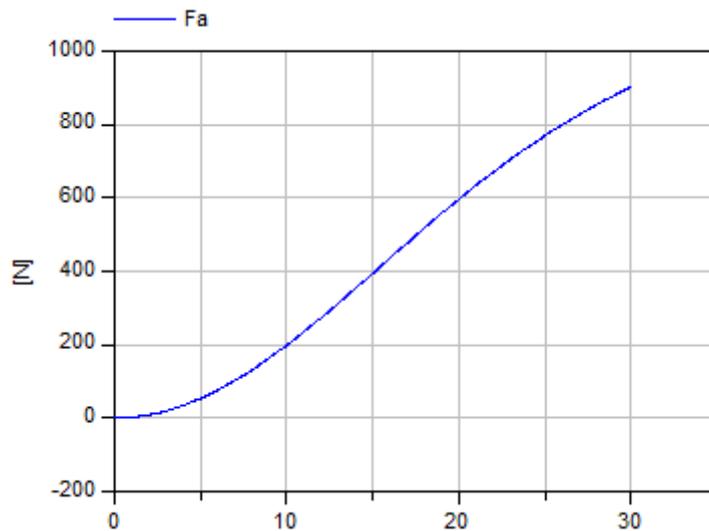
Velocidad angular de las ruedas:



**Figura 56. Gráfica de la velocidad angular de la rueda, modelo 3.**

La gráfica de la velocidad de giro de la rueda tiene la misma forma que la del motor, ya que son directamente proporcionales.

Fuerza aerodinámica:



**Figura 57. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 3.**

La gráfica de la fuerza aerodinámica representa lo que se ha podido observar hasta el momento: al aumentar la velocidad con respecto al modelo anterior y al depender directamente la fuerza aerodinámica del cuadrado de la velocidad, ésta también aumenta más rápido que la fuerza aerodinámica del *modelo 2*.

## 5.4 Resultados del modelo 4

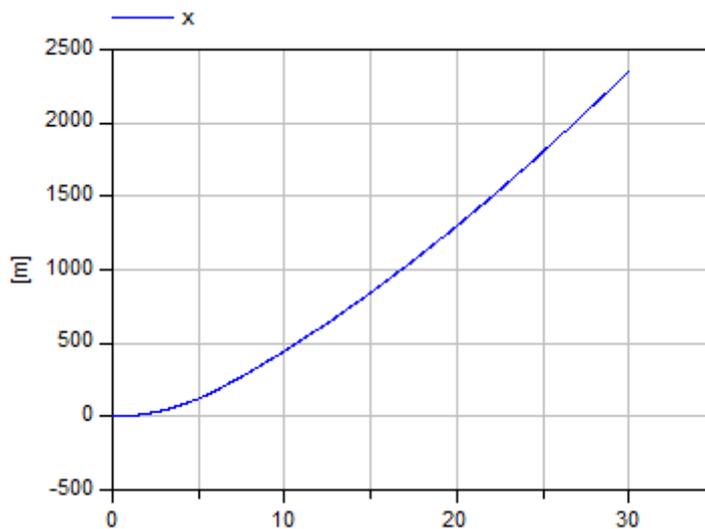
Los parámetros de este modelo son los siguientes:

moto_modelo4 2	
<input type="checkbox"/> lwr	0.8
<input type="checkbox"/> lwf	0.6
<input type="checkbox"/> lwm	0.05
<input type="checkbox"/> m	200
<input type="checkbox"/> Rr	0.3
<input type="checkbox"/> Rf	0.3
<input type="checkbox"/> P	41888
<input type="checkbox"/> R	3.2
<input type="checkbox"/> Tm	200
<input type="checkbox"/> mt	kg
<input type="checkbox"/> taur	
<input type="checkbox"/> tauf	
<input type="checkbox"/> tauw	
<input type="checkbox"/> x	0 m
<input type="checkbox"/> der(x)	m/s
<input type="checkbox"/> v	0 m/s
<input type="checkbox"/> der(v)	m/s/s
<input type="checkbox"/> a	m/s <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> Fi	N
<input type="checkbox"/> T	N.m
<input type="checkbox"/> w	rad/s

**Figura 58. Parámetros del modelo 4.**

Este modelo no se puede comparar directamente con los obtenidos en los modelos anteriores, ya que es un estudio realizado por separado de la fuerza de inercia producida en las ruedas y en el motor.

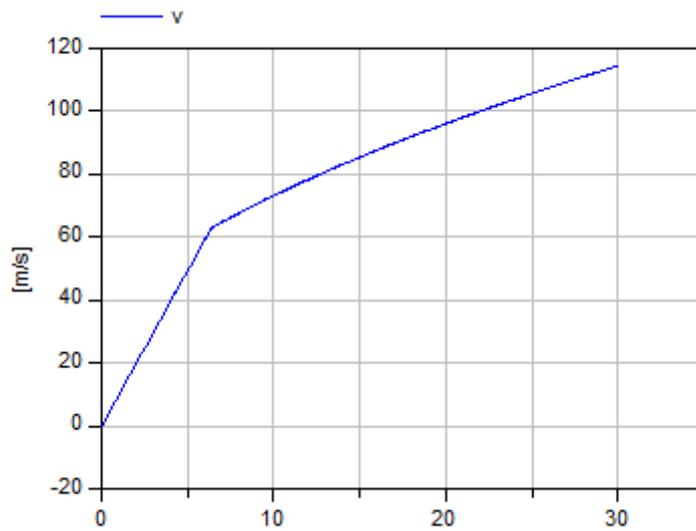
Posición:



**Figura 59. Gráfica de la posición, modelo 4.**

Como vemos aquí la posición aumenta con el tiempo, que es lo que se quería obtener, con lo que el modelo resultará correcto.

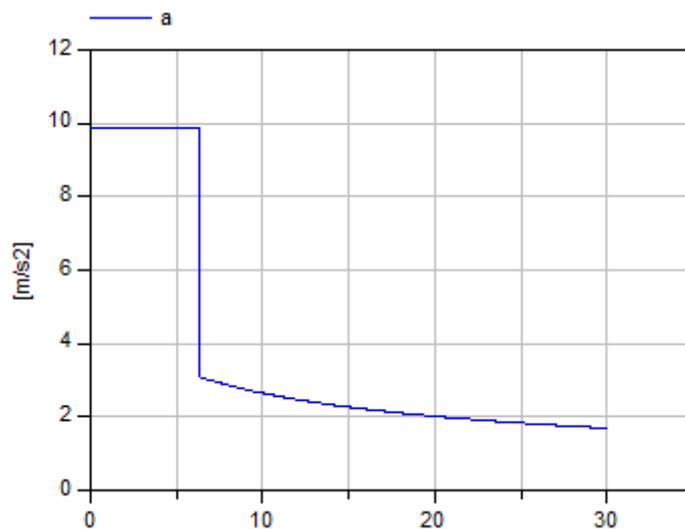
Velocidad lineal (derivada de la posición):



**Figura 60. Gráfica de la velocidad lineal, modelo 4**

Para este modelo como se puede observar la velocidad va aumentando en función del tiempo. Hay un escalón en el segundo 6,3, debido a que en ese instante la velocidad angular alcanza los 209,4 rad/s y entonces se produce un cambio en el par, tal y como se verá más adelante.

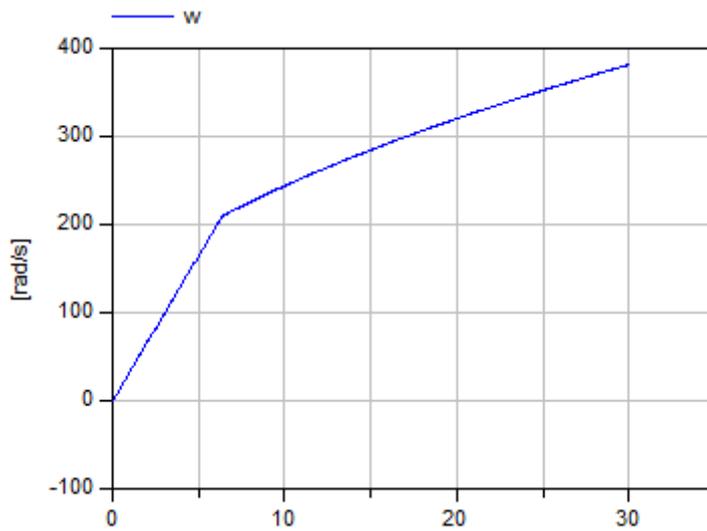
Aceleración (derivada de la velocidad):



**Figura 61. Gráfica de la aceleración, modelo 4.**

La aceleración es descendente debido a que la fuerza de inercia se opone al movimiento, decelerando a la moto hasta frenarla. Se produce el mismo salto en el segundo 6,3, debido a lo que ya hemos explicado para la velocidad.

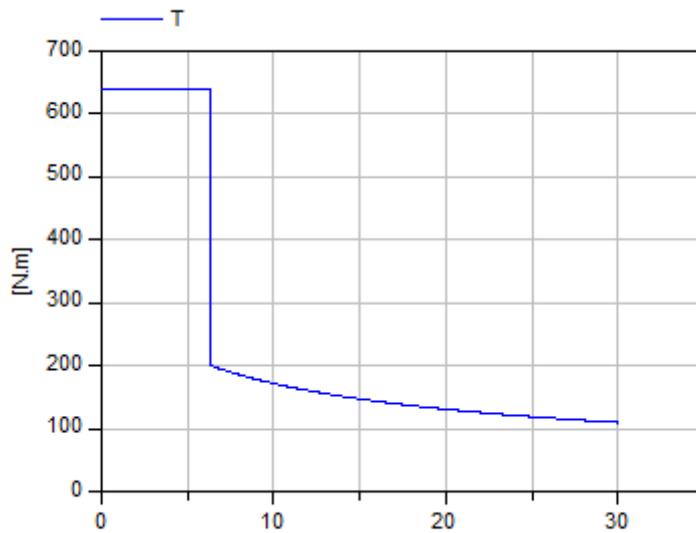
Velocidad angular:



**Figura 62. Gráfica de la velocidad angular, modelo 4.**

Se puede observar como en el segundo 6,3, alcanza los 209,4 rad/s. La gráfica es creciente ya que la rueda cada vez gira con más velocidad, al ir más rápido.

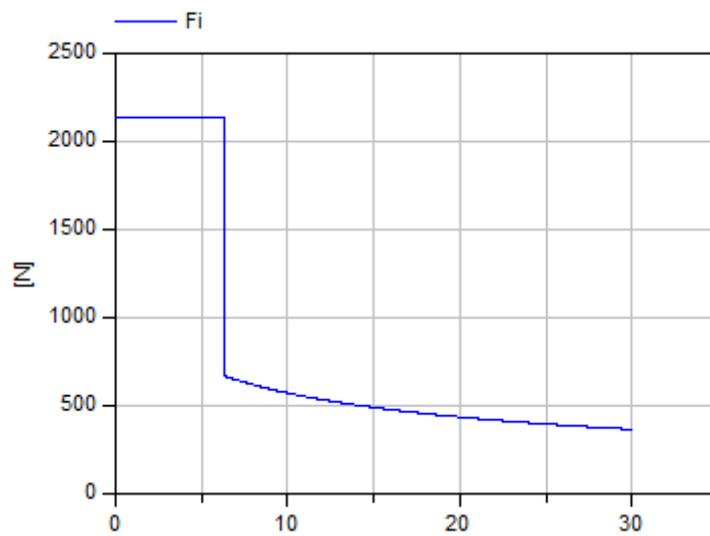
Par:



**Figura 63. Gráfica del par, modelo 4.**

Se observa el salto en el segundo 6,3, donde por la condición impuesta en el programa en ese momento cambia de ecuación.

Fuerza de inercia:



**Figura 64. Gráfica de la fuerza de inercia, modelo 4.**

Al ser la fuerza de inercia directamente proporcional al par, seguirá la misma trayectoria que éste, tal y como se muestra en la gráfica.

## **5.5 Resultados del modelo 5**

Este modelo, como se comentó anteriormente, no compilaba debido al *chattering*, con lo que no se pudo obtener resultados.

## 5.6 Resultados del modelo 6

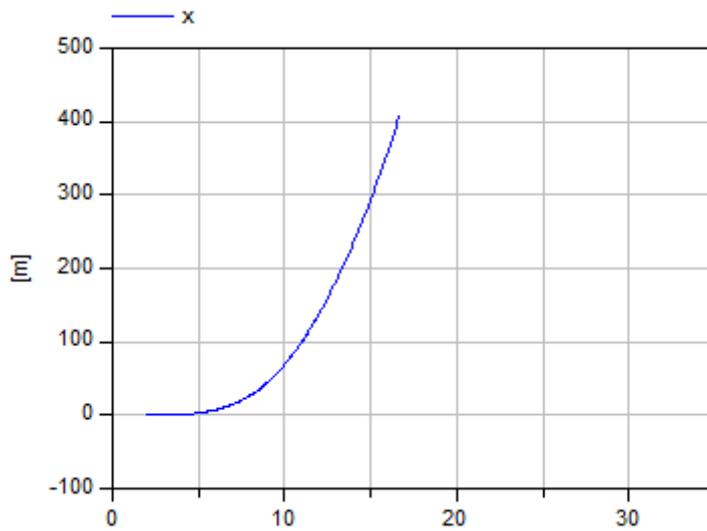
En el *modelo 6*, se realizó el estudio de la aceleración y se añadieron sus resultados a lo estudiado hasta el momento.

Los parámetros de este modelo son los siguientes:

modelo10	
<input type="checkbox"/> m	200
<input type="checkbox"/> Rt	0.3
<input type="checkbox"/> Rm	0.08
<input type="checkbox"/> Rd	0.3
<input type="checkbox"/> lt	0.8
<input type="checkbox"/> lm	0.055
<input type="checkbox"/> ld	0.6
<input type="checkbox"/> r	0.1
<input type="checkbox"/> d	1.2
<input type="checkbox"/> CdA	0.35
<input type="checkbox"/> p	2
<input type="checkbox"/> p1	1.2
<input type="checkbox"/> b	0.6
<input type="checkbox"/> nu	0.7
<input type="checkbox"/> g	9.8
<input type="checkbox"/> CIA	0.3
<input type="checkbox"/> tau1	0.05
<input type="checkbox"/> a_pulse	
<input type="checkbox"/> a_stair	
<input type="checkbox"/> at	
<input type="checkbox"/> a_out	m/s <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> v	0 m/s
<input type="checkbox"/> der(v)	m/s/s
<input type="checkbox"/> x	0 m
<input type="checkbox"/> der(x)	m/s
<input type="checkbox"/> T	N.m
<input type="checkbox"/> Fa	N
<input type="checkbox"/> Frt	N
<input type="checkbox"/> Frd	N
<input type="checkbox"/> fw	
<input type="checkbox"/> Nt	
<input type="checkbox"/> Nd	
<input type="checkbox"/> Fl	N
<input type="checkbox"/> Fm	N
<input type="checkbox"/> a_max	m/s <sup>2</sup>

Figura 65. Parámetros del modelo 6.

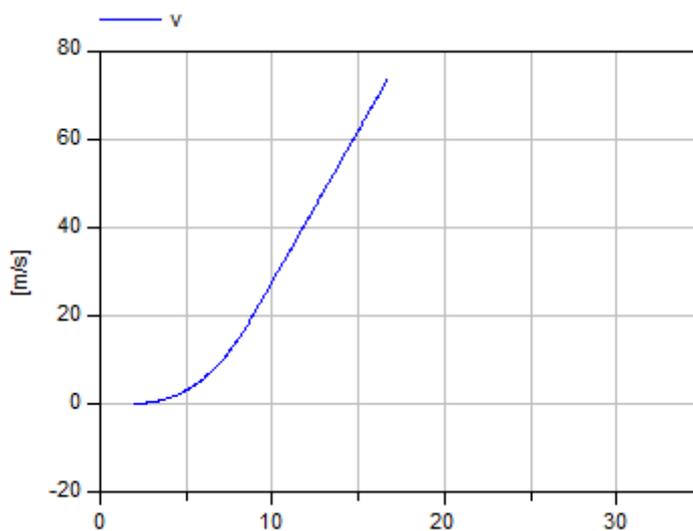
Posición:



**Figura 66. Gráfica de la posición, modelo 6.**

Como se puede observar la posición va aumentando a medida que avanza el tiempo. La simulación comienza en  $t=3$ s, ya que para un valor de  $T=0$ , el programa no compila, debido a que uno de los resultados de las ecuaciones es una indeterminación. Por otro lado, la simulación concluye para un tiempo de 16,67, eso es debido a la condición impuesta en la velocidad. Una vez que alcanza los 73,6 m/s la simulación se detiene, y como se podrá comprobar en la siguiente gráfica, la de la velocidad, alcanzará esa velocidad en ese momento.

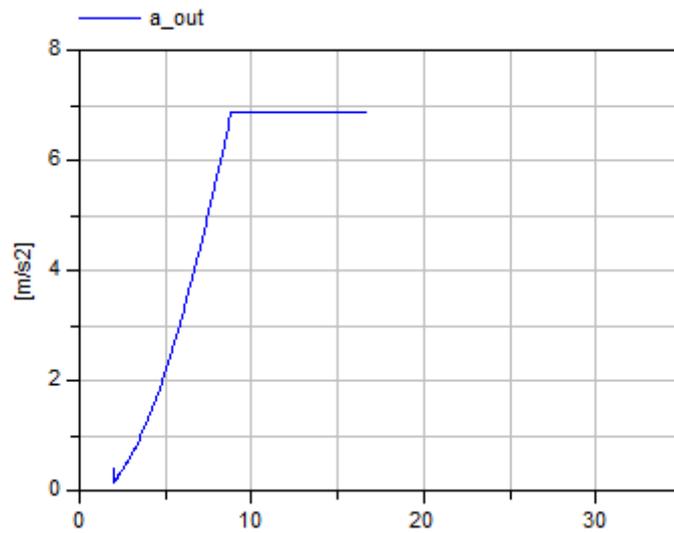
**Velocidad lineal (derivada de la posición):**



**Figura 67. Gráfica de la velocidad lineal, modelo 6.**

Como se puede observar en el segundo 16,3 ha alcanzado los 73,6 m/s. Una vez más, vemos como la velocidad aumenta en función del tiempo.

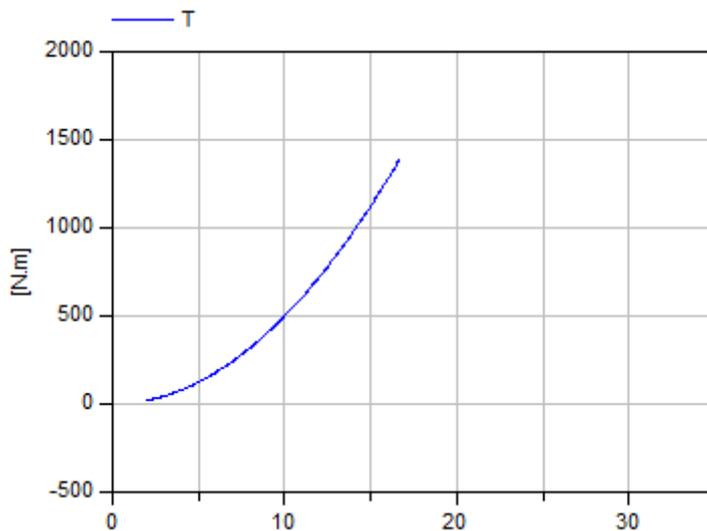
Aceleración (derivada de la velocidad):



**Figura 68. Gráfica de la aceleración, modelo 6.**

Tal y como hemos visto hasta ahora, la aceleración está delimitada por un valor que da el producto del coeficiente de rozamiento,  $nu$ , por la gravedad,  $g$ . La aceleración se obtiene de la derivada de la velocidad, la función logística hallada anteriormente y la ecuación en la que se tienen todas las fuerzas en cuenta. Como puede observarse, se va acelerando en función del tiempo hasta llegar al valor máximo que puede alcanzar, y en ese momento se estabiliza.

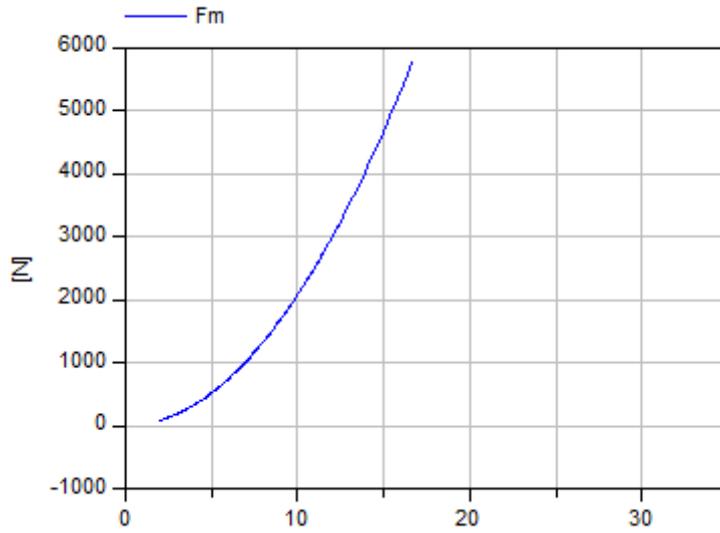
Par:



**Figura 69. Gráfica del par, modelo 6.**

Aquí comprobamos que la gráfica que describe el par impuesto en el modelo, siendo en este caso aumentado el tiempo de manera cuadrática cinco veces más.

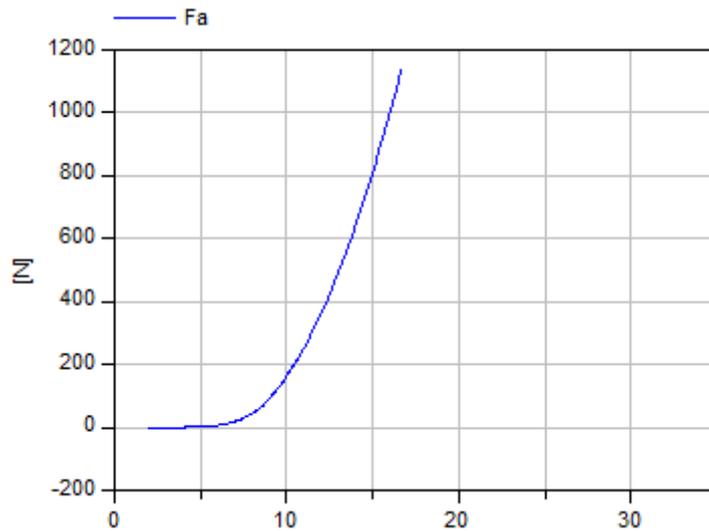
Fuerza motriz:



**Figura 70. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 6.**

Para este modelo la fuerza motriz es directamente proporcional al par, con lo que describe la misma trayectoria.

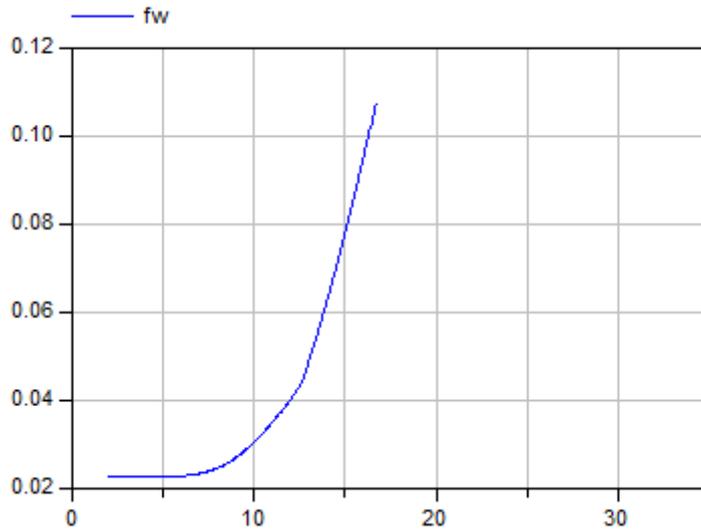
Fuerza aerodinámica:



**Figura 71. Gráfica de la fuerza aerodinámica, modelo 6.**

Como en los modelos anteriores, la fuerza aerodinámica depende directamente del cuadrado de la velocidad. Al tener la velocidad una pendiente más pronunciada, la fuerza aerodinámica también la tendrá.

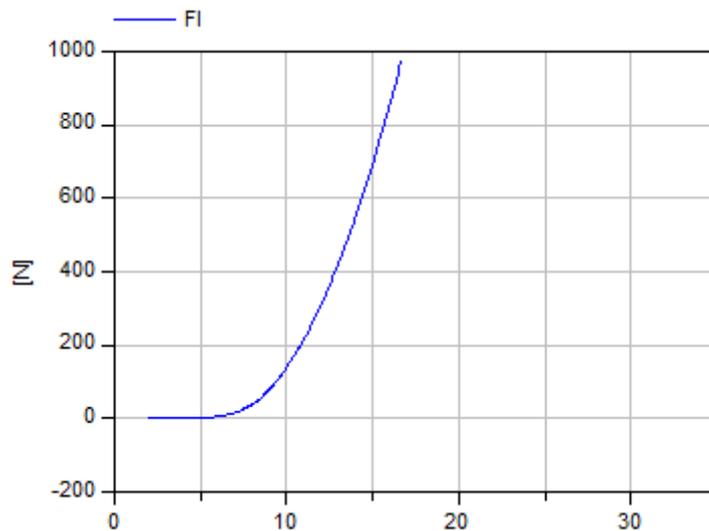
Coeficiente de rodadura:



**Figura 72. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 6.**

Como puede observarse, en la gráfica del coeficiente de rodadura de este modelo ocurre lo mismo que en los modelos anteriores, ya que es la misma condición. Es decir, en el segundo 12,45 hay un pequeño escalón que coincide con 43,4 m/s, -si se observa en la gráfica de la velocidad-. La condición impone que para menos de esa velocidad el coeficiente de rodadura tiene una ecuación específica, y para velocidades mayores tendrá otra diferente.

Fuerza de impulso:

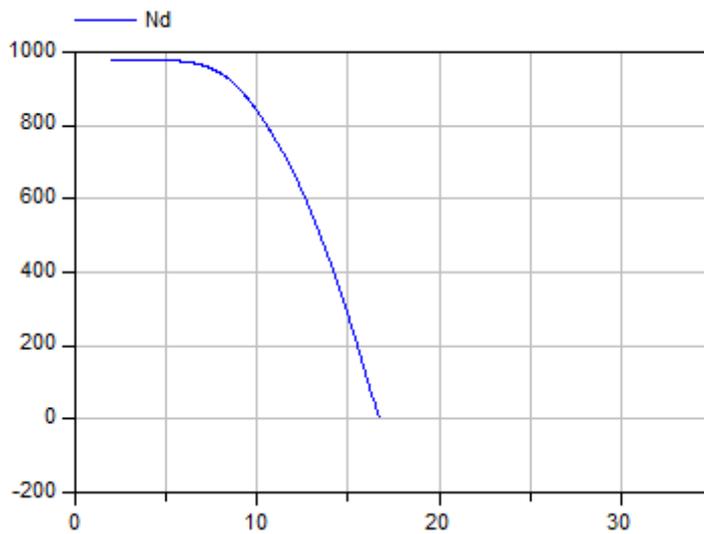


**Figura 73. Gráfica de la fuerza de impulso, modelo 6.**

En esta gráfica ocurre lo mismo que en la fuerza de impulso de los modelos anteriores, ya que no varía su fórmula, sino que aumenta de manera cuadrática con la

velocidad. La gráfica es diferente a los otros modelos, ya que la velocidad también varía al ser el par diferente.

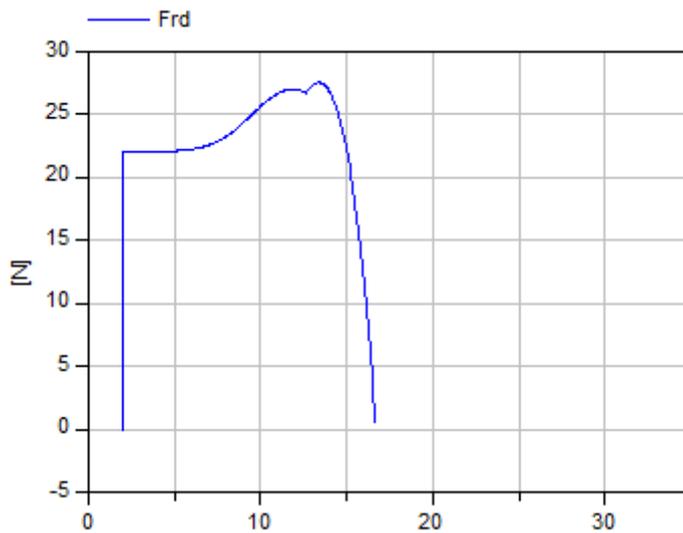
Reacción normal de la rueda delantera:



**Figura 74. Gráfica de la reacción normal de la rueda delantera, modelo 6.**

Esta gráfica dará un resultado inversamente proporcional a la fuerza de impulso, por eso describe esa trayectoria.

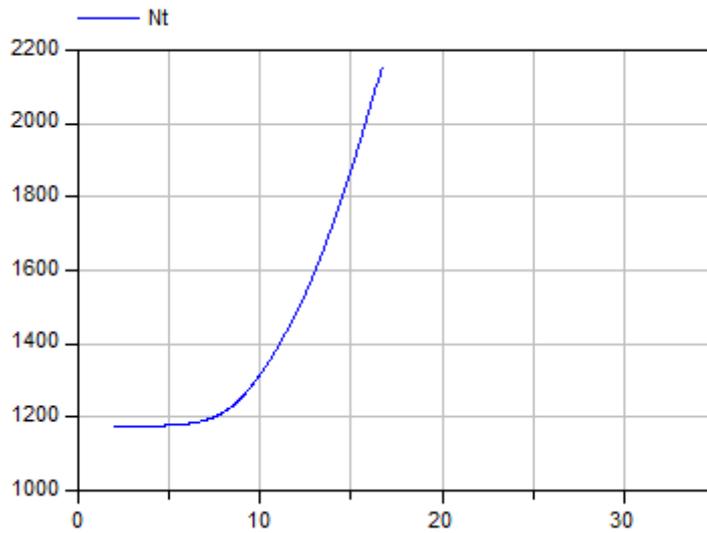
Fuerza de rodadura de la rueda delantera:



**Figura 75. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda delantera, modelo 6.**

Describe la misma trayectoria que los modelos anteriores. La única diferencia será que como comienza en el segundo 3 –y no en cero como en los demás modelos-, al principio es una recta vertical hasta llegar al valor que corresponde a ese segundo.

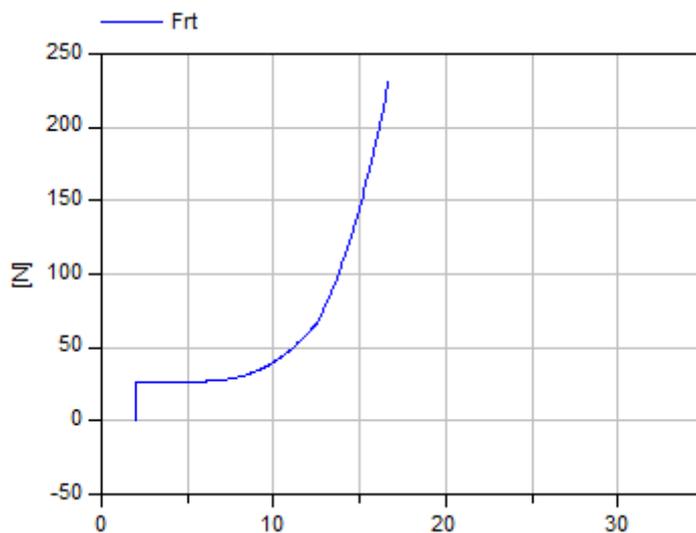
Reacción normal de la rueda trasera:



**Figura 76. Gráfica de la reacción normal de la rueda trasera, modelo 6.**

Describe la misma trayectoria que la fuerza de impulso, ya que depende directamente de esa fuerza, y al sumarse unos determinados términos será desplazada.

Fuerza de rodadura de la trasera:



**Figura 77. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda trasera, modelo 6.**

Describe la misma trayectoria que la reacción normal de la rueda trasera y el coeficiente de rodadura, ya que depende de manera directa de éstas dos. Comienza con un escalón, debido a que la simulación no empieza en  $t=0$ .

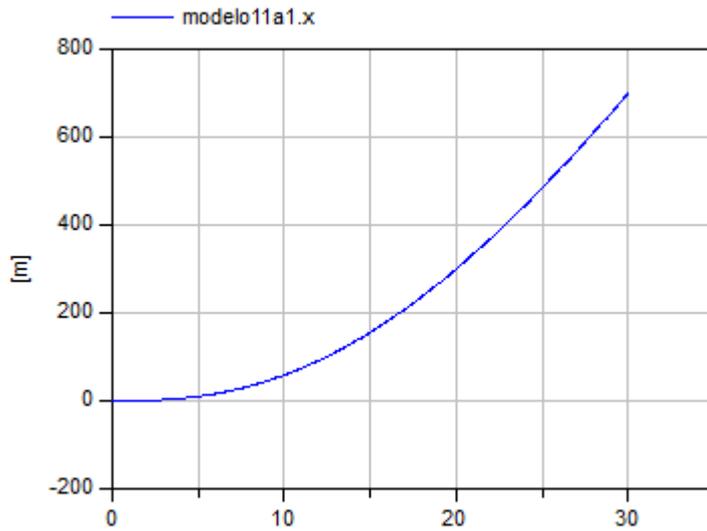
## 5.7 Resultados del modelo 7

El *modelo 7* es la conexión de la “moto” con el motor, o lo que es igual: la unión del *modelo 6* con el motor. Los parámetros de este modelo son los siguientes:

modelo11a1		
<input type="checkbox"/> m	200	
<input type="checkbox"/> Rt	0.3	
<input type="checkbox"/> Rm	0.08	
<input type="checkbox"/> Rd	0.3	
<input type="checkbox"/> lt	0.8	
<input type="checkbox"/> lm	0.055	
<input type="checkbox"/> ld	0.6	
<input type="checkbox"/> r	0.1	
<input type="checkbox"/> d	1.2	
<input type="checkbox"/> CdA	0.35	
<input type="checkbox"/> p	2	
<input type="checkbox"/> p1	1.2	
<input type="checkbox"/> b	0.6	
<input type="checkbox"/> nu	0.7	
<input type="checkbox"/> g	9.8	
<input type="checkbox"/> CIA	0.3	
<input type="checkbox"/> tau1	0.05	
<input type="checkbox"/> a_pulse		
<input type="checkbox"/> a_stair		
<input type="checkbox"/> at		
<input type="checkbox"/> a_out		m/s <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> v	0	m/s
<input type="checkbox"/> der(v)		m/s/s
<input type="checkbox"/> x	0	m
<input type="checkbox"/> der(x)		m/s
<input type="checkbox"/> T		N.m
<input type="checkbox"/> Fa		N
<input type="checkbox"/> Frt		N
<input type="checkbox"/> Frd		N
<input type="checkbox"/> fw		
<input type="checkbox"/> Nt		
<input type="checkbox"/> Nd		
<input type="checkbox"/> Fl		N
<input type="checkbox"/> Fm		N
<input type="checkbox"/> a_max		m/s <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> a_in		m/s <sup>2</sup>
+		
moto		
+		
flange_a		
motor		
+		
Ra		
+		
La		
+		
Jm		
+		
signalVoltage		
+		
G		
+		
emf		
<input type="checkbox"/> v1		
+		
flange_a		
const		
<input type="checkbox"/> y		
<input type="checkbox"/> k	100	

Figura 78. Parámetros del modelo 7.

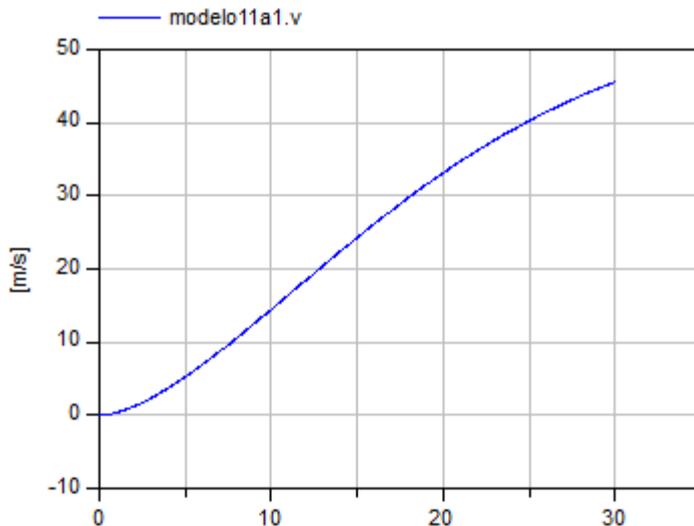
Posición:



**Figura 79. Gráfica de la posición, modelo 7.**

Este modelo no se puede comparar con los anteriores, ya que el par lo proporciona el motor y los resultados no van a ser los mismos. Pero se comprueba que los resultados obtenidos en este modelo tienen lógica, ya que la gráfica muestra que la posición aumenta con el tiempo, como debe ocurrir.

Velocidad lineal (derivada de la posición):



**Figura 80. Gráfica de la velocidad lineal, modelo 7.**

Como también se puede observar en esta gráfica los resultados tienen sentido, ya que la velocidad va aumentando a medida que pasa el tiempo.

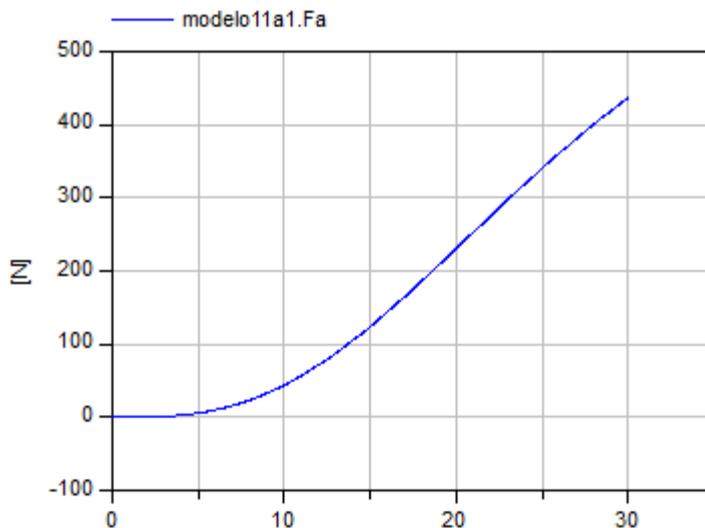
Aceleración (derivada de la velocidad):



**Figura 81. Gráfica de la aceleración, modelo 7.**

La gráfica de la aceleración expresa que la moto va aumentando la aceleración, hasta un punto en el cual las fuerzas que se oponen al movimiento son mayores. En ese punto la moto comienza a decelerar pero será hasta que esté próximo a cero, aunque no lo exprese la gráfica. Es decir, no tendrá aceleración sino que será un movimiento a velocidad constante.

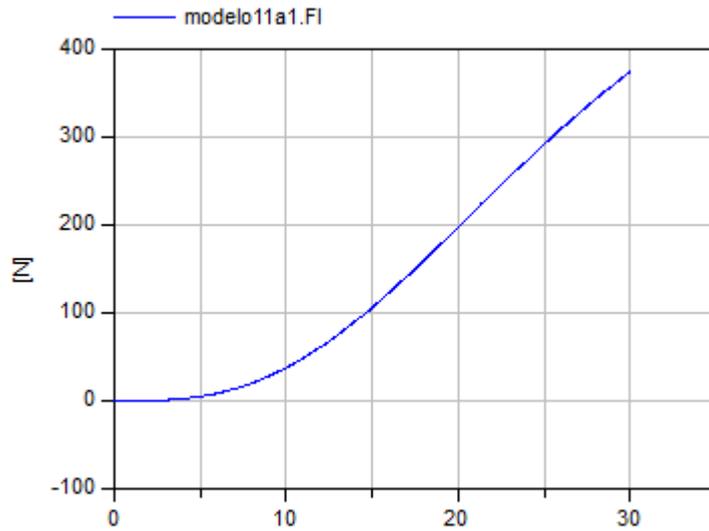
Fuerza aerodinámica:



**Figura 82. Gráfica de la fuerza aerodinámica.**

En esta gráfica se puede apreciar que a medida que avanza el tiempo la fuerza aerodinámica aumenta de manera exponencial, ya que depende, como hasta ahora, del cuadrado de la velocidad.

Fuerza de impulso:



**Figura 83. Gráfica de la fuerza de impulso, modelo 7.**

La gráfica de la fuerza de impulso aumenta de manera exponencial en función del tiempo, ya que depende directamente del cuadrado de la velocidad.

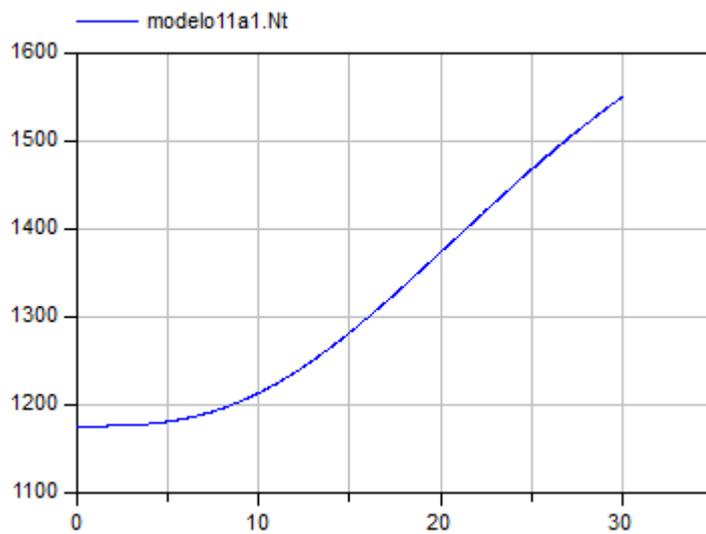
Fuerza de rodadura de la rueda trasera:



**Figura 84. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda trasera, modelo 7.**

Como se puede observar, la gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda trasera no comienza en cero. Esto es debido a que depende proporcionalmente del coeficiente de rodadura y de la reacción normal de la rueda trasera. Los cuales son el resultado de una constante más una función y tampoco empiezan en cero, como se comprobará más adelante.

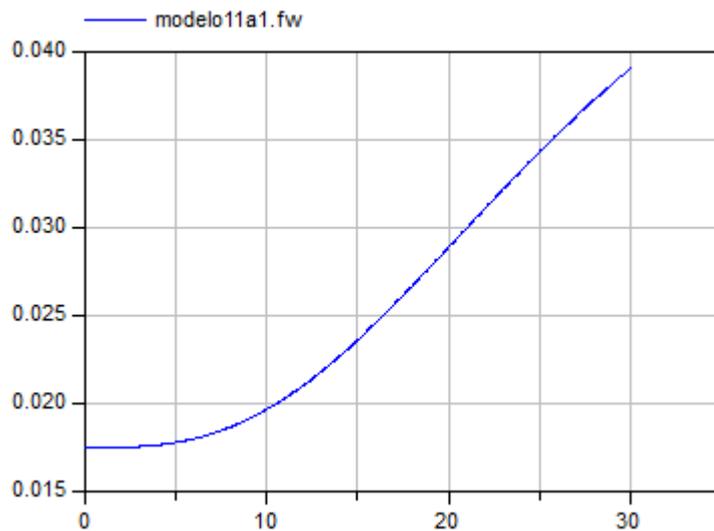
Reacción normal de la rueda trasera:



**Figura 85. Gráfica de la reacción normal de la rueda trasera, modelo 7.**

Como se comentó en la gráfica anterior, la de la fuerza de rodadura de la rueda trasera, no comienza en cero ya que depende de una función sumada a unas constantes. En este caso será ascendente ya que depende de manera directa de la fuerza de impulso.

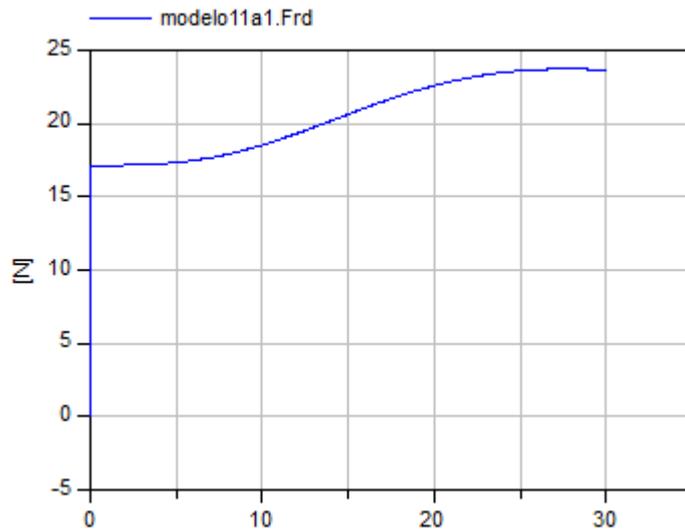
Coefficiente de rodadura:



**Figura 86. Gráfica del coeficiente de rodadura, modelo 7.**

Así mismo, la gráfica del coeficiente de rodadura tampoco comienza en cero. Como se puede observar aumenta de manera exponencial ya que depende directamente del cuadrado de la velocidad.

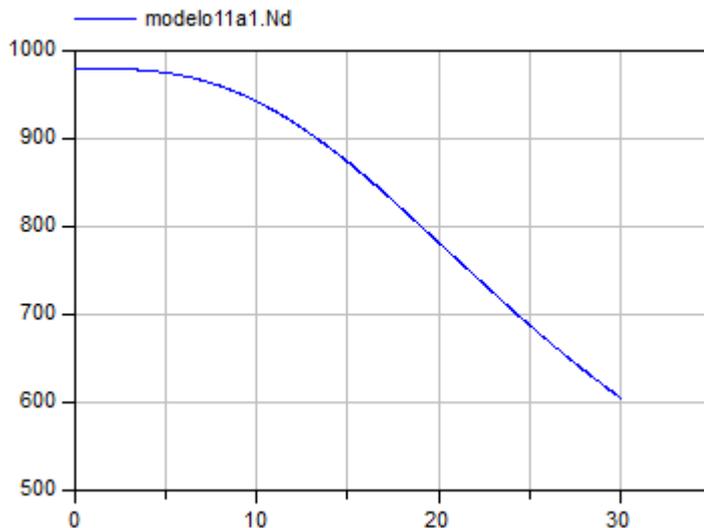
Fuerza de rodadura de la rueda delantera:



**Figura 87. Gráfica de la fuerza de rodadura de la rueda delantera, modelo 7.**

En esta nueva gráfica ocurre lo mismo que en la de la fuerza de rodadura de la rueda trasera: tampoco empieza en cero. Sólo que ésta, en vez de depender de la reacción normal de la rueda trasera, depende de la reacción normal de la rueda delantera, que también es una constante más una función, como veremos más adelante.

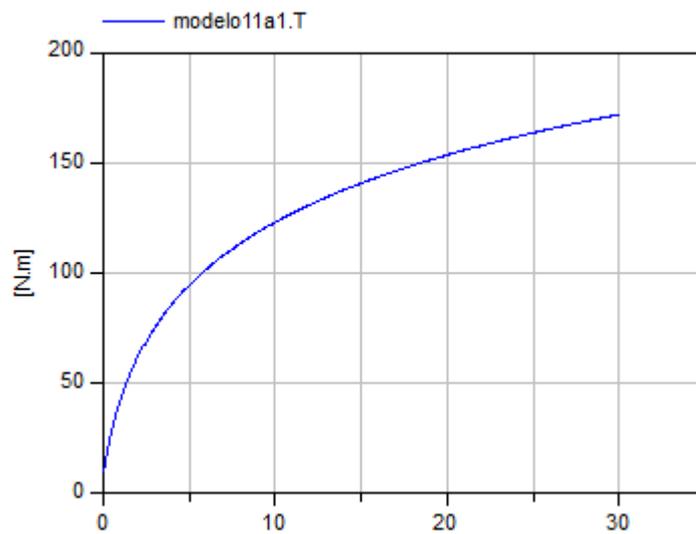
Reacción normal de la rueda delantera:



**Figura 88. Gráfica de la reacción normal de la rueda delantera, modelo 7.**

Según lo comentado en la gráfica anterior, esta gráfica tampoco comienza en cero. Se trata de una gráfica descendente, ya que depende de manera inversamente proporcional a la fuerza de impulso.

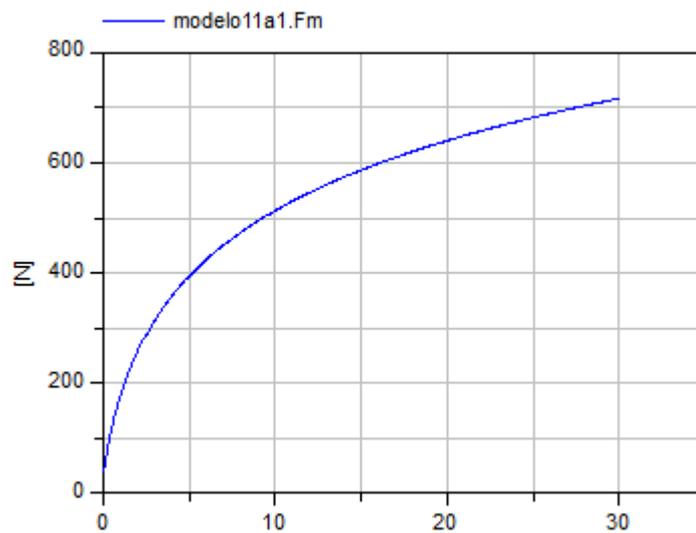
Par:



**Figura 89. Gráfica del par, modelo 7.**

La gráfica del par describe una función logarítmica desplazada una posición a la izquierda y diez arriba, ya que la entrada se le ha impuesto al motor.

Fuerza motriz:



**Figura 90. Gráfica de la fuerza motriz, modelo 7.**

Como se puede observar en la gráfica, la fuerza motriz depende directamente del par.

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1 Conclusiones

Como conclusión final constatamos que se ha conseguido el objetivo principal del proyecto, que es el estudio y desarrollo de un modelo de una moto. El procedimiento ha consistido en realizar un estudio muy en profundidad de cómo funciona una moto. En este sentido, se han estudiado las fuerzas que se ejercen sobre ella y los efectos que hay que evitar en cada uno de los diferentes modelos. Después de varias modificaciones e inclusiones en los distintos modelos realizados, se ha conseguido llegar a un modelo definido. Se trata de un estudio básico debido a su complejidad y extensión pero que, como se puede observar en las gráficas, da unos resultados muy buenos y se puede observar el buen funcionamiento del modelo una vez conectado el motor. Dichos resultados, logrados con éxito en cada caso, se ha ido comentando a lo largo de todo el Capítulo V, y dan pie a la posibilidad de perfeccionar el modelo en trabajos futuros,

Después de la realización de este proyecto, cabe constatar que todo lo que en él se ha desarrollado es reciclable, por lo que se podrá utilizar el mismo prototipo para diferentes modelos de moto y motores. Para ello, únicamente habrían de modificarse los parámetros específicos de la moto inicial, como para observar cómo afecta al motor . Y así poder ir compaginando distintas motos con distintos motores con el fin de llegar a un modelo más completo y más adecuado a las necesidades futuras. Dado que lo que interesa es lo que el motor ve cuando se le aplican cargas a la moto, el desarrollo se puede considerar un banco de frenado virtual.

Ha sido un verdadero acierto elegir el programa *Dymola*, para el desarrollo de cada uno de los modelos, ya que su manejo es asequible, las pautas del manual de simulaciones son muy completas y fáciles de aplicar y se obtienen muy buenos resultados. Me gustaría resaltar por otra parte que su extensa librería es de enorme ayuda, y gracias a ella se pueden incluir muchas condiciones y comandos con el fin de resolver los problemas que van surgiendo.

## **6.2 Trabajos futuros**

Como bien he resaltado antes, al tratarse este proyecto de un modelo genérico, puede ser perfeccionado y dar pie a muchos trabajos futuros. Una de las líneas que creo podría resultar un interesante objeto de mejora, es el profundizar más en el estudio del radio efectivo. Sería muy interesante ver el efecto que se produce sobre la rueda con la velocidad, la temperatura que va cogiendo la rueda, el peso total de la moto y el motorista y ver cómo se va deformando de manera no homogénea. Por otro lado, creo que también podrían conseguirse grandes mejoras llevando a cabo un estudio más detallado sobre el *efecto de deslizamiento* y el *efecto caballito*.

El siguiente paso después de haberse refinado este modelo, sería añadirle los giros a la rueda. Este estudio resulta muy laborioso y complicado, ya que comienzan a aparecer muchas fuerzas, las cuales hay que descomponer para poder operar con ellas.

Otro posible estudio a realizar es la eficiencia del freno regenerativo.

Por último, la idea final de un trabajo futuro basado en este mismo proyecto sería poder implementar en el programa cada circuito en el que compite la moto, –la posibilidad de que se pudiera realizar dicha implementación en el programa, ya se comentó cuando se habló de *Dymola-*, y así ver qué comportamiento tiene ésta en cada tramo del circuito, ya sea una recta, una curva, una rampa, o en cualquier otro supuesto. Con esto, saber dónde debe acelerar, frenar, girar, y cuánto deberá hacerlo para obtener los mejores resultados y llegar a conseguir de ese modo una carrera perfecta.

# Anexo

El código del modelo 7:

```
model moto_Modelo7 "moto"

import SI = Modelica.SIunits;
parameter Real m=200 "m=mm+mc+md+mt";
parameter Real It=0.8 "Inercia de la rueda trasera";
parameter Real Im=0.055 "Inercia del motor";
parameter Real Id= 0.6 "Inercia de la rueda delantera";
parameter Real r= 0.1 "radio de los piñones";
parameter Real Rm=0.08 "radio del motor";
parameter Real Rt=0.3 "radio de la rueda trasera";
parameter Real Rd=0.3 "radio de la rueda delantera";
parameter Real d=1.2 "densidad del aire";
parameter Real CdA=0.35 "coeficiente de fricción con el aire por el área frontal
de la moto";
parameter Real p=2 "presión neumática";
parameter Real p1=1.2 "distancia entre los ejes de la rueda trasera y delantera";
parameter Real b=0.6 "distancia horizontal entre el centro de gravedad de la
moto con el eje de la rueda trasera";
parameter Real nu= 0.7 "coeficiente de rozamiento entre el suelo y la rueda ";
parameter Real g=9.8 "gravedad";
parameter Real CIA=0.3 "coeficiente de impulso por el área frontal de la moto";
parameter Real tau1=0.05 "constante";

Real at "aceleración negativa";
Real a_pulse;
Real a_stair;
SI.Acceleration a_out "aceleración";
```

**Real** at “aceleración”;  
**SI.Acceleration** a\_in “aceleración”;  
**SI.Acceleration** a\_out “aceleración final”;  
**SI.Velocity** v “velocidad”;  
**SI.Position** x “posición”;  
**SI.Torque** T “par”;  
**SI.Force** Fa “fuerza aerodinámica”;  
**SI.Force** Frt “fuerza de rodadura de la rueda trasera”;  
**SI.Force** Frd “fuerza de rodadura de la rueda delantera”;  
**Real** fw “variable para calcular de forma analítica el coeficiente de rozamiento de la rueda con el suelo”;  
**Real** Nt “reacción normal entre el suelo y la rueda trasera”;  
**SI.Force** Fm “fuerza motriz”;  
**Real** Nd “reacción normal entre el suelo y la rueda delantera”;  
**SI.Force** Fl “fuerza de impulso”;

**VisualShape** moto(  
 r0={0,0,0},  
 Shape = "sphere",  
 Length=1.3,  
 Width=0.4,  
 Height=1,  
 LengthDirection={ 1,0,0},  
 WidthDirection={0,0,1});

**Modelica.Mechanics.Rotational.Interfaces.Flange\_a** flange\_a a;

equation

flange\_a.tau=T+10;

flange\_a.phi=0;

$a\_in = \frac{-(Fa + Frd + Frt - (r * T) / (Rt * Rm))}{(m + (It / Rt^2) + (Im * r) / (Rt * Rm^2) + (Id / Rd^2))}$ ;

a\_max=nu\*g;

at=a\_in;

$a\_pulse = at / (1 + \exp(-((at + a\_max) / \tau))) * 1 / (1 + \exp((at - a\_max) / \tau))$ ;

$a\_stair = -a\_max / (1 + \exp(((at + a\_max) / \tau))) + a\_max / (1 + \exp(-(at - a\_max) / \tau))$ ;

a\_out= der(v);

```

v= der(x);

at= sign( T)*(-1);

Fa=0.5*d*CdA*v^2*sign(v);

Frt= fw*Nt*sign(v);

if v<45.83 then

fw=0.0135+(0.018/p)+(0.00000159/p)*(v/0.277)^2;

else

fw=(0.009/p)+(0.00000291/p)*(v/0.277)^2;

end if;

when abs(v)>73.6 then

terminate("la velocidad maxima se ha alcanzado");

end when;

Nt=(m*g*(p1-b)+Fl);

Fm=(r*T)/(Rt*Rm);

Frd=fw*Nd*sign(v);

Nd=m*g*(b/p1)-Fl;

Fl=0.5*d*ClA*v^2;

annotation (Icon(Rectangle(extent=[-18,38; 56,12], style(color=3, rgbcolor=
{0,0,255})), Text(
extent=[-6,30; 44,20],
style(color=3, rgbcolor={0,0,255}),
string="Moto")), Diagram);

annotation (Icon(Rectangle(extent=[-18,38; 56,12], style(color=3, rgbcolor=
{0,0,255})), Text(
extent=[6,30; 36,20],
style(color=3, rgbcolor={0,0,255}),
string="Fuerzas")), Diagram);

```

```
annotation (Icon(Rectangle(extent=[-40,12; -12,-14], style(
    color=3,
    rgbcolor={0,0,255},
    gradient=2,
    fillColor=68,
    rgbfillColor={170,255,213}))), Text(
    extent=[-38,4; -12,-4],
    string="Fuerzas",
    style(
    color=78,
    rgbcolor={127,0,127},
    gradient=2,
    fillColor=68,
    rgbfillColor={170,255,213})))));
```

equation

```
moto.S=identity(3);
```

```
moto.r={x,0,0};
```

```
end modelo8;
```

# Capítulo 7

## Referencias

- [1] BEDFORD, A. y FOWLER, W. : “*Mecánica para Ingeniería*”, Ed. Addison-Wesley, 1996
- [2] COSSALTER, V: “*Motorcycle dynamics*”, Ed. Solochek Libros S.L, Madrid 2006.
- [3] SANZ, J. FEITO: “*Máquinas Eléctricas*”, Ed. Prentice Hall S.A., 2002.
- [4] COCCO, G. : “*Motorcycle desing and techmology*”, Ed. Motorbooks, 2004
- [5] <http://isa.uniovi.es/~idiaz/ADSTel/Practicas/ModeladoMotorCC.html> Parámetros del motor, última consulta 04-octubre-2011
- [6] <http://www.aertia.com/productos.asp?pid=324>. Cosmosmotion, última consulta 4-noviembre-2011
- [7] <http://www.adams.com> . Adams, última consulta 4-noviembre-2011
- [8][http://www.enginyeries.cat/dirdocs/file\\_C20036\\_09\\_ICC\\_ProENGINEER\\_general.pdf](http://www.enginyeries.cat/dirdocs/file_C20036_09_ICC_ProENGINEER_general.pdf) Pro/Engineer, última consulta 4-noviembre-2011
- [9]FINKELSTEIN, A: “*The Future of Software Engineering*” , Ed. ACM Press, 2000
- [10] <https://modelica.org> . Modelica, última consulta 4-noviembre-2011
- [11] <http://www2.engr.arizona.edu/~cellier/GettingStarted.pdf> 25/09/2011 Dymola, última consulta 27-julio-2011
- [12] <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1867426>. Chattering, última consulta 11/10/2011

