

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID



Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Trabajo de Fin de Grado

**Estudio por el método de elementos finitos  
diferentes estados de carga presentes en la  
tibia humana**

Autor: Verónica Pulido Bargsten

Tutor: María Belén Muñoz Abella

Leganés, Septiembre 2015



# Resumen

La finalidad de este Trabajo de Fin de Grado es analizar el comportamiento de una tibia humana por el método de elementos finitos en diferentes estados de carga que se dan en la actividad diaria. En concreto, se ha decidido ensayar el ciclo de marcha humana normal y el ciclo de marcha humana con pasos cruzados para observar las diferencias que existen entre ambos tipos de marcha y posteriormente estudiar la resistencia de la misma aplicando criterios de fractura.

El trabajo presenta un apartado donde se realiza una introducción teórica sobre las características de los huesos humanos, sus propiedades, criterios de fractura y una explicación de los estados de carga que se van a estudiar.

El siguiente apartado hace una breve explicación al método de elementos finitos y una explicación del programa utilizado para obtener los valores: ABAQUS/CAE.

Por último se muestran los resultados alcanzados, las conclusiones tras analizarlos y posibles desarrollos futuros para mejorar y ampliar conocimientos respecto a este estudio.

**Palabras clave:** hueso cortical, hueso trabecular, tensión, deformación, densidad aparente, propiedades mecánicas.



# ABSTRACT

The purpose of this Final Project Work is to analyze the behavior of a human tibia by the finite element method in different charge states that occur in daily activity. Specifically, it was decided to test the normal human gait cycle and the cycle of human walking with folded to observe the differences between both types of motion and then study the resistance of the same criteria applying fracture steps.

The paper presents a section where a theoretical introduction on the characteristics of human bones, their properties, fracture criteria and an explanation of the charge states that will be studied is made.

The next section gives a brief explanation of the finite element method and an explanation of the program used to obtain the values: ABAQUS / CAE.

Finally the results achieved are shown, after analyzing the conclusions and possible future developments to improve and expand knowledge regarding this study.

**Keywords:** cortical bone, trabecular bone, stress, strain, bulk density, mechanical properties.

# ÍNDICE

---

<b>1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS</b>	<b>12</b>
1.1. Motivación	12
1.2. Objetivos	12
1.3. Estructura del documento	13
<b>2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>14</b>
2.1. Biomecánica del hueso	14
2.1.1. Composición	14
2.1.2. Funcionalidad	18
2.1.3. Dinámica del hueso	19
2.1.4. Propiedades mecánicas del tejido óseo	24
2.1.5. Caracterización del material óseo	31
2.1.6. Criterios de fractura	34
2.2. La tibia	36
2.2.1. Partes de la tibia	36
2.2.2. Inserción de músculos en la tibia	39
2.2.3. Estados de carga sobre la tibia	41
2.3. Método de los Elementos Finitos	49
2.3.1. Introducción a ABAQUS	51
<b>3. MODELO NUMÉRICO</b>	<b>54</b>
3.1. Descripción geométrica	54
3.1.1. Propiedades de los materiales	55
3.1.2. Tipo de estudio	56
3.1.3. Mallado	57
3.2. Validación del modelo	60
3.2.1. Resultados obtenidos	61
3.3. Estudios de carga	62
3.3.1. Obtener los valores de los momentos	62
3.3.2. Valor del momento aplicado	67
3.3.3. Valor de las fuerzas	67
3.4. Resultados y discusión	71
3.4.1. Walking sidestep medio/lateral	73
3.4.2. Walking sidestep anterior/posterior	75
3.4.3. Walking crossover medio/lateral	78
3.4.4. Walking crossover anterior/posterior	80
<b>4. PLANIFICACIÓN Y PRESUPUESTO</b>	<b>83</b>

4.1. Planificación de tareas	83
4.2. Presupuesto económico	85
<b>5. CONCLUSIÓN Y DESARROLLOS FUTUROS</b>	<b>86</b>
5.1. Conclusión	86
5.2. Desarrollos futuros	86
<b>6. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>88</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>92</b>
<b>Valores de las fuerzas aplicadas a cada caso y en cada punto</b>	<b>92</b>
Walking sidestep medio/lateral	92
Walking sidestep anterior/posterior	94
Walking crossover medio/lateral	95
Walking crossover anterior/posterior	97

# Índice de figuras

---

Figura 1:	Tipos de células óseas	15
Figura 2:	Tejido óseo cortical	17
Figura 3:	Tejido óseo trabecular	18
Figura 4:	Tipos de células sanguíneas	19
Figura 5:	Zonas de cartílago	20
Figura 6:	Crecimiento del hueso	21
Figura 7:	Etapas de la remodelación	23
Figura 8:	Curva tensión-deformación	24
Figura 9:	Curva tensión-deformación hueso cortical y trabecular	25
Figura 10:	Curva tensión-deformación hueso seco y húmedo	26
Figura 11:	Tensión de cizalladura-tiempo materiales viscoelásticos	26
Figura 12:	Curva deformación-tiempo materiales viscoelásticos	27
Figura 13:	Curva tensión-deformación	27
Figura 14:	Carga cíclica con el tiempo	28
Figura 15:	Gráfica módulo de Young-densidad aparente para hueso cortical	29
Figura 16:	Gráfica módulo de Young-densidad aparente para hueso cortical	30
Figura 17:	Sistema referencia de la tibia	34
Figura 18:	Vista superior de la epífisis proximal de la tibia	37
Figura 19:	B) Vista frontal y C) vista posterior de la epífisis proximal de la tibia y D) vista transversal diáfisis	37
Figura 20:	Vista frontal de la tibia	39
Figura 21:	Conjunto de músculos ventrales	40
Figura 22:	Conjunto de músculos superficial y profundo	41
Figura 23:	Planos de referencia	42
Figura 24:	Fases del ciclo de marcha	43

Figura 25:	Apoyo sencillo y doble apoyo	43
Figura 26:	Posición del centro de gravedad	44
Figura 27:	Desplazamiento vertical del centro de gravedad	45
Figura 28:	Desplazamiento lateral del centro de gravedad	45
Figura 29:	Inclinación pélvica en el plano frontal	46
Figura 30:	Rotación pélvica en el plano transversal	46
Figura 31:	Movimiento de las rodillas hacia la línea media	47
Figura 32:	Flexión de las rodillas durante la fase de apoyo	47
Figura 33:	Variación angular del centro de gravedad según el movimiento de la cadera, rodilla y tobillo	48
Figura 34:	Avance de la reacción del suelo en la fase de apoyo	48
Figura 35:	Pantalla principal del programa ABAQUS	52
Figura 36:	Geometría del modelo de estudio	54
Figura 37:	Cargas y condiciones de contorno aplicadas	57
Figura 38:	Gráfica tensión máxima-tamaño del elemento	58
Figura 39:	Mallado final del modelo	59
Figura 40:	Aplicación de las cargas y condiciones de contorno para la validación del modelo	60
Figura 41:	Resultado de la tensión en la validación del modelo: A) Vista frontal, B) Vista lateral derecha	61
Figura 42:	Puntos de referencia	68
Figura 43:	Puntos de aplicación de las cargas para medio/lateral	69
Figura 44:	Puntos de aplicación de las cargas para anterior/posterior	70
Figura 45:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking sidestep medio/lateral	73
Figura 46:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking sidestep medio/lateral	74
Figura 47:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking sidestep anterior/posterior	76

Figura 48:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking sidestep anterior/posterior	76
Figura 49:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking crossover medio/lateral	78
Figura 50:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking crossover medio/lateral	79
Figura 51:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking crossover anterior/posterior	81
Figura 52:	Resultados de la tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking crossover anterior/posterior	81
Figura 53:	Diagrama de Gantt	85

# Índice de tablas

---

Tabla 1:	Valores de las constantes para cada criterio de fractura	36
Tabla 2:	Propiedades del tejido óseo cortical	55
Tabla 3:	Propiedades del tejido óseo trabecular	56
Tabla 4:	Tensión máxima según el tamaño del elemento de la malla	58
Tabla 5:	Comparación resultados artículo y el estudio	61
Tabla 6:	Gráficas del momento normalizado frente al ciclo de marcha para walking sidestep en dirección medio/lateral	63
Tabla 7:	Gráficas del momento normalizado frente al ciclo de marcha para walking sidestep en dirección anterior/posterior	64
Tabla 8:	Gráficas del momento normalizado frente al ciclo de marcha para walking crossover en dirección medio/lateral	65
Tabla 9:	Gráficas del momento normalizado frente al ciclo de marcha para walking crossover en dirección anterior/posterior	66
Tabla 10:	Puntos de referencia y nodos al que corresponden	68
Tabla 11:	Nodos donde se aplican las cargas en medio/lateral	69
Tabla 12:	Distancias entre los puntos de aplicación de la carga y el punto de referencia	69
Tabla 13:	Nodos donde se aplican las cargas en medio/lateral	70
Tabla 14:	Distancias entre los puntos de aplicación de la carga y el punto de referencia	71
Tabla 15:	Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha	73
Tabla 16:	Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa	75
Tabla 17:	Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha	75
Tabla 18:	Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa	77
Tabla 19:	Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha	79
Tabla 20:	Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa	80
Tabla 21:	Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha	80
Tabla 22:	Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa	82
Tabla 23:	Presupuesto del Trabajo de Fin de Grado	85

## **1. Introducción y objetivos**

### **1.1. Motivación**

La bioingeniería es una de las ramas de la ingeniería donde se aplican los principios y herramientas de la ingeniería, ciencia y tecnología para resolver problemas presentes en la medicina y biología. Se trata de una de las ingenierías más nuevas, por lo que necesita grandes avances en investigaciones que puedan aportar soluciones que faciliten la vida a las personas. El papel de los ingenieros es fundamental en este campo, cuya aportación se centra en buscar modelos que permitan asemejar el comportamiento del cuerpo a elementos mecánicos para ser capaces de estudiarlos. El estudio de la respuesta de los huesos que conforman el esqueleto humano durante el desarrollo de ciertas actividades diarias puede predecir su comportamiento y de esta forma poner soluciones a posibles problemas. En concreto la tibia, es uno de los huesos más solicitados del cuerpo humano ya que soporta todo el peso del mismo. Su estudio, desde el punto de vista de la biomecánica, puede ayudar a prevenir el riesgo de fractura y a mejorar los modelos de prótesis que existen en la actualidad.

Por otro lado, el desarrollo de programas informáticos que implementen el método de elementos finitos, actualmente es prácticamente imprescindible, y ha dado lugar a la obtención a resultados y criterios con los que estudiar el comportamiento mecánico cada vez más precisos.

### **1.2. Objetivos**

El objetivo principal de este proyecto es determinar el comportamiento de la tibia humana ante dos estados de carga diferentes, ciclo de marcha normal y ciclo de marcha con paso cruzado mediante el Método de los Elementos Finitos. Con la diferenciación de estos dos estados de carga se busca entender cómo afectan las cargas a las que se ve sometida el hueso a las propiedades mecánicas en los huesos. Mediante un estudio tensional se pretende obtener resultados que proporcionen la información deseada.

Para alcanzar el objetivo principal es necesaria la consecución de objetivos intermedios:

- Conocer y entender la biomecánica de los huesos en general para abordar el problema planteado con los conocimientos suficientes para

interpretar correctamente los resultados. Dentro de la biomecánica se incluye la estructura interna y externa de los huesos, el crecimiento óseo y sus propiedades mecánicas.

- Obtener información sobre las propiedades mecánicas de los dos tipos de tejidos óseos que se van a estudiar.
- Obtener los criterios de fractura válidos para aplicarlos a los resultados obtenidos del estudio.
- Desarrollar modelos numéricos para analizar el efecto de los diferentes estados de carga sobre la tibia.
- Interpretar los resultados para obtener conclusiones admisibles sobre los riesgos de fractura en cada caso estudiado.

El proyecto se va a llevar a cabo con el software comercial ABAQUS, por lo que otro de los objetivos que se persiguen con este trabajo es conocer la capacidad de cálculo y precisión en los mismos de dicho programa en un problema de geometría complicada como es la de la tibia.

### **1.3. Estructura del documento**

Este trabajo se divide en 4 apartados más importantes. El apartado 2 consiste en una introducción a los huesos, en él se explica su estructura, su función para el cuerpo humano, el crecimiento óseo y sus fases, sus propiedades mecánicas y los criterios de fractura. Posteriormente, se expone una breve introducción a la tibia, sus partes, los músculos que se encuentran ligados a ella y los estados de carga que se han analizado en este proyecto. Por último, se ha introducido una breve explicación del Método de Elementos Finitos y una explicación del software.

El apartado 3 corresponde a la parte de análisis del trabajo, en él se expone detalladamente como se han planteado los casos y los resultados obtenidos en el programa.

En el apartado 4 se presenta la planificación y el presupuesto para este trabajo.

Por último, se aporta una conclusión y posibles desarrollos futuros que han surgido a raíz de hacer el trabajo.

## 2. Revisión bibliográfica

En los siguientes apartados se va a presentar una base teórica del Trabajo Fin de Grado, analizando la biomecánica de los huesos en general: estructura, propiedades mecánicas, material, dinámica, etc. para posteriormente centrarse en la tibia, hueso sobre el que se ha realizado el estudio.

### 2.1. Biomecánica del hueso

Los huesos son estructuras sólidas formadas por tejido óseo, cartilaginoso, tejido conectivo denso, epitelio, tejido adiposo, y tejido nervioso. Estas estructuras se unen formando el esqueleto de los seres vivos. Dado que el hueso está formado por varios tejidos que trabajan conjuntamente, se les considera órganos. Constituyen el 18% del peso total del cuerpo.

El tejido principal que conforma los huesos es el tejido óseo. Se considera un tejido complejo y dinámico ya que está continuamente regenerándose a partir de la destrucción y generación de tejido nuevo [1].

#### 2.1.1. Composición

El tejido óseo se conforma de una gran cantidad de matriz extracelular que rodea ampliamente las células separándolas entre sí. Esta matriz extracelular está compuesta de: 15% de agua, 30% de fibras de colágeno y 55% sales minerales cristalizadas [1] [2] [3] [4].

La sal mineral más abundante es el fosfato cálcico  $[Ca_3(PO_4)_2]$  que se combina con el hidróxido de calcio para formar hidroxiapatita:  $[Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2]$ . La hidroxiapatita se puede combinar con carbonato cálcico  $[CaCO_3]$  e iones de magnesio  $[Mg^{2+}]$ , flúor  $[F^-]$ , potasio  $[K^+]$  y sulfatos  $[SO_4^{2-}]$  que cristalizan alrededor de las fibras de colágeno de la matriz extracelular. A este proceso se le llama calcificación y es iniciado por las células conocidas como osteoblastos.

Las propiedades de dureza y resistencia del tejido óseo dependen de la cristalización de los minerales anteriormente mencionados. Por otro lado, la flexibilidad del hueso depende de las fibras de colágeno.

El tejido óseo se compone de varios tipos de células cuya función ayuda a la destrucción y regeneración del tejido.

- **Osteogenas:** son células madre no especializadas derivadas del tejido del que se forman casi todos los tejidos conectivos llamado mesénquima. Son las únicas células óseas sometidas a la división celular. Las células resultantes de su división se las conoce como osteoblastos. Las osteogenas se encuentran en la capa interna del periostio (fina capa que recubre el hueso) y en los canales de dentro del hueso que contienen vasos sanguíneos.
- **Osteoblastos:** estas células son las responsables de la construcción del hueso. Sintetizan y segregan las fibras de colágenos y otros componentes orgánicos para construir la matriz extracelular de tejido óseo y comenzar la calcificación de los minerales. Estas células se rodean de la matriz extracelular, quedando atrapadas y convirtiéndose posteriormente en osteocitos.
- **Osteocitos:** son las células óseas maduras. No sufren división celular. Son las células que conforman el tejido óseo cortical y mantienen su metabolismo con intercambio de nutrientes y desechos con la sangre.
- **Osteoclastos:** Estas células liberan ácidos y sustancias que destruyen la matriz extracelular permitiendo así la regeneración de los huesos. Ayudan a regular los niveles de calcio en la sangre. Son usadas para tratar la osteoporosis (ver Figura 1).



*Figura 1: tipos de células*

Según la calcificación de los minerales en las fibras de colágenos y el conjunto de células que componen el tejido óseo existen dos tipos de tejido: Tejido óseo compacto o cortical y el tejido óseo esponjoso o trabecular.

La diferencia entre estos dos tejidos se debe a que el tejido trabecular es más ligero que el tejido cortical, lo que reduce el peso del hueso y facilita el movimiento cuando el hueso es empujado por los músculos. Así mismo, el hueso esponjoso sirve para dar protección y soporte a la médula ósea roja (ver apartado 2.1.2 funcionalidad). Por otro lado, el tejido cortical al tener mayor

densidad proporciona mayor resistencia frente a esfuerzos y al recubrir el tejido esponjoso le protege frente a esos esfuerzos.

### *Tejido óseo compacto o cortical*

El tejido óseo cortical se caracteriza por su estructura compleja que no tiene muchos espacios entre sus unidades estructurales por lo que es el tejido óseo más duro. Se encuentra recubierto por el periostio y compensa la masa de la cavidad medular en los huesos largos. Proporciona protección, soporte y resistencia a tensiones producidas por el peso y movimientos [1] [5].

Está compuesto de unidades estructurales repetidas llamadas osteonas o sistema haversiano. Cada osteona consiste en unas laminillas concéntricas formadas por placas circulares de mineralización de la matriz extracelular de crecimiento de diámetros, rodeando una pequeña red de vasos sanguíneos, linfáticos y nervios localizados en el centro del canal. Suele generar series de tubos en paralelos que en huesos largos, tienden a ser según la dirección de la diáfisis (ver apartado 2.2.1 partes de la tibia). Entre las laminillas concéntricas, hay pequeños espacios llamados lagunas que están llenos de osteocitos.

Radiando en todas direcciones de las lagunas están los canalículos (también llamados vasos de Volkmann) llenos de fluido extracelular. Conecta unas lagunas con otras y con el canal central, formando un pequeño sistema de interconexión de canales entre el hueso. El sistema proporciona rutas de nutrientes y oxígeno para los osteocitos y para eliminar residuos.

Como resultado de la posición paralela de las osteonas con el eje longitudinal, un hueso largo resiste flexión o fractura cuando se le aplica una fuerza considerable en uno de sus extremos.

El tejido compacto tiende a ser más grueso en esas partes donde la carga está aplicada relativamente en pocas direcciones. Las líneas de tensión en un hueso no son estáticas, cambian si una persona aprende a caminar y en respuesta a repetir una actividad física agotadora. Las líneas en tensión también pueden variar por culpa de fracturas o deformaciones físicas. Esto hace que la posición de las osteonas no sea estática y pueda cambiar según la demanda colocada en el esqueleto.

Las áreas de osteonas contienen laminillas llamadas laminillas intersticiales que contienen lagunas con osteocitos y vasos de Volkmann (canalículos). Las laminillas intersticiales son fragmentos de viejas osteonas que fueron principalmente destruidas durante el crecimiento y reconstrucción del hueso.

Los vasos sanguíneos, linfáticos y nervios del periostio penetran por el hueso compacto a través de canales que conectan con la cavidad medular, periostio y canales centrales (ver Figura 2).

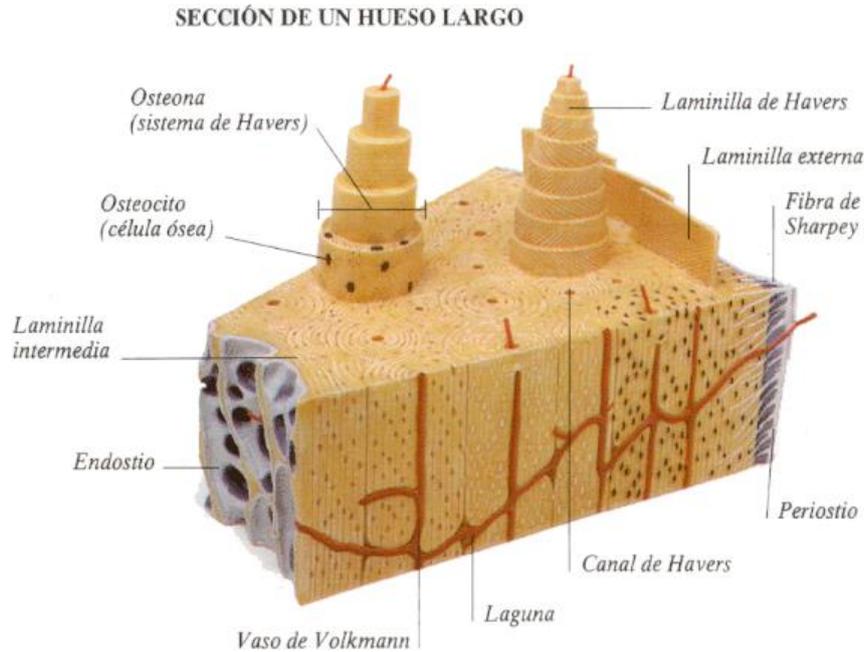


Figura 2: Tejido óseo cortical [5]

### **Tejido óseo esponjoso o trabecular**

Se caracteriza por tener una densidad más baja que el tejido compacto. Se encuentra en la epífisis y metáfisis (ver apartado 2.2.1 partes de la tibia) de los huesos largos debajo del hueso compacto. Consiste en laminillas dispuestas en un patrón irregular de columnas llamadas trabéculas. Las trabéculas óseas contienen osteocitos dentro de osteoplastos, rodeados de matriz ósea. Entre las trabéculas se encuentran espacios rellenos de médula ósea roja en algunos huesos (generan células de la sangre) y de médula ósea amarilla en otros [1] [5].

Ambos tipos de médula ósea contienen numerosos vasos sanguíneos pequeños que proporcionan alimento a los osteocitos.

El tejido esponjoso se organiza de tal forma que queden orientadas en la línea de carga dotando al hueso de una mayor resistencia a la tensión y transmisión de fuerzas sin romperse. Suele colocarse donde las tensiones no son muy fuertes o donde se reparte en varias direcciones.

Las trabéculas no consiguen su posición final hasta que no se alcanza el fin del crecimiento. Pueden ir variando su posición según las deformaciones y fracturas que pueda sufrir el hueso (ver Figura 3).

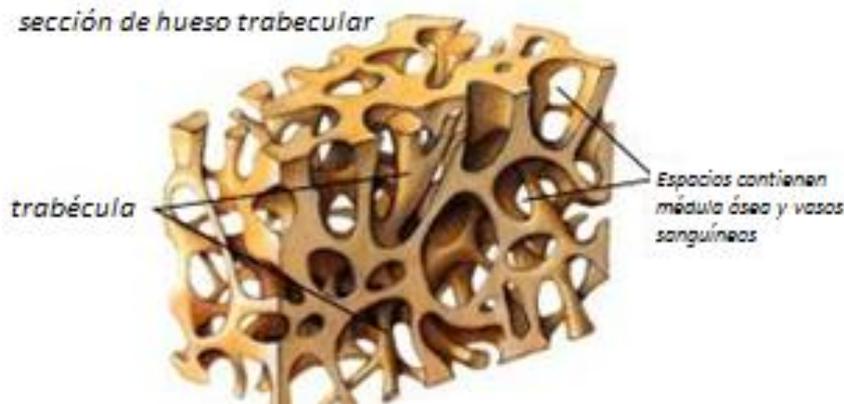


Figura 3: Tejido óseo trabecular [5]

### 2.1.2. Funcionalidad

El cuerpo humano está formado por 206 huesos de los cuales se distinguen según su forma: largos, cortos, planos e irregulares. La unión de estos tipos de huesos proporciona seis funciones básicas [1] [5]:

- *Soporte*: El esqueleto proporciona una base rígida de sostén de tejidos blandos y proporciona puntos de apoyo para los músculos y tendones.
- *Protección*: Proporciona una cavidad de protección para órganos importantes.
- *Movimiento*: Permiten los movimientos de contracción de los músculos, empujándolos y permitiéndoles el movimiento.
- *Homeostasis*: El hueso libera minerales a la sangre para mantener los niveles de minerales en todas partes del cuerpo.
- *Producción de células de la sangre*: En ciertos huesos, existe un tejido llamado médula ósea roja que produce células rojas y blancas de la sangre (ver Figura 4). El proceso se llama hematopoyesis. A medida que aumenta la edad, la médula ósea roja pasa a ser médula amarilla.

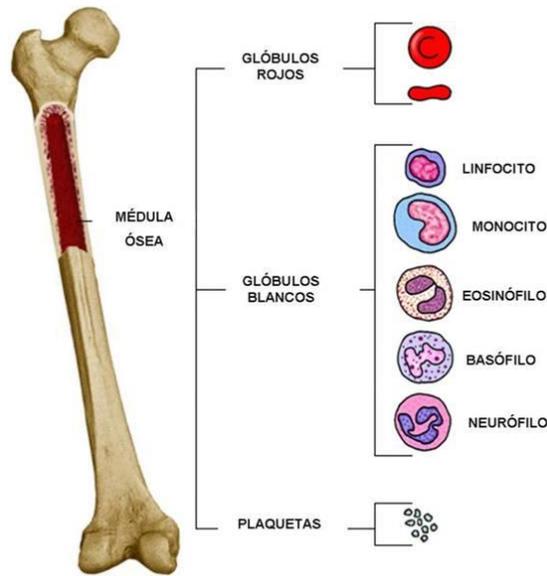


Figura 4: Tipo de células sanguíneas [4]

- *Almacenamiento de triglicéridos:* La médula ósea amarilla consiste en células adiposas que permiten tener una gran reserva de energía ya que almacenan triglicéridos.

### 2.1.3. Dinámica del hueso

El hueso es un tejido vivo, dinámico y complejo que crece, se modela y remodela de forma continua [3] [6] [7] [8].

#### *Crecimiento óseo*

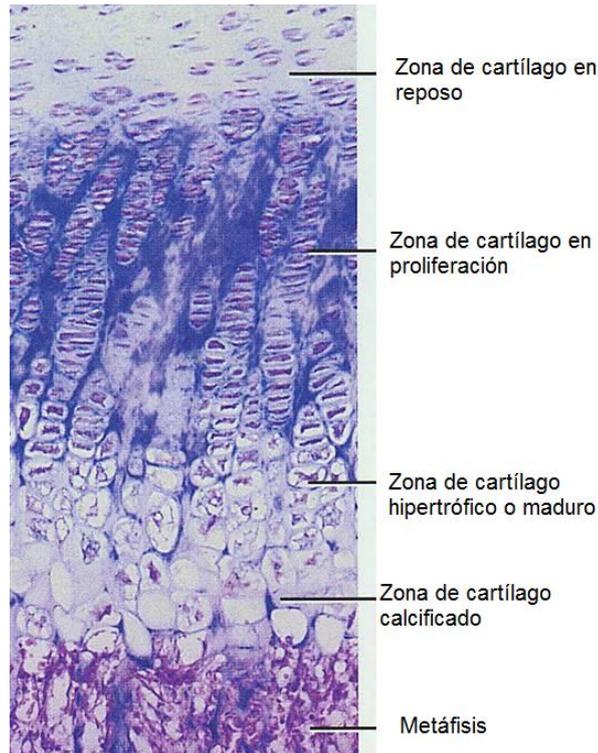
Cuando se forma el embrión, este no contiene materia ósea sino estructuras de cartílago hialino y mesénquima que a partir del proceso de osificación endocondral y osteogénesis se transforma la materia cartilaginosa en tejido óseo. La osificación la llevan a cabo los osteoblastos en dos procesos: La síntesis de la matriz ósea y la calcificación de la matriz [4] [1].

El tejido cartilaginoso está formado por células llamadas condrocitos que distinguen varias zonas dentro del cartílago según tengan división celular o no:

- *Zona de cartílago en reposo:* es la zona más cercana a la epífisis (ver apartado 2.2.1 partes de la tibia). Se conforma de condrocitos dispersos que no tienen división celular. Cuando se genera la matriz extracelular une la epífisis con la diáfisis.

- *Zona de cartílago en proliferación*: Láminas de condrocitos de mayor tamaño que en la zona de cartílago en reposo. Se encuentran orientados según la dirección longitudinal y tienen mitosis. Como consecuencia, la capa crece y produce el crecimiento longitudinal del hueso.
- *Zona de cartílago hipertrófico o maduro*: Su disposición es columnar, tienen división celular que también permite el crecimiento del hueso.
- *Zona de cartílago calcificado*: Células muertas o próximas a morir que sufren calcificación que da lugar a la síntesis de la matriz ósea.

En la siguiente figura se muestran las diferentes zonas de cartílago.



*Figura 5: Zonas de cartílago [9]*

El crecimiento longitudinal del hueso se produce durante la infancia y la adolescencia. Comienza en la placa epifisaria (o de crecimiento), situada entre la epífisis y la diáfisis. Se debe al aumento de las zonas de cartílago por la división celular en la placa epifisaria.

La zona que se ha generado hueso entre la epífisis y la diáfisis es lo que se conoce como metáfisis (ver Figura 6).



*Figura 6: Crecimiento del hueso [7]*

El hueso engorda por aposición. En la superficie ósea las células periósticas se diferencian en osteoblastos, los cuales secretan fibras de colágeno y otras moléculas orgánicas para formar la matriz ósea. Los osteoblastos quedan rodeados por la matriz y se transforman en osteocitos. Este proceso forma rebordes óseos en ambos lados del vaso sanguíneo perióstico. Tales rebordes se agrandan con lentitud y forman un surco para el vaso sanguíneo perióstico.

Finalmente, los rebordes se juntan y fusionan, con lo que el surco se convierte en un conducto que envuelve el vaso sanguíneo. Lo que era periostio ahora se transforma en endostio, que reviste el túnel.

El hueso que depositan los osteoblastos desde el endostio forma nuevas laminillas concéntricas. Tal formación avanza de dentro hacia fuera, en dirección al vaso sanguíneo perióstico. De esta manera, se llena el túnel y se crea una nueva osteona.

Durante la formación de la osteona, los osteoblastos que están bajo el periostio depositan nuevas laminillas circunferenciales, con lo que aumenta el grosor del hueso. El proceso de crecimiento continúa hasta que los vasos periósticos quedan envueltos por completo.

### **Modelación ósea**

En el desarrollo y mantenimiento de los huesos tiene una gran importancia la ingesta adecuada de vitaminas y minerales, así como de la concentración adecuada de ciertas hormonas como son la hormona tiroidea, la insulina y las hormonas sexuales que estimulan el crecimiento. Durante el crecimiento óseo se necesitan cantidades importantes de calcio y fósforo, así como cantidades menores de fluoruro, magnesio, hierro y manganeso. Se requiere vitamina C para la síntesis de la principal proteína ósea, la colágena, así como para la diferenciación de los osteoblastos en osteocitos. También se precisan las vitaminas K y B para la síntesis proteínica, mientras que la vitamina A estimula la actividad de los osteoblastos [12].

El estado de carga al que se ve sometido el hueso también condiciona su crecimiento. Si durante el crecimiento el reparto de fuerzas longitudinales es irregular, puede frenar el crecimiento del mismo o incluso provocar fracturas. Si las fuerzas son transversales, puede provocar deformaciones.

Como se ha explicado anteriormente, el hueso primario va siendo sustituido por osteonas que va conformando el hueso cortical. La zona donde se encuentra el tejido cortical va disminuyendo su espesor. La arquitectura interna del hueso está en constante modificación dependiendo de las sollicitaciones mecánicas, como bien explica la Ley de transformación de Wolff:” El hueso tiene una forma y arquitectura definida, subordinadas a su misión de sostén o soporte. Cuando las condiciones mecánicas se modifican, el hueso sufre transformaciones en su estructura para adaptarse a las nuevas exigencias funcionales”.

### **Remodelación ósea**

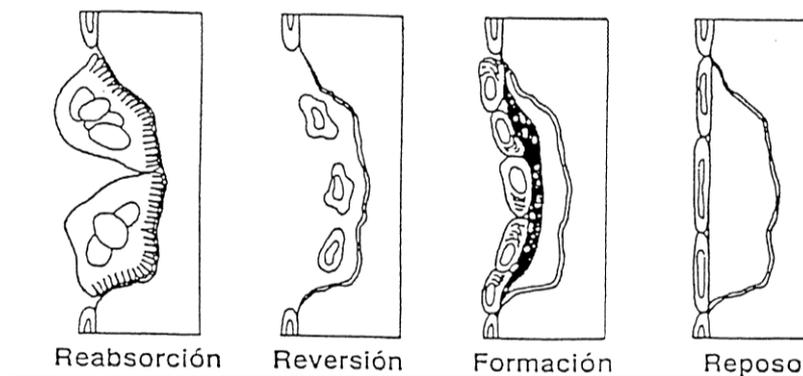
La remodelación ósea consiste en reemplazar continuamente tejido óseo viejo por tejido óseo nuevo a partir de dos procesos principales: resorción ósea, consiste en la eliminación de minerales y fibras de colágeno llevada a cabo por los osteoclastos, y depósito óseo, incorporación de minerales y fibras de colágeno al hueso llevada a cabo por los osteoblastos [6] [7].

La remodelación ósea permite que el hueso pueda adaptarse continuamente a las nuevas condiciones mecánicas mediante la reorganización de su estructura interna.

La remodelación se produce en cuatro fases:

1. *Activación:* La activación comienza cuando los osteocitos detectan la necesidad de remodelación de una parte del hueso. Los osteocitos mandan señales de inhibición para que las células de borde no desencadenen la remodelación. Cuando los osteocitos dejan de enviar la señal de inhibición, las células de borde comienzan la osteoclastogénesis o proceso de remodelación. Aparecen unas células llamadas preosteoclastos que se fijan a la superficie a remodelar desplazando las células de borde y transformándose en osteoclastos.
2. *Resorción:* Esta etapa dura entre 1 y 3 semanas. Los osteoclastos comienzan la destrucción de la antigua matriz ósea. En el hueso cortical los osteoclastos crean una cavidad conocida como cono de corte. En el hueso trabecular las cavidades que se forman se conocen como lagunas de Howship.

3. *Reposo (quiescencia)*: Esta etapa dura entre 1 y 2 semanas. Se trata de un periodo de inactividad en el que se frena la actividad de los osteoclastos y se estimula la de los osteoblastos. A partir del material destruido por los osteoclastos se genera una fina capa llamada línea de cementación que sirve de asiento a los osteoblastos.
4. *Formación*: Esta etapa es la más larga, dura entre 1 y 3 meses. Los osteoblastos ocupan las cavidades generadas por los osteoclastos y comienzan a sintetizar colágeno y otras proteínas que se combinan formando una capa de ribete de osteoide. Tras 30 días después de la formación de la capa de osteoide, comienza la mineralización de la misma. La remodelación ósea finaliza cuando la zona remodelada conocida como unidad estructural ósea está completamente formada. La superficie queda recubierta por las células de borde. La superficie ya queda en reposo hasta que se vuelva a producir la remodelación en la zona (ver Figura 7).



*Figura 7: Etapas de la remodelación ósea [10]*

El balance óseo consiste en la diferencia entre el hueso destruido y el hueso regenerado por unidad de tiempo. Este balance es positivo en personas de hasta 30 años, se mantiene nulo entre los 30 y los 40, y comienza a ser negativo a partir de entonces. El balance negativo se ve aumentado en mujeres tras la aparición de la menopausia.

Si se forma demasiado tejido nuevo puede provocar un aumento de peso y de grosor en el hueso. Por el contrario, si se destruye demasiado tejido pueden surgir problemas de disminución de densidad ósea y como consecuencia la aparición de osteoporosis o raquitismo (aumento de la flexibilidad del hueso).

### 2.1.4. Propiedades mecánicas del tejido óseo

Como se ha explicado anteriormente, el hueso se compone de una fase inorgánica de sales minerales y de una fase orgánica de colágeno y sustancia fundamental. La fase inorgánica aporta al hueso dureza y rigidez, mientras que la fase orgánica proporciona flexibilidad y elasticidad. Estas dos fases le proporcionan las propiedades necesarias para la realización de las funciones básicas, tanto químicas (homeostasis) como funciones mecánicas de protección de los órganos, sostén, movimiento de los músculos y la transmisión y soporte de fuerzas.

Por tanto, el tejido óseo se caracteriza por su resistencia, elasticidad, viscoelasticidad, tenacidad, resiliencia y dureza. Estas propiedades varían según el tipo de tejido óseo [9] [16].

#### *Resistencia*

La resistencia de un material es la carga que puede soportar antes de romperse. Depende de la deformación que puede soportar el material mientras se aplica una carga y de la energía que es capaz de almacenar. La curva tensión-deformación muestra una representación de la resistencia (ver Figura 8) [16] [17] [8] [15]:

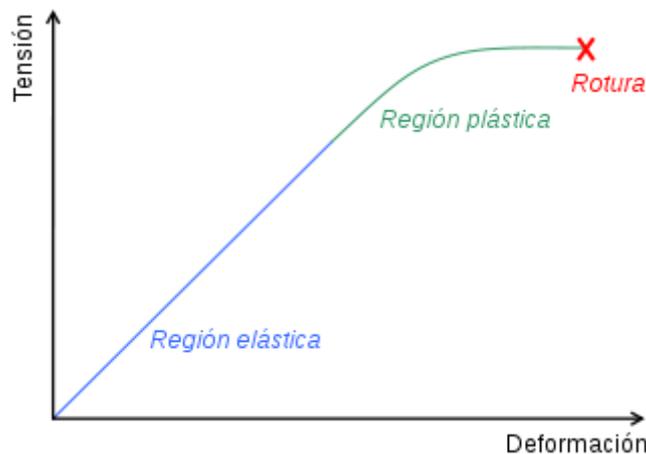


Figura 8: Curva tensión-deformación

La curva tensión-deformación muestra los resultados de un ensayo de tracción en los huesos cortical y trabecular. Se pueden distinguir dos regiones:

- *Región elástica*: En esta zona, si se deja de aplicar la carga el material vuelve a su forma inicial. Se rige por la ley de Hooke:

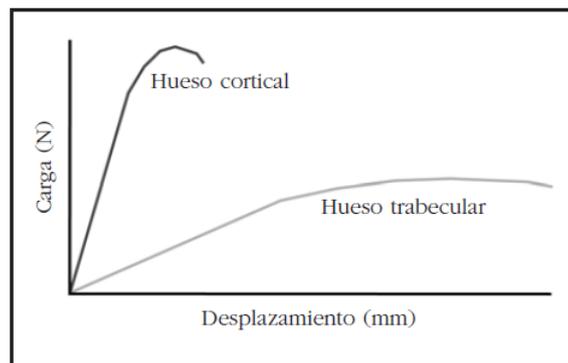
$$\sigma = E \varepsilon \quad (1)$$

donde  $\sigma$  es la tensión aplicada,  $E$  es el módulo de Young y la pendiente de la recta y  $\varepsilon$  es la deformación.

- *Región plástica:* En esta zona si se deja aplicar la carga el material no recupera su forma inicial.

Las dos regiones se ven delimitadas por la tensión límite  $\sigma_{lim}$  a partir de la cual las deformaciones son permanentes.

En la figura 9 se puede comparar las gráficas de tensión-deformación para el hueso cortical y el hueso trabecular:



*Figura 9: Curva tensión-deformación hueso cortical y trabecular [12]*

Se observa como el hueso cortical tiene un mayor módulo de Young frente al trabecular. Esto nos indica que el tejido cortical es capaz de soportar mayores tensiones con menor deformación antes de llegar a la zona plástica que el hueso trabecular. Por el contrario, el tejido trabecular al presentar una curva más aplanada nos indica que es un tejido más flexible y no soporta tanta carga.

El comportamiento del hueso depende de la geometría del mismo y de las diferentes direcciones de aplicación de la carga. Por eso, se considera que los huesos tienen un comportamiento anisótropo aunque para el estudio de los huesos tiende a considerarse su comportamiento isótropo como por ejemplo en [10].

Otro aspecto a tener en cuenta es el porcentaje de humedad del hueso (ver Figura 10).

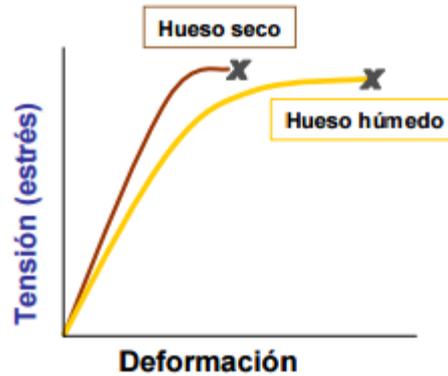


Figura 10: Curva tensión-deformación hueso seco y húmedo [15]

Se considera hueso seco cuando el contenido de agua del tejido es del 10%. Este tipo de tejido contiene un mayor módulo de Young, esto implica que soporta mayores tensiones con una deformación muy pequeña, casi no contiene zona plástica. El hueso seco tiene una ruptura más tardía pero presenta una mayor fragilidad.

Por otro lado, el hueso húmedo (hueso fresco) es más dúctil y presenta mayores deformaciones antes de la fractura. Tiene mayor capacidad de absorción de energía.

### **Viscoelasticidad**

Un material viscoelástico es aquel que al aplicarle una carga recupera parte de la deformación. Describe las características mecánicas de los materiales en función del tiempo. El esfuerzo aplicado es directamente proporcional a la velocidad de deformación pero independiente de la deformación misma [23], [23], [8].

El modelo mecánico del hueso corresponde a un material viscoelástico con componente plástico. La viscosidad facilita al tejido óseo que la deformación sea progresiva y sin mucha resistencia cuando la carga se aplica con una velocidad constante. Cuando la carga se efectúa de forma rápida, se produce mayor rigidez en el tejido óseo (ver Figura 11 y 12).

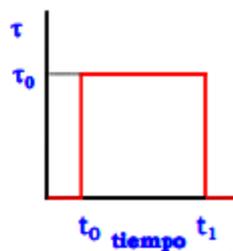


Figura 11: Tensión de cizalladura-tiempo materiales viscoelásticos [23]

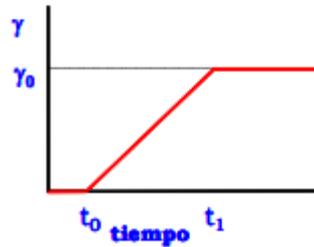


Figura 12: Curva deformación-tiempo materiales viscoelásticos [23]

### Tenacidad y resiliencia

La tenacidad y la resiliencia son dos conceptos que se deben tener en cuenta cuando se habla de energía de deformación [21] [22] [15].

La tenacidad es la energía total absorbida por el material durante todo el proceso de deformación. Corresponde al área bajo la curva tensión-deformación incluyendo la región elástica y plástica. Está directamente relacionada con la resistencia y la ductilidad (ver Figura 13).

La resiliencia es la energía absorbida por un material deformado elásticamente y utiliza esa energía para volver a su forma inicial cuando se elimina la carga. Corresponde al área de la zona elástica bajo la curva tensión-deformación.

El módulo de resiliencia nos permite obtener la energía por unidad de volumen:

$$U = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 \quad (2)$$

Aplicando la ley de Hooke

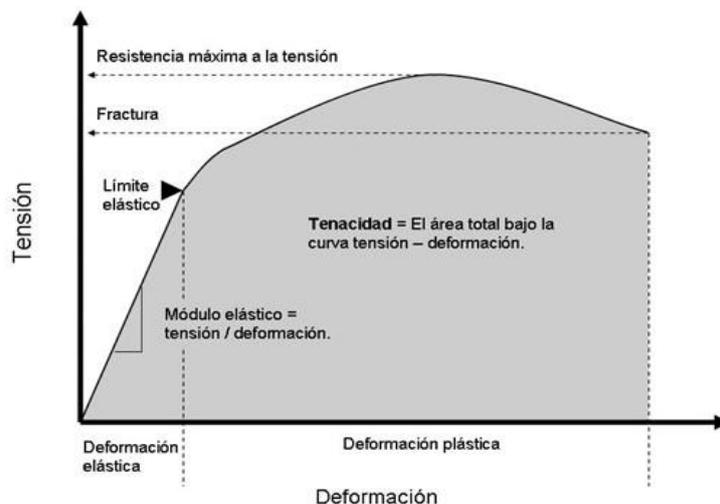


Figura 13: Curva tensión-deformación [16]

## **Fatiga ósea**

El fallo por fatiga se produce cuando a un material se le somete a la acción de una carga cíclica de menor valor que el límite de rotura durante un número de veces o un tiempo determinado (ver Figura 14) [22] [23]:

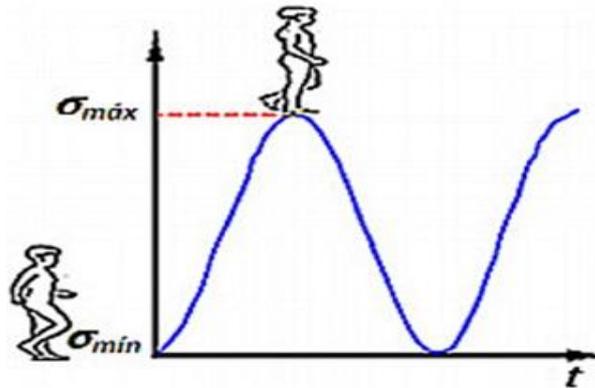


Figura 14: Carga cíclica con el tiempo [16]

Todos los movimientos del esqueleto son cargas cíclicas. Un hueso se encuentra sometido a una carga cíclica cuando el músculo no es capaz de absorber parte de la carga y esta se transfiere al hueso produciendo un daño acumulativo en el hueso que puede provocar pérdida progresiva de fuerza y rigidez.

La fatiga del hueso tiene tres etapas:

- *La formación de grietas:* normalmente la remodelación ósea regenera la zona antes de que se agranden.
- *Grietas en crecimiento:* si la remodelación ósea no ha reparado la zona, las grietas se propagan hasta encontrar un material más débil y cambian de dirección.
- *La fatiga final:* se produce cuando la grieta avanza más rápido que la remodelación y provoca fisuras en el hueso.

Los resultados de un proceso de fatiga se muestran en las curvas de Wöhler en las que se mide la amplitud de la carga variable capaz de soportar en función del número de ciclos al que está sometido.

## **Factores que afectan a las propiedades**

El factor por excelencia del que dependen las propiedades mecánicas es la densidad ósea. Esta a su vez se ve influenciada por la porosidad y la mineralización del material. La porosidad se define como la relación entre el

volumen óseo y el volumen total de tejido. Normalmente se determina sobre la sección transversal del hueso [1] [27] [28].

Para el tejido óseo cortical, la densidad ósea indica cual es la rigidez del hueso.

El módulo de Young se puede calcular en función de la densidad ósea como:

$$E_{cortical} = 2065 \rho^{3.09} \quad (3)$$

Si se aplica el rango de valores en el que se suele encontrar la densidad del hueso cortical, se obtiene la siguiente gráfica (ver Figura 15):

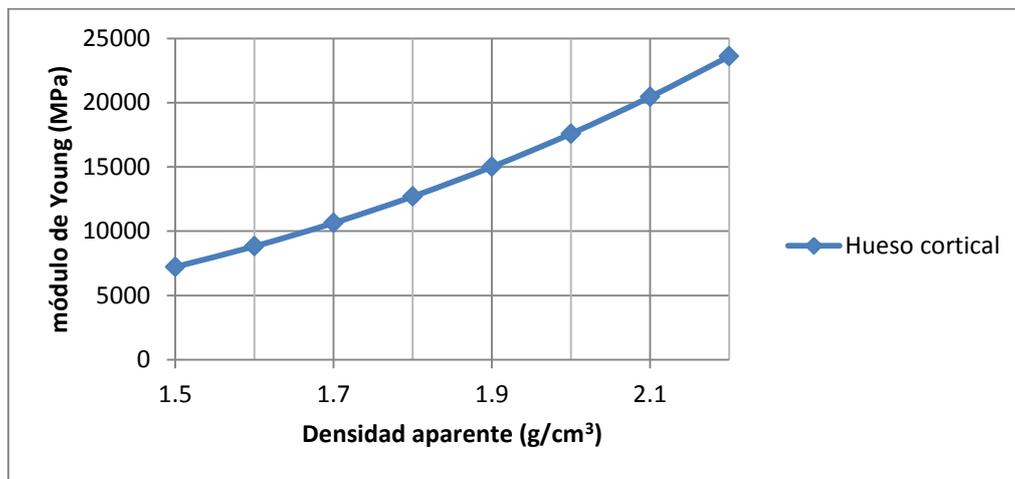


Figura 15: Gráfica módulo de Young-densidad aparente para hueso cortical

Como se puede observar, a mayor densidad ósea mayor es el módulo de elasticidad y por lo tanto también la rigidez del hueso.

Otro factor importante es el grosor y el diámetro del hueso cortical ya que un aumento de alguna provoca un aumento de las propiedades mecánicas del material. Si se considera el hueso como un cuerpo cilíndrico sometido a una carga, la deformación es directamente proporcional a su diámetro. Por otro lado, el grosor del tejido cortical y la cantidad de masa ósea están estrechamente relacionados, de manera que, con masa ósea constante, una variación en su distribución modifica también la resistencia del hueso. La disminución del grosor de la capa cortical puede llevar asociado un aumento del riesgo de fractura.

El hueso cortical sigue un comportamiento anisotrópo debido a la disposición de los conductos de Havers, pero su relevancia mecánica es mucho menor que en el caso del hueso esponjoso.

De la densidad ósea no sólo depende el módulo de Young, también lo hace el límite elástico. La relación entre ellos es la siguiente:

$$\sigma_{lim\ cortical} = 114 \rho^{1.72} \quad (4)$$

Para  $\rho \geq 0.35 \text{ g/cm}^3$ .

En el caso del hueso trabecular, el módulo de Young se puede obtener aplicando la siguiente ecuación:

$$E_{cortical} = 1904 \rho^{1.64} \quad (5)$$

En la figura 16 se muestra la variación del módulo de Young según la densidad aparente:

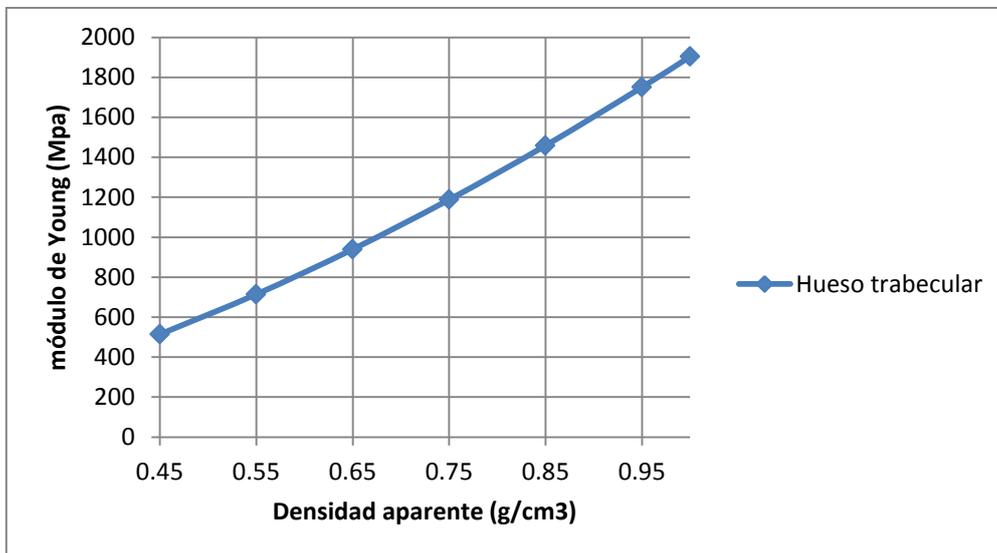


Figura 16: Gráfica módulo de Young-densidad aparente para hueso trabecular

La relación volumétrica ósea trabecular es el cociente entre el volumen de hueso trabecular y el volumen de tejido total: BV/TV también define las propiedades de resistencia del material. Si la fracción de tejido óseo disminuye por debajo del 15%, éste es mucho más propenso a sufrir fracturas. El número de trabéculas y su conectividad también presentan gran importancia ya que las trabéculas se encuentran orientadas en la dirección en la que soportan la carga provocando que el material sea anisótropo y por tanto propenso a sufrir fracturas si se produce una carga en direcciones diferentes a la de orientación. Una resistencia disminuida por un estrechamiento de las trabéculas es reversible con un tratamiento adecuado. Sin embargo, si desaparece la conectividad entre trabéculas, la pérdida de resistencia se vuelve irreversible y no se puede recuperar su elasticidad original.

Por otro lado, el límite elástico para el tejido óseo trabecular se puede calcular como:

$$\sigma_{\text{lim trabecular}} = 102 \rho^{1.5} \quad (6)$$

Para  $\rho \leq 0.6 \text{ g/cm}^3$ .

### 2.1.5. Caracterización del material óseo

El material óseo es un material muy distinto a cualquier otro tratado por la mecánica clásica. Su estructura es heterogénea y anisótropa y sus propiedades mecánicas varían no sólo entre distintos individuos, sino para un mismo individuo el hueso es capaz de evolucionar modificando sus propiedades según las direcciones de concentración de la carga [25] [19] [16].

El hueso es capaz de regenerarse en caso de fractura o por el contrario alterar sus propiedades mecánicas ante procesos patológicos graves o simplemente con la edad.

A pesar de su complejidad, el estudio de su comportamiento es fundamental a la hora de estudiar las prótesis ya que su comportamiento al recibir la carga debe ser similar a un hueso real.

Como se ha explicado en la composición del hueso, sus materiales hacen que el hueso sea una estructura rígida y blanda al mismo tiempo.

Para analizar las propiedades del hueso, es necesario estudiar el tejido óseo cortical y el tejido óseo esponjoso por separado.

En los últimos años, se han desarrollado varios trabajos de investigación del estudio de la anisotropía del hueso a través del método de elementos finitos o técnicas experimentales como ensayos de tracción, compresión y ultrasonidos.

En general el comportamiento del hueso es viscoelástico y no lineal, pero para no complicar el problema, la mayoría de los estudios de biomecánica consideran al hueso un material elástico, por lo que se puede considerar que su comportamiento vendrá determinado por la ley de Hooke:

$$[\sigma] = C [\varepsilon] \quad (7)$$

Donde  $[\sigma]$  corresponde al vector de tensión y  $[\varepsilon]$  es el vector deformación. Sus componentes son:

$$[\sigma] = [\sigma_{11} \sigma_{22} \sigma_{33} \tau_{23} \tau_{13} \tau_{12}]$$

$$[\varepsilon] = [\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} \varepsilon_{23} \varepsilon_{13} \varepsilon_{12}]$$

$C$  es la matriz de rigidez del material de dimensión 6x6.

La matriz de rigidez se conforma de 36 componentes. Según el grado de anisotropía del hueso existirán en la matriz de rigidez elementos distintos de cero y linealmente independientes.

Un material totalmente anisótropo contiene 21 elementos distintos ya que la matriz de rigidez es simétrica [ $C_{ij} = C_{ji}$ ] en virtud de que, por la simplificación adoptada, los procesos de carga-deformación son fenómenos conservativos. (Teorema de reciprocidad de Maxwell-Betti de resistencia de materiales).

Cuanto más planos con menor comportamiento elástico, mayor es la anisotropía, por lo que si un hueso define algún tipo de simetría elástica, muchos de los elementos de la matriz de rigidez quedan anulados y otros son combinación lineal de los ya existentes.

Si el material presenta simetría elástica en todas las direcciones (material isotropo), la matriz de rigidez queda reducida a 2 constantes independientes que son función del módulo de Young y el coeficiente de Poisson.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Los materiales pueden presentar varias situaciones intermedias como es el caso de los materiales ortótropos, que contienen 3 planos de simetría elástica y la matriz de rigidez queda con 9 constantes independientes entre sí pero que se componen del módulo de Young y del coeficiente de Poisson según la dirección.  $E_x, E_y, E_z, \nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}$ .

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Otro caso es el material que presenta isotropía transversal. Este tipo presenta un eje de simetría elástica y su matriz de rigidez contiene 5 constantes independientes que dependen de los Módulos de Young y del coeficiente de Poisson según las distintas direcciones:

$$E_x = E_y, E_z, \nu_{xy}, \nu_{xz} = \nu_{yz}, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}. \quad (10)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Como se ha explicado antes, es necesario distinguir los dos tipos de tejido óseo ya que su comportamiento ante los diferentes estados de carga a los que se ve sometido el hueso es distinto.

La simetría elástica de un material viene determinada en gran medida por la simetría de su estructura.

En un principio, el hueso cortical no se comporta como un material isótropo, sus propiedades mecánicas van a depender de la dirección considerada. En huesos largos como la tibia o el fémur, la dirección longitudinal del hueso presenta mayores propiedades que las direcciones transversales como consecuencia de la orientación de los canales de Havers a lo largo del hueso. Por eso parece que al considerar que el comportamiento es isótropo transversal no es tan grande el error.

En cuanto al hueso trabecular, al tener una estructura mucho más compleja que el hueso cortical por las heterogeneidades que presenta según las partes del hueso que presenta, por ejemplo, la zona de la epífisis puede ser una zona fuertemente anisótropa, con un comportamiento similar al hueso cortical debido a la orientación que presentan las trabéculas. Sin embargo, existen zonas del hueso donde la dirección de las trabéculas es aleatoria y por lo tanto se puede considerar el material isótropo. En general, la isotropía de la zona esponjosa dependerá de los esfuerzos que actúan en cada zona, ya que son los que determinan la orientación de las trabéculas (Ley de Wolff). Cuando los esfuerzos son axiales, existirá simetría cilíndrica en la estructura y el material presentará isotropía transversal.

Esta variabilidad del hueso trabecular ha dado lugar a distintos criterios cuando se representa el comportamiento en estudios. El hecho de considerar un

material como isótropo cuando realmente se trata de un material ortótropo puede dar lugar a errores.

En nuestro estudio se considerará el hueso cortical y trabecular materiales con un comportamiento elástico lineal, es decir, totalmente isótropos con el fin de simplificar el estudio.

### 2.1.6. Criterios de fractura

El hueso en general se encuentra sometido a cargas combinadas de tracción, compresión, flexión o torsión. Realizando diferentes ensayos, se ha demostrado como el hueso tiene distintos comportamientos según la aplicación de la carga. Existen varios criterios que dependiendo del comportamiento del material produce un resultado más exacto a la realidad o no [25].

#### *Criterio de Von Mises*

Se aplica a materiales isótropos ya que presentan el comportamiento simétrico a tracción y compresión. Viene dado por la siguiente ecuación:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{lim}^2 \quad (12)$$

Donde  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  son las tensiones principales.

$\sigma_{lim}$  es el límite elástico a tracción y a compresión. Se obtiene con las ecuaciones (4) y (6).

Si se considera un hueso con isotropía transversal, se puede aplicar los siguientes criterios considerando el sistema de referencia indicado en la figura 17:

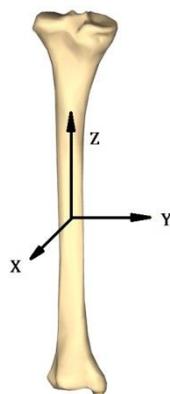


Figura 17: Sistema referencia de la tibia [31]

### **Criterio de Hill**

Si se considera un material anisótropo con el sistema de referencia de la figura anterior, la ecuación que indica la rotura es:

$$F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (13)$$

$F, G, H, L, M, N$  son constantes obtenidas empíricamente.

Si el material tiene isotropía transversal con el plano de simetría  $XY$  y la actuación de fuerzas y pares solo se produce en el eje  $Z$ , la ecuación se reduce a:

$$2G\sigma_z^2 + 4L\tau_{yz}^2 = 1 \quad (14)$$

### **Criterio de Tsai y Wu**

Si se tiene un material anisótropo con el sistema de referencia de la figura 17, la ecuación que indica la rotura es:

$$F_i + F_{ij}\sigma_i\sigma_j = 1 \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (15)$$

Donde  $F_i$  y  $F_{ij}$  se obtienen empíricamente. Como en el criterio anterior, se puede calcular cuando el material presenta isotropía transversal en el plano  $XY$ :

$$F_Z\sigma_Z + F_Z\sigma_Z^2 + F_{SS}\tau_{XZ}^2 = 1 \quad (16)$$

### **Criterio de Raghava y Robert**

Este criterio no tiene en cuenta la anisotropía del material, pero distingue entre tracción y compresión.

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 2(C - T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 2CT \quad (17)$$

Donde  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  son las tensiones principales,  $C$  y  $T$  son los valores absolutos de la tensión de fluencia a compresión y tracción, respectivamente.

Si se considera un estado de tensión plano, la relación se reduce a:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 + (C - T)(\sigma_1 + \sigma_2) = CT \quad (18)$$

Para analizar la viabilidad de los criterios, se han realizado ensayos en huesos de tibia de una población de edades entre 40 y 50 años. A partir de los resultados que se obtuvieron, se comprueba como el método de Von Mises y

Raghava y Robert se alejan del comportamiento real al suponer que el material es isótropo. Sin embargo, los criterios de Hill y Tsai y Wu representan mejor el comportamiento real. Los coeficientes tienen en cuenta el comportamiento anisótropo del hueso. Estos coeficientes se demostraron empíricamente. En la siguiente tabla se recogen los valores:

**Tabla1: Valores de las constantes para cada criterio de fractura**

TSAI Y WU			HILL			RAGHAVA Y ROBERT		VON MISES	
$F_Z$	$F_{ZZ}$	$F_{SS}$	$G_{TRAC}$	$G_{COMP}$	$L$	$C$	$T$	$\sigma_{lim\ cortical}$	$\sigma_{lim\ trabecular}$
$m^2/N$	$m^4/N^2$	$m^4/N^2$	$m^4/N^2$	$m^4/N^2$	$m^4/N^2$	MPa	MPa	MPa	MPa
2.26e-3	4.34e-5	3.56e-4	3.05e-5	1.54e-5	8.9E-5	128	180	343.784	30.74

## 2.2. La tibia

La tibia es un hueso medial, se encuentra en la parte inferior de la pierna. Por encima forma parte de la articulación de la rodilla y en su extremo inferior pertenece a la articulación del tobillo. Su función es soportar el peso de la pierna y permite el movimiento de los dedos a partir de los tendones y músculos que están insertados en ella.

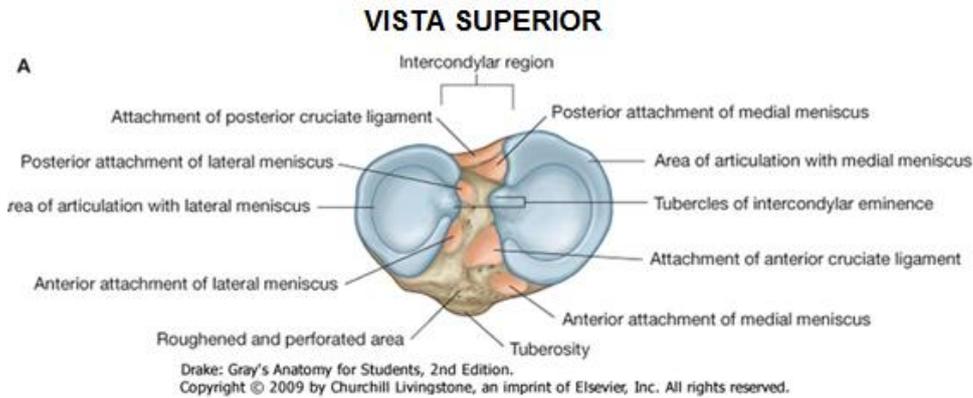
### 2.2.1. Partes de la tibia

La tibia al ser un hueso largo, puede dividirse en una parte central llamada diáfisis y dos extremidades separadas por una zona llamada metáfisis (zona de crecimiento de los huesos) [14].

#### *Epífisis proximal o superior*

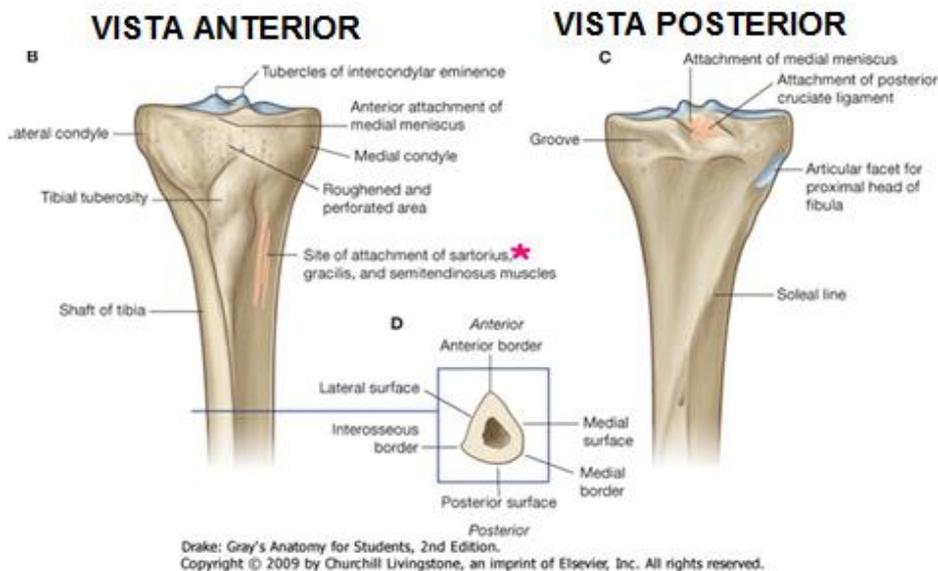
Es la parte más voluminosa de la tibia. Forma parte de la articulación de la rodilla junto con el fémur y el peroné. Contiene un cóndilo medial y un cóndilo lateral que tienen una hendidura cóncava en el centro y por los bordes están aplanados formando una “meseta tibial” que se extienden en el plano transversal sobresaliendo de la diáfisis para soportar el peso. Las superficies superiores de ambos cóndilos son articulares y se encuentran separadas por una estrecha región intercondílea que contiene zonas que permiten la inserción de ligamentos cruzados y meniscos (cartílagos interarticulares) de la articulación de la rodilla. El cóndilo medial es mayor que el lateral y está mejor apoyado sobre la diáfisis, se articula con el cóndilo medial del fémur. El cóndilo

lateral se articula con el cóndilo lateral del fémur. Por debajo de la superficie del cóndilo lateral existe una carilla articular clara para articularse con la cabeza proximal del peroné (ver Figura 18).



*Figura 18: 1 Vista superior de la epífisis proximal de la tibia [20]*

Por debajo de los cóndilos en la parte proximal de la diáfisis hay una gran tuberosidad tibial y unas rugosidades que permiten la inserción de músculos y ligamentos. La tuberosidad tibial constituye la zona de inserción del ligamento rotuliano que es una continuación del tendón del cuádriceps femoral por debajo de la rótula (ver Figura 19).



*Figura 19: B) Vista frontal y C) vista posterior de la epífisis proximal de la tibia y D) vista transversal diáfisis [20]*

## *Diáfisis*

La diáfisis de la tibia se expande en los extremos superior e inferior para soportar el peso del cuerpo en las articulaciones de la rodilla y del tobillo. Se caracteriza por tener una sección transversal triangular, tres superficies, y tres bordes (ver Figura 19).

Los tres bordes son:

- *Borde anterior*: es agudo y desciende desde la tuberosidad tibial, donde se continúa a nivel superior con una cresta que pasa a lo largo del borde lateral de la tuberosidad y hacia el cóndilo lateral.
- *Borde interóseo*: es una suave cresta vertical que desciende a lo largo de la cara lateral de la tibia desde la región del hueso anterior e inferior a la carilla articular para la cabeza del peroné.
- *Borde medial*: es poco definido a nivel superior, donde comienza en el extremo anterior del surco en la superficie posterior del cóndilo tibial medial, pero está afilado en la mitad de la diáfisis.

Las tres superficies son:

- *Superficie medial*: se encuentra entre los bordes anterior y posterior. Es lisa y subcutánea, tiene una leve elevación alargada y ligeramente rugosa. Esta elevación es la zona de inserción combinada de tres músculos (sartorio, grácil y semitendinoso), que descienden desde el muslo.
- *Superficie posterior*: se encuentra entre los bordes interóseo y medial, es más ancha a nivel superior, donde se cruza por una línea oblicua rugosa (línea del músculo sóleo).
- *Superficie lateral*: se sitúa entre los bordes anterior e interóseo, es lisa y no tiene características especiales.

## *Extremo distal*

El extremo distal de la tibia tiene forma de caja rectangular, con una protuberancia ósea en el lado medial llamada maléolo medial. La parte superior de la caja se continúa con la diáfisis de la tibia, mientras que la superficie inferior y el maléolo medial se articulan con uno de los huesos del tarso (astrágalo) para formar una gran parte de la articulación del tobillo.

La superficie posterior del extremo distal en forma de caja de la tibia está delimitada por un surco vertical que continúa en sentido inferior y medial hacia la superficie posterior del maléolo medial. El surco es para el tendón del músculo tibial posterior.

La superficie lateral del extremo distal de la tibia está ocupada por una escotadura triangular profunda (la escotadura peronea), a la cual se ancla la cabeza distal del peroné mediante una parte engrosada de la membrana interósea (ver Figura 20).

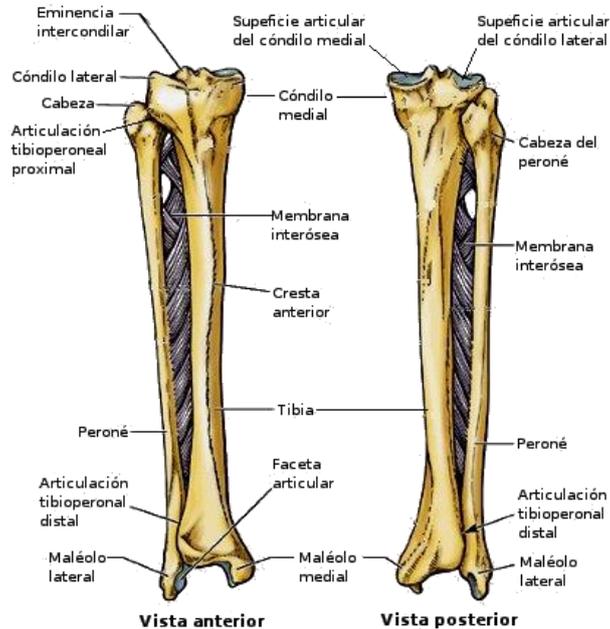


Figura 20: Vista frontal de la tibia [20]

### 2.2.2. Inserción de músculos en la tibia

La tibia sirve de alojamiento a muchos músculos, ligamentos y tendones de las extremidades inferiores que dan lugar a fuerzas y momentos sobre el hueso durante la realización de actividades diarias, provocando tensiones y deformaciones que se analizan en este documento [14] [15].

Dichos músculos se pueden dividir en:

**Músculos ventrales:** se compone del músculo tibial anterior, extensor largo de los dedos, músculo peroneo tercero y del músculo extensor largo del dedo gordo. Su origen se encuentra en la epífisis superior de la tibia y del peroné, recorre toda la tibia hasta llegar a los huesos del pie. Este conjunto de músculos permite los movimientos de flexión dorsal del pie y de los dedos en la articulación del tobillo. Extienden los dedos e invierten el pie. El músculo tibial anterior se origina de los dos tercios superiores de la superficie lateral de la diáfisis de la tibia y de la superficie adyacente de la membrana interósea. El extensor largo de los dedos se origina en la mitad superior de la superficie medial del peroné. El extensor largo del dedo gordo comienza en la mitad media de la superficie medial del peroneo y la membrana interósea adyacente. El tercer peroneo se origina en la superficie medial del peroné debajo del comienzo del músculo extensor largo de los dedos (ver Figura 21).

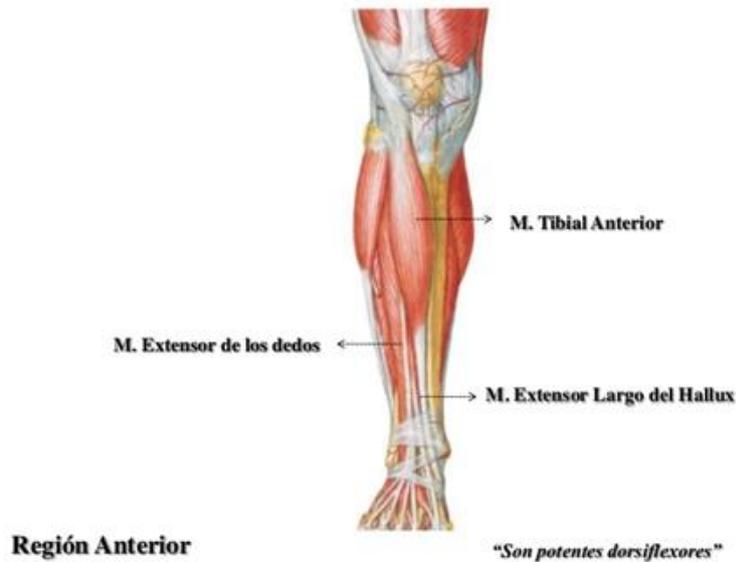


Figura 21: Conjunto de músculos ventrales [23]

**Músculos laterales:** Se compone del músculo peroneo corto y del músculo peroneo largo. El peroneo corto se origina en los dos tercios inferiores de la diáfisis del peroné. El peroneo largo se origina en el compartimento lateral de la pierna pero su tendón cruza por debajo del pie para insertarse en los huesos de la cara medial (ver Figura 22).

**Músculos dorsales:** Se organizan en dos grupos separados por una capa de fascia profunda (ver Figura 22).

- **Grupo superficial:** se compone de los gemelos o gastrocnemios, el músculo plantar y músculo sóleo. Se insertan en el talón del pie y permiten la flexión plantar del mismo en la articulación del tobillo. Son grandes y potentes porque impulsan el cuerpo hacia adelante durante el ciclo de marcha y pueden elevar el cuerpo. El gemelo se origina en dos cabezas que comienzan en el cóndilo femoral. El músculo plantar se origina en la cresta supracondílea lateral del fémur. El músculo sóleo se inserta en en los extremos proximales del peroné y la tibia. El gastrocnemio y el plantar también pueden flexionar la rodilla.
- **Grupo profundo:** se compone del poplíteo, músculo tibial posterior, músculo flexor largo del dedo gordo, músculo flexor largo de los dedos. El músculo poplíteo actúa sobre la rodilla, desbloquea la rodilla extendida al comienzo de la marcha. Los otros músculos actúan principalmente sobre el pie. El músculo flexor largo del dedo gordo se origina en la cara lateral del compartimento posterior de la pierna. El músculo flexor largo de los dedos comienza en la cara medial del compartimento posterior de la pierna. La tibia posterior comienza en la membrana interósea y en las superficies posteriores adyacentes de la tibia y el peroné.

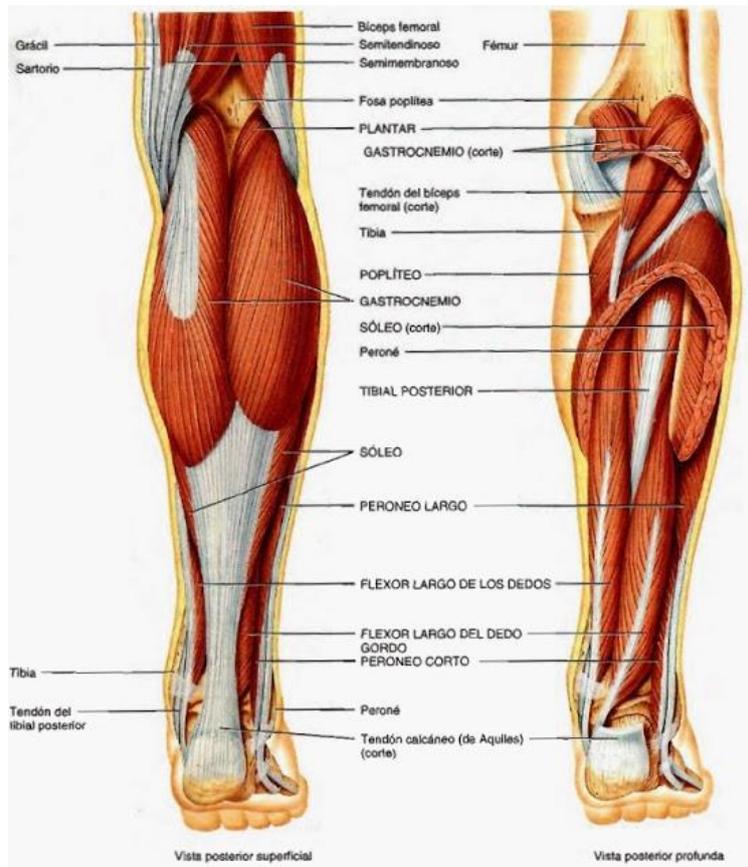


Figura 22: Conjunto de músculos superficial y profundo [22]

### 2.2.3. Estados de carga sobre la tibia

Existen muchos estados de carga donde la tibia se ve sometida a esfuerzos, como son subir y bajar escaleras, ciclo de marcha normal, diferentes ciclos de marcha, sentarse, levantarse, etc. En el presente estudio, los estados de carga a los que se ha sometido la tibia corresponden a [14] [15] [16] [5]:

- Ciclo de marcha normal (pasos alternos).
- Ciclo de marcha con pasos cruzados.

El estudio de los estados de carga sobre la tibia durante las actividades diarias permite hallar imprevistos muy relevantes en el diseño de implantes de hueso y prótesis tanto externas como internas.

Para poder analizar los dos ciclos de marcha, se debe tener en cuenta los planos de análisis del cuerpo (ver Figura 23):

- *Sagital*: podría considerarse plano de simetría, ya que divide el cuerpo en mitad derecha e izquierda, aunque el cuerpo humano no es totalmente simétrico.
- *Frontal*: separa el cuerpo en mitad anterior y mitad posterior.
- *Transversal*: divide el cuerpo en la parte superior e inferior.

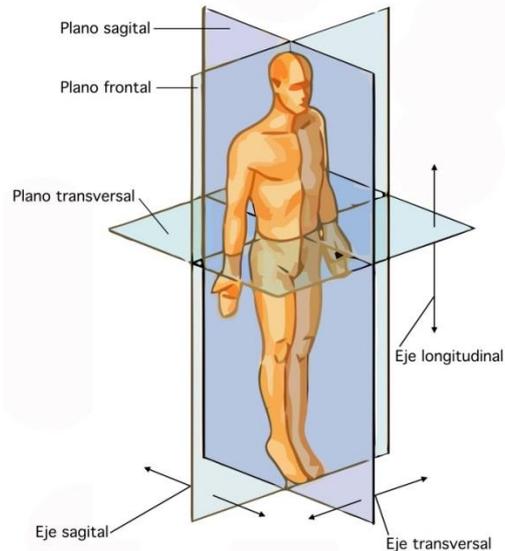


Figura 23: Planos de referencia [14]

### ***Ciclo de marcha normal***

La marcha humana supone la integración de los movimientos de todas las articulaciones que aparecen en la extremidad inferior para poner el pie sobre el suelo y mover el cuerpo sobre ese pie. Esto implica un desplazamiento del centro de gravedad del cuerpo.

Muchas de las características de las extremidades inferiores contribuyen a disminuir los desplazamientos del centro de gravedad con el fin de reducir la cantidad de energía necesaria para mantener una marcha suave y eficaz.

El ciclo de marcha se puede dividir en dos fases: La fase de apoyo comprende el porcentaje de marcha en el que uno de los pies está en contacto con el suelo. La fase de balanceo comienza inmediatamente después cuando el pie ya no toca el suelo (ver Figura 24).

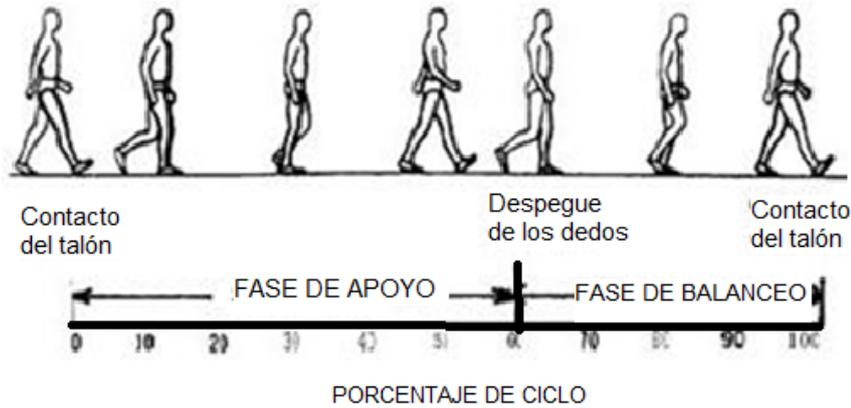


Figura 24: Fases del ciclo de marcha [15]

Durante la marcha, mientras un pie se encuentra en fase de apoyo el otro está en la fase de balanceo, a este periodo se le conoce como apoyo sencillo. Existe un momento durante el ciclo de marcha donde los dos pies se encuentran apoyados en el suelo: doble apoyo. Esto ocurre cuando el pie apoyado se encuentra en el momento final de la fase de apoyo y el otro en la fase final de balanceo. Dura un 20% del ciclo. La duración de los periodos depende de la velocidad de la marcha (ver Figura 25).

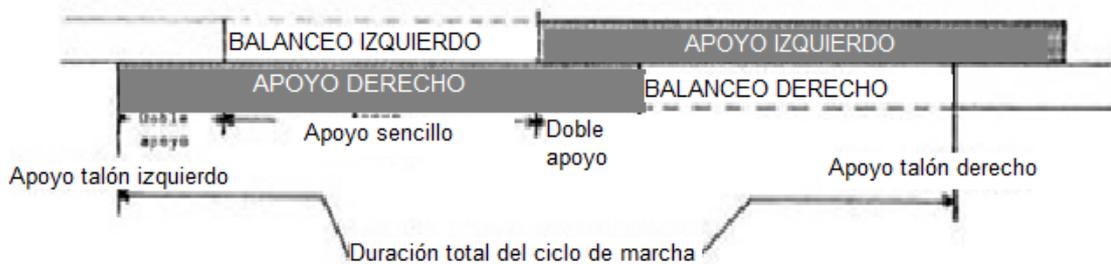


Figura 25: Apoyo sencillo y doble apoyo [16]

## Fase de apoyo

La fase de apoyo consume un 60% del ciclo de marcha a una velocidad normal. Se puede subdividir en 5 momentos o subfases:

- *Contacto del talón*: Comienza el ciclo cuando el talón de la pierna de referencia toca el suelo.
- *Apoyo plantar*: Corresponde al momento cuando la parte anterior del pie hace contacto con el suelo.

- *Apoyo medio*: Ocurre cuando el trocánter mayor se alinea verticalmente con el centro del pie visto desde el plano sagital.
- *Elevación del talón*: El talón del pie apoyado se eleva del suelo.
- *Despegue del pie*: Ocurre cuando el pie queda totalmente elevado y pasa a la fase de balanceo.

### Fase de balanceo

La fase de balanceo dura 40% del ciclo de marcha a una velocidad normal. Se divide en tres intervalos que cada uno dura un tercio de la fase de balanceo.

- *Aceleración*: Inmediatamente después de la etapa de despegue del pie del suelo, la pierna adopta una rápida aceleración.
- *Balance medio*: La pierna balanceada se adelanta a la pierna que se encuentra en fase de apoyo.
- *Desaceleración*: Supone el final de la fase de balanceo. El talón del pie toca el suelo.

### Movimiento del Centro de Gravedad

El centro de gravedad del cuerpo humano se sitúa en el centro de la cadera. La línea de gravedad es la vertical que une el centro de gravedad con el suelo. En la figura 26 se puede observar como la articulación de la rodilla y el tobillo quedan por detrás de la línea de gravedad (ver Figura 26).



Figura 26: Posición centro de gravedad [27]

Las leyes de la mecánica explican que cuando un cuerpo se mueve con un movimiento rectilíneo, su gasto másico es mínimo. Este tipo de movimiento hace que el centro de gravedad no se desvíe ni verticalmente ni horizontalmente.

Los movimientos de las articulaciones impiden el movimiento en línea recta, pero se colocan de tal forma que el gasto energético sea el mínimo. La conjunción de los movimientos de cadera, rodilla y tobillo hace que el centro de gravedad se desplace de manera rítmica con un desplazamiento de aproximadamente 5 cm en las dos direcciones (ver Figura 27 y Figura 28).

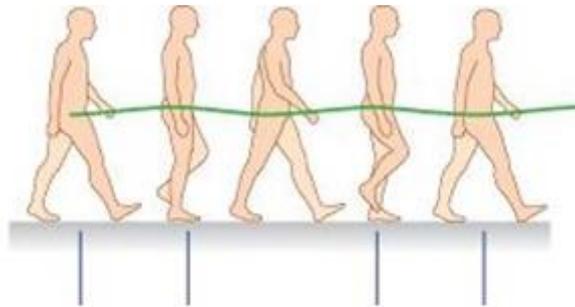


Figura 27: Desplazamiento vertical del centro de gravedad [27]

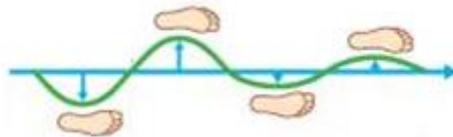


Figura 28: Desplazamiento lateral del centro de gravedad [27]

Algunos de los determinantes de la marcha son:

- *Inclinación pélvica en el plano coronal o frontal:* Tiene una inclinación máxima de 5 grados. La pelvis desciende alternativamente alrededor de la articulación de la cadera (unión fémur-pélvis). Esto implica una reducción de la elevación del centro de gravedad (ver Figura 29).

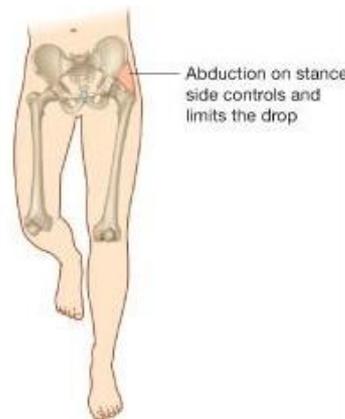


Figura 29: Inclinación pélvica en el plano frontal [27]

- **Rotación pélvica en el plano transversal:** Se produce en el plano transversal, rota unos 8 grados en la pierna que se encuentra en la fase de balanceo (4 grados cada lado de la línea central). Permite pasos más largos sin bajar el centro de gravedad. Reduce el desplazamiento vertical (ver Figura 30).

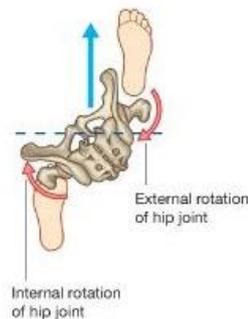


Figura 30: Rotación pélvica en el plano transversal [27]

- **Movimiento de las rodillas hacia la línea media (aducción de la cadera):** Minimiza el desplazamiento lateral del centro de gravedad. El ancho de la base de sustentación consiste en la distancia que separa las dos líneas que van a través de los sucesivos puntos medios de la fase de apoyo de cada pie. Suele tener un valor entre 5 y 10 cm. Reduce el desplazamiento horizontal (ver Figura 31).

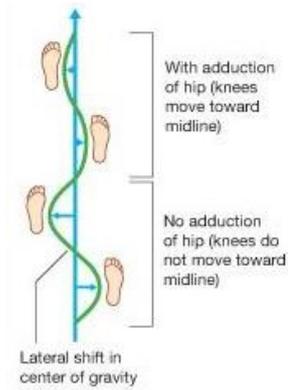


Figura 31: Movimiento de las rodillas hacia la línea media [27]

- **Flexión de las rodillas durante la fase de apoyo:** Se produce cuando el talón toca el suelo. Ayuda a acortar la línea del centro de gravedad y reduce el desplazamiento vertical cuando se produce el ciclo de marcha (ver Figura 32).



Figura 32: Flexión de las rodillas durante la fase de apoyo [27]

Existen dos métodos de estudio del ciclo de marcha:

- **Cinemática:** consiste en el estudio de los movimientos (grados de flexión) de las articulaciones por separado. En la figura 33 se puede apreciar la variación angular del centro de gravedad según el movimiento de la cadera, la rodilla y el tobillo.

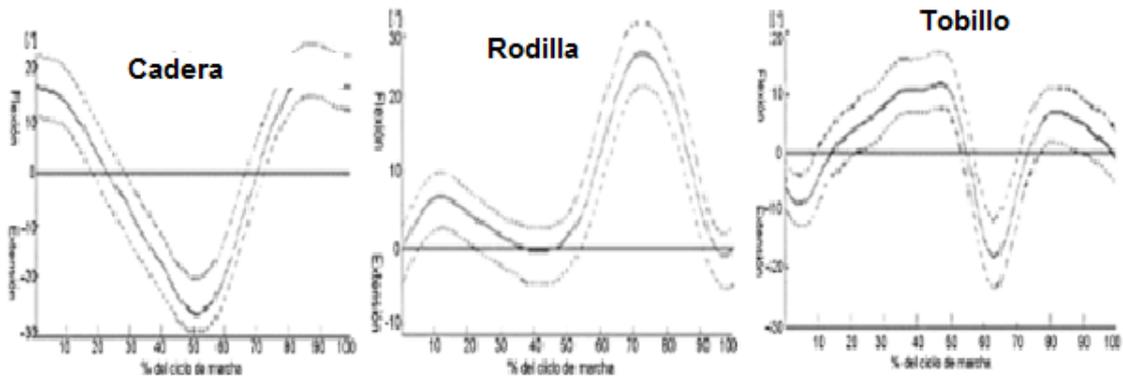


Figura 33: Variación angular del centro de gravedad según el movimiento de la cadera, rodilla y tobillo [30]

- **Cinética:** se analiza la resultante de las fuerzas externas e internas a medida que se va desarrollando el ciclo.

Para estudiar el comportamiento de la tibia en el ciclo de marcha interesa conocer el análisis cinético.

Las fuerzas que aparecen durante el ciclo de marcha se deben principalmente a: las fuerzas externas y las fuerzas internas.

Dentro del grupo de las fuerzas externas se encuentra la resultante del suelo, que va rotando su posición a medida que se va apoyando más el pie y el peso va creciendo. Se produce la rotación de la pierna hasta que llega a la fase de balanceo y la reacción desaparece (ver Figura 34).

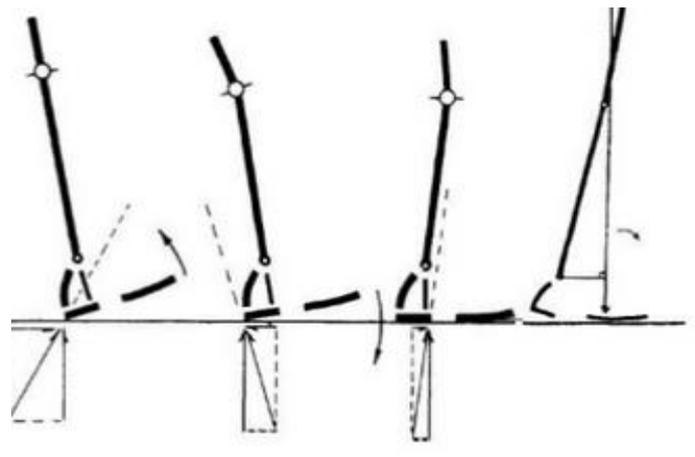


Figura 34: Avance de la reacción del suelo en la fase de apoyo [23]

Las fuerzas internas se deben a los grupos musculares. Para la articulación del tobillo, la activación de los tres dorsiflexores primarios del tobillo son los que provocan su movimiento siendo su valor más alto al comienzo de la fase de apoyo. Para la articulación de la rodilla, los cuádriceps, gastrocnemio y los

isquiotibiales permiten su rotación durante la marcha. Por último, para la articulación de la cadera, los glúteos, isquiotibiales, psoas y el aductor largo son los que regulan su movimiento.

### ***Ciclo de marcha con pasos cruzados***

Se diferencia del ciclo de marcha normal en que en cada paso los pies tienden a la línea media. Existe una marcha patológica llamada marcha en tijeras. Se produce cuando los dorsiflexores del tobillo están débiles y los pies rascan el suelo. Se generan pasos cortos que requieren mucho esfuerzo. Las causas más comunes son la espondilosis cervical y el infarto lacunar (demencia multiinfarto). Este tipo de marcha se caracteriza porque específicamente las rodillas se juntan y la pierna va hacia fuera (como tijeras), es una marcha muy compleja porque en el momento de dar el paso los pies tienden a juntarse, este tipo de situación tiene una forma de corregirse mediante cirugía.

## **2.3. Método de los Elementos Finitos**

El método de elementos finitos consiste en el estudio del comportamiento elástico que presenta un sólido rígido a partir de la discretización del mismo en subdominios llamados elementos, que se caracterizan por tener una geometría más sencilla y por tener propiedades particulares. Estos elementos están delimitados por unos puntos de unión llamados nodos. La solución del problema completo se obtiene a partir del ensamblaje de los elementos [31] [32].

Este método nos proporciona una solución aproximada válida y no la solución exacta.

En un problema de estudio de elasticidad, se debe tener en cuenta algunas variables en las tres direcciones de los ejes como son la tensión, las propiedades del material y la deformación que va a sufrir el sólido. Como se ha explicado anteriormente se relacionan con la ley de Hooke descrita en la ecuación (7).

En este caso, la matriz de propiedades  $C$  pertenece a un material isótropo con lo que tiene la siguiente forma:

$$C = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (19)$$

Donde  $\lambda$  y  $G$  son constantes dependientes del coeficiente de Poisson y el módulo de Young. Para realizar el estudio, se debe seguir el principio de la energía potencial total mínima que indica que en un sólido elástico, de todos los campos de desplazamiento cinemáticamente admisibles, aquellos correspondientes al equilibrio hacen extremo el valor de la energía potencial total. (quiere decir: existen muchos campos de desplazamiento pero sólo es válido el campo que haga que la energía potencial total sea mínima).

La energía potencial total de un sólido elástico se calcula como:

$$\Pi = U + V \quad (20)$$

Donde  $U$  es la energía potencial de las fuerzas internas y  $V$  es la energía potencial de las fuerzas exteriores.

Por tanto, el principio de energía potencial mínima es:

$$\delta\Pi = 0 \quad (21)$$

Si el extremo es un mínimo, entonces el equilibrio es estable.

Como se ha explicado anteriormente, el MEF se basa en subdividir el sólido en elementos con sus propiedades específicas.

Para sistematizar la implementación del MEF, es conveniente realizar para cada elemento un cambio de sistema de coordenadas. Para ello, se utiliza las funciones de mapeo y de forma. Estas funciones permiten definir el comportamiento de cada elemento en función de sus nodos.

Aplicando el principio de energía potencial mínima al método de elementos finitos se obtiene:

$$KD = T + P = F \quad (22)$$

Donde  $K$  es la matriz de rigidez global, contiene todas las propiedades del sólido. Es una matriz singular y por tanto irresoluble.

$D$  es la matriz global de desplazamientos.

$F$  es la suma de las fuerzas exteriores que se aplican al sólido.

Para poder resolver este problema, es necesario imponer las condiciones de contorno en el movimiento para que el sólido no se desplace en la dirección de las fuerzas resultantes. Por lo que el sistema a resolver es el sistema reducido más sencillo cuya matriz de rigidez no es singular.

$$K^{red}D^{red} = F^{red} \quad (23)$$

Por tanto, para desarrollar un problema de elementos finitos:

- Dividir el modelo planteado en elementos. Elegir la geometría y el tamaño más acorde y que dé mejores resultados.
- Seleccionar las funciones de interpolación o modelo de desplazamiento más adecuado para que satisfaga los criterios de convergencia.
- Calcular las matrices de rigidez y los desplazamientos de los elementos.
- Ensamblar las ecuaciones de los elementos.
- Resolver los desplazamientos desconocidos:

$$D^{red} = K^{red^{-1}}F^{red} \quad (24)$$

- Calcular las tensiones y deformaciones utilizando la ley de Hooke.

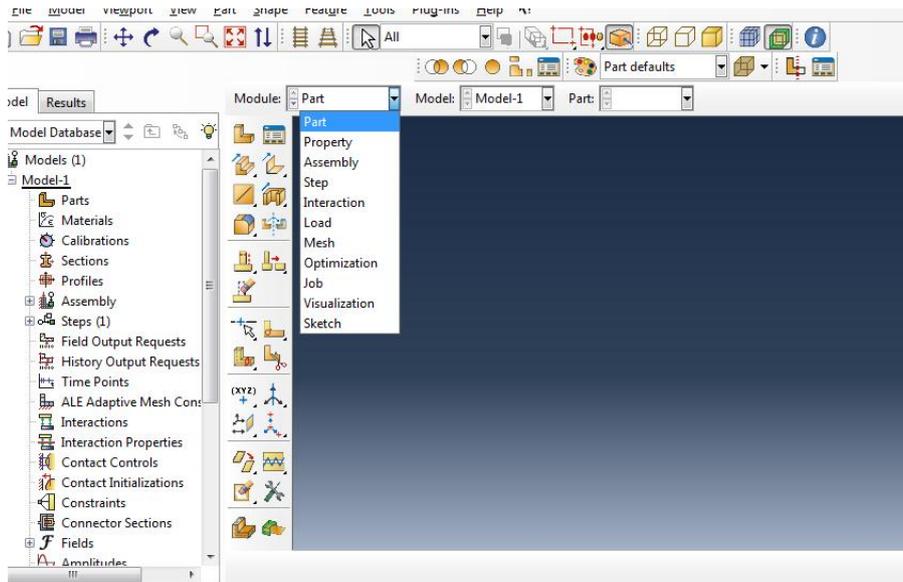
### **2.3.1. Introducción a ABAQUS**

ABAQUS es el programa informático elegido para realizar el estudio realizado en el presente trabajo. Esta aplicación desarrollada en 1978, permite resolver problemas de diferente naturaleza por el método de elementos finitos mediante la implementación del código que lleva asociado. Su gran versatilidad permite resolver problemas estructurales, de mecánica de fractura, mecánica de fluidos, transferencia de calor, etc. [35] [41].

ABAQUS está formado por cuatro productos de software:

- ABAQUS/Standard: destinado a la resolución de problemas generales mediante un método implícito.
- ABAQUS/Explicit: resuelve problemas dinámicos aplicando un método de cálculo explícito.
- ABAQUS/CAE: módulo mediante el cual se crean modelos definiendo las características del problema como material o cargas.
- ABAQUS/Viewer: módulo de visualización de los resultados.

Para resolver un problema en ABAQUS se debe pasar por las tres etapas mencionadas con anterioridad. Para introducir los datos del preproceso, los datos de entrada necesarios en el programa, se pueden seguir dos métodos. El primero de ellos consisten en introducirlos de forma interactiva usando el módulo ABAQUS/CAE, el cual guía al usuario por las diferentes apartados (ver desplegable de la Figura 35) para obtener todos los datos necesarios y, posteriormente, generar un archivo de texto denominado “input file”.



*Figura 35: Pantalla principal del programa ABAQUS*

El segundo método se basa en la creación del mencionado archivo de datos (“input file”) por parte del usuario.

Dichos datos, necesarios para definir el modelo, se muestran estructurados en la Figura 35 y son los siguientes:

- **Geometría:** el módulo ABAQUS /CAE permite al usuario dibujar el elemento a estudiar reproduciendo fielmente su geometría. También da la opción de importar un archivo con el modelo ya dibujado, como es el caso del estudio realizado en este trabajo.
- **Material:** es necesario determinar las propiedades de cada material presente en el cuerpo y asignar cada uno de los posibles materiales a las partes que le corresponden.
- **Ensamblaje:** es posible crear varias “parts” con diferentes geometrías en el primer apartado y es aquí donde se posicionan unas con respecto a

otras. El archivo de entrada proporciona la posición relativa entre las partes.

- *Condiciones iniciales*: se deben definir las condiciones iniciales que en ocasiones pueden ser distintas de cero (tensiones ya aplicadas al modelo, temperatura que puede influir en el análisis...).
- *Condiciones de contorno*: definición de cargas aplicadas y restricciones o imposiciones de desplazamientos y giros.
- *Mallado*: Finalmente es necesario discretizar el modelo. Se pueden usar diferentes geometrías y tamaños de elemento.

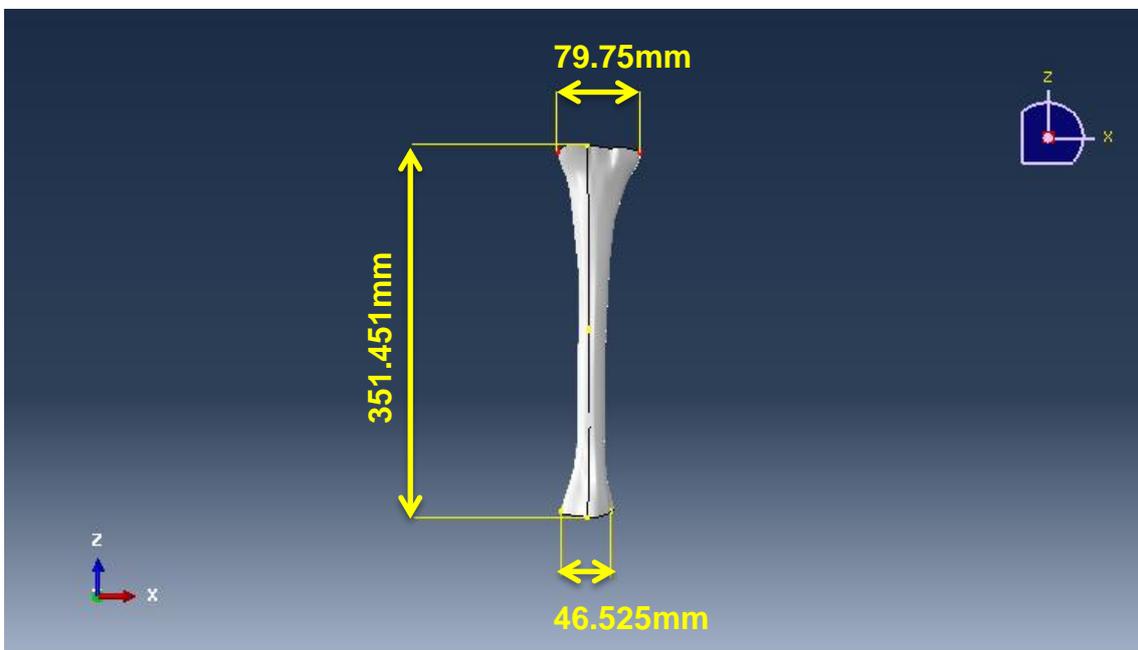
La etapa de resolución utiliza el archivo "input file" y el tipo de cálculo seleccionado por el usuario para resolver el problema. Una vez obtenida la solución, en la etapa de postprocesado se muestran los resultados en el módulo de visualización ABAQUS/Viewer. El programa muestra el valor de gran cantidad de variables y permite la generación de gráficos y tablas con los datos requeridos por el usuario.

### 3. Modelo numérico

Para realizar el estudio, el modelo geométrico ha sido proporcionado por el departamento de Ingeniería mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid.

#### 3.1. Descripción geométrica

Las dimensiones del modelo utilizado se encuentran en la Figura 36:



*Figura 36: Geometría del modelo de estudio*

Según [31] se puede obtener la altura de la persona a partir de las dimensiones de la tibia. Para un hombre corresponde con una altura entre 162.6 cm y 171.8 cm. Por lo que se ha elegido un peso de 65 Kg para validar el modelo.

Para poder aplicar las cargas de forma adecuada, se ha tomado el eje Z como eje longitudinal (en ABAQUS corresponde a la dirección 3) mientras que el eje X (dirección 1 en ABAQUS) y el eje Y (dirección 2 en ABAQUS) forman el plano transversal.

### 3.1.1. Propiedades de los materiales

Como se ha explicado en el apartado 2, el hueso se compone de dos tipos de tejidos con diferentes propiedades entre sí.

#### *Tejido óseo compacto*

Se encuentra en la parte externa del hueso, su densidad y por lo tanto su resistencia es más elevada. Se encuentra como una capa de pequeño espesor que recubre el tejido óseo trabecular por lo que se le puede considerar un material con comportamiento isótropo (no presenta elevadas diferencias que si se considerara ortótropo).

Para obtener los valores del tejido óseo, se ha escogido la densidad aparente más común según se ha consultado en [8] y a partir de las relaciones explicadas en el apartado 2.1.4 se ha obtenido el módulo de Young y el límite elástico. El coeficiente de Poisson se considera para materiales isótropos.

Por tanto, las propiedades del tejido compacto que se han utilizado para el estudio son:

**Tabla 2: Propiedades del tejido óseo cortical**

<b>PROPIEDADES</b>	<b>HUESO CORTICAL</b>
<b>Densidad aparente</b> $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1900
<b>módulo de Young</b> E (MPa)	15000
<b>coeficiente de Poisson</b> $\nu$	0.3
<b>Límite elástico</b> $\sigma_{lim\ cortical}$ (MPa)	343.843

#### *Tejido óseo trabecular*

Se encuentra en la parte interna del hueso, su densidad es menor que el hueso cortical y por lo tanto su resistencia también. La orientación de este tejido si es más desordenada que la que presenta el hueso cortical. Para este estudio también se le ha considerado un material isótropo.

Como en el caso del material cortical, para obtener los valores del tejido, se ha escogido la densidad aparente más común según se ha consultado en [8] y a partir de las relaciones explicadas en el apartado 2.1.4 se ha obtenido el módulo de Young y el límite elástico. El coeficiente de Poisson se considera para materiales isótropos.

Por tanto, las propiedades del tejido trabecular que se han utilizado para el estudio aparecen en la siguiente tabla:

**Tabla 3: Propiedades del tejido óseo trabecular**

<b>PROPIEDADES</b>	<b>HUESO TRABECULAR</b>
<b>Densidad aparente <math>\rho</math> (kg/m<sup>3</sup>)</b>	450
<b>módulo de Young E (MPa)</b>	513.9673
<b>coeficiente de Poisson <math>\nu</math></b>	0.3
<b>Límite elástico <math>\sigma_{lim\ trabecular}</math> (MPa)</b>	30.79

Estas propiedades serán las utilizadas para realizar todo el estudio.

### **3.1.2. Tipo de estudio**

Se ha escogido el módulo ABAQUS/Standard para realizar el estudio de los diferentes estados de carga. En él se invierten las matrices de rigidez del modelo en cada instante y se resuelven las ecuaciones dinámicas simultáneamente haciendo que el estudio sea cuasiestático.

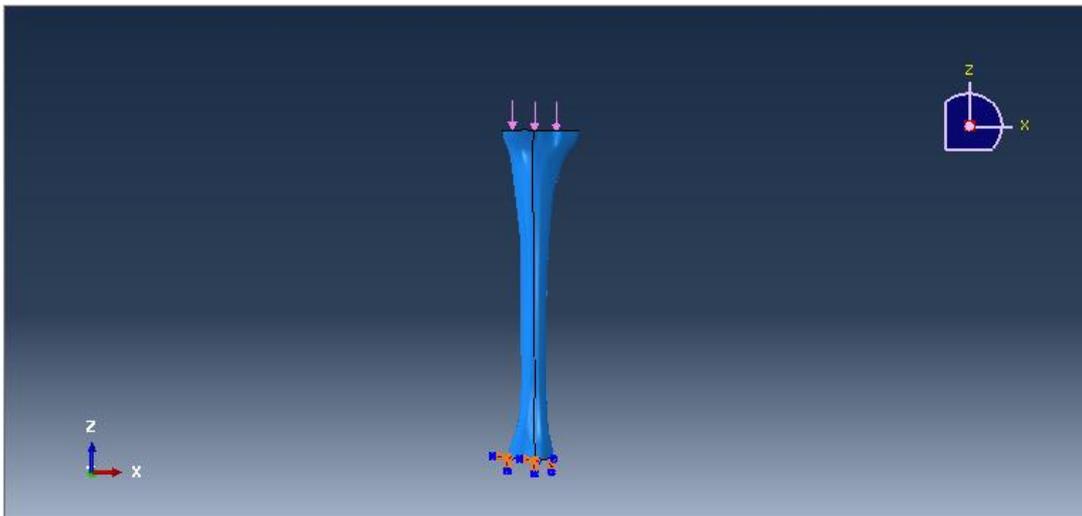
Para obtener la solución final, se requieren varias iteraciones, dependientes de la precisión requerida en los resultados.

### 3.1.3. Mallado

#### *Análisis de sensibilidad*

Una vez definido el modelo, las propiedades de los materiales que componen la tibia y el tipo de estudio que se va a realizar, es necesario conocer el tamaño de malla a partir del cual los resultados de los diferentes estudios son válidos. Para ello, se aplica una carga igual a la mitad del peso de la persona en el área superior de la tibia. Esto es porque el peso se reparte entre las dos tibias del cuerpo. El valor corresponde a 318.825N.

Como condición de contorno se utiliza el empotramiento del área inferior de la tibia. Esta condición simula la reacción que produciría el suelo (ver Figura 37).



*Figura 37: Cargas y condiciones de contorno aplicadas*

Para ahorrar coste computacional, se elegirá el mayor tamaño del elemento de mallado para el cual los valores de tensión se estabilicen.

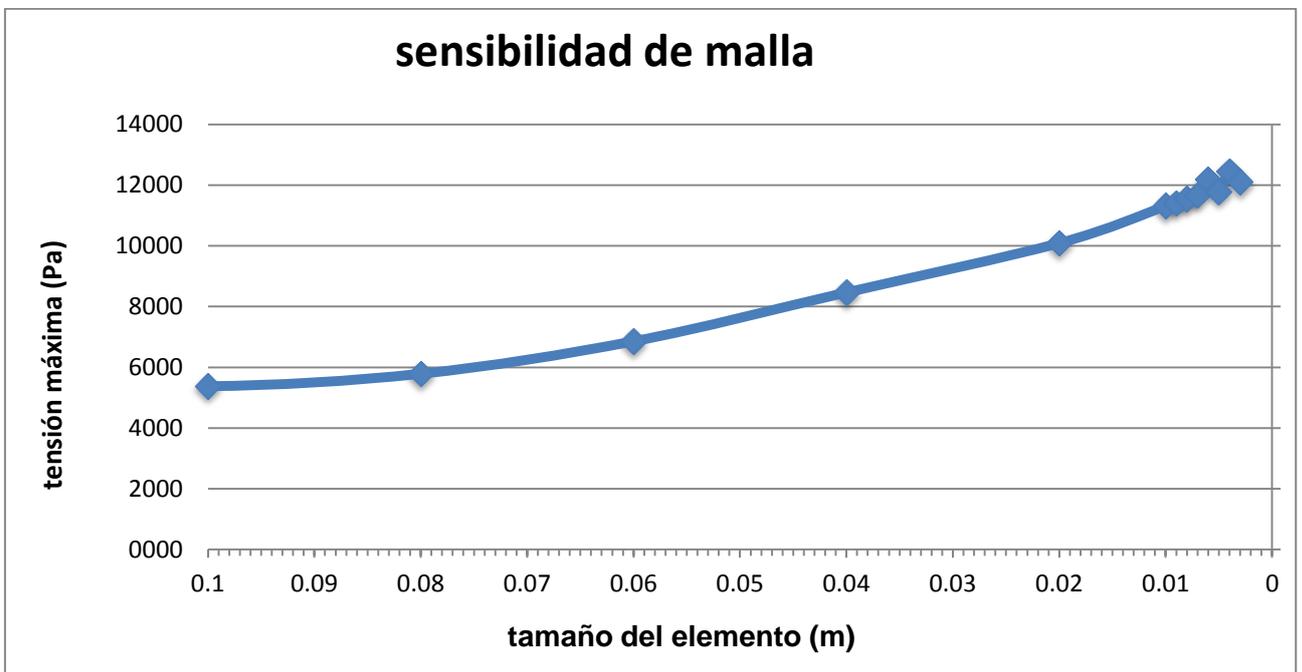
Dado que las cargas en el estudio provocan desplazamientos infinitesimales, no es necesario considerar las no linealidades geométricas.

Los tipos de los elementos para realizar este estudio son elementos triangulares tipo lámina (S3R) y tetraédricos cuadráticos tipo sólido (C3D10).

A continuación se muestra los valores de tensión máxima para cada tamaño de elemento de malla y en la figura 38 la gráfica de esos valores.

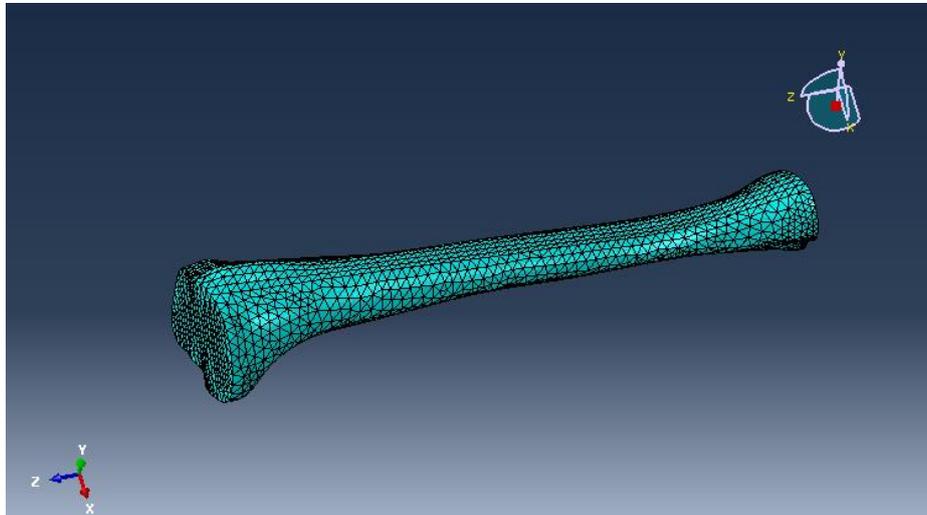
**Tabla 4: Tensión máxima según el tamaño del elemento de la malla**

TAMAÑO DEL ELEMENTO (mm)	TENSIÓN MÁXIMA (Pa)
120	5.62E+03
100	5.38E+03
80	5.79E+03
60	6.86E+03
40	8.47E+03
20	1.01E+04
10	1.13E+04
9	1.14E+04
8	1.15E+04
7	1.17E+04
6	1.22E+04
5	1.18E+04
4	1.25E+04
3	1.21E+04



*Figura 38: Gráfica tensión máxima- tamaño del elemento*

Tras evaluar los resultados obtenidos, se concluye que el resultado converge para un tamaño de elemento de 6mm. Este es el tamaño adecuado y el que se ha utilizado en el modelo para todos los estudios realizados (ver Figura 39).



*Figura 39: mallado final del modelo*

### 3.2. Validación del modelo

Una vez elegidas las características del modelo, se debe comprobar que los resultados que se obtienen en los diferentes estudios son adecuados.

Para ello, se ha reproducido el artículo “Three-Dimensional Finite Element Analysis of Human Tibia Bone” [18] y se han comparado los resultados obtenidos por el programa con los proporcionados en el artículo.

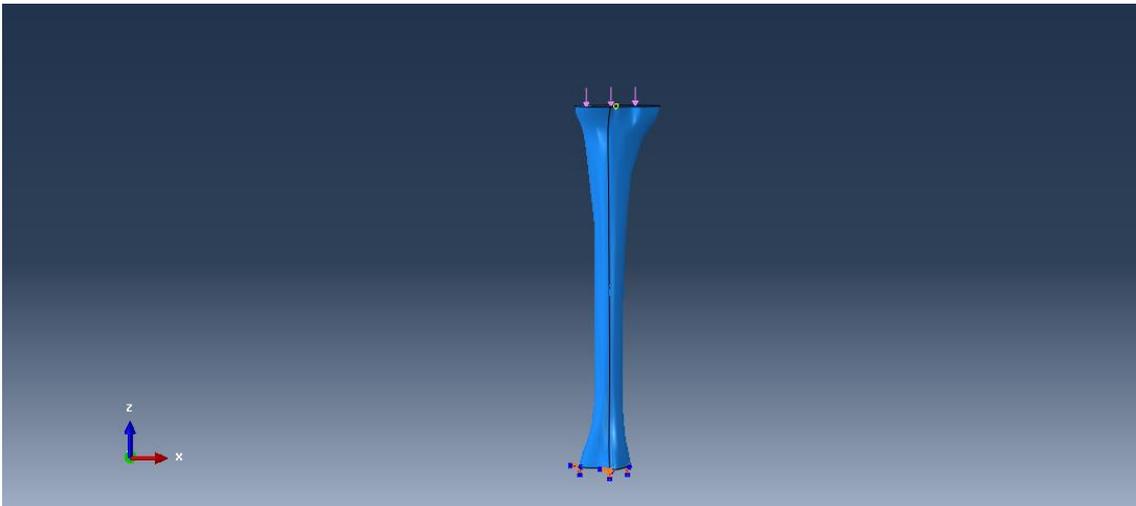
En el artículo de referencia se aplica una carga distribuida en la epífisis proximal. En este caso corresponde a una persona de 65Kg repartidos entre las dos piernas, por lo que el valor es:

$$F = \frac{65 \text{ Kg}}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 318.825 \text{ N} \quad (25)$$

En el programa se introduce la carga como tipo presión con dirección Z, por lo que es necesario dividir ese valor por el área de la epífisis proximal:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{318.825 \text{ N}}{0.00376 \text{ m}^2} = 84793.883 \text{ Pa} \quad (25)$$

Por último, se introducen las condiciones de contorno. Se trata como en la sensibilidad de malla de colocar un empotramiento en la epífisis distal de la tibia. En la figura 40 se puede observar las cargas y condiciones de contorno aplicadas:



*Figura 40: Aplicación de las cargas y condiciones de contorno para validación del modelo*

### 3.2.1. Resultados obtenidos

Calculando los resultados se obtiene:

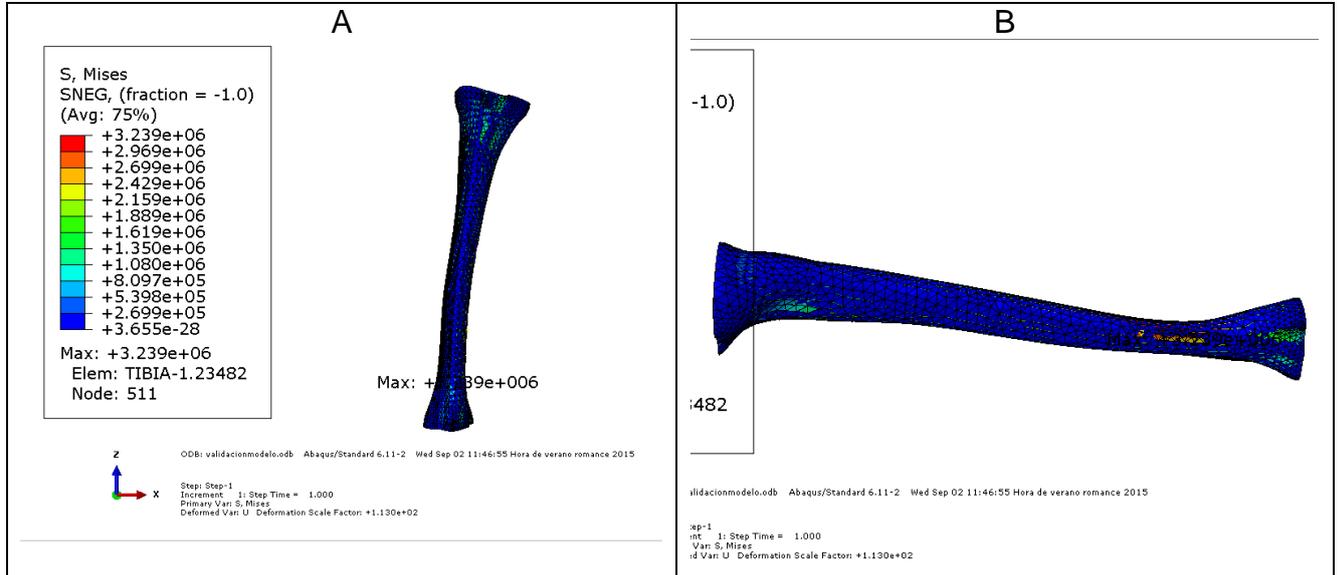


Figura 41: Resultado de la tensión en la validación del modelo: A) Vista frontal, B) Vista lateral derecha

Tabla 5: Comparación resultados artículo y el estudio

	Modelo	Artículo	Error (%)
Tensión máxima $\sigma$ (MPa)	3.239	3.31	2.145

Comparando los resultados en la tabla, el modelo se considera suficientemente válido. Las variaciones que se observan no son consideradas relevantes ya que los valores son aproximados y del mismo orden de magnitud.

Las consideraciones anteriormente realizadas como el espesor del hueso cortical y la densidad aparente se pueden considerar valores válidos.

### **3.3. Estudios de carga**

Para realizar este estudio, se ha tomado como referencia el artículo “Lad along the tibial shaft during activities of daily living” [43].

En este artículo se realizó un estudio en 20 pacientes de los momentos a los que se ve sometida la tibia durante las actividades de la vida diaria como son el ciclo de marcha, marcha a distinta velocidad, subir y bajar escaleras y como varía si existe alguna anomalía como la falta de una pierna o una marcha patológica. Este conocimiento de los esfuerzos permite mejorar los implantes para prótesis.

Los valores se obtuvieron para cada dirección (medio/lateral corresponde con el eje  $X$ , anterior/posterior corresponde con el eje  $Y$ , proximal/distal corresponde con el eje  $Z$ ) utilizando un sistema de análisis junto con marcadores de la piel en diez puntos equidistantes a lo largo del eje tibial. De los diez puntos, se han tomado cuatro como más representativos: P1, se encuentra en la posición del tobillo, P10, indica la posición de la rodilla y P4 y P7, se encuentran como puntos intermedios entre P1 y P10 para evaluar el comportamiento de toda la tibia.

En el artículo se representan los momentos normalizados según *BWH* (Body Weight time Height), en función del porcentaje del ciclo de marcha.

En este estudio de la tibia, se ha analizado su comportamiento durante el ciclo de marcha (walking sidestep) y el ciclo de marcha con pasos cruzados (walking crossover) según la dirección medio/lateral y anterior/posterior. El momento en la dirección proximal/distal es constante y muy inferior a los momentos que aparecen en la dirección medio/lateral y anterior/posterior por lo que no se considerarán en el estudio.

Para introducir los valores en el programa es necesario realizar los siguientes pasos para cada uno de los estudios.

#### **3.3.1. Obtener los valores de los momentos**

En el artículo aparecen una serie de gráficas de las cuales se consiguen los valores de los momentos normalizados para cada porcentaje de ciclo de marcha. Se ha obtenido cada 10% de ciclo de marcha. Se debe hacer para los cuatro puntos de referencia.

A continuación se muestran las gráficas de los momentos normalizados respecto al porcentaje de ciclo de marcha para los cuatro puntos de cada estudio:

Tabla 6: gráficas momento normalizado frente el ciclo de marcha para walking sidestep en dirección medio/lateral [43]

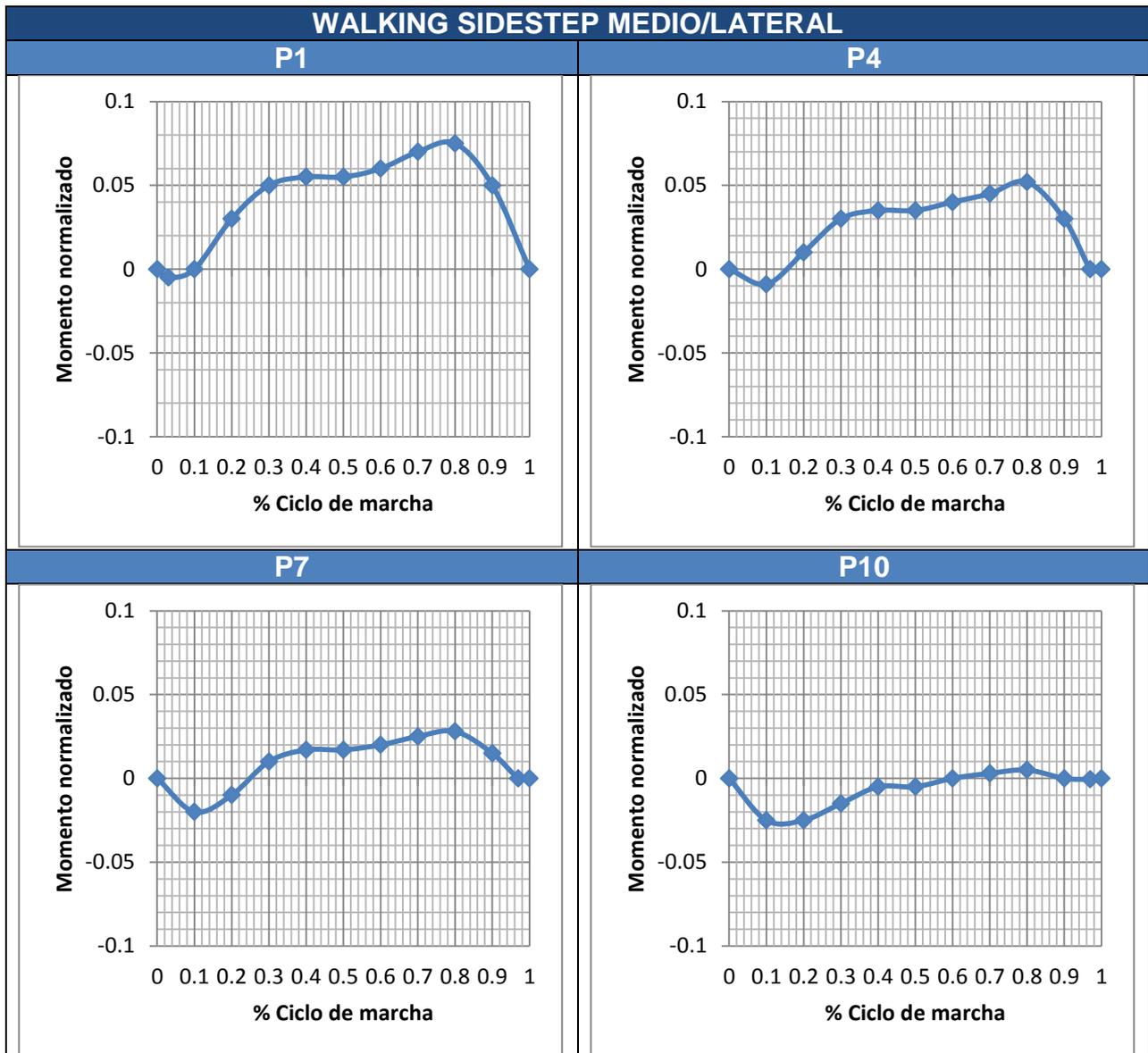


Tabla 7: gráficas momento normalizado frente el ciclo de marcha para walking sidestep en dirección anterior/posterior [43]

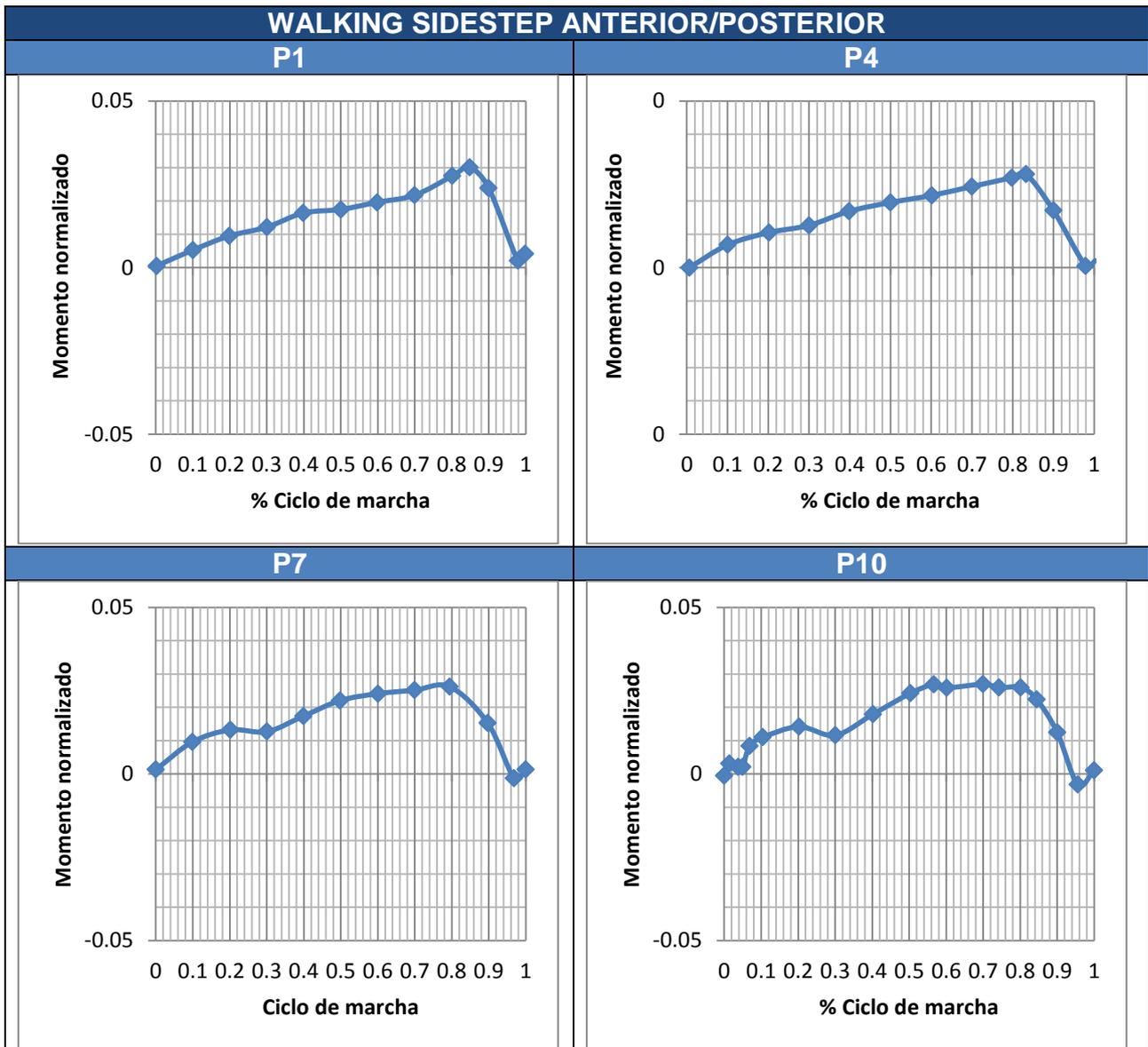


Tabla 8: gráficas momento normalizado frente el ciclo de marcha para walking crossover en dirección medio/lateral [43]

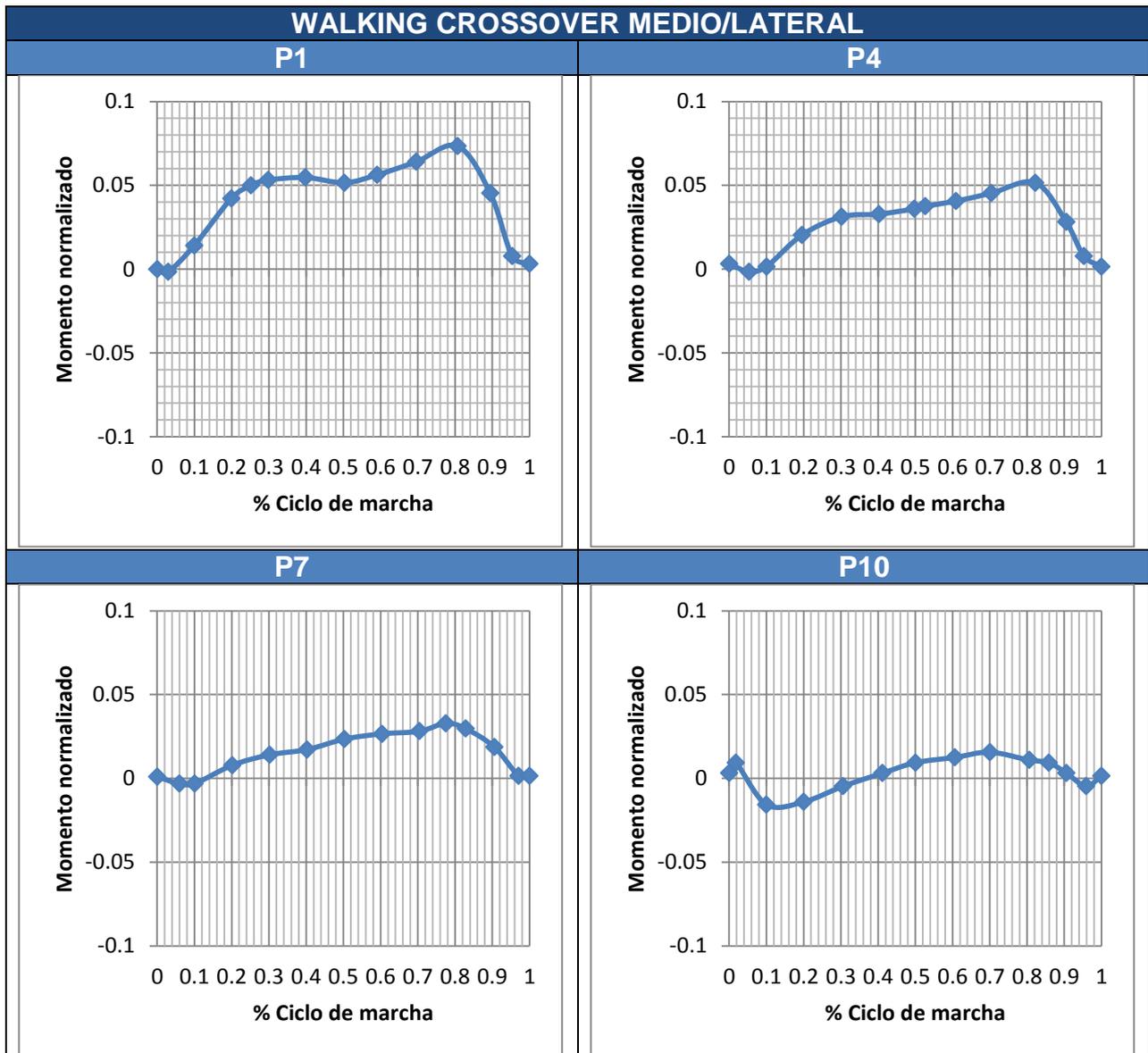
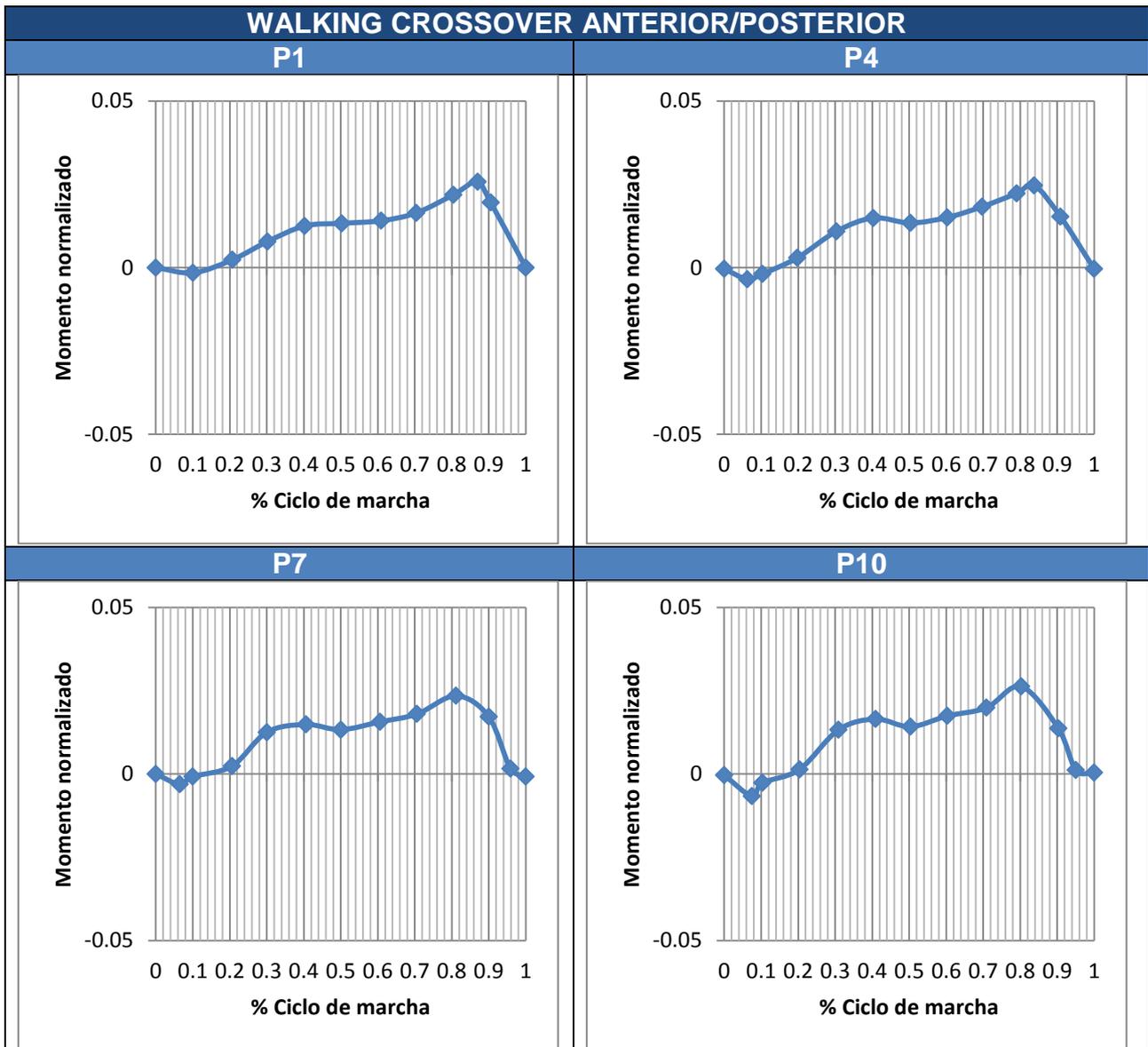


Tabla 9: gráficas momento normalizado frente el ciclo de marcha para walking crossover en dirección anterior/posterior [43]



### 3.3.2. Valor del momento aplicado

Como se ha mencionado anteriormente, el artículo nos proporciona los valores de momento normalizados en términos de  $BWH$  (Body Weight Times Height) [44]:

$$\frac{M_{aplicado}}{BW \cdot H} = \frac{X}{100} \quad (27)$$

Despejando  $M_{aplicado}$  de la ecuación se obtiene el valor real en cada porcentaje de ciclo de marcha:

$$M_{aplicado} = \frac{X \cdot BW \cdot H}{100} \quad (28)$$

Donde  $BW$  corresponde al peso medio del artículo (627N),  $H$  es la altura media de todos los sujetos con los que se hizo el estudio del artículo (1.713m) y  $X$  es el valor del momento normalizado.

### 3.3.3. Valor de las fuerzas

Por último, hay que introducir en el programa los valores de estos momentos aplicados. Para conseguir mejores resultados, los momentos se han dividido en un par de fuerzas aplicadas en los cuatro puntos de referencia según la dirección longitudinal de la tibia. Para ello, se conoce que:

$$M_{aplicado} = F_1 R_1 + F_2 R_2 \quad (29)$$

Por lo que es necesario saber las distancias entre el punto de aplicación de cada fuerza y el punto de referencia.

Una vez se conoce el momento aplicado y las distancias, considerando que cada fuerza ejerce la mitad del momento, se puede obtener las fuerzas como:

$$F_1 = \frac{M_{aplicado}}{2R_1} \quad (30)$$

$$F_2 = \frac{M_{aplicado}}{2R_2} \quad (31)$$

### ***Puntos de referencia***

El primer punto de referencia que se ha obtenido es el P10 a partir del centro de gravedad de la sección donde se encuentra.

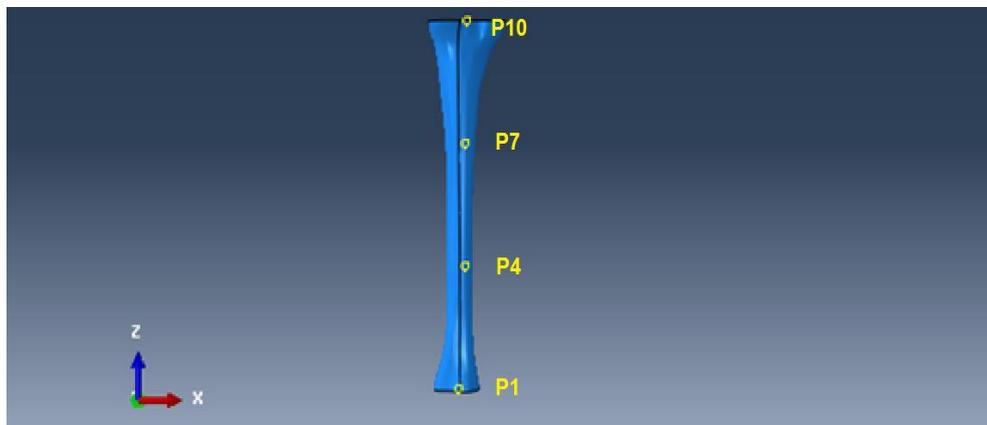
Una vez hallado el punto P10, dividiendo la longitud de la tibia entre 3 se obtiene la distancia entre cada punto.

$$Distancia = \frac{351.451 \text{ mm}}{3} = 117.15 \text{ mm} \quad (32)$$

Una vez realizado la validación del modelo se tiene el nodo que más se aproxima al punto. El resultado de los nodos de referencia es (ver Figura 42):

**Tabla 10: Puntos de referencia y nodos al que corresponden**

PUNTO	NODO	X (m)	Y (m)	Z (m)
P10	276	0.895244	0.508647	-0.224468
P7	5940	0.893375	0.505748	-0.3416
P4	3788	0.891831	0.499179	-0.458588
P1	2370	0.886459	0.503736	-0.575918



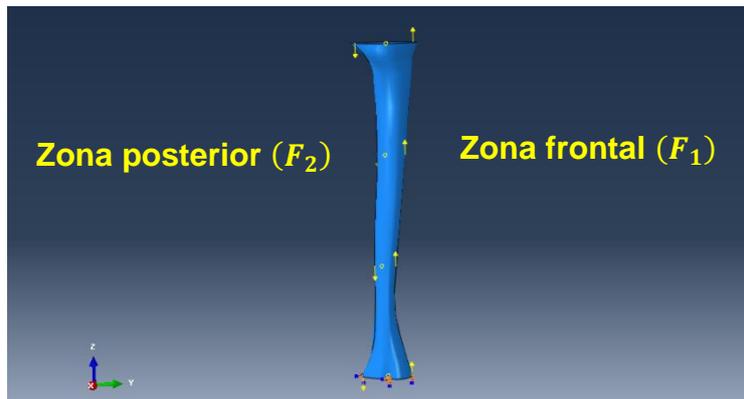
*Figura 42: Puntos de referencia*

### ***Distancias en la dirección Medio/lateral***

El plano medio/lateral coincide con el eje X (1 para ABAQUS) en el sistema de referencia. Estos pares de fuerza permiten el movimiento de extensión (momento positivo) y flexión (momento negativo) de la articulación de la rodilla.

Cuando se aplican los pares de fuerza, se debe tener en cuenta la colocación de la tibia, en este caso, las fuerzas deben estar aplicadas en la parte frontal de

la tibia ( $F_1$ ) y donde se posiciona el peroné parte posterior de la tibia ( $F_2$ ). Se encuentran contenidas en el plano YZ (ver Figura 43).



*Figura 43: Puntos de aplicación de las cargas para medio/lateral*

Por lo tanto, los nodos donde se aplican las cargas son:

**Tabla 11: Nodos donde se aplican las cargas en medio/lateral**

	Nodo $F_1$	Nodo $F_2$
Área P10	1	2
Área P7	119	158
Área P4	99	178
Área P1	79	52

Una vez se conocen los nodos donde se deben aplicar las fuerzas, el programa nos permite conocer las distancias entre el punto de aplicación de la carga y el punto de referencia.

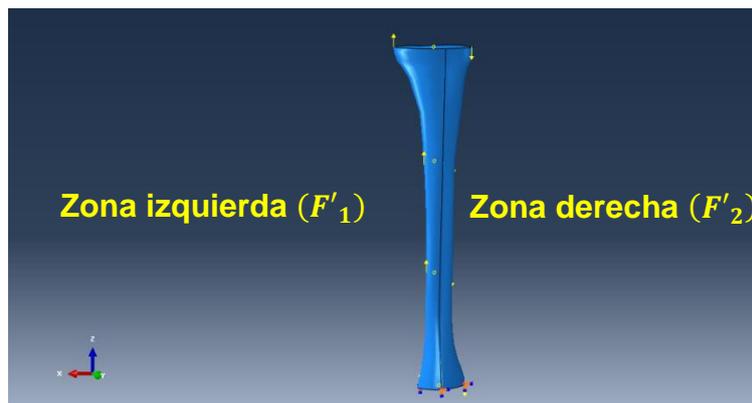
**Tabla 12: Distancias entre los puntos de aplicación de la carga y el punto de referencia**

	$R_1$ (m)	$R_2$ (m)
Área P10	2.97e-2	3.25e-2
Área P7	2.14e-2	1.04e-2
Área P4	1.53e-2	8.48e-3
Área P1	2.46e-2	2.63e-2

### ***Distancias en la dirección Anterior/posterior***

El plano anterior/posterior coincide con el eje  $Y$  (2 para ABAQUS) en el sistema de referencia. Estos pares de fuerza permiten el movimiento de abducción (momento positivo) y aducción (momento negativo) de la pierna.

En este caso, las fuerzas deben estar aplicadas en la parte izquierda de la tibia ( $F'_1$ ) y parte derecha de la tibia ( $F'_2$ ) según la vista frontal. Se encuentran contenidas en el plano  $XZ$  (ver Figura 44).



*Figura 44: Puntos de aplicación de las cargas en anterior/posterior*

Los nodos donde se aplican las cargas son:

**Tabla 13: nodos de aplicación de las cargas**

	Nodo $F'_1$	Nodo $F'_2$
Área P10	41	15
Área P7	648	1859
Área P4	1015	1479
Área P1	65	206

Una vez se conocen los nodos donde se deben aplicar las fuerzas, se pueden conseguir las distancias entre el punto de aplicación de la carga y el punto de referencia.

**Tabla 14: Distancias entre los puntos de aplicación de la carga y el punto de referencia**

	$R'_1$ (m)	$R'_2$ (m)
Área P10	4.05e-2	3.94e-2
Área P7	1.46e-2	2.05e-2
Área P4	1.05e-2	1.86e-2
Área P1	1.98e-2	2.75e-2

### **Valores de las fuerzas en ABAQUS**

En el programa se introducen los valores como una fuerza concentrada según la dirección longitudinal de la tibia en el nodo correspondiente y con una amplitud de la fuerza en función del ciclo de marcha.

Para que el momento generado por los pares de fuerzas provoque la extensión/flexión y abducción/adducción hay que tener en cuenta que las fuerzas  $F_1$  y  $F'_1$  deben estar multiplicados por +1 y  $F_2$  y  $F'_2$  deben tener sentido negativo y por lo tanto multiplicados por -1. (Ver figuras 43 y 44).

### **3.4. Resultados y discusión**

En este apartado se muestran los resultados obtenidos de los casos estudiados.

La finalidad de este proyecto es comparar la respuesta de la tibia ante el ciclo de marcha humana normal y ante el ciclo de marcha con paso cruzado y comprobar los límites de rotura.

Para realizar este estudio, se han aplicado las propiedades explicadas en el apartado 3 y posteriormente, los resultados se han comparado por medio de los criterios de fractura del apartado 2.1.6.

Debido a la condición de materiales isótropos que se han impuesto para este estudio, el criterio de Hill y Tsai y Wu no resultan adecuados para ofrecer un resultado aceptable ya que se consideran para materiales anisótropos o con isotropía transversal. Sin embargo, el criterio de Von Mises y Raghava y Robert si nos permiten obtener resultados admisibles.

Los valores introducidos en la tibia corresponden a los que tendría en la fase de apoyo.

Como se ha explicado anteriormente, el criterio de Von Mises se calcula a partir de la ecuación (12), donde  $\sigma_{aplicada}$  es la tensión equivalente de Von Mises y se obtiene despejando de la ecuación:

$$\sigma_{aplicada} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (33)$$

El valor de la tensión que aporta ABAQUS corresponde con este valor.

El coeficiente de seguridad permite determinar si el material se encuentra dentro de los límites de fractura:

$$n = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{aplicada}} \geq 1 \quad (34)$$

Este criterio es aplicable al tejido cortical y trabecular por separado.

En el caso del criterio de Raghava y Robert la tensión equivalente se calcula con la ecuación (17), donde  $C$  y  $T$  son valores conocidos:

$$2CT = 2 \cdot 128 \cdot 180 = 46080 \text{ MPa}^2 \quad (35)$$

Para la aplicación de este criterio, se analiza la tensión en el momento en el que la tensión de Von Mises es máxima. Esta decisión se basa en que ese punto será el más cargado globalmente, aunque el criterio y los valores de tensión que se analicen sean distintos.

A continuación se muestran los resultados de los análisis.

### 3.4.1. Walking sidestep medio/lateral

Se presentan las tensiones máximas cuando actúan los dos materiales obtenidas para cada porcentaje de ciclo de marcha:

Tabla 15: Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha

% Ciclo de marcha	Tensión máxima (MPa)
0	0
0.1	48.08
0.2	28.66
0.3	74.16
0.4	95.28
0.5	95.28
0.6	112.1
0.7	129.0
0.8	149.5
0.9	84.10
1	2.659E-11

Como se puede apreciar, en el instante 0.8 del ciclo de marcha se produce la tensión máxima. Se produce en el nodo 178. Para ese punto, se puede obtener el valor de la tensión máxima de cada tejido:

Hueso cortical:

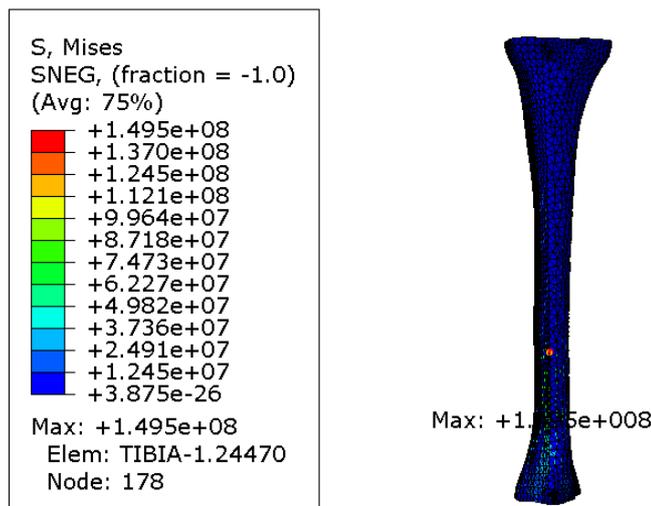
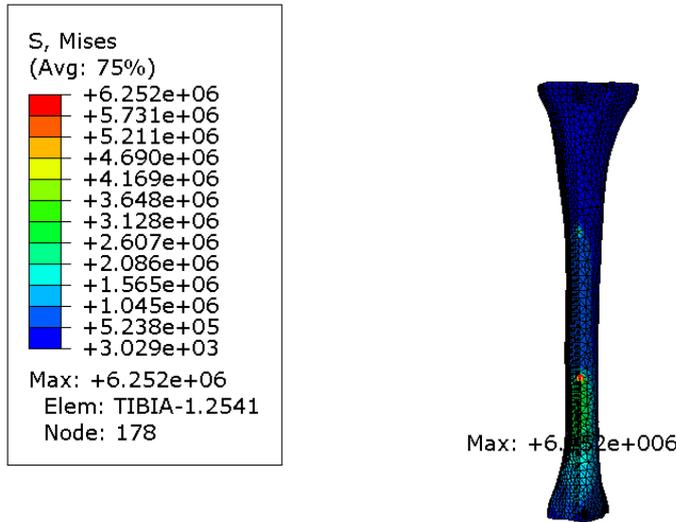


Figura 45: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking sidestep medio/lateral

El valor de la tensión máxima de Von Mises es:

$$\sigma_{cortical} = 149.5 \text{ MPa} \quad (36)$$

*Hueso trabecular:*



*Figura 46: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking sidestep medio/lateral*

La tensión máxima de Von Mises es:

$$\sigma_{trabecular} = 6.252 \text{ MPa} \quad (37)$$

Por último, se muestran los resultados de los criterios de fractura:

### *Von Mises*

En el caso de Von Mises, como se ha mencionado anteriormente, el programa nos muestra la tensión equivalente para cada material por lo que se calcula el coeficiente de seguridad:

Hueso cortical:

$$n = \frac{343.843}{149.5} = 2.3 \quad (38)$$

Hueso trabecular:

$$n = \frac{30.790}{6.252} = 4.925 \quad (39)$$

### **Raghava y Robert**

Los valores utilizados para calcular la tensión equivalente según el criterio de Raghava y Robert son:

**Tabla 16: Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa**

<i>Nodo</i>	$\sigma_1$ (Pa)	$\sigma_2$ (Pa)	$\sigma_3$ (Pa)
<b>178</b>	2.83E+06	-1.73E+04	-4.07E+06

$$\sigma_{equivalente} = 137.73 \text{ MPa}^2 \quad (40)$$

### **3.4.2. Walking sidestep anterior/posterior**

Los valores de las tensiones máximas cuando actúan los dos materiales obtenidas para cada porcentaje de ciclo de marcha:

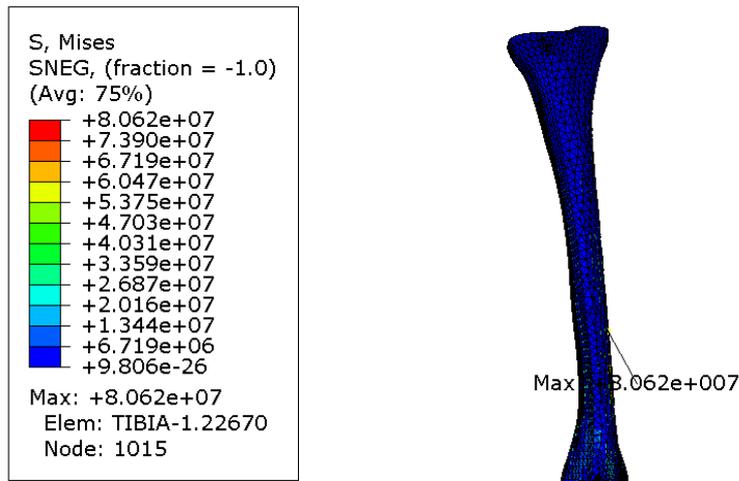
**Tabla 17: Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha**

<b>% Ciclo de marcha</b>	<b>Tensión máxima (MPa)</b>
<b>0</b>	0
<b>0.1</b>	20.37
<b>0.2</b>	28.60
<b>0.3</b>	37.75
<b>0.4</b>	51.92
<b>0.5</b>	63.20
<b>0.6</b>	69.49
<b>0.7</b>	75.64
<b>0.8</b>	80.62
<b>0.9</b>	48.10
<b>1</b>	5.249

En este caso, también se produce la tensión máxima cuando ha transcurrido un 80% del ciclo de marcha. El nodo donde se produce esta tensión máxima es el 1015.

A continuación se muestran los valores para cada tejido:

*Hueso cortical:*

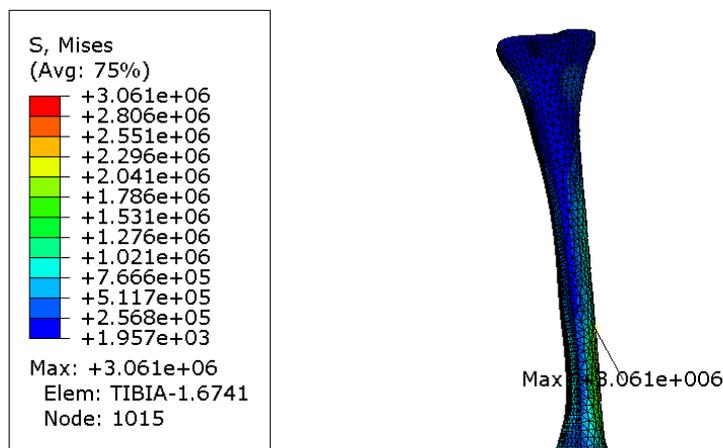


*Figura 47: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking sidestep anterior/posterior*

La tensión máxima de Von Mises es:

$$\sigma_{cortical} = 80.62 \text{ MPa} \tag{41}$$

*Hueso trabecular:*



*Figura 48: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking sidestep anterior/posterior*

La tensión máxima de Von Mises es:

$$\sigma_{trabecular} = 3.061 \text{ MPa} \tag{42}$$

A continuación se muestran los resultados de los criterios de fractura:

### **Von Mises**

Con la tensión equivalente obtenida para cada material se calcula el coeficiente de seguridad:

*Hueso cortical:*

$$n = \frac{343.843}{80.62} = 4.26 \quad (43)$$

*Hueso trabecular:*

$$n = \frac{30.79}{3.061} = 10.05 \quad (44)$$

### **Raghava y Robert**

Los valores utilizados para calcular la tensión equivalente según el criterio de Raghava y Robert son:

**Tabla 18: Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa**

<i>Nodo</i>	$\sigma_1$ (Pa)	$\sigma_2$ (Pa)	$\sigma_3$ (Pa)
<b>1015</b>	2.27E+06	1.52E+04	-1.07E+06

$$\sigma_{equivalente} = -45.5541 \text{ MPa}^2 \quad (45)$$

### 3.4.3. Walking crossover medio/lateral

Los valores de las tensiones máximas cuando actúan los dos materiales obtenidas para cada porcentaje de ciclo de marcha:

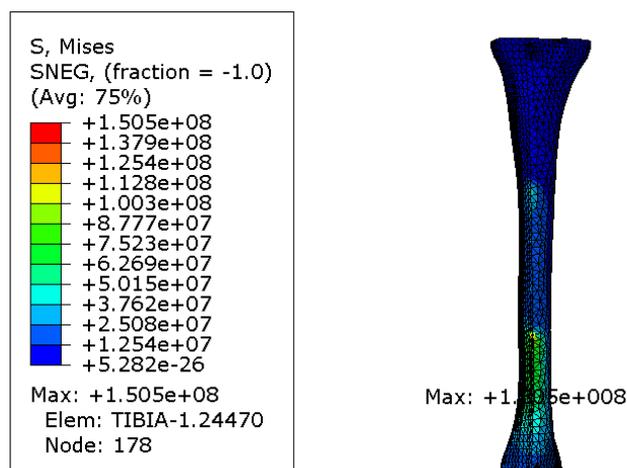
**Tabla 19: Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha**

% Ciclo de marcha	Tensión máxima (MPa)
0	0
0.1	12.54
0.2	32.79
0.3	83.60
0.4	93.45
0.5	109.0
0.6	122.9
0.7	137.8
0.8	150.5
0.9	87.63
1	5.692

En este caso, se produce la tensión máxima cuando ha transcurrido un 80% del ciclo de marcha. El nodo donde se produce esta tensión máxima es el 1015.

A continuación se muestran los valores para cada material:

*Hueso cortical:*

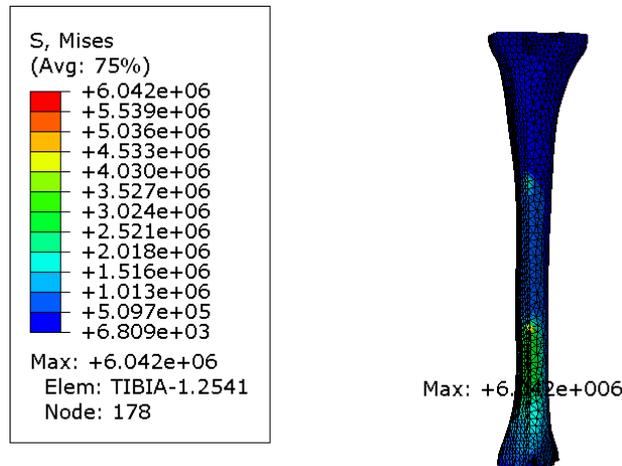


*Figura 49: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking crossover medio/lateral*

La tensión máxima de Von Mises:

$$\sigma_{cortical} = 150.5 \text{ MPa} \quad (46)$$

Hueso trabecular:



*Figura 50: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking crossover medio/lateral*

La tensión máxima de Von Mises es:

$$\sigma_{trabecular} = 6.042 \text{ MPa} \quad (47)$$

Aplicando los criterios de fractura:

### *Von Mises*

Se obtienen los coeficientes de seguridad:

Hueso cortical:

$$n = \frac{343.843}{150.5} = 2.28 \quad (48)$$

Hueso trabecular:

$$n = \frac{30.79}{6.042} = 5.096 \quad (49)$$

### **Raghava y Robert**

Los valores utilizados para calcular la tensión equivalente según el criterio de Raghava y Robert son:

**Tabla 20: Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa**

<i>Nodo</i>	$\sigma_1$ (Pa)	$\sigma_2$ (Pa)	$\sigma_3$ (Pa)
<b>178</b>	2.60E+06	-2.64E+04	-4.07E+06

$$\sigma_{equivalente} = 145.42 \text{ MPa}^2 \quad (50)$$

#### **3.4.4. Walking crossover anterior/posterior**

Los valores de las tensiones máximas cuando actúan los dos materiales obtenidas para cada porcentaje de ciclo de marcha:

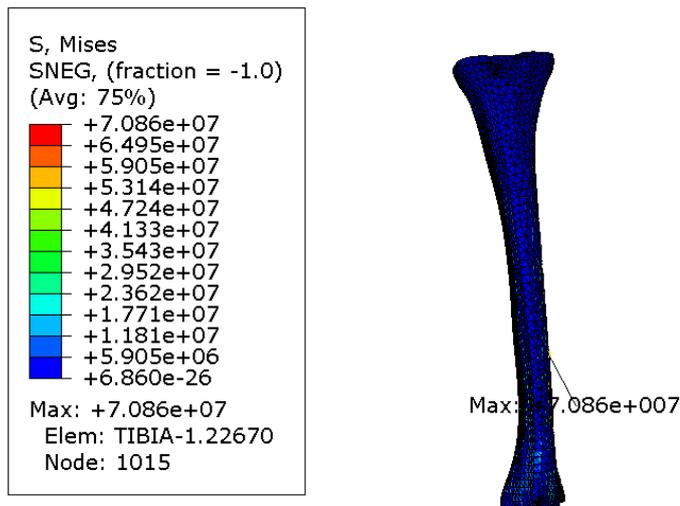
**Tabla 21: Valores de las tensiones máximas en función del ciclo de marcha**

<b>% Ciclo de marcha</b>	<b>Tensión máxima (MPa)</b>
<b>0</b>	0
<b>0.1</b>	6.095
<b>0.2</b>	7.725
<b>0.3</b>	34.21
<b>0.4</b>	45.51
<b>0.5</b>	41.08
<b>0.6</b>	47.05
<b>0.7</b>	56.12
<b>0.8</b>	70.86
<b>0.9</b>	48.90
<b>1</b>	9.553E5

En este caso, se produce la tensión máxima cuando ha transcurrido un 80% del ciclo de marcha. El nodo donde se produce esta tensión máxima es el 1015.

A continuación se muestran los valores para cada tejido:

*Hueso cortical:*

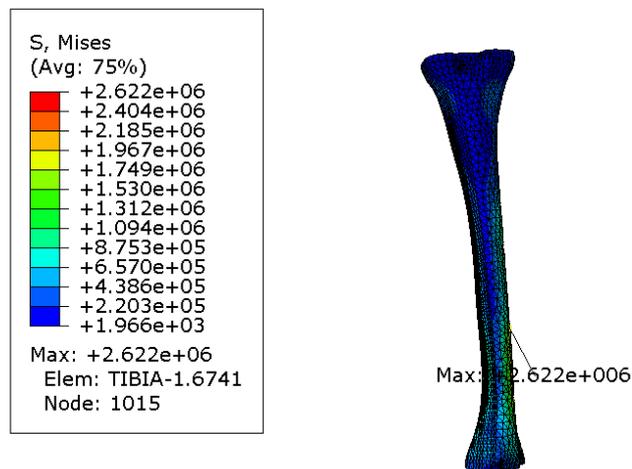


*Figura 51: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso cortical walking crossover anterior/posterior*

La tensión máxima de Von Mises:

$$\sigma_{cortical} = 70.86 \text{ MPa} \quad (51)$$

*Hueso trabecular:*



*Figura 52: Resultados de tensión máxima (Pa) para el hueso trabecular walking crossover anterior/posterior*

La tensión máxima de Von Mises:

$$\sigma_{trabecular} = 2.622 \text{ MPa} \quad (52)$$

### *Von Mises*

Se obtienen los coeficientes de seguridad:

Hueso cortical:

$$n = \frac{343.843}{70.86} = 4.85 \quad (53)$$

Hueso trabecular:

$$n = \frac{30.79}{2.622} = 11.743 \quad (54)$$

### *Raghava y Robert*

Los valores utilizados para calcular la tensión equivalente según el criterio de Raghava y Robert son:

**Tabla 22: Valores de las tensiones principales obtenidos con el programa**

<i>Nodo</i>	$\sigma_1$ (Pa)	$\sigma_2$ (Pa)	$\sigma_3$ (Pa)
1015	1.99E+06	1.32E+04	-8.72E+05

$$\sigma_{equivalente} = -45.8259 \text{ MPa}^2 \quad (55)$$

Como se puede observar, el punto más cargado en todos los procesos es el correspondiente al instante en el que se lleva 0.8 del ciclo de marcha. Cuando la carga produce un momento en la dirección medio/lateral, el nodo más cargado es el 178 y se encuentra en la parte de la diáfisis donde su área transversal es menor.

Durante el ciclo de marcha, la tibia es la que soporta los mayores esfuerzos ya que al comenzar la fase de apoyo el tobillo es lo primero que apoya y durante toda la fase se encuentra en un estado de carga decreciente. El punto donde el área transversal es mínima es el más cargado.

## 4. Planificación y presupuesto

### 4.1. Planificación de tareas

Para la adecuada realización de cualquier proyecto, es necesario plantear una planificación de las tareas que se requieren para llevarlo a cabo, así como fijar unas fechas aproximadas de finalización de las mismas. Para este trabajo, las tareas que se han realizado pueden dividirse en 7 grandes grupos:

- **Propuesta de trabajo, ideas para realizar el proyecto, temas que se quiere abordar y elección de la mejor propuesta:** en un primer momento se plantearon varias posibilidades para enfocar el proyecto. Desde un primer momento estaba decidido la realización de un proyecto con un enfoque biomecánico en el que se iba a analizar el comportamiento de la tibia, pero había muchos aspectos que concretar como: estudiar la tibia completa o solo una parte, aislar la tibia o estudiarla como parte de alguna articulación, estados de carga a los que se iba a someter, etc. La decisión final fue el estudio de la tibia completa pero aislada, no como parte de ninguna articulación y el estudio de dos estados de carga, el ciclo de marcha normal y el ciclo de marcha con pasos cruzados. La elección de los estados de carga se debió a que permite comparar entre la marcha normal y un tipo de marcha que presenta patología. El ciclo de marcha es una actividad diaria que todo el mundo lleva a cabo, mientras que el ciclo de marcha con pasos cruzados permite conocer el comportamiento de la tibia al estar sometida a cargas en distintas direcciones.

Tiempo estimado: 2 horas

- **Búsqueda de información:** una vez definido el tema del trabajo y los aspectos a abordar, fue necesario hacer una amplia búsqueda de información en libros, revistas biomédicas y páginas web especializadas para obtener todos los datos necesarios para realizar el trabajo. Quizá este apartado fue uno de los más complicados ya que, en este ámbito de la biomedicina, abundan los artículos pero escasea la información precisa. Datos tan simples como la densidad aparente del hueso, consideraciones sobre el comportamiento mecánico del tejido óseo o las cargas a las que está sometido un hueso en diferentes estados de carga son diversas en función del artículo y no se presentan de manera clara. Además de buscar datos sobre el material y las cargas, se buscaron criterios de rotura para aplicarlos en el estudio. En las fases posteriores del proyecto ha sido necesaria la ampliación de información con nuevas búsquedas.

Tiempo estimado: 40 horas

- **Validación del modelo:** antes de empezar a realizar el estudio que ocupa este trabajo, fue necesario comprobar la validación del modelo de la tibia proporcionada por el Departamento de Ingeniería mecánica de la Universidad. Para llevar a cabo esta tarea, se escogió uno de los artículos de entre los muchos recopilados en la fase anterior del proyecto, con una complejidad medio y se reprodujo lo más fielmente posible. Los resultados obtenidos se compararon con los que proporcionaba dicho artículo, quedando demostrado de esta forma la validez del modelo.

Tiempo estimado: 60 horas

- **Estudio del estado de carga correspondiente al ciclo de marcha:** con el modelo validado fue el momento de empezar a realizar el estudio propiamente dicho. Mediante el software elegido, ABAQUS, se sometió el modelo al estado de carga. Una vez que el programa proporcionó los resultados, se comprobó si los estudios aplicados cumplían los criterios de fractura.

Tiempo estimado: 40 horas.

- **Estudio del estado de carga correspondiente al ciclo de marcha con pasos cruzados:** se llevó a cabo el mismo proceso que en el estado de carga anterior. Al igual que en la fase anterior, se aplicaron los criterios de rotura a los datos obtenidos mediante el software.

Tiempo estimado: 40 horas.

- **Desarrollo de la memoria:** esta fase se ha desarrollado paralelamente a las dos anteriores. Ha sido la fase más larga ya que no solo debía contener los resultados obtenidos y su explicación si no también una base teórica para comprender y fundamentar el estudio realizado.

Tiempo estimado: 150 horas.

- **Maquetación final y revisión.**

Tiempo estimado: 8 horas.

A continuación en la figura 53 se muestra un diagrama de Gantt que refleja los periodos de tiempo durante los cuales se han desarrollado cada una de las tareas, pero no implica que se haya invertido todo ese tiempo de forma completa, si no que se ha hecho a intervalos

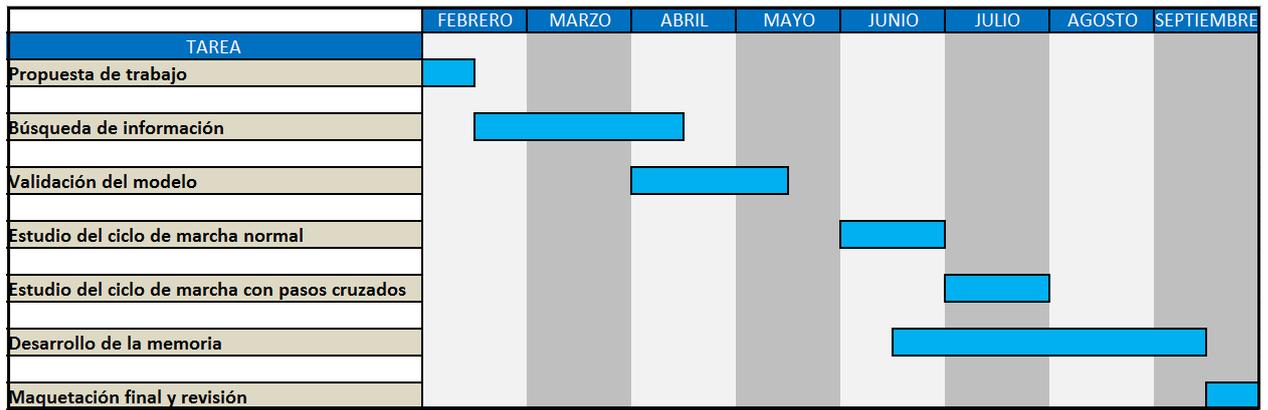


Figura 53: Diagrama de Gantt

## 4.2. Presupuesto económico

Se ha desarrollado un presupuesto económico con el fin de tener una idea del coste que ha supuesto llevar a cabo este Trabajo Fin de Grado. La inversión está basada, mayoritariamente, en la mano de obra que ha intervenido: la del autor del proyecto, en calidad de Graduado en Ingeniería en Tecnologías Industriales y la del tutor, que ha supervisado y dirigido el trabajo realizado, en

calidad de Doctor en Ingeniería Industrial. A los gastos asociados al personal hay que sumarle los gastos del equipo técnico utilizado, siendo estos, la licencia del software utilizado y el ordenador usado como soporte. El software utilizado ha sido ABAQUS/CAE en su versión comercial 6.11, disponible en la Escuela Politécnica de la Universidad Carlos III de Madrid.

Tabla 23. Presupuesto del Trabajo Fin de Grado

RECURSOS HUMANOS	Doctor en Ingeniería	50 horas	40€/horas	2000€
	Graduado en Ingeniería	340 horas	15€/horas	5100€
RECURSOS INFORMÁTICOS	Licencia ABAQUS/CAE 6.11	33650€		
	Ordenador	700€		
TOTAL		41450€		

## **5. Conclusión y desarrollos futuros**

### **5.1. Conclusión**

En este estudio se ha desarrollado un modelo numérico de una tibia humana que permite conocer el riesgo de fractura dos estados de carga diferentes: el ciclo de marcha humana normal y con pasos cruzados.

A partir de los resultados expuestos anteriormente, se puede concluir que:

Comparando los diferentes valores de tensión máxima alcanzados por cada material, se demuestra como el tejido trabecular presenta una menor resistencia ante la presencia de las cargas que el tejido cortical. Como se ha explicado en el apartado 2, se debe a la composición del tejido y por lo que se concluye que su función es proteger la médula ósea roja o amarilla frente a golpes. Por otro lado, el tejido cortical es el que soporta la mayor carga por lo que es el que cumple la función de protección y soporte del hueso.

Si se observan los resultados de los criterios de fractura, los valores que soporta cada tejido son inferiores a su límite de rotura. Analizando el criterio de Raghava y Robert, también se observa como la tensión equivalente obtenida es muy inferior al valor máximo que puede alcanzar. Se puede concluir que los cuatro estudios realizados entran dentro de los valores admitidos por cada criterio de fractura y por lo tanto el estudio realizado es aceptable.

En relación a las diferencias encontradas entre los dos tipos de marcha, en la dirección anterior/posterior se observa como los coeficientes de seguridad son mayores que en la dirección medio/lateral por ser las cargas aplicadas mucho menores. En relación con el tipo de marcha, se observa como los resultados de un tipo de marcha a otro no difieren mucho. Se debe a que en el estudio los sujetos no presentaban ningún tipo de anomalía patológica y por lo tanto la diferencia no es muy elevada. Cuando un individuo presenta la marcha conocida como marcha en tijera, se observa como sus pasos provocan un desplazamiento excesivo del centro de gravedad y como consecuencia una menor estabilidad y más riesgo de sufrir fracturas por una mala distribución de la carga.

### **5.2. Desarrollos futuros**

Tras la finalización del estudio llevado a cabo en este trabajo, existen ciertos aspectos sobre los que se puede profundizar y realizar un estudio más

detallado para así completar el análisis de la tibia para unos mejores resultados en el diseño de prótesis. Algunos de ellos se plantean a continuación:

- Considerar el hueso cortical como un material ortótropo o con isotropía transversal que permita obtener unos resultados más precisos.
- Realizar un estudio de la tibia donde el hueso trabecular se considere un material anisótropo u ortótropo para verificar los criterios de fractura que en este estudio no han podido ser aplicados y profundizar en el conocimiento del comportamiento del tejido esponjoso.
- Estudiar diferentes estados de carga como aguantar todo el peso en una pierna, subir y bajar escaleras o sentarse y levantarse de un asiento. Completar con los posibles estados de carga diferentes que soporta la tibia en la vida diaria posibilita conocer más en profundidad el estado tensional al que está sometido a lo largo del ciclo de vida de una persona y así predecir fielmente cuando puede producirse una fractura.
- Por último se propone llevar más lejos el estudio comparativo aquí realizado. Es interesante comprobar las diferentes respuestas del hueso en personas de diferentes rangos de edad y distinto sexo. En este campo, se apreciaría una gran diferencia entre hombres y mujeres, debido a la pérdida de masa ósea.

## 6. Bibliografía

- [1] B. D. Gerard J. Tortora, Principles of Anatomy & Physiology. Organization, support and movement, and control systems of the Human Body, 13 ed., vol. 1.
- [2] «zonamedica.com.ar,» [En línea]. Available: <http://www.zonamedica.com.ar/categorias/medicinailustrada/osteoporosis/composicion.htm>. [Último acceso: 06 2015].
- [3] «ujaen,» [En línea]. Available: <http://www.ujaen.es/investiga/cvi296/Gerontologia/ImprimibleTema03.pdf>. [Último acceso: 16 08 2015].
- [4] «Curso de Fisiología,» [En línea]. Available: [www.iqb.es/cbasicas/fisio/cap06/cap6\\_2.htm](http://www.iqb.es/cbasicas/fisio/cap06/cap6_2.htm). [Último acceso: 20 08 2015].
- [5] «Caracterización mecánica del material óseo,» *Tecnología y desarrollo*, vol. 2, 2004.
- [6] «rufioseo-esteban-blogspot,» [En línea]. Available: [http://rufioseo-esteban.blogspot.com.es/2011\\_10\\_01\\_archive.html](http://rufioseo-esteban.blogspot.com.es/2011_10_01_archive.html). [Último acceso: 16 06 2015].
- [7] «moblog.whmsoft,» [En línea]. Available: [http://moblog.whmsoft.net/related\\_search.php?keyword=hueso+esponjos&language=spanish&depth=2](http://moblog.whmsoft.net/related_search.php?keyword=hueso+esponjos&language=spanish&depth=2). [Último acceso: 15 06 2015].
- [8] W. V. A. W. M. M. Richard L. Drake, GRAY Anatomía para estudiantes, Elsevier Churchill Livingstone.
- [9] [En línea]. Available: <http://www.monografias.com/trabajos97/hematopoyesis/hematopoyesis.shtml>. [Último acceso: 16 04 2015].
- [10] B. d. I. huesos. [En línea]. Available: <http://www.cristinaoleari.com.ar/>. [Último acceso: 20 08 2015].
- [11] «Biomecánica y hueso (I): Ensayos en los distintos niveles jerárquicos del hueso y técnicas alternativas para la determinación de la resistencia

ósea».

- [12] «drmime,» [En línea]. Available: <http://drmime.blogspot.com.es/2014/04/anatomia-humana-i-osteologia.html>. [Último acceso: 20 06 2015].
- [13] [En línea]. Available: <http://www.uaz.edu.mx/histo/TortorAna/ch06/ch06.htm>. [Último acceso: 20 07 2015].
- [14] «Anatomía humana: I Osteología,» [En línea]. Available: <http://drmime.blogspot.com.es>. [Último acceso: 20 08 2015].
- [15] «mural.uv,» [En línea]. Available: <http://mural.uv.es/monavi/disco/segundo/histologia/Tema16.pdf>.
- [16] «ocw.unicam,» [En línea]. Available: <http://www.ocw.unican.es>. [Último acceso: 26 07 2015].
- [17] «mediagraphic,» [En línea]. Available: <http://new.medigraphic.com>. [Último acceso: 14 08 2015].
- [18] «Biomecánica y hueso (y II): Ensayos en los distintos niveles jerárquicos del hueso y técnicas alternativas para la determinación de la resistencia ósea».
- [19] «Transparencias de la asignatura "Elasticidad y Resistencia de materiales"».
- [20] J. Z. Viñuela, «Transparencias de la asignatura "Modelización en Mecánica de Sólidos"».
- [21] R. N. V. K. A. F. Namrata Phate<sup>1</sup>, «Three-Dimensional Finite Element Analysis of Human Tibia Bone,» p. 5, 2014.
- [22] «scielo,» [En línea]. Available: [scielo.isiii.es/pdf/romm/v5n2/revision1.pdf](http://scielo.isiii.es/pdf/romm/v5n2/revision1.pdf).
- [23] «rua.ua,» [En línea]. Available: <http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3624/1/tema3RUA.pdf>.
- [24] «slideplayer,» [En línea]. Available: <http://slideplayer.es/slide/1024540/>. [Último acceso: 16 08 2015].
- [25] «slideplayer,» [En línea]. Available: <http://slideplayer.es/slide/1024831/>. [Último acceso: 16 08 2015].

- [26] «Propiedades mecánicas de los materiales,» [En línea]. Available: <http://slideplayer.es/slide/1024831/>.
- [27] «biofiscamedica,» [En línea]. Available: <http://biofiscamedica.tripod.com/elast2.pdf>. [Último acceso: 17 08 2015].
- [28] «Empleo de elementos finitos en un estudio comparativo de dos sistemas de fijación interna para la fractura de cadera,» *scielo*, vol. 27, nº 2, 2013.
- [29] P. E. C. Federico C. Buroni, «DETERMINACIÓN DE LAS CONSTANTES ELÁSTICAS».
- [30] M. Kutz, Standard Handbook of Biomedical Engineering and Design, MacGRAW-HILL, 2003.
- [31] «wikimedia,» [En línea]. Available: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Left\\_tibia\\_-\\_close\\_up\\_-\\_posterior\\_view.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Left_tibia_-_close_up_-_posterior_view.png).
- [32] «anatomiaunam,» [En línea]. Available: <http://anatomiaunam.blogspot.com.es/2011/03/tibia.html>. [Último acceso: 31 07 2015].
- [33] «anatomia,» [En línea]. Available: <http://www.sabelotodo.org/anatomia/huesospierna.html>. [Último acceso: 30 07 2015].
- [34] J. R. R. Cano, «Apuntes Fundamentos Biológicos de la Actividad Física y Deportiva».
- [35] «Slideshare,» [En línea]. Available: <http://es.slideshare.net/davidco1/region-femoral-rodilla-pierna-y-pie>.
- [36] P. V. Luna, Biomecánica de la marcha humana normal y patológica.
- [37] «ciclo de la marcha,» [En línea]. Available: <http://ciclodelamarcha.blogspot.com.es/>.
- [38] [En línea]. Available: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Planos\\_posici%C3%B3n\\_anat%C3%B3mica.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Planos_posici%C3%B3n_anat%C3%B3mica.jpg). [Último acceso: 5 07 2015].
- [39] «slideshare,» [En línea]. Available: <http://pt.slideshare.net/savagner/biomecanica-da-marcha>. [Último acceso: 10 07 2015].

- [40] «medicosenformacion4,» [En línea]. Available: <http://medicosenformacion4.tripod.com/photogallery/photo00016616/real.htm>. [Último acceso: 31 07 2015].
- [41] «Evaluación preliminar de la marcha en individuos sanos,» *scielo*, vol. 11, nº 44, 2007.
- [42] M. B. M. Abella, «Transparencias de la asignatura " Técnicas avanzadas en el diseño de máquinas"».
- [43] «SIMULIA Abaqus/CAE User's Manual,» 2010.
- [44] E. M. M. Sanz, «Modelo numérico de un fémur humano para el estudio del riesgo de fractura,» 2014.
- [45] «Estimación de la altura,» [En línea]. Available: <http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/24014/6/21466609.pdf>. [Último acceso: 26 08 2015].
- [46] C. B. M. O. S. G. A. L. V. D'Angeli n, «Load along the tibial shaft during activities of daily living,» *Journal of Biomechanics*, 2014.
- [47] «Normalization of joint moments during gait: a comparison of two techniques.,» [En línea]. Available: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/12600350>. [Último acceso: 01 09 2015].
- [48] C. D. Á. M<sup>a</sup> Teresa Angulo Carrere, «Biomecánica clínica biomecánica del hueso,» Madrid, 2010.
- [49] «anatomiajmhuesos,» [En línea]. Available: <http://anatomiajmhuesos.blogspot.com.es/2014/05/histogenesis-del-hueso.html>. [Último acceso: 13 07 2015].
- [50] R. N. V. K. A. F. Namrata Phate, «Three-Dimensional Finite Element Analysis of Human Tibia Bone,» *International Journal of Scientific*, 2014.

## Anexos

### Valores de las fuerzas aplicadas a cada caso y en cada punto

#### Walking sidestep medio/lateral

Walking sidestep P1	R11	0.024647		R12	0.026304
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 11	F 12	
0	0	0	0	0	
			-	-	
0.03	-0.005	-5.370255	108.943381	102.080577	
0.1	0	0	0	0	
0.2	0.03	32.22153	653.660283	612.483463	
0.3	0.05	53.70255	1089.43381	1020.80577	
0.4	0.055	59.072805	1198.37719	1122.88635	
0.5	0.055	59.072805	1198.37719	1122.88635	
0.6	0.06	64.44306	1307.32057	1224.96693	
0.7	0.07	75.18357	1525.20733	1429.12808	
0.8	0.075	80.553825	1634.15071	1531.20866	
0.9	0.05	53.70255	1089.43381	1020.80577	
1	0	0	0	0	

Walking sidestep P4	R41	0.015318		R42	0.008476
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 41	F 42	
0	0	0	0	0	
				-	
0.1	-0.009	-9.666459	-315.526146	570.225283	
0.2	0.01	10.74051	350.584606	633.583648	
0.3	0.03	32.22153	1051.75382	1900.75094	
0.4	0.035	37.591785	1227.04612	2217.54277	
0.5	0.035	37.591785	1227.04612	2217.54277	
0.6	0.04	42.96204	1402.33843	2534.33459	
0.7	0.045	48.332295	1577.63073	2851.12642	
0.8	0.052	55.850652	1823.03995	3294.63497	
0.9	0.03	32.22153	1051.75382	1900.75094	
0.97	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	

Walking sidestep P7		R71	0.021391		R72	0.010403
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 71		F 72	
0	0	0	0		0	
			-		-	
0.1	-0.02	-21.48102	502.104156		1032.44353	
			-		-	
0.2	-0.01	-10.74051	251.052078		516.221763	
0.3	0.01	10.74051	251.052078		516.221763	
0.4	0.017	18.258867	426.788533		877.576997	
0.5	0.017	18.258867	426.788533		877.576997	
0.6	0.02	21.48102	502.104156		1032.44353	
0.7	0.025	26.851275	627.630195		1290.55441	
0.8	0.028	30.073428	702.945818		1445.42094	
0.9	0.015	16.110765	376.578117		774.332644	
0.97	0	0	0		0	
1	0	0	0		0	

Walking sidestep P10		R101	0.029715		R102	0.032524
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 101		F 102	
0	0	0	0		0	
0.1	-0.025	-26.851275	-451.813478		-412.791708	
0.2	-0.025	-26.851275	-451.813478		-412.791708	
0.3	-0.015	-16.110765	-271.088087		-247.675025	
0.4	-0.005	-5.370255	-90.3626956		-82.5583415	
0.5	-0.005	-5.370255	-90.3626956		-82.5583415	
0.6	0	0	0		0	
0.7	0.003	3.222153	54.2176174		49.5350049	
0.8	0.005	5.370255	90.3626956		82.5583415	
0.9	0	0	0		0	
0.97	-0.0005	-0.5370255	-9.03626956		-8.25583415	
1	0	0	0		0	

### Walking sidestep anterior/posterior

Walking sidestep P1		R'11	0.019781		R'12	0.027461	
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F'11	F'12			
0.0024298	0.00052184	0.56048696	18.2950438	33.0631762			
0.1003291	0.00526031	5.64984014	184.418336	333.284577			
0.19824378	0.00947795	10.1798038	332.282407	600.50754			
0.3001261	0.01213517	13.0337893	425.44031	768.864401			
0.39804077	0.01635281	17.563753	573.304381	1036.08736			
0.49996924	0.01744756	18.7395693	611.684595	1105.44887			
0.59794545	0.01958191	21.0319722	686.511691	1240.67792			
0.69984317	0.02171831	23.3265694	761.410411	1376.03642			
0.8016332	0.02750046	29.5368966	964.123794	1742.38418			
0.8486144	0.03012908	32.3601707	1056.27924	1908.92937			
0.89977854	0.02390576	25.6760065	838.099181	1514.62993			
0.9788546	0.00207206	2.22549532	72.6431428	131.282169			
0.9984006	0.00416556	4.47402421	146.038132	263.923089			

Walking sidestep P4		R'41	0.010527		R'42	0.018551	
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F'41	F'42			
0.00636668	4.08E-06	0.00438747	0.20839109	0.11825417			
0.10028297	0.00682394	7.32925743	348.1171	197.543459			
0.20213453	0.01052288	11.3021055	536.815118	304.62254			
0.30011073	0.01265727	13.5945556	645.699423	366.410319			
0.3980254	0.016875	18.1246106	860.863049	488.507644			
0.49990773	0.01953227	20.9786563	996.421406	565.431952			
0.60180545	0.02166871	23.2732975	1105.40978	627.278785			
0.6997662	0.02432394	26.1251499	1240.86397	704.14398			
0.79772705	0.02697917	28.9770013	1376.3181	781.009145			
0.8329899	0.02803922	30.1155469	1430.3955	811.696052			
0.89997846	0.01713644	18.4054084	874.200075	496.075909			
0.97890073	0.00051062	0.54843291	26.04887	14.7817614			
1	0.00208538	2.23979996	106.383583	60.3687123			

Walking sidestep P7		R'71	0.014574		R'72	0.020534	
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F'71	F'72			
0	0.00129534	1.39125779	47.7308146	33.8769306			
0.09881423	0.00958549	10.2953073	353.208017	250.689278			
0.20158103	0.01321244	14.190829	486.854296	345.544683			
0.30039525	0.0126943	13.6343256	467.76196	331.993903			
0.3992095	0.01735751	18.6428542	639.592912	453.950867			
0.49802372	0.02202073	23.6513828	811.423864	575.90783			
0.6007905	0.02409326	25.8773932	887.793098	630.11087			
0.69960475	0.02512953	26.9904	925.97777	657.212429			
0.7944664	0.0261658	28.1034058	964.162406	684.313962			
0.8972332	0.01528498	16.4168427	563.223641	399.747801			

0.96837944 -0.00129534 -1.39125779 -47.7308146 -33.8769306  
 1 0.00129534 1.39125779 47.7308146 33.8769306

Walking sidestep P10	R'101	0.04054	R'102	0.039407
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F'101	F'102
0	-0.00051675	-0.55501408	-6.84526495	-7.04207478
0.01411743	0.00313317	3.36518437	41.504494	42.6977995
0.03767724	0.00210376	2.2595436	27.868076	28.6693176
0.04944176	0.00210989	2.26612485	27.9492458	28.7528211
0.06886476	0.0083701	8.98991213	110.877061	114.064914
0.10408144	0.01099265	11.8066635	145.617458	149.80414
0.20202689	0.01416871	15.2179171	187.690147	193.086471
0.30014148	0.0116156	12.4757511	153.869648	158.293591
0.40191615	0.01791871	19.2456084	237.365668	244.190225
0.50369084	0.02422181	26.0154635	320.861662	330.086832
0.5663581	0.02685866	28.8475706	355.791448	366.020893
0.6016824	0.02583538	27.7485114	342.236204	352.075918
0.6996893	0.02692811	28.9221581	356.711373	366.967266
0.7428567	0.0259089	27.8274843	343.210215	353.077933
0.8016793	0.02593954	27.8603921	343.616084	353.495472
0.84492356	0.02231618	23.9687122	295.618059	304.117444
0.90011686	0.01244894	13.3707943	164.908662	169.64999
0.9554793	-0.00314747	-3.38054051	-41.6938889	-42.8926397
1	0.00104167	1.1188031	13.7987555	14.1954868

### Walking crossover medio/lateral

Walking crossover P1	R11	0.024647	R12	0.026304
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 11	F 12
0	0	0	0	0
0.02923977	-0.0015625	-1.67820469	-34.0448064	-31.9001803
0.09941521	0.0140625	15.1038422	306.403258	287.101623
0.19883041	0.0421875	45.3115266	919.209773	861.304869
0.25146198	0.05	53.70255	1089.43381	1020.80577
0.2982456	0.053125	57.0589594	1157.52342	1084.60613
0.39766082	0.0546875	58.7371641	1191.56822	1116.50631
0.50292397	0.0515625	55.3807547	1123.47861	1052.70595
0.5906433	0.05625	60.4153688	1225.61303	1148.40649
0.69590646	0.0640625	68.8063922	1395.83706	1307.90739
0.80701756	0.0734375	78.8756203	1600.1059	1499.30848
0.8947368	0.0453125	48.6679359	987.299386	925.10523
0.9532164	0.0078125	8.39102344	170.224032	159.500902
1	0.003125	3.35640938	68.0896128	63.8003607

Walking CROSSOVER P4		R41	0.015318		R42	0.008476
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 41		F 42	
0	0.003125	3.35640938	109.557689		197.99489	
0.05325444	-0.0015625	-1.67820469	-54.7788447		-98.997445	
0.10059172	0.0015625	1.67820469	54.7788447		98.997445	
0.19526628	0.0203125	21.8166609	712.124982		1286.96678	
0.30177516	0.03125	33.5640938	1095.57689		1979.9489	
0.40236688	0.0328125	35.2422984	1150.35574		2078.94634	
0.49704143	0.0359375	38.5987078	1259.91343		2276.94123	
0.52662724	0.0375	40.2769125	1314.69227		2375.93868	
0.60946745	0.040625	43.6333219	1424.24996		2573.93357	
0.70414203	0.0453125	48.6679359	1588.5865		2870.9259	
0.8224852	0.0515625	55.3807547	1807.70188		3266.91568	
0.9053255	0.028125	30.2076844	986.019205		1781.95401	
0.9526627	0.0078125	8.39102344	273.894224		494.987225	
1	0.0015625	1.67820469	54.7788447		98.997445	

Walking crossover P7		R71	0.021391		R72	0.010403
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 71		F 72	
0	0.0009375	1.00692281	23.5361323		48.3957903	
0.0591716	-0.003125	-3.35640938	-78.4537744		-161.319301	
0.10059172	-0.003125	-3.35640938	-78.4537744		-161.319301	
0.20118344	0.0078125	8.39102344	196.134436		403.298252	
0.30177516	0.0140625	15.1038422	353.041985		725.936854	
0.40236688	0.0171875	18.4602516	431.495759		887.256155	
0.5029586	0.0234375	25.1730703	588.403308		1209.89476	
0.6035503	0.0265625	28.5294797	666.857082		1371.21406	
0.70414203	0.028125	30.2076844	706.083969		1451.87371	
0.7751479	0.0328125	35.2422984	823.764631		1693.85266	
0.82840234	0.0296875	31.8858891	745.310856		1532.53336	
0.9053255	0.01875	20.1384563	470.722646		967.915806	
0.9704142	0.0015625	1.67820469	39.2268872		80.6596505	
1	0.0015625	1.67820469	39.2268872		80.6596505	

Walking crossover P10		R101	0.029715		R102	0.032524
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 101		F 102	
0	0.003125	3.35640938	56.4766848		51.5989635	
0.01764706	0.009375	10.0692281	169.430054		154.79689	
			-			
0.1	-0.015625	-16.7820469	282.383424		-257.994817	
			-			
0.2	-0.0140625	-15.1038422	254.145081		-232.195336	

0.30588236	-0.0046875	-5.03461406	84.7150271	-77.3984452
0.4117647	0.003125	3.35640938	56.4766848	51.5989635
0.5	0.009375	10.0692281	169.430054	154.79689
0.60588235	0.0125	13.4256375	225.906739	206.395854
0.7	0.015625	16.7820469	282.383424	257.994817
0.80588233	0.0109375	11.7474328	197.668397	180.596372
0.85882354	0.009375	10.0692281	169.430054	154.79689
0.90588236	0.003125	3.35640938	56.4766848	51.5989635
0.9588235	-0.0046875	-5.03461406	84.7150271	-77.3984452
1	0.0015625	1.67820469	28.2383424	25.7994817

### Walking crossover anterior/posterior

Walking crossover P1	R'11	0.019781	R'12	0.027461
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F 101	F 102
0	0	0	0	0
0.10059172	-0.0015625	-1.67820469	-42.4196119	-30.5561467
0.20710059	0.00234375	2.51730703	63.6294179	45.83422
0.30177516	0.0078125	8.39102344	212.09806	152.780733
0.40236688	0.0125	13.4256375	339.356896	244.449173
0.5029586	0.01328125	14.2647398	360.566701	259.727247
0.60946745	0.0140625	15.1038422	381.776507	275.00532
0.70414203	0.01640625	17.6211492	445.405925	320.83954
0.80473375	0.021875	23.4948656	593.874567	427.786053
0.8698225	0.02578125	27.6903773	699.923597	504.17642
0.9053255	0.01953125	20.9775586	530.245149	381.951833
1	0	0	0	0

Walking crossover P4	R'41	0.010527	R'42	0.018551
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F'41	F'42
0	-0.00038677	-0.41541182	-19.7307791	-11.1964806
0.06266219	-0.0034902	-3.74865634	-178.049603	-101.036503
0.10376804	-0.0018829	-2.02233417	-96.0546296	-54.5074166
0.19767483	0.00291584	3.13175765	148.748819	84.4094023
0.3032075	0.01087359	11.6787934	554.706632	314.775307
0.40303105	0.01488953	15.9921124	759.575968	431.031007
0.50309676	0.0133934	14.3851893	683.25208	387.72005
0.6030241	0.01504702	16.1612615	767.610027	435.590036

0.6970001	0.01827088	19.6238559	932.072569	528.916389
0.7909415	0.02228218	23.9321977	1136.70551	645.037942
0.83789486	0.02468155	26.5092445	1259.10727	714.496376
0.9088959	0.01528788	16.4199617	779.897489	442.562712
1	-0.0003914	-0.42038682	-19.9670759	-11.3305702

Walking crossover P7		R'71	0.014574	R'72	0.020534
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F'71	F'72	
0	0	0	0	0	
0.06470589	-0.003125	-3.35640938	-115.150589	-81.7280943	
0.1	-0.00078125	-0.83910234	-28.7876473	-20.4320236	
0.20588236	0.00234375	2.51730703	86.3629419	61.2960707	
0.3	0.0125	13.4256375	460.602357	326.912377	
0.40588236	0.01484375	15.9429445	546.965299	388.208448	
0.5	0.01328125	14.2647398	489.390004	347.344401	
0.60588235	0.015625	16.7820469	575.752946	408.640471	
0.7058824	0.01796875	19.2993539	662.115888	469.936542	
0.8117647	0.0234375	25.1730703	863.629419	612.960707	
0.9	0.0171875	18.4602516	633.328241	449.504518	
0.9588235	0.0015625	1.67820469	57.5752946	40.8640471	
1	-0.00078125	-0.83910234	-28.7876473	-20.4320236	

Walking crossover P10		R'101	0.04054	R'102	0.039407
ciclo de marcha	M adim	M aplicado	F'101	F'102	
0	-0.00038907	-0.41787997	-5.15392168	-5.30210331	
0.0745649	-0.0066327	-7.12385871	-87.8620956	-90.3882396	
0.10380264	-0.00267253	-2.87043749	-35.4025344	-36.4204011	
0.20362617	0.00134321	1.44268088	17.7933014	18.3048808	
0.30898586	0.01323761	14.2178683	175.356047	180.39775	
0.408844	0.01646596	17.6852765	218.121319	224.392576	
0.5030622	0.01417786	15.2277447	187.811356	193.211164	
0.6029203	0.01740621	18.695153	230.576628	237.205991	
0.7086952	0.01985178	21.3218285	262.972724	270.533515	
0.8025328	0.0262251	28.1670992	347.398855	357.387002	
0.90308297	0.01370542	14.720319	181.553021	186.772895	
0.9506937	0.00114405	1.22876611	15.1549841	15.5907087	
1	0.0003937	0.42285474	5.21527797	5.36522367	