



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

SIMULACIÓN DE UN MOTOR STIRLING MEDIANTE MODELOS DE PRIMER ORDEN

PROYECTO FIN DE CARRERA DE INGENIERÍA TÉCNICA MECÁNICA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA TÉRMICA Y DE FLUIDOS

Autor: **Juan Ignacio Pascual Toledano**

Director: **Jesús Ignacio Prieto García**

Tutor: **Antonio Acosta Iborra**

*Muchas gracias a todos
y en especial a ti...*

ÍNDICE

1	RESUMEN DEL PROYECTO	4
2	MOTIVACIONES.....	6
3	FUNDAMENTOS Y ESTADO DEL ARTE	8
3.1	Introducción	8
3.2	Termodinámica.....	10
3.2.1	Modelo teórico	10
3.2.2	Teoría de Schmidt.....	13
3.2.3	Modelo ideal isotérmico de Urieli y Berchowitz.....	14
3.2.4	Modelo adiabático.....	15
3.2.5	Ciclo Stirling	17
3.3	Clasificación de los motores.....	21
3.3.1	Escenario de operación.....	22
3.3.2	Modo de acoplamiento de los cilindros.....	23
3.3.3	Modo de acoplamiento de los pistones	25
4	CONSIDERACIONES GENERALES DE DISEÑO	29
4.1	Trabajo en el eje	29
4.2	Eficiencia del mecanismo.....	30
4.3	Rendimiento mecánico.....	31
4.4	Presión media del ciclo y presión atmosférica	33
5	DIMENSIONADO DEL MOTOR.....	35
5.1	Potencia máxima al freno y potencia indicada	35
5.2	Simulación cuasi-estática.....	39
5.3	Balance de energía	42
5.4	Cálculo del Volante de inercia.....	43
6	RESULTADOS.....	49
6.1	Resumen de Resultados	49
6.1.1	Modelo 1: Sin pérdidas térmicas y con $E=cte$	49
6.1.2	Modelo 2: Con eficiencia del mecanismo variable.....	53
6.1.3	Modelo 3: Con eficiencia del mecanismo variable y pérdidas en el circuito del aire.....	56
6.2	Presupuesto.....	58
6.3	Crítica a los resultados.....	59
6.4	Conclusiones	61

6.5 Líneas futuras de trabajo.....	62
APÉNDICE 1	64
APÉNDICE 2.....	67
BIBLIOGRAFÍA	68
LISTA DE IMÁGENES, FIGURAS, TABLAS Y GRÁFICAS.....	70
GLOSARIO DE TÉRMINOS.....	73

1 RESUMEN DEL PROYECTO

Este proyecto consiste en el estudio del motor Stirling tipo alfa y diferentes modelos termodinámicos de primer orden. Los modelos de primer orden permiten un cálculo sencillo y orientan sobre las dimensiones iniciales para realizar un diseño preliminar. Los modelos de primer orden suponen la conservación de la masa, mientras que los modelos de segundo orden suponen además la conservación de energía. Los modelos de tercer orden aparte de la conservación de la masa y energía contemplan también la conservación del momento lineal.

Para ello se necesita tener una visión global de lo que ha sido, y es, el motor en sí. Primero se describe una breve historia sobre el motor Stirling y cómo ha ido cambiando su modelización. Se parte de la explicación de modelos de primer orden cómo el modelo teórico, pasando por el ciclo de Schmidt, el modelo isotérmico, el modelo adiabático hasta esbozar modelos más complejos. Después se realiza una clasificación de los diferentes tipos de motores con el fin de ver dónde, a diferencia de otros, se encuadra el motor Stirling tipo alfa.

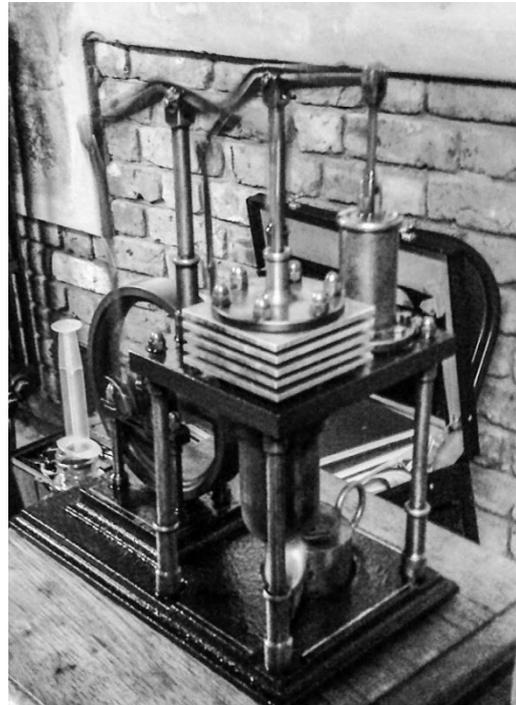


Imagen 1.1 Motor Stirling tipo beta. Kew Bridge Steam Museum. *Fuente: Autor*

Se estudiarán las relaciones mecánico-térmicas del motor a través de conceptos matemáticos que permitirán conocer el trabajo en el eje por ciclo. El motor se divide conceptualmente en dos partes, la parte mecánica, que sería el acoplamiento mecánico, y la parte termodinámica, que sería el circuito de fluido de trabajo. A través de los trabajos de Schmidt por una parte, que supone una variación armónica de los volúmenes del circuito de fluido trabajo; y de Senft por otra parte, que establece las relaciones entre las presiones del circuito del fluido de

trabajo y las fuerzas en el mecanismo, podemos conocer el trabajo en el eje por ciclo mediante la presión del fluido de trabajo.

Se crean tres modelos termodinámicos de primer orden:

El *modelo 1* supone un movimiento no armónico del mecanismo biela manivela y un volumen tronco cónico descrito por el desplazamiento del pistón. Además se incluirán varias relaciones a lo largo de un ciclo termodinámico propuestas por J.R.Senft en dicho modelo.

El *modelo 2* parte de las mismas suposiciones que el *modelo 1* y se amplían las relaciones propuestas por Senft para un ciclo termodinámico a estas mismas por grado de cigüeñal. Este modelo presenta resultados diferentes al *modelo 1*, los cuales se estudiarán en el texto.

El *modelo 3* reúne las suposiciones del *modelo 2* y añade una estimación de la potencia en el eje del motor.

Se creará un motor teórico mediante una simulación que presume un mecanismo de biela manivela, que ayuda a estimar la potencia máxima al freno y la masa del volante de inercia.

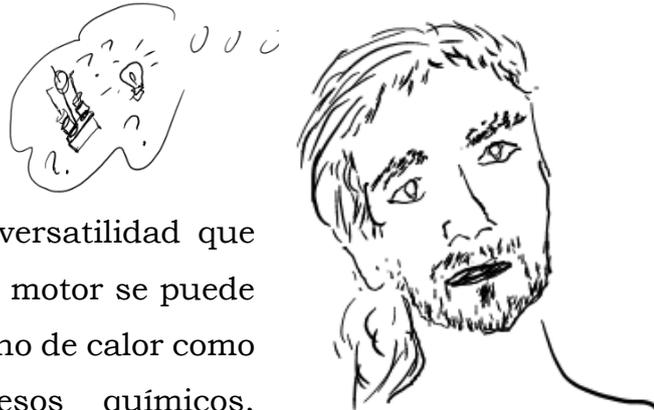
Se realizará un pre-dimensionado del motor, estimando la potencia máxima al freno. A raíz de los resultados obtenidos se efectuará un estudio del trabajo en eje proporcionado por el motor y se analizará la sensibilidad de los resultados frente a la longitud de la biela y la masa del fluido de trabajo.

Por tanto, conocer matemáticamente el comportamiento de un motor Stirling, permite cambiar las magnitudes de los parámetros sobre papel para variar los resultados, sin necesidad de la construcción física de varios motores.

Este es un proyecto realizado en la Universidad Carlos III sobre simulación del Motor Stirling tipo alfa. Por tanto, ha sido conveniente trabajar en colaboración con un profesor especializado en el tema. Por esto el proyecto está dirigido por Jesús Ignacio Prieto García de la Universidad de Oviedo y tutelado por Antonio Acosta Iborra de la Universidad Carlos III.

2 MOTIVACIONES

El interés en el estudio del comportamiento del motor *Stirling* reside principalmente en la diversidad de aplicaciones y versatilidad que puede tener este motor. Dicho motor se puede utilizar en cualquier foco externo de calor como en solar, geotermia, procesos químicos, cogeneración, aprovechamiento del calor residual etc.



Hay que destacar que su ciclo teórico tiene el mismo rendimiento que *el ciclo de Carnot*, es decir, que tiene el máximo rendimiento teórico posible que puede tener un motor térmico. Por tanto, el ciclo termodinámico teórico de *Stirling* en comparación con otro tipo de ciclos termodinámicos teóricos como el de *Otto* o el de *Rankine*, parte de primeras con el máximo rendimiento que se puede alcanzar en un motor térmico. No obstante, en la práctica, el ciclo real no tiene esas características.

Por otra parte, es sorprendente que aun siendo un motor construido en 1816, se utilice todavía e incluso actualmente se sigan haciendo investigaciones en este campo. En cogeneración por ejemplo, se está proponiendo, un calentador de agua que incluya un motor *Stirling*, con el cual se obtendría además de agua caliente, electricidad. La importancia que tiene la cogeneración es que el aprovechamiento energético global es mayor que en el sistema común. Aunque en España la cogeneración esté incluida en el Régimen Especial de producción de energía eléctrica¹ a nivel industrial, no se contempla un uso compartido de la electricidad de la red y la producida en la cogeneración a nivel

¹El Régimen Especial de producción de energía eléctrica es aquel que complementa el Régimen Ordinario y se aplica al suministro de energía eléctrica que va a las redes de distribución y transporte y que procede del tratamiento de residuos, biomasa, hidráulica, eólica, solar y cogeneración.

doméstico. Es una apuesta interesante trabajar en esta línea, pues las directrices energéticas en este momento van encaminadas a una eficiencia energética.

Además, el motor *Stirling* puede ser una alternativa en algunas aplicaciones a los motores de combustión interna por ejemplo en grupos electrógenos. El hecho de tener una combustión externa presenta determinadas ventajas en cuanto a las emisiones contaminantes.



Imágen 2.1 Proyecto Maqueta Motor Stirling tipo alfa. Autor 2012 *Fuente: Autor.*

Con este proyecto se pretenden afianzar los conocimientos del alumno en termodinámica y poner a prueba sus habilidades como ingeniero mecánico, así como asentar los principios básicos de funcionamiento del motor. Todo el aprendizaje adquirido en este área del conocimiento de gran interés, servirá para poder desarrollar otras ideas en dicho campo.

Una vez finalizado el proyecto, existe la intención de realizar, con el apoyo de este estudio, una maqueta para comprobar en qué medida la teoría se corresponde con la realidad.

3 FUNDAMENTOS Y ESTADO DEL ARTE

3.1 Introducción

El motor Stirling fue inventado en 1816 por el reverendo Robert Stirling (1790-1878) en Escocia, unos ochenta años antes de la invención del motor diésel y unos cuarenta años después de la construcción de la máquina de vapor de James Watt (1736 - 1819). La búsqueda de potencia en las máquinas de vapor condujo al desarrollo de calderas de alta presión, sin embargo tenían el problema de que explotaban con facilidad. Motivado por la resolución de dicho problema, Stirling diseñó un motor más simple y eficiente que una máquina de vapor. Este no necesitaba válvulas que regulasen el paso del fluido y obtenía mayor cantidad de trabajo con la misma cantidad de calor aportado. Mejoró la eficiencia gracias al economizador, dispositivo que intercambia calor, posteriormente llamado regenerador. El economizador permitía almacenar una cantidad de calor en una de las fases de ciclo y devolverlo al mismo en otro punto del ciclo.

Obtuvo éxito comercial hasta principios de 1900 compitiendo con las máquinas de vapor para mover maquinaria y como bomba de agua. Sin embargo fue desplazado rápidamente por los motores de combustión interna y los motores eléctricos.

En 1930 la compañía Philips² trataba de ampliar sus ventas de radios en las zonas rurales donde aún no había llegado la electricidad. Para ello mandó a un grupo de ingenieros estudiar las



Imagen 3.1 Rider-Ericson Engine Co. 1888 Kew Bridge Steam Museum. Fuente: Autor

²Philips Electronics N.V. (Royal Philips Electronics, conocida comúnmente como Philips). Fue fundada en Eindhoven en 1891 por Gerard Philips y su padre Frederik. Hoy en día es una de las mayores compañías de electrónica del mundo.

diferentes alternativas que había en el mercado para fabricar un generador de baja potencia. Después de un análisis minucioso se dieron cuenta que el motor Stirling era silencioso, lo que reducía las interferencias con las ondas de radio. Además se podría usar con una gran variedad de combustibles, como por ejemplo el aceite de la lámpara común que era lo más usado en la época. Por ello se comenzó a trabajar en la evolución de este tipo de motor con los nuevos materiales y tecnologías existentes del momento. Con ello consiguieron fabricar un motor pequeño que proporcionaba la potencia necesaria para las radios y pequeños aparatos eléctricos. El problema surgió cuando se dispusieron a comercializarlo, ya que una nueva serie de radios que no necesitaban de red eléctrica para su funcionamiento habían salido al mercado, eran las radios con pilas.

Más tarde, en la década de los setenta se produjo un desarrollo de esta clase de motores debido a la crisis del petróleo. Philips dio una serie de concesiones de sus investigaciones a diversas empresas, que pudieron desarrollar el motor Stirling. Uno de estos desarrollos se produjo gracias a la empresa General Motors³, la cual aplicó el Stirling a un generador eléctrico llamado GPU 3 y a un automóvil híbrido. En el automóvil el motor Stirling funcionaba como generador eléctrico, el cuál recargaba las baterías que proporcionaban potencia al motor eléctrico encargado de mover el vehículo. Otro desarrollo fue gracias a la NASA que aplicó el motor para mover directamente pequeños vehículos con fines comerciales⁴.

En la actualidad diversas empresas europeas y estadounidenses, japonesas y Chinas se están dedicando al desarrollo y a la implantación de este tipo de motores en sistemas terrestres y marítimos para la producción de energía.

³General Motors es una compañía estadounidense de automóviles y fundada en 1908.

⁴Además la Nasa desarrolla el motor Stirling para aplicaciones como generador eléctrico y Sistemas de refrigeración criogénicos.

3.2 Termodinámica

3.2.1 Modelo teórico

El motor obtiene el calor necesario para el ciclo termodinámico mediante combustión externa. El ciclo termodinámico es cerrado y regenerativo, es decir, el fluido de trabajo siempre es el mismo, no se renueva. En motores de ciclo cerrado las fases termodinámicas se combinan unas con otras, mientras una parte del fluido de trabajo se calienta en una parte del motor en otra se enfría. Así, el proceso termodinámico es más difícil entender en un ciclo cerrado que en un ciclo abierto.

El ciclo consta de cuatro procesos, dos isotérmicos y dos isocóricos. El primero hace referencia a un cambio a temperatura constante en todo el sistema; y el segundo a un proceso termodinámico en el cual el volumen permanece constante. Los procesos isotermos son de compresión y expansión y los isométricos de adición de calor y cesión de calor. Estos procesos se observan en la *figura 3.1*. Los procesos isotérmicos pueden verse claramente en el diagrama de temperatura frente a entropía, mientras que los procesos isócoros se aprecian en la gráfica presión frente a volumen.

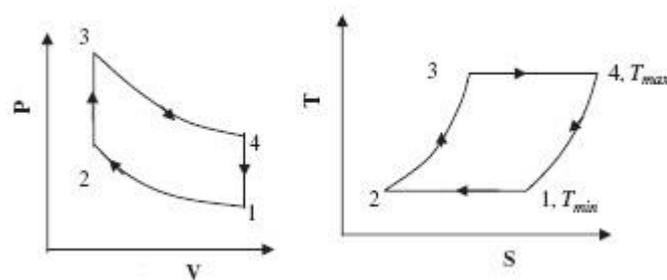


Figura 3.1 Diagramas PV y TS. Fuente: Thombare, D.G Verma, S.K (2006)

Considerando un cilindro con dos pistones opuestos con un regenerador entre ambos como se muestra en la *figura 3.2* se definen las partes principales de un motor Stirling. El regenerador es como una esponja térmica que absorbe y cede calor alternativamente del fluido de trabajo. El volumen entre el regenerador y el pistón derecho es el volumen

de compresión y el volumen entre el regenerador y el pistón izquierdo es el volumen de expansión. El volumen de expansión está encerrado por un cilindro que se encuentra a mayor temperatura que el cilindro de compresión.

Para comenzar el ciclo se asume que el pistón de compresión se encuentra en el punto muerto cerca del regenerador. Todo el fluido de trabajo se distribuye entre el espacio de compresión y el regenerador. El volumen presenta su máximo y la temperatura y la presión son mínimas. Este es el *punto 1* representado en la *figura 3.1*. En un motor real, las temperaturas de cada parte del motor varían dependiendo del punto del ciclo del motor. Para esta explicación las temperaturas se suponen constantes, siendo la mínima la del espacio de compresión, la máxima la del espacio de expansión y una temperatura intermedia la del regenerador.

- Compresión isoterma

La compresión isoterma tiene lugar entre los estados 1 y 2, que están representados en los diagramas Pv y TS de la *figura 3.1*. El fluido de trabajo se reparte entre el regenerador y el volumen de compresión. El cilindro de compresión se encuentra a la mínima temperatura del motor. El fluido de trabajo es comprimido hasta el volumen mínimo, mientras su temperatura permanece constante gracias a la transferencia de calor del fluido de trabajo al cilindro de compresión o foco frío. Esto supone que el trabajo realizado en la compresión del fluido es igual en magnitud que el calor transferido al

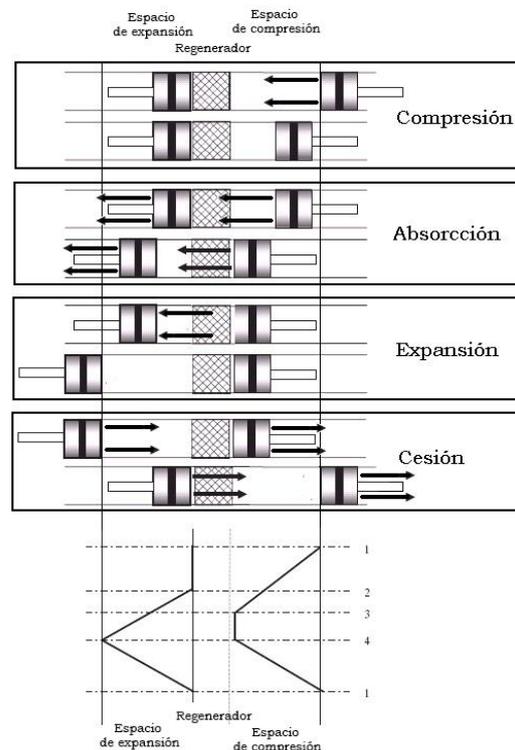


Figura 3.2. Ciclo termodinámico teórico. Fuente: *Figura modificada de Thombare, D.G Verma, S.K (2006)*

foco frío. En resumen, como resultado del proceso, la presión aumenta de P_1 a P_2 y la temperatura permanece constante. No se produce cambio en la energía interna pues en un sistema cerrado, la variación total de energía interna es igual a la suma de las cantidades de energía comunicadas al sistema en forma de calor y de trabajo: $\Delta U = Q - W$, sin embargo sí disminuye la entropía⁵.

- Absorción de calor a volumen constante

En este proceso ambos pistones se mueven con la misma dirección, velocidad y sentido, por esto el volumen permanece constante. El fluido de trabajo es transferido del espacio de compresión al cilindro de expansión atravesando el regenerador y como consecuencia de esto sufre un aumento de temperatura. El fluido no realiza trabajo sobre los pistones, sin embargo se produce un aumento de la energía interna de este.

- Expansión isotérmica

El pistón de compresión se encuentra en el punto más cercano al regenerador y parado durante todo el proceso. El fluido de trabajo desplaza al pistón de expansión produciendo trabajo sobre este. Como resultado el volumen aumenta, la presión disminuye y la temperatura se mantiene constante gracias a la transferencia de calor del cilindro de expansión al fluido de trabajo. El trabajo realizado por el fluido sobre el pistón es de la misma magnitud que el calor transferido. No se produce un cambio en la energía interna pero si aumenta la entropía del mismo.

- Cesión de calor a volumen constante

Ambos pistones se mueven con la misma velocidad dirección y sentido. El sentido esta vez es el opuesto al proceso de absorción de calor. Como en el proceso de absorción se produce una transferencia de calor cuando el fluido de trabajo atraviesa el regenerador. Esta vez el fluido cede calor al regenerador. En consecuencia de esto disminuye la

⁵La entropía es una magnitud física que permite determinar la parte de la energía que no puede utilizarse para producir trabajo. La entropía puede interpretarse como una medida de la distribución aleatoria de un sistema. Un sistema en una condición improbable tendrá una tendencia natural a reorganizarse a una condición más probable, reorganización que dará como resultado un aumento de la entropía.

temperatura del fluido, no se realiza trabajo sobre los pistones, y disminuye la energía interna y la entropía.

Este ciclo termodinámico está altamente idealizado. Resumiendo, consiste en dos isotermas y dos procesos de intercambio de calor a volumen constante reversibles termodinámicamente. Asumir dos procesos isotérmicos implica que los intercambiadores de calor tengan una eficiencia del 100% y un tiempo infinito en la transferencia de calor hasta alcanzar el equilibrio termodinámico. Estas dos suposiciones son inalcanzables en un motor real.

3.2.2 Teoría de Schmidt

En 1871 Schmidt realizó un estudio del ciclo del motor. El análisis puede aplicarse a los tres tipos de configuraciones: *Alpha*, *Beta* y *Gamma*. Los modelos *Beta* y *Gamma* tienen un desplazador y un pistón de trabajo, mientras que el modelo *Alpha* presenta dos pistones de trabajo. Esta teoría supone movimientos sinusoidales de los pistones en el modelo ideal, con lo que Schmidt logra unir la parte cinemática con la parte térmica del motor. Aunque el mecanismo biela-manivela no produce un movimiento perfectamente sinusoidal, esta teoría representa mejor el ciclo real que el modelo teórico. La teoría de Schmidt pertenece a los modelos de primer orden. Los modelos de primer orden suponen la conservación de la masa, mientras que los modelos de segundo orden suponen además la conservación de energía. Los modelos de tercer orden aparte de la conservación de la masa y energía contemplan también la conservación del momento lineal.

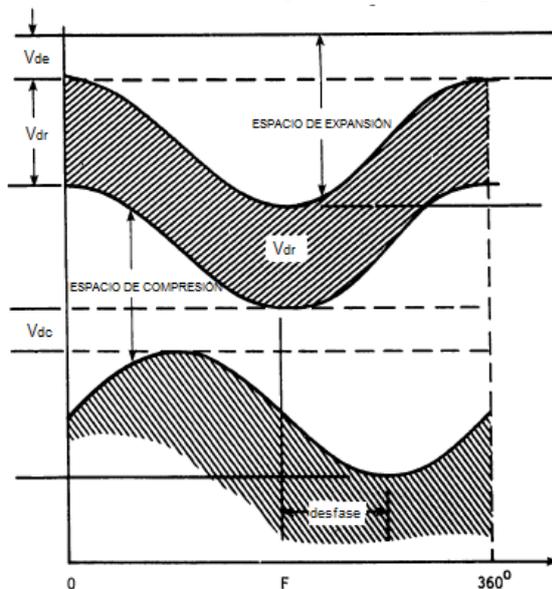


Figura 3.3 Movimiento sinusoidal. Fuente: Figura modificada William R Martini (1978)

3.2.3 Modelo ideal isotérmico de Urieli y Berchowitz

El modelo de Urieli⁶ y Berchowitz⁷ se presumen cinco espacios termodinámicos: calentador, enfriador, regenerador, espacio de compresión y espacio de expansión. Estas cinco divisiones junto con una gráfica de la temperatura del fluido de trabajo en estos cinco componentes se pueden ver en la *figura 3.3*. La temperatura del espacio de compresión es la misma que en el enfriador, asimismo la temperatura del espacio de expansión es idéntica a la del calentador, en cambio la temperatura del regenerador varía linealmente como indica la figura. A efectos de cálculo se considera una temperatura media del regenerador.

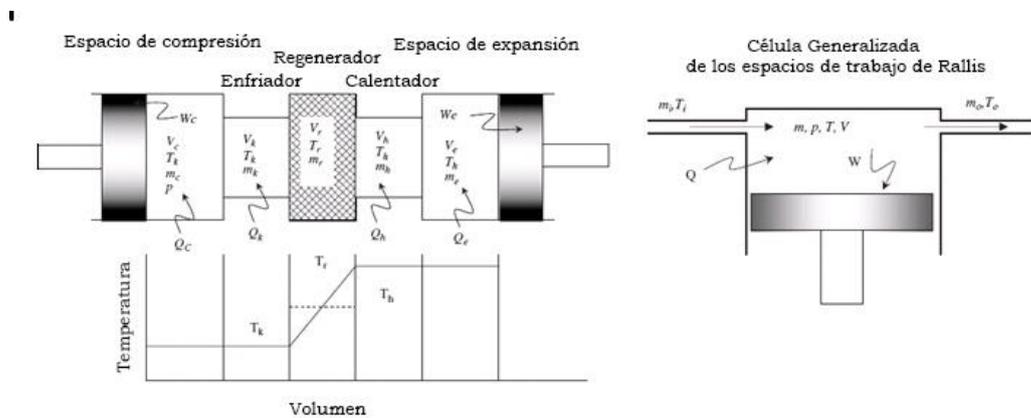


Figura 3.4 Ciclo Isotérmico. Fuente: Figura modificada deThombare, D.G Verma, S.K (2006)

Los supuestos del modelo son que la masa total en el sistema es constante, la presión del fluido de trabajo es igual en las diferentes partes del motor en un mismo instante de tiempo.

La transferencia de calor en cada una de las partes del modelo, se estudia mediante la célula generalizada de los espacios de trabajo ideada por C.J Rallis⁸, la cual puede verse en la *figura 3.4*

⁶Israel Urieli es profesor asociado de la universidad de Ohio, USA. Trabajó durante un año en la empresa Sunpower una compañía con una reputación mundial en el desarrollo de motores Stirling.

⁷Ingeniero Industrial especializado en el desarrollo de motores Stirling.

⁸ Profesor emérito de la universidad de Witwatersrand de Johannesburgo.

3.2.4 Modelo adiabático.

En un ciclo ideal isotérmico, el espacio de compresión y de expansión se mantiene a temperatura constante. Rankine⁹ probó que el calentamiento o el enfriamiento nunca tienen lugar a volumen constante o a temperatura constante, lo que permite una paradójica situación en el modelo ideal isotérmico. En los intercambiadores de calor no se produce transferencia de calor, esta tiene lugar a través de las paredes del espacio de compresión y expansión. Dicha paradoja puede comprobarse aplicando al modelo ideal isotérmico la célula generalizada de Rallis¹⁰(J.A.Miranda Morales 2008). En los motores que funcionan a altas revoluciones, el espacio de trabajo está más cercano a un proceso adiabático que a uno isoterma. Esto implica que el calor a lo largo del ciclo debe ser aportado por los intercambiadores de calor.

El primero en proponer un análisis adiabático para el ciclo Stirling fue Theodor Finkelstein¹¹ en 1960. Su modelo asume un tiempo finito en los procesos de transferencia de calor en los espacios de trabajo, lo que supone que la temperatura del fluido es variable en los espacios de trabajo a lo largo del ciclo.

La teoría presentada por Finkelstein fue estudiada posteriormente por Walker¹² en 1965. El análisis adiabático también ha sido considerado por Berchowitz y Urieli, el modelo explicado a continuación es el propuesto por Urieli.

⁹William John Macquorn Rankine (1820-1872), físico e ingeniero escocés conocido por el ciclo termodinámico que lleva su nombre.

¹⁰ José Arnulfo Miranda Morales *Análisis termodinámico de un motor de ciclo Stirling* pág. (51-55)

¹¹ Theodor Finkelstein estudió ingeniería mecánica en el Imperial College de Londres. Fue pionero en el desarrollo de modelos matemáticos del ciclo de Stirling. Su optimización analítica del modelo de ciclo de Schmidt no ha sido superada.

¹² Graham Walker, 1930-2004, profesor del departamento de *Mechanical and Manufacturing Engineering* de la Universidad de Calgary.

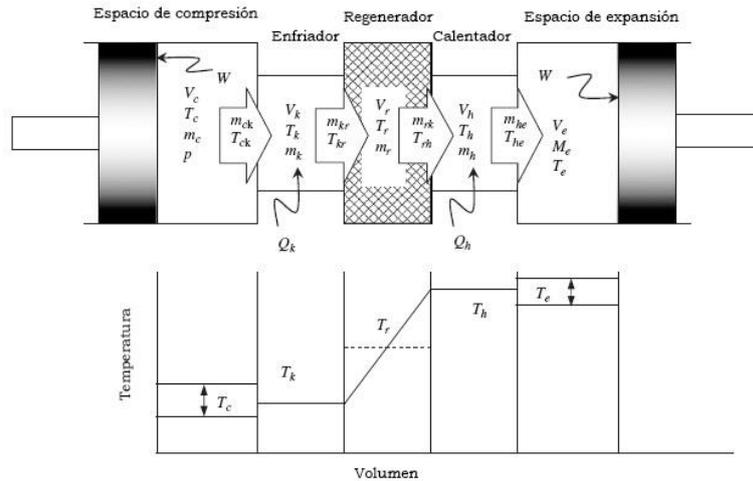


Figura 3.5 Ciclo adiabático. Fuente: Figura modificada de Thombare, D.G Verma, S.K (2006)

El motor supone cinco espacios térmicos, como en el modelo isotérmico. Las flechas en las interfaces representan la dirección positiva del flujo, definida arbitrariamente, con sentido del espacio de compresión al de expansión. Los intercambiadores de calor y el regenerador son térmicamente perfectos, por esto la temperatura en el enfriador y en el calentador son constantes. En el regenerador la distribución de temperatura es lineal desde la temperatura del enfriador hasta la temperatura del calentador. El regenerador es externamente adiabático, no intercambia calor con el exterior. Los espacios de trabajo se consideran adiabáticos y sus temperaturas varían en un rango determinado durante el ciclo de acuerdo a su condición adiabática.

Un programa de ordenador basado en el modelo adiabático de Urieli al que se le añade la eficiencia del regenerador realizado por Organ¹³ muestra que la eficiencia térmica está en función de la eficacia regenerativa y la relación de compresión.

¹³Allan J Organ estudió ingeniería mecánica en la Universidad de Birmingham. Su proyecto fin de carrera es una introducción a los motores Stirling. Ha contribuido con varios libros y más de un centenar de artículos científicos a la literatura de los motores Stirling.

3.2.5 Ciclo Stirling

Varios factores son la causa de que el motor no se adecue completamente a los casos ideales isoterma o adiabático. Existen una variedad de análisis que, partiendo por ejemplo del análisis isotérmico o adiabático explicado, introducen factores que aproximan mejor el ciclo ideal al real. Uno de estos factores es considerar una regeneración imperfecta o pérdidas por fricción en el fluido. Estudiaremos estos factores analizando cada componente del motor por separado y cómo influyen en la desviación del modelo ideal isotérmico. Uno de esos factores el cual se indicó en el modelo adiabático ideal es que las paredes del espacio de compresión y de expansión no transfieren el calor suficiente al fluido para asegurar un proceso de expansión o compresión isotérmica.

3.2.5.1 Intercambiadores de calor

En los motores reales pueden existir más intercambiadores de calor que los contemplados en los modelos ideales. La siguiente figura muestra un pre-calentador y un intercambiador de calor auxiliar. El pre-calentador aporta mayor eficiencia en el proceso de aporte de calor al calentador, mientras que el intercambiador de calor auxiliar ayuda a conseguir un motor más eficiente bajando la temperatura del enfriador aumentando con esto la transferencia

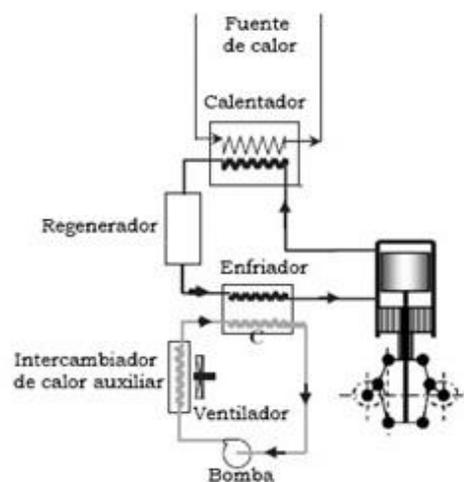


Figura 3.6 Intercambiadores de calor. Fuente: Figura modificada de Thombare, D.G Verma, S.K (2006)

de calor. Ambos intercambiadores pueden tener asociados bombas, ventiladores, y compresores, cuyos trabajos y pérdidas influyen en el rendimiento y potencia finales del motor.

A. Calentador.

Se parte de un calentador formado por tubos. Estos tubos contienen el fluido de trabajo, en el exterior se encuentra el fluido que aporta calor. El fenómeno de transferencia de calor tiene las siguientes fases:

- a) Transferencia de calor por convección desde el fluido exterior a la pared exterior del tubo.
- b) Transferencia de calor por conducción de la pared exterior del tubo a la pared interior.
- c) Transferencia de calor por convección desde la pared interior del tubo al fluido de trabajo.

El calentador es un intercambiador difícil de diseñar debido a los requisitos térmicos y mecánicos de este. En cuanto a los requisitos mecánicos, las tensiones producidas por la diferencia de temperatura y presión entre el interior y exterior del tubo limitan la temperatura máxima que puede alcanzar el fluido de trabajo entorno a los 800°C. Mientras que los requisitos térmicos de la pared exterior e interior del tubo son diferentes. La superficie exterior del tubo está bañada por un fluido con baja presión, alta temperatura y flujo estable. La superficie interior contiene un fluido con alta presión, alta temperatura y velocidad de flujo variable. Por todo esto, los coeficientes de transferencia de calor y las áreas necesarias son significativamente diferentes. Para aumentar la potencia del motor se intenta maximizar la superficie de intercambio de la pared interna del tubo. Este aumento de potencia está reñido con una disminución del rendimiento debido al aumento del volumen muerto y en consecuencia a un aumento de la relación de compresión.

La relación entre la transferencia de calor por convección en la pared interna del tubo y las pérdidas por fricción en el fluido de trabajo ha de ser máxima. Para esta difícil tarea se recurre al estudio del calentador por medio de las correlaciones que aportan números adimensionales, como el *número de Reynolds*, *Prandtl* y *Nusselt*, con el objetivo de alcanzar una relación óptima.

B. Enfriador.

Si aumenta la temperatura del intercambiador de calor frío disminuye la eficiencia térmica del motor, así que es deseable mantener la temperatura del enfriador tan baja como sea posible. Esto puede conseguirse enfriando con aire o con agua. Si se enfría mediante agua pueden necesitarse dos intercambios térmicos como en un motor de combustión interna. Si se refrigera con agua se consiguen menores temperaturas pero aumenta el trabajo de ventiladores y bombas auxiliares y aumenta la complejidad del sistema. Pueden observarse un esquema de estos dos intercambiadores de la zona fría en la *figura 3.6*.

Por una parte en el enfriador, las condiciones del fluido de trabajo son similares a las que tienen lugar en el calentador pero a menor temperatura. Por otra, el intercambiador de calor auxiliar agua-aire experimenta condiciones de flujo similares a las de un motor de combustión interna, por lo que está ampliamente estudiado y documentado. Por esto la mayor parte de los diseñadores de motores han adoptado la refrigeración por agua.

C. Regenerador.

Este dispositivo se podría considerar que es un almacén de calor, el cual absorbe o cede éste dependiendo del punto del ciclo en el que se encuentre. La regeneración ideal se produce cuando las temperaturas a la salida y entrada del regenerador son las temperaturas del final del espacio de expansión y compresión.

El regenerador debe ser capaz de tratar de cuatro a cinco veces la carga de transferencia de calor del calentador, y si no es capaz de hacer esto, la carga adicional se impondrá a los otros intercambiadores de calor. Es decir, la temperatura y por tanto la presión del gas frío será demasiado alta, mientras que la presión y la temperatura del gas caliente serán demasiado bajas. En la *figura 3.7* se representa el suceso anteriormente descrito. Se observa una disminución de las presiones en P_3 y P_4 a P_3' y P_4' , y un aumento de presiones en P_1 y P_2 a P_1' y P_2' .

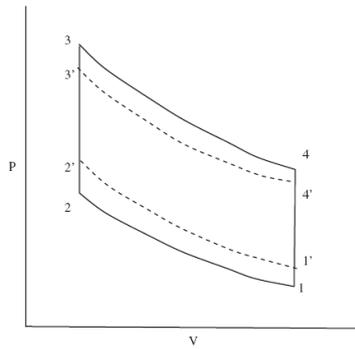


Figura 3.7 Diagrama PV. Fuente: *Thombare, D.G Verma, S.K (2006)*

El regenerador de un motor práctico opera con condiciones no ideales. La temperatura del fluido de trabajo a la entrada del regenerador no es constante debido a que la presión, densidad y velocidad del fluido de trabajo varía en un amplio intervalo.

Hay diversos tipos de materiales que pueden ser utilizados para la matriz del regenerador tales como lana de acero, acero fieltro, malla de alambre, tubos, mallas finas, bolas, láminas, placas metálicas paralelas etc. En las matrices se busca maximizar su capacidad calorífica para almacenar el calor necesario que se necesita en la transferencia de calor al fluido y minimizar el volumen muerto. También se necesitan maximizar la transferencia de calor con la mínima pérdidas por fricción en el fluido.

El modelo de transferencia de calor del regenerador es complejo y a menudo se simplifica el análisis con todas o algunas de las siguientes suposiciones:

- a) La conductividad térmica de la matriz del regenerador es constante.
- b) Los calores específicos del fluido y de la matriz no cambian con la temperatura.
- c) El flujo y la temperatura del fluido es constante en cada la sección de fluido.
- d) El coeficiente de transferencia de calor del fluido y la velocidad del fluido son constantes en el tiempo y en el espacio.
- e) El flujo másico es constante.

- f) Las pérdidas de presión a lo largo del regenerador son despreciables.
- g) El gas fluye en una sola dirección.
- h) El fluido de trabajo es un gas perfecto.

Los modelos de transferencia de calor del calentador, regenerador y enfriador son incluidos en el modelo general del ciclo termodinámico. Estos modelos de transferencia complican el modelo general del ciclo termodinámico. Muchos de estos modelos incluyen ecuaciones diferenciales en los intercambiadores de calor, lo cual complica el modelo termodinámico. Los modelos del ciclo que incluyen además de la conservación de la masa, la energía son los llamados modelos de segundo orden. Los modelos de tercer orden son aquellos que suponen conservación de la masa, la energía y del momento lineal. Los modelos excesivamente complicados requieren mucho tiempo de cálculo y dan lugar a problemas difíciles de resolver. Por ello se tiene que llegar a un acuerdo entre la complejidad del modelo y la exactitud de este.

3.3 Clasificación de los motores

Dentro de los motores considerados tipo Stirling existe un amplio rango de tipos diferentes de motores. Esto se debe a la gran variedad de usos y aplicaciones que puede tener el motor. Se puede seguir la siguiente clasificación según tres características del motor:

- Escenario de operación
 - Simple efecto/doble efecto
 - Monofásico/multifásico
- Modo de acoplamiento de los cilindros
 - Alfa
 - Beta
 - Gamma
- Modo de acoplamiento de los pistones

- Acoplamiento rígido
 - Mecanismo biela manivela
 - Mecanismo rómbico
 - Mecanismo de placa inclinada o *swash plate*
 - Mecanismo *wobble plate*
 - Mecanismo de Ross
- Acoplamiento gaseoso
 - Pistón libre

3.3.1 Escenario de operación.

Los motores Stirling de simple efecto son aquellos en los que el fluido empuja solamente una de las caras del pistón de trabajo. Un ejemplo de este tipo es el motor tratado en este texto para explicar el ciclo termodinámico, el cual puede clasificarse cómo un tipo alfa de simple efecto. Del mismo modo, el motor de Robert Stirling de 1816 también es un motor de simple efecto con un acoplamiento de los cilindros tipo beta.

En el motor de doble efecto, el fluido de trabajo está en contacto con las dos caras del pistón de trabajo. George Herman Babcock¹⁴ (1832-1893) desarrolló en 1885 el motor de doble efecto. En la *figura 3.7* se observa a la izquierda un motor tipo alfa de doble efecto y a la derecha un motor tipo alfa de simple efecto. El motor de doble efecto de la figura presenta cuatro ciclos termodinámicos mientras que el de simple efecto sólo uno. Para que el motor tipo alfa de acción simple tuviera cuatro ciclos termodinámicos debería tener ocho cilindros. Por tanto el motor de doble efecto reduce significativamente el volumen del motor y aumenta la relación entre la potencia y el peso del motor.

¹⁴En 1867, Stephen Wilcox y su socio George Herman Babcock crearon la empresa Babcock & Wilcox Company (B&W). Es una empresa multinacional estadounidense que actualmente se ocupa del diseño, ingeniería, manufactura, servicio y construcción de equipos de generación de energía eléctrica y sistemas de control de la contaminación para servicios públicos e industrias.

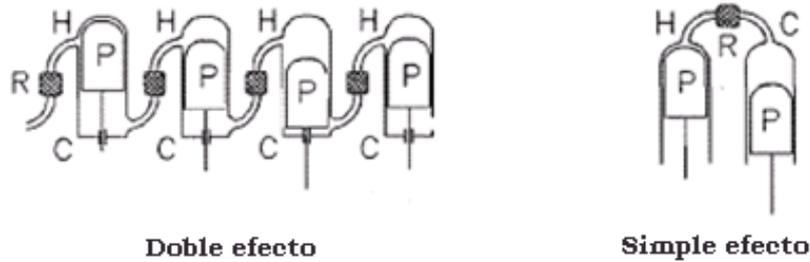


Figura 3.8 Doble y simple efecto. *Fuente: I. Urielli*

Un motor monofásico es aquel en el que el fluido de trabajo no cambia de fase, si el fluido de trabajo es un gas no sufre condensación. En un motor multifásico el fluido de trabajo presenta al menos un cambio de fase. Con un motor multifásico puede obtenerse mayor trabajo para el mismo volumen que en un motor monofásico. Esta característica es la que hace interesante el estudio de este tipo de motores.

3.3.2 Modo de acoplamiento de los cilindros

3.3.2.1 Acoplamiento tipo alfa

Este motor tiene dos pistones de trabajo albergados en cilindros separados, los cuales se conectan en serie mediante el calentador, regenerador y el enfriador. Esta disposición puede observarse en la figura 3.9. Posiblemente el primer motor tipo alfa fue inventado por Charles Franchot. En 1855 Franchot presentó un motor en una exhibición de París (Robert Sier, 1999). Este motor tenía una conexión biela manivela en sus dos pistones de doble acción desfasados 90°. Los cilindros del motor estaban comunicados por regeneradores.

3.3.2.2 Acoplamiento tipo beta

Consiste en un motor de un sólo cilindro que contiene dos pistones, uno es conocido como pistón de trabajo y el otro como pistón desplazador. Los dos pistones se mueven dentro del cilindro conectados mediante diversos tipos de mecanismos.

Ambos pistones presentan sellos con la pared del cilindro para evitar fugas. La función del desplazador es mover el fluido de la zona de expansión a la de compresión y viceversa. Estas dos zonas están conectadas mediante el regenerador. La patente de 1816 de Stirling es un motor tipo Beta.

3.3.2.3 Acoplamiento tipo gamma

Este motor utiliza un pistón desplazador y un pistón de trabajo como el beta, pero los pistones se ubican en cilindros separados. Uno de los cilindros contiene el pistón desplazador y el otro, el pistón de trabajo. Los cilindros se comunican mediante el calentador, regenerador y enfriador que se conectan en serie.

El motor gamma presenta la ventaja de una conexión mecánica más sencilla entre los pistones que el beta. Sin embargo en el beta, puede producirse un efecto de solape de los pistones. Este efecto se produce cuando el pistón de trabajo ocupa parte del espacio que recorre el pistón desplazador. Gracias a este efecto la relación de compresión puede ser mayor que en un motor beta a igualdad de volúmenes de barrido de los pistones.

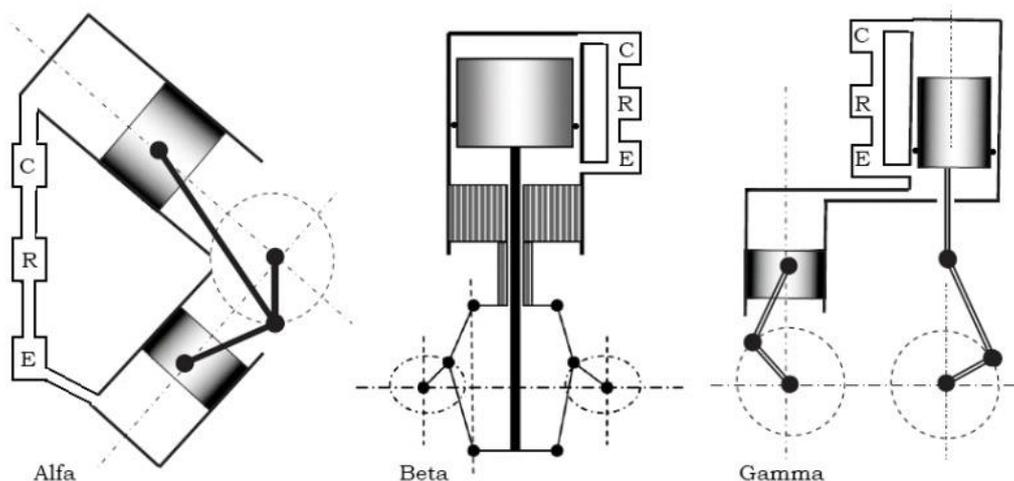


Figura 3.9 Configuraciones Alfa, Beta y Gamma. Fuente: Figura modificada de Thombare, D.G Verma, S.K (2006)

3.3.3 Modo de acoplamiento de los pistones

3.3.3.1 Acoplamiento rígido

Existen muchos tipos de mecanismos para conectar los pistones de un motor Stirling. El movimiento ideal de los pistones es el representado en la figura 3.2, aunque en la práctica el movimiento ideal depende de un gran número de variables. La mayoría los dispositivos confiere a los pistones un movimiento similar al sinusoidal. A continuación se explican cinco de los acoplamientos más usados por los diseñadores.

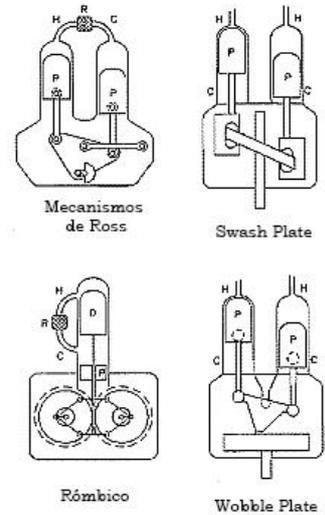


Figura 3.10 Mecanismos.
Fuente: Donald Murray Clucas (1993)

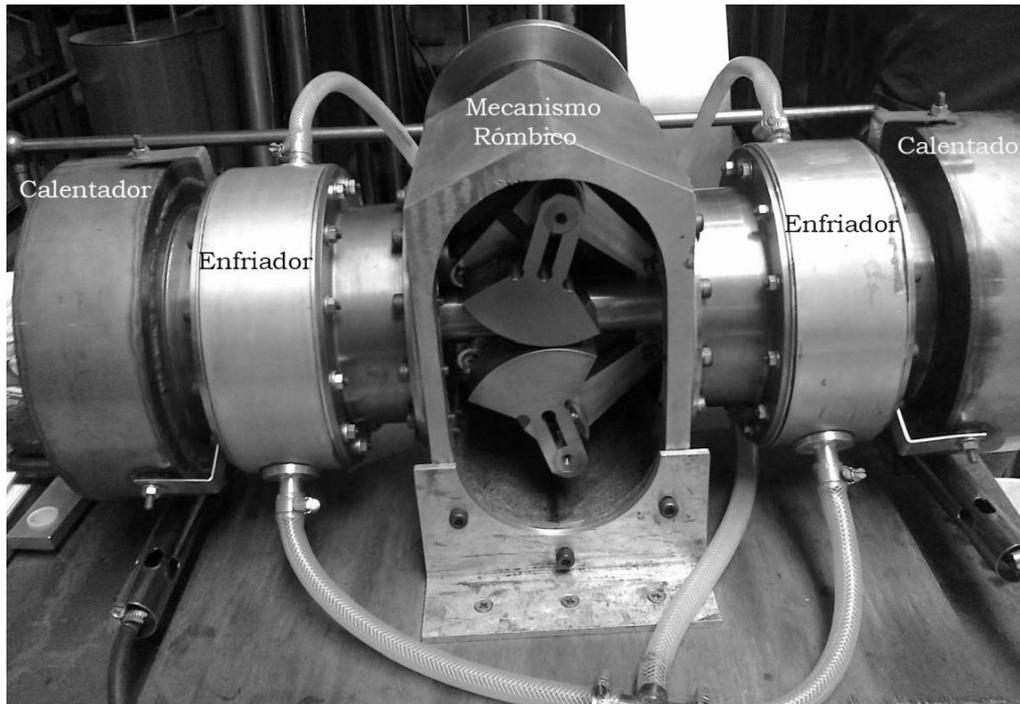
- Mecanismo biela manivela

El mecanismo de biela manivela se ha usado durante muchos años en los motores de combustión interna. Es extremadamente fiable y con una larga vida de funcionamiento. Este mecanismo se aplica usualmente a los motores de doble efecto. Tiene la ventaja de una fabricación sencilla pero la desventaja de un equilibrado imperfecto.

- Mecanismo rómbico

El mecanismo rómbico fue diseñado por R.J.Meijer¹⁵ in 1953. El mecanismo rómbico fue creado para mejorar los problemas de equilibrado en los motores de un ciclo termodinámico. Además de un completo equilibrado este mecanismo tiene otras ventajas sobre el mecanismo biela manivela como la ausencia de fuerzas laterales en los pistones, lo cual permite un sellado más efectivo. La desventaja es que posee un número mayor de piezas en movimiento que necesitan rodamientos y dos pares de ruedas dentadas engranadas que presentan una fricción adicional.

¹⁵Meijer, ingeniero que trabajó en el desarrollo de motores Stirling para Philips. Cuando Philips dejó de investigar los motores Stirling en 1978, Meijer siguió investigando en STM (Stirling Thermal Motors).



Imágen3.2 Mecanismo Rómbico.Kew Bridge Steam Museum. *Fuente: Autor*

- *Wobble plate*

En este mecanismo los pistones están conectados mediante manivelas a los brazos del mecanismo *Wobble plate*, el cual tiene una rotación que recuerda a una peonza dando tumbos. El *Wobble plate* es un acoplamiento compacto que tiene un buen equilibrado.

En 1943 Philips utilizó este mecanismo en un motor Stirling de acción doble de cuatro cilindros. Este tipo de motor fue el primero en tener una potencia específica comparable a la de un motor de combustión interna de gasolina o diesel.

- *Swash plate*

El mecanismo *Swash plate* ha sido utilizado en motores para automóviles debido a que el espacio es reducido. Este sistema mecánico está dinámicamente equilibrado en un ángulo fijo del plato oscilante. Presenta un movimiento armónico de los pistones. Meijer desarrolló un método para variar el

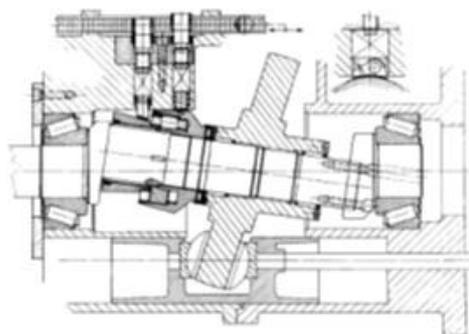


Figura 3.11 Swash plate. *Fuente: T. Finkelstein y A. J. Organ (2001)*

ángulo del plato oscilante durante el funcionamiento. Con esto se consigue variar la carrera de los pistones y la potencia del motor. Este sistema es el que se usa en un motor para una aplicación doméstica que produce agua caliente electricidad.

- Mecanismo de Ross

Es un original acoplamiento en el cual las fuerzas laterales de los pistones son pequeñas. A diferencia de los mecanismos anteriores, los movimientos de los pistones no se asemejan a un movimiento sinusoidal.

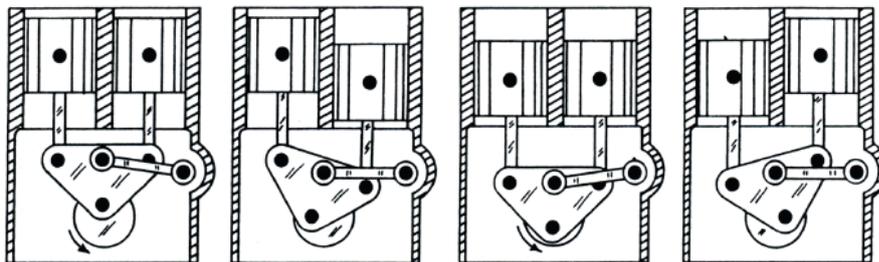


Figura 3.12 Mecanismo de Ross. Fuente: Andy Ross (1993)

Ross¹⁶ aplica esta solución al motor tipo alfa. Con el mecanismo de Ross, a igual carrera y diámetro de pistón, se consigue una relación de compresión mayor que con el clásico biela manivela. En la *figura 3.11* se observa que los dos pistones se encuentran en el punto muerto superior e inferior al mismo tiempo. Con un motor tipo alfa de biela manivela con los pistones desfasados 90° no se encuentran a la vez en el punto muerto superior e inferior.

3.3.3.2 Acoplamiento gaseoso

- Pistón libre

William Beale¹⁷ inventó una versión de pistón libre del motor de Stirling en la década de los 60. El pistón es denominado libre porque no tiene un conexión mecánica,

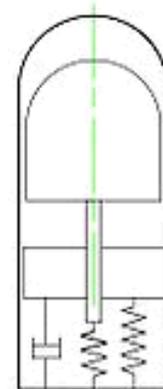


Figura 3.13 Pistón libre. Fuente: Wikipedia

¹⁶Andy Ross, abogado que se interesó por los motores Stirling en 1971. Además del mecanismo de Ross ha patentado otro mecanismo llamado Ross Rocker que se encuentra en estado de investigación en la universidad de Cambridge.

¹⁷William Beale 1928-, fue profesor de la Ingeniería mecánica en la Universidad de Ohio y fundador de Sunpower.

pero si tiene una unión gaseosa entre pistones. Su configuración de cilindros y pistones es idéntica a la de un motor alfa, beta o gamma, sin embargo no posee vínculo mecánico.

Las máquinas de pistón libre son compactas y libres de mantenimiento durante un largo periodo de tiempo. Obtienen la energía mediante un generador eléctrico que aprovecha el movimiento rectilíneo alternativo del pistón. De este modo se reducen las partes móviles del motor y las fricciones del acoplamiento mecánico. Por ello este tipo de motor es adecuado para usos de producción de energía eléctrica y de frío. Cuando funciona como refrigerador la energía eléctrica es la encargada de mover los pistones.

Sunpower¹⁸ ha desarrollado numerosos generadores de pistón libre y sistemas de refrigeración criogénicos. Su objetivo principal es comercializar este tipo de motores. Para esto Sunpower ha llegado a acuerdos con diferentes empresas como LG que construyen motores bajo su licencia.

¹⁸Sunpower, empresa dedicada a la investigación del motor Stirling de pistón libre. Fue fundada por William Beale en 1974.

4 CONSIDERACIONES GENERALES DE DISEÑO

En este apartado se estudian las interacciones entre la parte termodinámica y la mecánica del motor. Estas relaciones son necesarias para conseguir un dimensionado óptimo del motor Stirling. Todas las fórmulas de este apartado se han extraído del libro *Mechanical Efficiency of Heat Engines* (James R. Senft, 2007), salvo las fórmulas (4.14), (4.15) y (4.18), que son una aportación propia y las fórmulas (4.3), (4.4) y (4.5) que se han extraído del libro *Fundamentos de teoría de máquinas* (Antonio Simón et al. 2009).

4.1 Trabajo en el eje

El ciclo cinético conceptual del motor se presenta en la *figura 4.1*

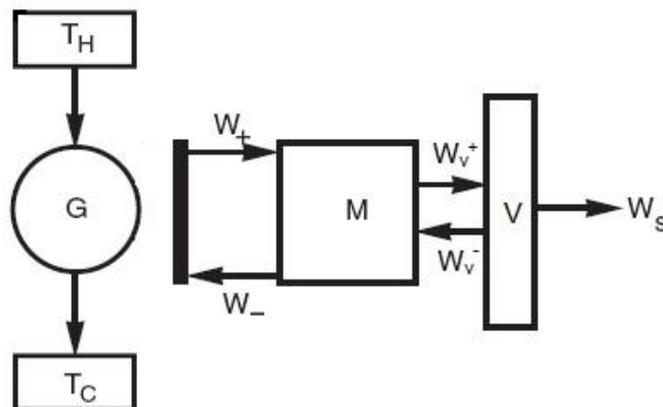


Figura 4. 1 Ciclo Cinético conceptual. Fuente: Figura modificada de James R. Senft. 2007

El trabajo que realiza el mecanismo sobre el volante de inercia es W_{v+} , mientras que W_{v-} es el trabajo que efectúa el volante de inercia sobre el mecanismo. Con la resta de estas dos cantidades se obtiene el trabajo en el eje.

$$W_s = W_{v+} - W_{v-} \quad (4.1)$$

W_{V+} también se puede definir como el trabajo eficaz del pistón de trabajo transmitido por el mecanismo. El trabajo del pistón W_+ sobre el volante se reduce debido a la eficacia y a las pérdidas por rozamiento del mecanismo.

El trabajo que ejerce el mecanismo sobre el pistón de trabajo W_- se puede definir como el trabajo eficaz del volante de inercia transmitido al pistón. El trabajo del volante de inercia W_{V-} sobre el pistón de trabajo se reduce debido a la eficacia y pérdidas por rozamiento del mecanismo.

La eficacia del mecanismo en la transmisión de todos estos trabajos determina la diferencia entre trabajo indicado y el trabajo en el eje.

$$\left. \begin{array}{l} W_{V+} \leq W_+ \\ W_{V-} \leq W_- \end{array} \right\} W_s = W_{V+} - W_{V-} \leq W_+ - W_- = W; W_s \leq W \quad (4.2)$$

El trabajo en el eje W_s depende de cuanta energía puede transmitir el mecanismo del pistón de trabajo al volante de inercia y del volante de inercia al mecanismo.

4.2 Eficiencia del mecanismo

La eficiencia instantánea del mecanismo en el proceso de expansión sin tener en cuenta pérdidas por rozamiento, se define como la relación instantánea entre la fuerza del eje T y la fuerza en el pistón F . Podemos ver el ejemplo en la *figura 5.4*.

$$\varepsilon_e(\theta) = \frac{T}{F} \quad (4.3)$$

La eficiencia instantánea del mecanismo depende de la posición de las partes del mecanismo, el rozamiento entre los eslabones, el efecto de la inercia, y la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre el pistón y el volante de inercia.

El efecto de la inercia de las partes del mecanismo y la magnitud de la fuerza aplicada influye en las cargas de las juntas del mecanismo, las cuales influyen en el rozamiento.

La eficiencia instantánea del mecanismo en el proceso de compresión se define como la relación entre la fuerza del pistón F y la fuerza en el eje T

$$\varepsilon_c(\theta) = \frac{F}{T} \quad (4.4)$$

Se observa que la eficiencia instantánea del proceso de expansión puede expresarse también como el inverso de la eficiencia instantánea en el proceso de compresión

$$\varepsilon_e(\theta) = \frac{1}{\varepsilon_c(\theta)} \quad (4.5)$$

4.3 Rendimiento mecánico

El rendimiento mecánico se determina mediante la relación entre el trabajo en el eje y el producido por el ciclo termodinámico en el espacio de trabajo.

El trabajo en el eje también se llama trabajo al freno y el del ciclo se llama trabajo indicado, ambos en un ciclo (J/ciclo). La definición puede hacerse como cociente entre potencias.

$$\eta_m = \frac{W_s}{W} \quad (4.6)$$

W_s es el trabajo en el eje del ciclo y W es el trabajo indicado en el ciclo. Según esta definición, el rendimiento mecánico es una cantidad calculada en un ciclo completo del motor.

Si se supone una eficiencia instantánea del mecanismo ε acotada entre dos valores L y H siendo $L > 0$ y $H \leq 1$, se puede escribir la siguiente inecuación para el proceso de expansión:

$$LW_+ \leq W_{V+} \leq HW_+ \quad (4.7)$$

De manera análoga, el proceso de compresión responde la siguiente inecuación:

$$LW_{V-} \leq W_- \leq HW_{V-} \quad (4.8)$$

Combinando las dos inecuaciones anteriores con (4.1) se obtiene:

$$\begin{aligned} LW_+ - \frac{W_-}{L} &\leq W_s \leq HW_+ - \frac{W_-}{H} \\ LW_+ - W_{V-} &\leq W_s \leq HW_+ - W_{V-} \\ LW_+ &\leq W_s + W_{V+} \leq HW_+ \end{aligned} \quad (4.9)$$

Como $W = W_+ - W_-$ la ecuación anterior resulta:

$$LW - \left(\frac{1}{L} - L\right)W_- \leq W_s \leq HW - \left(\frac{1}{H} - H\right)W_- \quad (4.10)$$

Si se introduce la ecuación (4.6) en la ecuación (4.10) el rendimiento mecánico queda acotado de la siguiente forma:

$$L - \left(\frac{1}{L} - L\right)\frac{W_-}{W} \leq \eta_m \leq H - \left(\frac{1}{H} - H\right)\frac{W_-}{W} \quad (4.11)$$

Si la eficacia instantánea se promedia con una constante E con un valor $0 < E < 1$ a lo largo del ciclo, entonces las inecuaciones (4.10) y (4.11) pueden escribirse:

$$W_s = WE - \left(\frac{1}{E} - E\right) W_- \quad (4.12)$$

$$\eta_m = E - \left(\frac{1}{E} - E\right) \frac{W_-}{W} \quad (4.13)$$

El trabajo en el eje por grado de cigüeñal puede definirse del siguiente modo:

$$\begin{cases} \text{Si } W > 0; \frac{dW_s}{d\theta} = \frac{dW_+}{d\theta} \varepsilon_e(\theta) \\ \text{Si } W < 0; \frac{dW_s}{d\theta} = \frac{dW_-}{d\theta} \frac{1}{\varepsilon_e(\theta)} \end{cases} \quad (4.14)$$

$$W_s = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_3} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta + \dots + \int_{\theta_n}^{\theta_m} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta \quad (4.15)$$

El trabajo del pistón sobre el volante por ciclo W_+ y el trabajo que ejerce el mecanismo sobre el pistón de trabajo por ciclo W_- . se expresan mediante las siguientes fórmulas:

$$W_+ = \int [(p - p_b) dV]^+ \quad (4.16)$$

$$W_- = \int [(p - p_b) dV]^- \quad (4.17)$$

Las fórmulas (4.16) y (4.17) no se han podido calcular de manera analítica en este trabajo, y se han deducido mediante técnicas numéricas de integración.

Ahora el rendimiento mecánico se define como:

$$\eta_m = \frac{\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_3} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta + \dots + \int_{\theta_n}^{\theta_m} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta}{W} \quad (4.18)$$

4.4 Presión media del ciclo y presión atmosférica

En la *figura 4.2* se muestra cómo el nivel de presión del *buffer* determina si son eficaces las fuerzas producidas en el pistón, es decir, si

producen trabajo positivo o negativo. El trabajo positivo W_+ es el trabajo realizado por el pistón sobre el mecanismo y el trabajo negativo W_- es el realizado por el mecanismo sobre el pistón. El trabajo W_- es el área sombreada de la figura.

Si se considera un ciclo de forma elíptica con varias magnitudes de presión de *buffer* constantes, el signo del trabajo viene dado por un producto de presión por diferencial de volumen. Esto se puede ver en las fórmulas (4.16) y (4.17). El caso (a) presenta una mayor cantidad de W_- que los casos (b), (c) y (d). Por ello necesita almacenar mayor cantidad de energía cinética en el volante de inercia para realizar el ciclo, lo cual supone un volante mayor y más pesado. Por el contrario, el caso (d) es el que presenta la menor cantidad de energía cinética que se necesita almacenar en el volante de

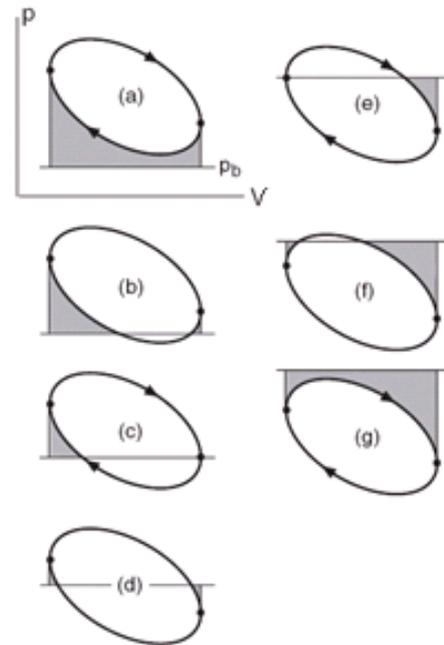


Figura 4.2. Nivel de presión del buffer. Fuente: James R. Senft. (2007)

inercia. Los casos (e), (f) y (g) presentan características similares a los casos (a), (b) y (c).

Se puede observar en la fórmula (4.12) que el trabajo en el eje W_s depende de la eficiencia del mecanismo E y del trabajo W_- . Para el mismo valor de E y W cuanto menor sea el trabajo W_- mayor será el trabajo en el eje. Por tanto, en el caso (d) el trabajo en el eje será mayor que en los demás casos.

El rendimiento mecánico se ve afectado por el nivel de presión del *buffer*. El rendimiento mecánico depende de la eficiencia del mecanismo y de la relación W_-/W según la expresión (4.13). El caso (d) es el que menor relación de W_-/W presenta de todos los casos y por tanto se obtiene un rendimiento mecánico mayor.

El rendimiento mecánico tiene importancia en la potencia máxima al freno del motor. Según la fórmula (5.15) se aprecia que la potencia

máxima al freno máxima depende de la potencia máxima indicada y el rendimiento mecánico. Entonces, es interesante obtener valores altos del rendimiento mecánico para conseguir buenos valores de potencia al freno.

5 DIMENSIONADO DEL MOTOR

5.1 Potencia máxima al freno y potencia indicada

Un criterio tradicional consiste en estimar la potencia máxima al freno $P_{B,max}$ mediante el llamado *número Beale*¹⁹ N_B aunque también se utiliza *el número de West* N_W . El primero se aplica para motores de alta diferencia de temperaturas $\tau = 0,3$ mientras que el *número de West* se utiliza para cualquier relación de temperatura.

G. Walker observó que motores con diversos tipos de diseños cumplían aproximadamente la siguiente relación entre la máxima potencia al freno, la presión media del ciclo, la amplitud del volumen de barrido y la correspondiente frecuencia de giro (Walker, 1980):

$$P_{B,max} = 0,15p_m n_s V_{sw}; \quad (5.1)$$

Y propuso denominar número de Beale al factor $N_B = 0,15$ Posteriormente West incluye las temperaturas de los focos térmicos en la expresión de la potencia máxima al freno $P_{B,max}$

$$P_{B,max} = 0,25p_m n_s V_{sw} \frac{T_E - T_C}{T_E + T_C}; \quad N_W = 0,25 \quad (5.2)$$

Mientras que en la ecuación (5.2) la potencia máxima al freno puede escribirse en función de cinco variables, los trabajos independientes propuestos por Organ y Prieto en 1991, expresaron la

¹⁹ William Beale, fué profesor de la Universidad de Ohio e inventó el motor Stirling de pistón libre en 1965.

potencia indicada como una función que depende de veintiocho variables (5.3). Por tanto, la potencia máxima al freno también depende de más de una veintena de variables. En conclusión, la ecuación (5.2) equivale a la relación funcional (5.4) la cual supone una simplificación mediante una reducción importante de variables.

$$P_{ind} = f \left(\begin{array}{l} p_m, V_E, T_E, \alpha, V_{dce}, A_{xe}, r_{he}, \Pi_V, \gamma, \alpha_r, n_s, \\ V_C, T_C, \beta, V_{de}, A_{xr}, r_{hr}, R, \rho_r C_r, \\ r, V_{dr}, A_{xc}, r_{hc} \quad \mu, \\ l, V_{dc}, \\ e, V_{dcc} \end{array} \right) \quad (5.3)$$

$$P_{B,max} = f(p_m, V_{sw}, n_{s,max}, T_E, T_C) \quad (5.4)$$

En muchas áreas de la ingeniería se utilizan técnicas de análisis dimensional para obtener ecuaciones con el mínimo número de variables. El análisis dimensional permite convertir la función (5.4) en otra equivalente con menos variables. Se deduce que el *número de Beale* y la potencia adimensional máxima al freno son el mismo concepto:

$$\frac{P_{B,max}}{p_m V_{sw} n_{s,max}} \approx F \left(\frac{T_C}{T_E} \right) \quad (5.5)$$

$$\zeta_{B,max} \approx F(\tau)$$

Comparando esta ecuación con la (5.2) se observa que $F(\tau)$ puede expresarse según West de la siguiente manera:

$$F(\tau) \approx 0,25 \frac{1 - \tau}{1 + \tau}; \quad N_W = 0,25 \quad (5.6)$$

Se puede comprobar que para grandes diferencias de temperaturas $\tau = 0,3$, $F(\tau)$ es aproximadamente 0,15, que es *el número de Beale*.

Para predecir la potencia indicada en los motores Stirling, Prieto et al. (2000) proponen la ecuación adimensional (5.7). Esta ecuación pretende concretar la función de potencia indicada (5.3) empleando la

velocidad adimensional, es decir, el número de Mach como una variable explícita. El parámetro ζ_0 , es la potencia adimensional en condiciones cuasi-estáticas, es decir, la que se obtendría en un ciclo ideal sin pérdidas por irreversibilidades mecánicas ni térmicas. Cuando la frecuencia de giro del motor es baja, las irreversibilidades térmicas son despreciables. Esto es debido a que el gas de trabajo y la superficie de contención del mismo están próximos al equilibrio térmico, es decir, el gas realizaría procesos isotermos en los cilindros a las temperaturas respectivas de las fuentes caliente y fría. Asimismo, en condiciones cuasi-estáticas serían despreciables las irreversibilidades mecánicas, de modo que no existirían pérdidas de presión por fricción y turbulencia asociadas al flujo del gas, luego la presión para cada ángulo de giro de cigüeñal sería la misma para todo el fluido de trabajo.

Los coeficientes ϕ y ψ son parámetros que caracterizan las pérdidas de potencia indicada. El multiplicador de ϕ y ψ , es el número característico de Mach N_{MA} para unas revoluciones determinadas del motor.

$$\zeta_{ind} = \zeta_0 - \phi N_{MA} - \psi N_{MA}^2 \quad (5.7)$$

Se calcula ζ_0 mediante el trabajo realizado por el motor en una simulación cuasi-estática W_0 . En la siguiente ecuación se observa cómo la expresión de ζ_0 no depende de las revoluciones del motor.

$$\zeta_0 = \frac{W_0}{p_m V_{sw}} \quad (5.8)$$

Si se conocen los parámetros ϕ y ψ , se pueden obtener $\zeta_{ind,max}$ y $N_{MA,max}$, pues verifica la siguiente ecuación (Prieto et al., 2000):

$$N_{MA,max} = \frac{\sqrt{\phi^2 + 3\zeta_0\psi} - \phi}{3\psi} \quad (5.9)$$

Al sustituir ϕ , ψ , ζ_0 y $N_{MA,max}$ en (5.7) se consigue el máximo valor de potencia indicada del motor $\zeta_{ind,max}$.

Algunos motores responden a una ecuación más sencilla que la ecuación (5.7). Esto se debe a que el coeficiente ψ puede considerarse nulo. Cuando se considera este coeficiente nulo pueden aplicarse las siguientes ecuaciones:

$$\zeta_{i,max} = \frac{1}{2} \zeta_0 \quad (5.10)$$

$$N_{MA,max} = \frac{\zeta_0}{2\phi} \quad (5.11)$$

En el otro extremo es decir para $\phi = 0$ la potencia adimensional máxima indicada $\zeta_{i,max}$ es dos tercios la potencia máxima adimensional ζ_0 y $N_{MA,max}$ cumple con la ecuación (5.11 bis).

$$\zeta_{i,max} = \frac{2}{3} \zeta_0 \quad (5.10 \text{ bis})$$

$$N_{MA,max} = \sqrt{\frac{\zeta_0}{3\psi}} \quad (5.11 \text{ bis})$$

En general la potencia máxima adimensional estará acotada entre los extremos anteriores, es decir:

$$\frac{1}{2} \zeta_0 \leq \zeta_{i,max} \leq \frac{2}{3} \zeta_0 \quad (5.12)$$

Si se estiman los parámetros ϕ y ψ , siendo ψ nulo, se puede calcular $N_{MA,max}$ con la fórmula (5.11) y después las revoluciones por segundo máximas a las que gira el motor a la potencia indicada máxima despejando de la expresión de $N_{MA,max}$:

$$N_{MA,max} = \frac{n_{s,max} V_{sw}^{1/3}}{\sqrt{RT_C}} \quad (5.13)$$

Para motores con velocidades bajas se puede suponer ψ nulo y entonces la potencia máxima indicada se calcula con la siguiente expresión:

$$P_{i,max} = \frac{1}{2} \zeta_0 p_m V_{sw} n_{s,max} \quad (5.14)$$

La potencia máxima al freno se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$P_{B,max} = P_{i,max} \eta_m \quad (5.15)$$

5.2 Simulación cuasi-estática

Schmidt²⁰ realizó una aproximación del ciclo termodinámico de un motor Stirling. En ella incluyó un movimiento armónico de los pistones del motor en el ciclo termodinámico y mantuvo las hipótesis de compresión y expansión isotermas del ciclo teórico Stirling. El ciclo Schmidt se asemeja mejor a los ciclos reales desde el punto de vista del mecanismo que el ciclo teórico.

Para el diseño del motor se escoge una simulación basada en el ciclo armónico de Schmidt con algunas modificaciones, adaptando la teoría al motor propuesto. Las hipótesis principales del ciclo Schmidt según Walker (1980) son:

- Procesos isotermos.
- No se incluyen en el modelo pérdidas mecánicas por fricción.
- Gas ideal.
- Sin fugas. La masa de aire es constante.
- Regeneración perfecta.
- La presión instantánea es igual en todo el sistema.
- La variación de volumen en el volumen de trabajo es sinusoidal.

²⁰Gustav Johann Leopold Schmidt 1826-1883, de origen alemán, fue profesor de mecánica del Instituto Politécnico en Praga. Sus mayores aportaciones son el llamado número de Schmidt y el análisis del ciclo isoterma ideal de un motor Stirling en 1871.

- No existen gradientes de temperaturas en los intercambiadores de calor.

Las ecuaciones básicas de la simulación armónica para un motor tipo alfa pueden resumirse según Martini (Martini 1978):

$$V_e = \frac{1}{2}V_E(1 + \cos(\theta + \alpha)) \quad (5.16)$$

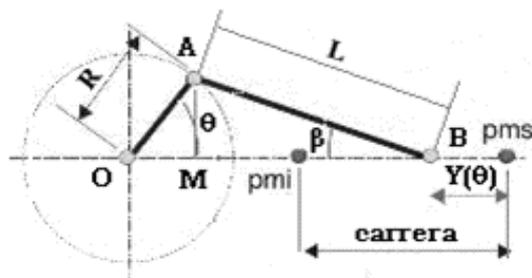
$$V_c = \frac{1}{2}V_C(1 + \cos\theta) \quad (5.17)$$

$$M = \frac{P}{R} \left(\frac{(V_e + V_{de})}{T_e} + \frac{V_{dr}}{T_R} + \frac{(V_c + V_{dc})}{T_c} \right) \quad (5.18)$$

$$P = \frac{MR}{\frac{(V_e + V_{de})}{T_e} + \frac{V_{dr}}{T_R} + \frac{(V_c + V_{dc})}{T_c}} \quad (5.19)$$

Para el diseño se sustituyeron las ecuaciones (5.16) y (5.17), que dan un movimiento sinusoidal de los pistones de expansión y de compresión, por otras de mayor aproximación al movimiento real del mecanismo biela-manivela propuestas en *Fundamentos de teoría de máquinas* (A. Simón et Al. 2009).

Siguiendo la *figura 5.1*, la distancia entre el punto **B** de la biela al punto muerto superior (PMS) puede expresarse de la siguiente manera:



$$Y(\theta) = R + L - OB$$

$$Y(\theta) = R + L - (R \cdot \cos\theta + L \cdot \cos\beta) \quad (5.20)$$

$$Y(\theta) = R(1 - \cos\theta) + L(1 - \cos\beta)$$

Figura 5.1 Distancia $Y(\theta)$. Fuente: Autor

Para escribir la fórmula anterior en función del ángulo θ se realizan las siguientes relaciones:

$$AM = R \cdot \text{sen}\theta = L \cdot \text{sen}\beta \quad (5.21)$$

$$\text{sen}\beta = \frac{R}{L} \text{sen}\theta \quad (5.22)$$

$$\text{cos}\beta = \sqrt{1 - \text{sen}^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{R^2 \cdot \text{sen}^2\theta}{L^2}} \quad (5.23)$$

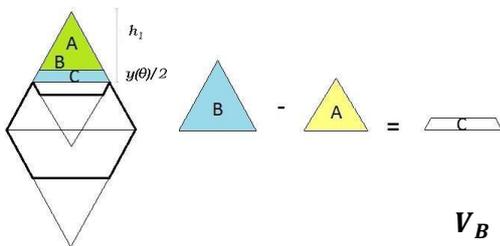
Sustituyendo esta última ecuación en $Y(\theta)$ se consigue:

$$Y(\theta) = R(1 - \text{cos}\theta) + L \left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2 \cdot \text{sen}^2\theta}{L^2}} \right) \quad (5.24)$$

Para calcular el volumen instantáneo de un pistón cilíndrico se multiplica el área del pistón por la distancia instantánea y según un ángulo θ de cigüeñal dado:

$$V(\theta) = \pi r^2 y(\theta) \quad (5.25)$$

El volumen instantáneo del diseño del motor propuesto tiene una forma cónica. La expresión del volumen instantáneo en un ángulo de cigüeñal dado $V(\theta)$ se obtiene restando el volumen B menos el volumen A , tal como se muestra en la *figura 5.2* y responde a la expresión (5.29). La expresión del volumen A y B es el volumen del cono, siendo g , r y h su generatriz radio y altura del cono respectivas. Estas magnitudes se relacionan mediante: $r^2 = g^2 - h^2$



$$V_{\text{cono}} = \frac{\pi r^2 h}{3} \quad (5.26)$$

$$V_B = \frac{\pi}{3} \left(g_B^2 - \left(h_1 - \frac{y(\theta)}{2} \right)^2 \right) \left(h_1 - \frac{y(\theta)}{2} \right) \quad (5.27)$$

Figura 5.2 Volumen Instantáneo.

Fuente: Autor

$$V_A = \frac{\pi}{3} (g_A^2 - (h_1)^2) (h_1) \quad (5.28)$$

$$V(\theta) = \frac{2\pi}{3} \left[\left(g_B^2 - \left(h_1 + \frac{y(\theta)}{2} \right)^2 \right) \left(h_1 + \frac{y(\theta)}{2} \right) - \frac{1}{2} (g_A^2 - (h_1)^2) (h_1) \right] \quad (5.29)$$

Siguiendo los cambios propuestos en la fórmula (5.29), las ecuaciones (5.16) y (5.17) se transforman en las expresiones (5.30) y (5.31). En resumen, las ecuaciones que se utilizaron para la simulación cuasi-estática son las siguientes:

$$V_e = \frac{2\pi}{3} \left[\left(g^2 - \left(h_1 - \frac{y(\theta + \alpha)}{2} \right)^2 \right) \left(h_1 - \frac{y(\theta + \alpha)}{2} \right) - \frac{1}{2} (g^2 - (h_1)^2) (h_1) \right] \quad (5.30)$$

$$V_c = \frac{2\pi}{3} \left[\left(g^2 - \left(h_1 - \frac{y(\theta)}{2} \right)^2 \right) \left(h_1 - \frac{y(\theta)}{2} \right) - \frac{1}{2} (g^2 - (h_1)^2) (h_1) \right] \quad (5.31)$$

$$M = \frac{P(\theta)}{R} \left(\frac{(V_e(\theta) + V_{de})}{T_e} + \frac{V_{dr}}{T_R} + \frac{(V_c(\theta) + V_{dc})}{T_c} \right) \quad (5.32)$$

$$P(\theta) = \frac{MR}{\frac{(V_e(\theta) + V_{de})}{T_e} + \frac{V_{dr}}{T_R} + \frac{(V_c(\theta) + V_{dc})}{T_c}} \quad (5.33)$$

Ahora puede calcularse el trabajo indicado por ciclo W sustituyendo las expresiones (5.30), (5.31) y (5.33) en la siguiente formula²¹:

$$W = \oint p \left(\frac{dV_c}{d\theta} + \frac{dV_e}{d\theta} \right) d\theta \quad (5.34)$$

5.3 Balance de energía

Para el cálculo del calor aportado al motor, se adopta el balance de energías cuyo esquema se muestra en la *figura 5.4* (K Hirata et.Al.1997). El rendimiento total se expresa como un producto de los rendimientos. Este producto está formado por el rendimiento del quemador, el indicado y el mecánico, y responden a las siguientes expresiones:

²¹Ecuaciones modificadas de: Thombare, D.G Verma, S.K *Technological Development In The Stirling Cycle Engines* 2006

$$\eta_b = \frac{Q_{in}}{Q_{total}}; \quad \eta_i = \frac{W}{Q_{in}}; \quad \eta_m = \frac{W_s}{W}; \quad (5.35)$$

Según este balance, el rendimiento global η_{total} cumple con las expresiones (5.36) y (5.37). Si se igualan las ecuaciones (5.36) y (5.37) y se sustituyen las expresiones del rendimiento mecánico, indicado y del quemador, entonces puede despejarse el calor aportado dando como resultado la fórmula (5.38).

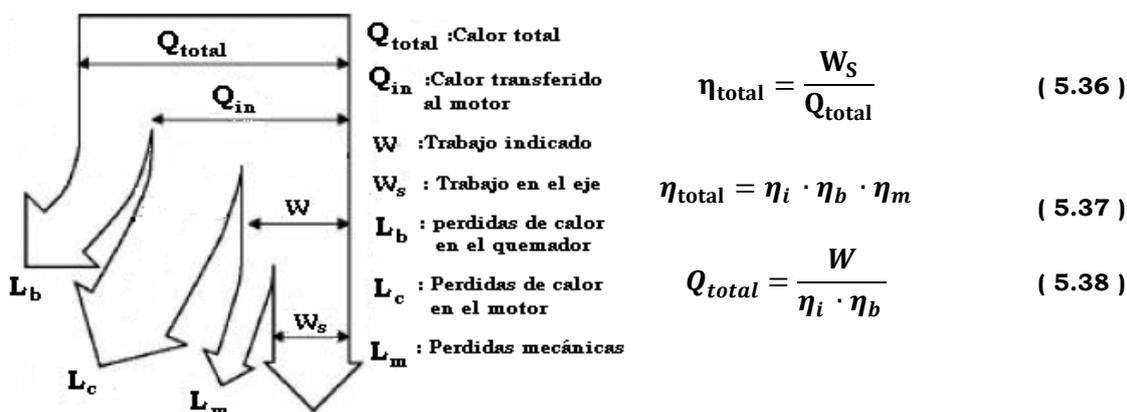


Figura 5. 3 Balance de Energía. Fuente: Figura modificada de K Hirata et. Al. 1997

5.4 Cálculo del Volante de inercia

En este apartado todas las fórmulas utilizadas salvo las ecuaciones (5.50) y (5.51) se han extraído del libro *Fundamentos de teoría de máquinas* (Simón, Antonio et al., 2009). En la ecuación (5.50) se propone como un cálculo aproximado del par motor. Este cálculo no contempla las pérdidas de energía debidas al rozamiento entre los elementos del mecanismo.

En el motor se producen oscilaciones de par tursor a lo largo del ciclo. Estas producen a su vez variaciones de velocidad de giro que afectan al funcionamiento del motor. Un volante de inercia es una masa con un movimiento de rotación que se utiliza como acumulador de energía cinética para reducir la variación de velocidad producida por el par tursor.

La energía cinética del mecanismo, se obtiene a partir de la suma de la energía producida por las masas en movimiento de traslación, más la producida por las masas en movimiento de rotación:

$$E_c = \frac{1}{2} \sum m v^2 + \sum I w^2 \quad (5.39)$$

Esta ecuación se puede simplificar utilizando el momento de inercia del mecanismo reducido a un eje. Este momento es tal que, colocado en el eje de reducción y girando con él, tiene la misma energía cinética que el mecanismo completo.

Siendo el momento de inercia reducido a un eje I_R y la velocidad de giro del eje de reducción w_R , se cumple que:

$$\frac{1}{2} I_R w_R^2 = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \sum I_i w_i^2 \quad (5.40)$$

Al despejar se obtiene el momento reducido de inercia:

$$I_R = \sum m_i \left(\frac{v_i}{w_R} \right)^2 + \sum I_i \left(\frac{w_i}{w_R} \right)^2 \quad (5.41)$$

Si se utiliza I_R puede expresarse la energía cinética del mecanismo como:

$$E_c = \frac{1}{2} I_R w_R^2 \quad (5.42)$$

Se consideran dos instantes del ciclo, 1 y 2, tales que el ΔE_c entre ellos es el máximo que se puede encontrar. El incremento de energía cinética es:

$$\Delta E_c = E_{c1} - E_{c2} = \frac{1}{2} \cdot I_R \cdot (w_1^2 - w_2^2) \quad (5.43)$$

Donde I_R es el momento de inercia reducido a un eje del mecanismo, y w_1 y w_2 las velocidades angulares máxima y mínima del mecanismo respectivamente. La expresión anterior puede escribirse en función de la velocidad angular media y el coeficiente de fluctuación de la siguiente manera:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot I(w_1 - w_2) \cdot (w_1 + w_2) = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \frac{(w_1 - w_2)}{w} \cdot 2 \cdot \left(\frac{w_1 + w_2}{2}\right) \cdot w \quad (5.44)$$

$$\Delta E_c = I_R \cdot w^2 \cdot \delta$$

Se despeja el momento de inercia reducido de la ecuación anterior y se obtiene la expresión (5.45). Este momento de inercia es el que necesita en el volante de inercia para que el motor cumpla con el coeficiente de fluctuación δ .

$$I_R = \frac{\Delta E_c}{w^2 \cdot \delta} \quad (5.45)$$

El coeficiente de fluctuación es necesario para fijar la máxima variación de velocidad permitida durante un ciclo. El coeficiente de fluctuación o grado de irregularidad se define como:

$$\delta = \frac{w_1 - w_2}{w} \quad (5.46)$$

El incremento de energía cinética ΔE_c se puede obtener a partir del diagrama del par motor y par motor resistente.

Para el cálculo del par motor, se establecen las relaciones trigonométricas que convierten la fuerza de la presión de los cilindros

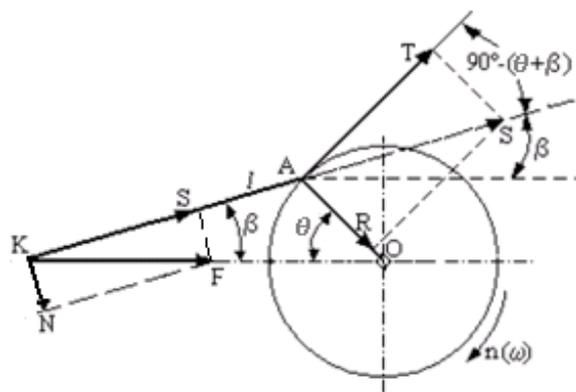


Figura 5.4 Fuerzas en el mecanismo de biela-manivela. Fuente: Autor

en par en el eje. Así la fuerza tangencial T que imprime un movimiento de rotación a la manivela puede expresarse como:

$$T \approx F \cdot [(\cos(90 - \theta + \beta) \cdot \cos\beta) + \text{sen}(90 - \beta) \cdot \cos\beta] \quad (5.47)$$

Donde F es el resultado de multiplicar presión por superficie y β :

$$F = (p(\theta) - p_{atm}) \cdot \pi r^2 \quad (5.48)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\sqrt{1 - \frac{R^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{L^2}} \right) \quad (5.49)$$

El trabajo en el eje se obtiene al sustituir las fórmulas (5.47) y (5.48) en la fórmula (4.14):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } W > 0; \frac{dW_s}{d\theta} = \frac{dW_+}{d\theta} [(\cos(90 - \theta + \beta) \cdot \cos\beta) + \text{sen}(90 - \beta) \cdot \cos\beta] \\ \text{Si } W < 0; \frac{dW_s}{d\theta} = \frac{dW_-}{d\theta} [(\cos(90 - \theta + \beta) \cdot \cos\beta) + \text{sen}(90 - \beta) \cdot \cos\beta]^{-1} \end{array} \right. \quad (5.50)$$

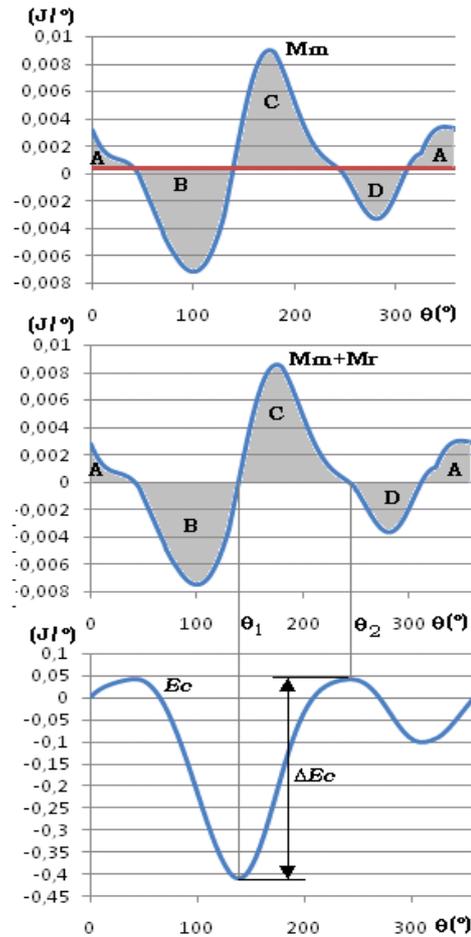
$$W_s = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_3} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta + \dots + \int_{\theta_n}^{\theta_m} \frac{dW_s}{d\theta} d\theta \quad (5.51)$$

En la expresión anterior se obtiene el trabajo en el eje teniendo en cuenta la eficiencia de transmisión de la fuerza del mecanismo biela-manivela, suponiendo que no existen pérdidas por rozamiento.

Una vez se obtiene el diagrama del par motor, se obtiene el par resistente **Mr**. Al considerar que el motor se encuentra en régimen permanente, es decir, que la velocidad angular es constante, el par motor **Mn** es igual al par resistente en un ciclo. Por tanto, el par resistente es igual al par medio motor. El incremento de energía cinética ΔE_c es la mayor de las áreas encerradas entre la recta de par resistente y la curva del par motor o el incremento mayor de la integral de la curva **Mm+Mr**. Es decir, “Tomamos el mayor incremento de ΔE_c que se produce a lo largo de un ciclo (...) Podemos integrar el diagrama de par anterior y obtener el trabajo realizado. Para ello es más cómodo obtener previamente el diagrama **Mm+Mr** sumando ambos y a continuación integrar”²². En la gráfica 5.1 se observa el procedimiento del cálculo del incremento de energía cinética ΔE_c para el modelo 2 optimizado. La integral de la curva **Mn+Mr** entre los ángulos del cigüeñal que delimitan el área C, la cual es la mayor de las áreas de la gráfica, da como resultado el incremento de energía cinética ΔE_c .

La velocidad angular media **w** considerada, se obtiene mediante los resultados de la fórmula (5.13). En este momento, se conoce $\delta \Delta E_c$ y **w** y

La velocidad angular media **w** considerada, se obtiene mediante los resultados de la fórmula (5.13). En este momento, se conoce $\delta \Delta E_c$ y **w** y



Gráfica 5.5. Cálculo de ΔE_c .
Fuente: Autor.

²²A. Simón et al. *Fundamentos de teoría de máquinas*, Ed. Bellisco 2009 (pag.263-264)

se puede calcular el momento de inercia reducido de la fórmula (5.45). El momento de inercia reducido es igual al momento de inercia del volante.

Se supone un volante de inercia en forma de disco de radio r_v y espesor e . El momento de inercia del disco I_v puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$I_v = \frac{m_v(3r_v^2 + e^2)}{12} \quad (5.52)$$

Igualando el momento de inercia reducido al momento de inercia de un disco, se puede despejar la masa del disco con la expresión siguiente:

$$m_v = \frac{12 I_R}{(3r_v^2 + e^2)} \quad (5.53)$$

6 RESULTADOS

A partir de la información de los apartados 4 y 5 se han elaborado tres aproximaciones matemáticas del comportamiento del motor Stirling tipo alfa. Para ello, se ha utilizado una hoja Excel que contempla el estudio de 17 motores. Estos motores sólo se diferencian en el ángulo de desfase α de las manivelas. La finalidad de las tres aproximaciones es evaluar el trabajo en el eje. Las características comunes de los motores se pueden ver en la *tabla 1*:

Carrera expansión (cm)	3
Carrera compresión (cm)	3
VdE (Volumen muerto expansión-cm3)	30
VdC (Volumen muerto compresión-cm3)	30
Vr (Volumen regenerador-cm3)	15
Temperatura Expansión (°C)	200
Temperatura Compresión (°C)	20
Constante del aire seco (atm*cm3/gr*K)	2,84
Fi	75

Tabla 6.1. Características comunes. *Fuente: autor.*

6.1 Resumen de Resultados

6.1.1 Modelo 1: Sin pérdidas térmicas y con $E=cte$

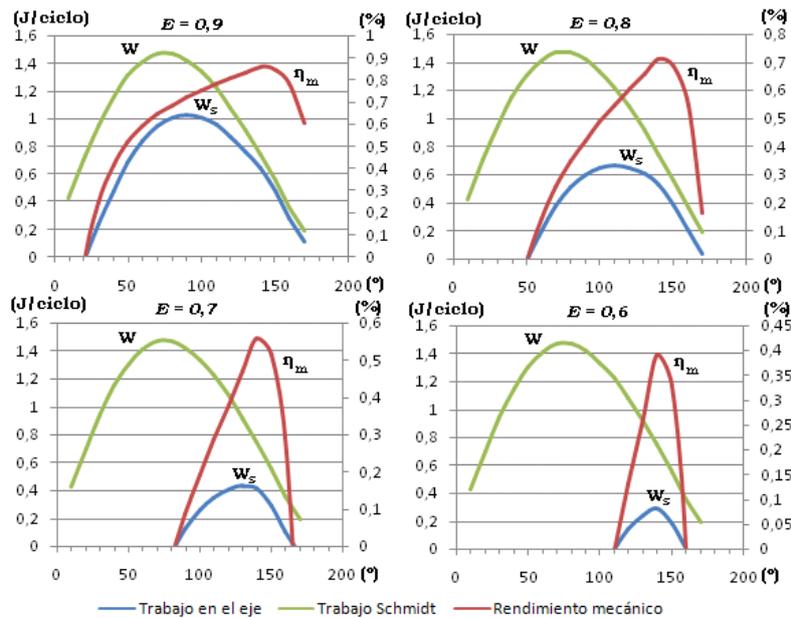
6.1.1.1 Trabajo en el eje

En este modelo, el trabajo en el eje por ciclo y el rendimiento mecánico viene dado por las fórmulas (4.12) y (4.13). El trabajo indicado por ciclo W es el resultado de sustituir el trabajo producido en la simulación cuasiestática que se estudia en el apartado 5.2 (fórmula 5.34).

La *gráfica 6.1* muestra el resultado del trabajo de la simulación armónica nombrado como trabajo indicado por ciclo, trabajo en el eje y el rendimiento mecánico en función del ángulo de desfase del motor.

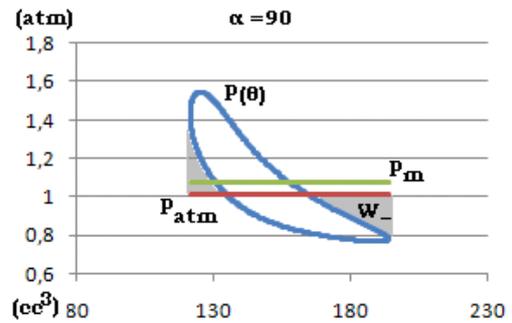
Estos gráficos se hicieron para valores mínimos de la relación de trabajo por ciclo W_-/W . Con el mínimo valor de W_-/W se obtiene el

máximo valor de rendimiento mecánico y trabajo en el eje por ciclo utilizando las fórmulas (4.7) y (4.8). El valor mínimo de W_-/W se obtuvo mediante un complemento del programa *Excel* llamado *Solver*. Con este programa se ajustó la masa del circuito de aire con la que se obtiene el mínimo valor de W_-/W , para cada motor.



Grafica 6. 1. Trabajo en el eje del modelo 1. Fuente: autor.

Al cambiar la masa se cambia el valor de la presión media del ciclo. Por tanto, el programa *Solver* ajustó el nivel de presión media del ciclo termodinámico. El nivel de presión media óptimo es un valor próximo a la presión atmosférica.

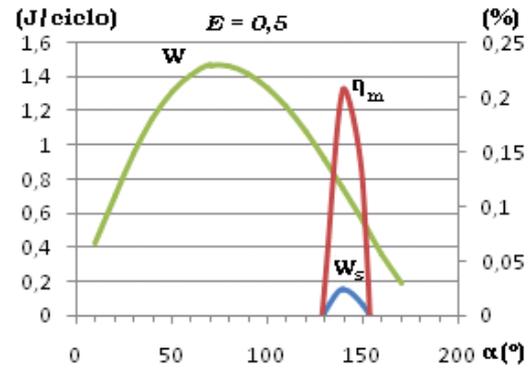


Grafica 6. 2. Nivel de presión. Fuente: autor

Se observa que el máximo trabajo indicado por ciclo de la simulación cuasi-estática corresponde al motor con un ángulo de desfase de 70° . Mientras el ángulo de desfase que produce el máximo trabajo en el eje depende de la eficiencia del mecanismo E , el ángulo de desfase que produce un rendimiento mecánico máximo es el mismo en todos los diagramas e igual a 140° . Parece existir la tendencia de aumentar el valor

del ángulo de desfase que produce el máximo trabajo en el eje, según disminuye la eficiencia del mecanismo E.

En este modelo el trabajo en el eje depende de manera significativa de la eficiencia del mecanismo. Tanto es así que en motores con eficiencia de mecanismo E=0,5 sólo podrían funcionar con un ángulo de desfase de 140°. Además, motores con eficiencia del mecanismo menor de 0,5 no podrían funcionar.



Gráfica 6. 3. Trabajo en el eje E = 0,5.
Fuente: autor

Por tanto este modelo deja patente que para maximizar el trabajo en el eje se necesita mejorar la eficiencia del mecanismo E.

6.1.1.2 Trabajo adimensional

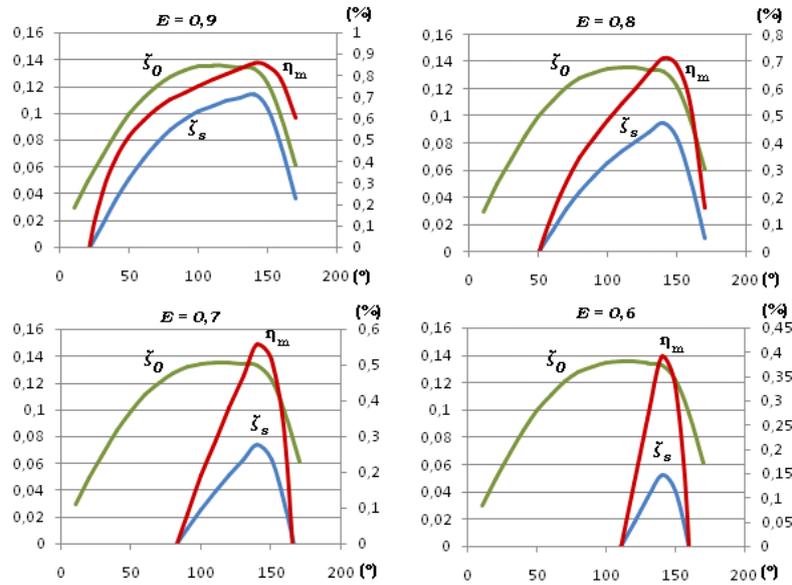
En el apartado (5.1) se comentó que tradicionalmente el *número de Beale* y el *número de West* fueron usados para calcular la potencia en los motores Stirling. Asimismo se comentó su relación con el trabajo al freno adimensional.

Para el trabajo adimensional en el eje en la *modelo 1* se recurre a la siguiente expresión:

$$\zeta_s = \left(WE - \left(\frac{1}{E} - E \right) W_- \right) \frac{1}{p_m V_{sw}} = \zeta E - \left(\frac{1}{E} - E \right) \zeta_- = \frac{W_s}{p_m V_{sw}} \quad (6. 1)$$

En la *gráfica 6.4* se observa que el trabajo adimensional máximo se obtiene en el motor con un ángulo de desfase de 140°. Para conocer qué motor resulta más potente faltaría conocer las revoluciones a las que funciona cada motor. El motor con un ángulo de desfase de 140, a pesar de obtener un valor de trabajo en el eje menor para los valores de E 0,9 0,8 y 0,7 (*gráfica 6.3*), es probablemente, el motor que resultaría más potente de los 17 motores estudiados en esta aproximación para valores de E entre 0,6 y 0,7. Sin embargo, para valores de E entre 0,8 y 0,9 el

motor más potente se encontraría para valores de ángulo de desfase entre 90° y 130°.



Grafica 6. 4. Trabajo en el eje adimensional. Fuente: autor

En la siguiente tabla se puede ver un resumen de los valores representados en las gráficas de este apartado:

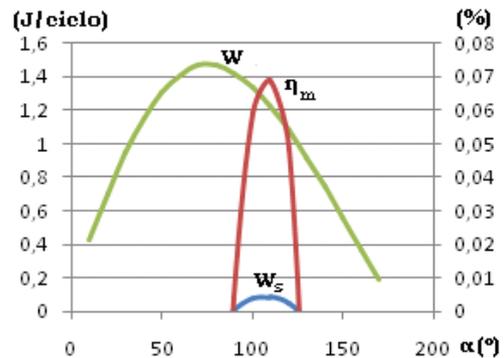
E = 0,6; E = 0,7; E = 0,8; E = 0,9												
α (°)	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
W (J/ciclo)	1,31	1,41	1,47	1,47	1,42	1,34	1,22	1,08	0,92	0,74	0,55	0,36
ζ	0,10	0,11	0,12	0,13	0,13	0,13	0,14	0,14	0,13	0,13	0,12	0,10
W_-/W	1,80	1,46	1,21	1,01	0,84	0,70	0,57	0,44	0,32	0,20	0,25	0,56
E = 0,6												
Ws (J/ciclo)	---	---	---	---	---	---	0,00	0,14	0,24	0,29	0,18	0,00
ζ_s	---	---	---	---	---	---	0,00	0,02	0,04	0,05	0,04	0,00
η_m	---	---	---	---	---	---	0,00	0,13	0,26	0,39	0,33	0,00
E = 0,7												
Ws (J/ciclo)	---	---	---	---	0,12	0,26	0,35	0,41	0,43	0,41	0,29	0,11
ζ_s	---	---	---	---	0,01	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,06	0,03
η_m	---	---	---	---	0,09	0,19	0,29	0,38	0,47	0,56	0,51	0,29
E = 0,8												
Ws (J/ciclo)	---	0,20	0,38	0,51	0,60	0,65	0,67	0,65	0,60	0,53	0,38	0,20
ζ_s	---	0,02	0,03	0,04	0,06	0,07	0,07	0,08	0,09	0,09	0,08	0,05
η_m	---	0,14	0,26	0,35	0,42	0,49	0,55	0,60	0,66	0,71	0,69	0,55
E = 0,9												
Ws (J/ciclo)	0,68	0,84	0,95	1,01	1,03	1,01	0,95	0,87	0,76	0,64	0,47	0,28
ζ_s	0,05	0,07	0,08	0,09	0,10	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10	0,08
η_m	0,52	0,59	0,64	0,69	0,72	0,75	0,78	0,81	0,83	0,86	0,85	0,78

Tabla 6.2. Resumen de valores del modelo 1. Fuente: autor

6.1.2 Modelo 2: con eficiencia del mecanismo variable

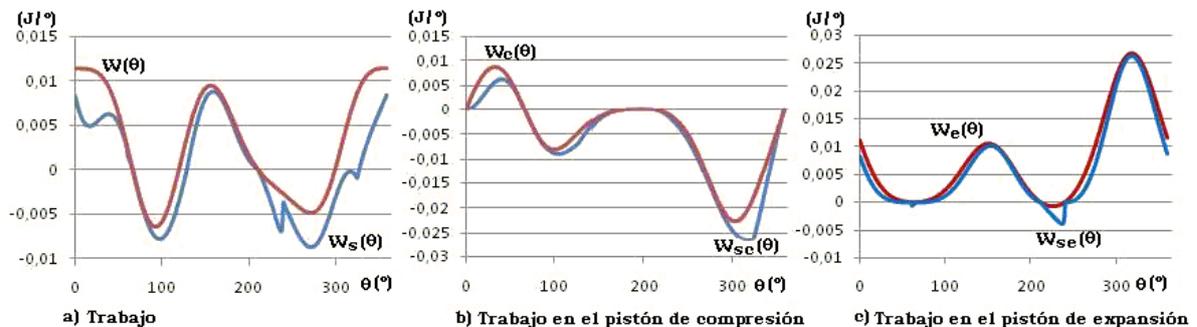
En el *modelo 2* el trabajo en el eje por ciclo se calcula de manera diferente. El trabajo en el eje por ciclo viene dado por la fórmula (4.9). En esta aproximación se tiene en cuenta una eficiencia variable del mecanismo. Ahora la eficiencia instantánea depende del ángulo θ del cigüeñal y la geometría del mecanismo. Un cálculo más realista incluiría las pérdidas de eficiencia por rozamiento.

Se estudiará el *modelo 2* a partir del nivel de presión obtenido en el *modelo 1*. En la *gráfica 6.5* se observa que el rendimiento mecánico obtenido es menor que para el *modelo 1* con un valor de $E = 0,5$, y que el máximo rendimiento mecánico se obtiene para un valor de 110° .



Gráfica 6.5. Trabajo en el eje sin optimizar modelo 2. Fuente: autor

El bajo rendimiento mecánico puede explicarse debido a unos paupérrimos valores de eficiencia instantánea durante el proceso de compresión.



Gráfica 6. 6. Trabajo frente a θ en el modelo 2 sin optimizar. Fuente: autor.

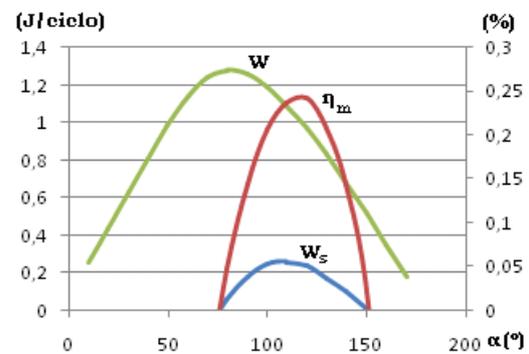
En la *gráfica 6.6 a* se muestra el trabajo por grado de cigüeñal $W(\theta)$ de la simulación cuasi-estática y el trabajo instantáneo en el eje por grado de cigüeñal $W_s(\theta)$ frente al ángulo θ . En la *gráfica 6.6 b* y *c* se representa el trabajo instantáneo de compresión y expansión frente al trabajo en el eje de compresión y expansión.

En las tres gráficas se aprecia que cuando $W(\theta)$ es positivo, el $W_s(\theta)$ es inferior al $W(\theta)$ y cuando $W(\theta)$ es negativo, el $W_s(\theta)$ es mayor en valor absoluto que el $W(\theta)$. Debido a esto, en algunos casos, se puede tener un trabajo indicado por ciclo W mayor que cero y un trabajo en el eje W_s negativo. En este último caso el motor no funcionaría porque el trabajo que consume el motor es mayor que el que aporta el ciclo termodinámico teórico.

En la *gráfica 6.6 b* se aprecia un marcado distanciamiento entre las dos curvas de 270° a 360° , lo que implica un $W_{sc}(\theta)$ mayor en valor absoluto en este periodo. Si se mejorara la eficiencia mecánica en este periodo mejoraría el trabajo en el eje por ciclo W_s .

Para obtener un valor mayor de W_s se realiza una optimización en *Excel* mediante el programa *Solver*. La optimización busca encontrar una eficiencia mecánica por ciclo mayor, cambiando el parámetro geométrico L , y a su vez ajustar el nivel de presión adecuado para esta optimización mecánica.

El resultado del proceso de optimización es la *gráfica 6.7*. Al comparar la *gráfica 6.5* con la *gráfica 6.7* se aprecia una disminución del valor de la curva de trabajo indicado por ciclo W y un aumento de los valores de las curvas de trabajo en el eje por ciclo W_s y del rendimiento mecánico.

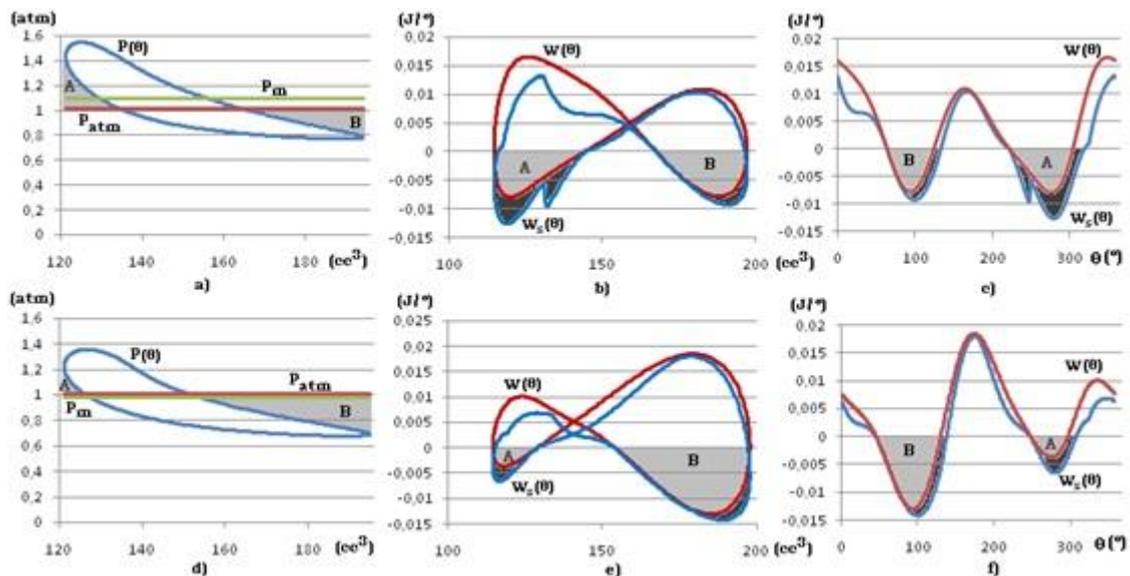


Gráfica 6.7 Trabajo en el eje modelo 2 optimizado. Fuente: autor

La curva de trabajo indicado por ciclo W es menor porque en la optimización, la masa en el circuito del aire que realiza el ciclo termodinámico es menor. Sin embargo, paradójicamente, se produce mayor trabajo en el eje por ciclo W_s que con una masa mayor en el modelo sin optimizar. Este fenómeno se puede explicar mediante las *gráfica 6.8*. La *gráfica 6.8* es un conjunto de seis representaciones para un ángulo de desfase de 110° . Las tres primeras son del *modelo 2* sin optimizar y las tres segundas son del *modelo 2* optimizado.

Al reducir la masa se reduce la presión media del ciclo, lo que provoca que la presión atmosférica corte al ciclo termodinámico por su parte alta en vez de en su parte media, como se observa en *la gráfica 6.8 a y 6.8 d*. Además, debido al cambio de la longitud de las bielas de compresión y expansión, estos ciclos son ligeramente diferentes. Al cambiar el nivel de presión, se reduce el trabajo W_- en la parte alta del ciclo, que es la zona sombreada de las gráficas designada con la letra **A**. En las *gráficas b y c* se observa una mayor diferencia entre el trabajo en el eje por grado de cigüeñal $W_s(\theta)$ y el trabajo indicado por grado de cigüeñal $W(\theta)$ en la zona **A**. Esta mayor diferencia es debida a una menor eficiencia instantánea del mecanismo ϵ en la zona **A** en comparación con **B**.

La optimización del *modelo 2* disminuye la zona **A** y aumenta la zona **B** cambiando el corte de la presión atmosférica con el ciclo termodinámico. Esto supone un notable aumento del rendimiento mecánico y un mayor trabajo en el eje por ciclo a pesar de la reducción de la masa del gas de trabajo.



Grafica 6.8. Optimización del modelo 2. Fuente: autor

También se aprecia un aumento del valor de W_s en el modelo optimizado respecto del modelo sin optimizar. En el apartado anterior se

utilizó el término W_-/W para maximizar el trabajo en el eje. En el *modelo 2* se parte de los datos del *modelo 1*, es decir, con el mínimo valor de W_-/W . Como ahora el trabajo en el eje por ciclo depende de $e_c(\theta)$, que es variable con θ , minimizar el parámetro W_-/W no sirve para maximizar el trabajo en el eje. Por ello se recurre al programa *Solver* y así se maximiza el trabajo en el eje por ciclo cambiando el parámetro geométrico L , y el nivel de presión.

En la siguiente *tabla 6.3* se puede ver un resumen de los valores representados en las gráficas de este apartado:

α (°)	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
Modelo 2 sin optimizar												
W (J)	1,31	1,41	1,47	1,47	1,42	1,34	1,22	1,08	0,92	0,74	0,55	0,36
W_s (J)	---	---	---	---	0,01	0,08	0,08	0,05	---	---	---	---
η_m	---	---	---	---	0,00	0,06	0,07	0,05	---	---	---	---
W_-/W	1,80	1,46	1,21	1,01	0,84	0,70	0,57	0,44	0,32	0,20	0,25	0,56
Modelo 2 optimizado												
W (J)	0,98	1,14	1,24	1,28	1,26	1,19	1,09	0,97	0,83	0,68	0,52	0,35
W_s (J)	---	---	---	0,06	0,18	0,25	0,26	0,24	0,17	0,10	0,01	---
η_m	---	---	---	0,05	0,14	0,21	0,24	0,24	0,21	0,14	0,02	---
W_-/W	2,83	2,00	1,51	1,22	1,01	0,85	0,73	0,59	0,47	0,36	0,38	0,62

Tabla 6.3. Comparación entre modelo 2 sin optimizar y modelo 2 optimizado. *Fuente: Autor*

6.1.3 Modelo 3: con eficiencia del mecanismo variable y pérdidas en el circuito del aire

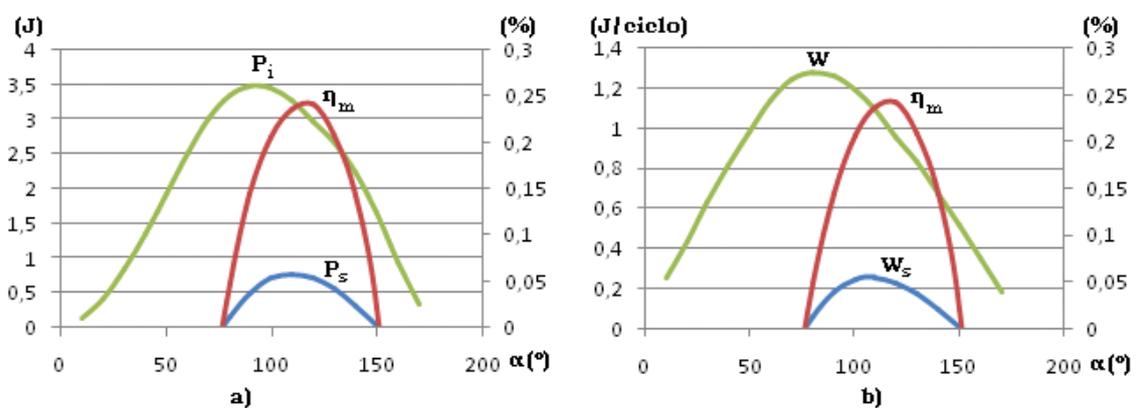
En el *modelo 3* el cálculo del trabajo en el eje por ciclo es el mismo que en el *modelo 2* y se parte del trabajo en el eje calculado para el *modelo 2* optimizado. En el *modelo 3* se añade una estimación de la potencia máxima indicada y de la potencia al freno.

En este modelo se ponderan las pérdidas en el circuito del aire mediante la fórmula (5.7) y las pérdidas mecánicas, sin tener en cuenta las pérdidas por rozamiento, mediante la fórmula (5.50). La potencia máxima indicada se calcula mediante la ecuación (5.14) y la potencia máxima al freno mediante la ecuación (5.15).

Los valores de los parámetros estimados ϕ y ψ para las ecuaciones (5.10) y (5.11) son $\phi = 75$ y $\psi = 0$. Estos valores son orientativos, y se escogieron tomando como partida los valores de la maqueta *Parafine Candel Engine* (J. I. Prieto y A. B. Stefanovskiy 2003). En dicha maqueta los valores tomados para el cálculo de la potencia indicada adimensional son $\phi = 50$ y $\psi = 0$. Al tomar los valores de $\phi = 75$ y $\psi = 0$ se obtendrán valores menores de ζ_{ind} a igualdad de ζ_0 y N_{MA} que para $\phi = 50$ y $\psi = 0$. Luego se consideran unas pérdidas mayores en el modelo 3 que en la maqueta.

Una vez construido el prototipo se ajustan empíricamente los valores de ψ y ϕ . Tras obtener ψ y ϕ aplicando un análisis dimensional con semejanza dinámica, se pueden construir motores semejantes al prototipo a diversas escalas y predecir su comportamiento. (Véase apéndice 1).

En la gráfica 6.9a se observa el resultado de este modelo. A diferencia de los modelos 1 y 2 con el modelo 3 podemos estimar la potencia máxima al freno. Comparando las curvas de potencia máxima indicada del modelo 3 y el trabajo indicado del modelo 2, se aprecia que el máximo de la potencia máxima indicada se alcanza para un valor de desfase de 90° , mientras que el máximo de trabajo indicado se alcanza para un valor de 80° . Por último se aprecia un valor máximo de potencia al freno de 0,774 Vatios para un valor de desfase de 110° .



Grafica 6.9. Modelo 3. Fuente: autor.

En la *tabla 6.4* se puede ver un resumen de los valores representados en las gráficas de este apartado.

Modelo 3												
α (°)	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
W (J)	0,98	1,14	1,24	1,28	1,26	1,19	1,09	0,97	0,83	0,68	0,52	0,35
W_s (J)	---	---	---	0,06	0,18	0,25	0,26	0,24	0,17	0,10	0,01	---
η_m	---	---	---	0,05	0,14	0,21	0,24	0,24	0,21	0,14	0,02	---
$P_{ind,max}$ (W)	1,93	2,53	3,03	3,35	3,48	3,45	3,28	2,98	2,67	2,24	1,65	0,96
P_B (W)	---	---	---	0,16	0,51	0,71	0,77	0,72	0,56	0,32	0,04	---

Tabla 6.4. Resumen de valores del modelo 1. Fuente: autor

6.2 Presupuesto

CONCEPTO	DETALLE	PRECIO		UNIDAD	TOTAL
Personal		<i>Euros/Hora</i>		<i>Horas</i>	
	Ingeniero junior	12		1440	17280
	Ingeniero senior	25		72	1800
	Ingeniero senior	25		36	900
Espacio de Trabajo		<i>Euros/Mes</i>		<i>Mes</i>	
	Alquiler	200		9	1800
	Suministros	50		9	450
	Internet	38		9	342
	Telefonía	20		9	180
Bienes de Inversión		<i>Euros</i>	<i>Euros/Mes</i>	<i>Mes</i>	
	Ordenador	799	13,32	9	119,85
	Windows 7	120	2,00	9	18
	Microsoft Office	119	1,98	9	17,85
	Adobe Photoshop	940	15,67	9	141
	Cámara de fotos	340	5,67	9	51
	Libros y artículos	360	6,00	9	54
	Papelería e informática	46	0,77	9	6,9
Viajes		<i>Euro/Día</i>		<i>Día</i>	
Gijón	Billete i/v Madrid-Oviedo				63,75
	Billete i/v Oviedo-Gijón				6
	Alojamiento	20		1	20
	Dietas	30		2	60
Reunion de Stirling Air Engine Rally	Billete i/v Madrid-Londres				77,98
	Desplazamientos				43,5
	Entrada Kew Bridge Museum				10
	Alojamiento	30		2	60
	Dietas	50		3	150
TOTAL					23651,8

Tabla 6.5. Presupuesto. Fuente: autor.

Para realizar el presupuesto de lo que habría costado elaborar este proyecto se han tenido en cuenta, el personal, el espacio de trabajo, los bienes de inversión y los viajes efectuados.

La duración del proyecto ha sido de nueve meses. Para el personal se ha estimado un trabajo de dos horas a la semana para el director y una hora a la semana para el tutor. Para el autor del proyecto se ha estimado unas cuarenta horas a la semana, en nueve meses.

Se ha considerado el alquiler de una habitación en Madrid y los gastos de gas, agua, electricidad, telefonía e internet. La comunicación entre el alumno, el director y el tutor se realizó principalmente de manera telefónica y telemática.

En los bienes de inversión se ha realizado una amortización a cinco años. La amortización se ha realizado mediante la siguiente fórmula:

$$\frac{A}{B} \times C \times D$$

A = nº de meses desde la fecha de facturación en que el equipo es utilizado
B = periodo de depreciación (60 meses)
C = coste del equipo
D = % del uso que se dedica al proyecto (habitualmente 100%)

El % del uso D en todos los casos ha sido el 100%. Los programas *Windows 7* y *Microsoft Office* de ordenador se utilizaron para elaborar la memoria. El programa *Photoshop* se utilizó trabajar las imágenes del texto realizadas con una cámara fotográfica. Se realizó el cálculo del gasto de artículos y libros mediante una estimación de quince euros por artículo y treinta euros por libro.

El viaje realizado a Oviedo fue con el fin de hablar personalmente con el director del proyecto. El viaje realizado a Londres se realizó para asistir a la reunión anual *Stirling Air Engine Rally* realizada en el *Kew Bridge Steam Museum*

6.3 Crítica a los resultados

El *modelo 1* presenta una manera de analizar el trabajo en el eje por ciclo, sin embargo, al suponer una eficiencia mecánica constante los resultados son imprecisos e incluso engañosos. Esto sucede porque la eficiencia mecánica del mecanismo biela manivela varía con el ángulo del

cigüeñal. No obstante, la base teórica del modelo puede ser interesante para la elaboración de modelos más complejos.

El *modelo 2* intenta mejorar al modelo 1 pues supone una eficiencia mecánica variable, aunque en esta no se tiene en cuenta los efectos del rozamiento, sólo cómo se transmiten las fuerzas en el mecanismo.

Los *modelos 1 y 2* no incluyen la variable temporal, ni las variables referidas a la transferencia de calor porque son modelos de primer orden. Esto supone que las optimizaciones no son fiables para motores de medio y alto régimen. No obstante, para bajos regímenes del motor, podrían tener utilidad.

Algunos modelos de primer orden incluyen la eficiencia de los intercambiadores de calor, normalmente la del regenerador. Los *modelos 1 y 2* suponen una eficiencia perfecta en todos los intercambiadores.

En el *modelo 3* se determina la potencia indicada del motor sin recurrir a un modelo de segundo o tercer orden. Se utiliza una ecuación en función del trabajo adimensional cuasiestático ζ_0 , ϕ , ψ y N_{MA} . El trabajo adimensional cuasiestático calcularse mediante un modelo de primer orden. Sin embargo ϕ , ψ y N_{MA} sólo se podrán conocer con exactitud, si el modelo se aplica a un motor con semejanza dinámica con respecto de otro del cual se conocen sus valores de ϕ , ψ y N_{MA} . Entonces, el valor de N_{MA} del modelo se puede calcular mediante semejanza y los valores de ϕ , ψ son los del prototipo.

Por tanto, cuanto mejor se aproximen los valores estimados de los parámetros ϕ y ψ a los valores que se obtendrán finalmente en un banco de pruebas, mejor será el modelo. Como la maqueta de la cual se tomaron los valores de ϕ y ψ no presenta semejanza dinámica estricta con el prototipo, no pueden conocerse los valores de ϕ y ψ . Es por esto que el resultado del modelo 3 es meramente orientativo.

6.4 Conclusiones

Todos los modelos son de primer orden. Estos modelos sólo tienen en cuenta la conservación de la masa y pueden usarse para motores que funcionan a bajas revoluciones, como es el motor original de Stirling de 1816.

El *modelo 1* aporta conocimiento general del comportamiento de un motor Stirling y aúna la parte mecánica y térmica mediante fórmulas matemáticas. No obstante, al suponer una eficiencia de mecanismo constante, el *modelo 1* no se asemeja al comportamiento de un motor Stirling tipo alfa con un mecanismo de biela-manivela, puesto que este mecanismo presenta una eficiencia mecánica variable.

El *modelo 2* aúna la parte mecánica y la parte térmica del motor. Conocer las interacciones térmicas-mecánicas ayuda a proponer mejoras en el motor. En este trabajo las mejoras fueron, cambiar el nivel de presión media del ciclo y el parámetro geométrico de la longitud de la biela de compresión y expansión.

Según dicho modelo, el trabajo en el eje puede escribirse de una manera aproximada como:

$$W_s \approx f(p_m, V_{sw}, V_{dce}, V_{de}, V_{dr}, V_{dc}, V_{dcc}, L, R, \tau, \varepsilon_e)$$

Resulta sorprendente la importancia de ε_e en unos determinados intervalos de ángulos del cigüeñal. Por ello puede ser interesante estudiar cómo mejorar ε_e cambiando los parámetros geométricos del mecanismo.

Por tanto, el *modelo 2* puede servir para una evaluación preliminar de los diferentes mecanismos que existen para el motor Stirling. Si se fijan ciertos parámetros como τ , p_m , V_{sw} , V_{dce} , V_{de} , V_{dr} , V_{dc} , V_{dcc} , podría realizarse una comparación entre los trabajos en el eje por ciclo obtenidos para cada uno de ellos y establecer el más indicado para un motor específico.

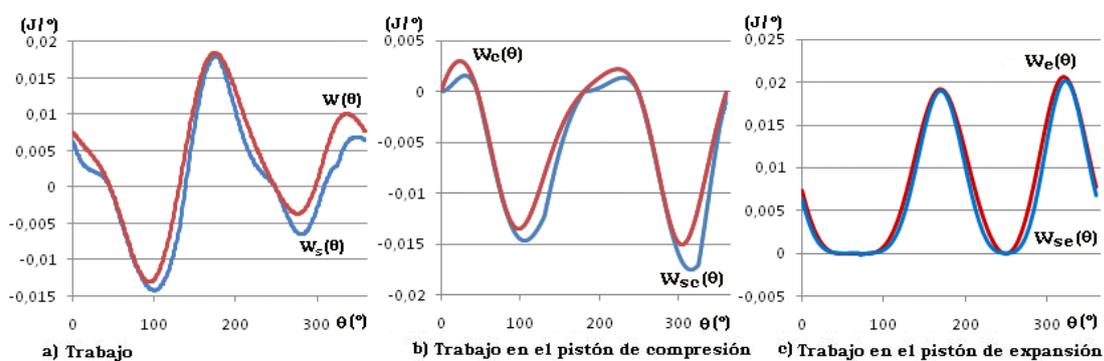
6.5 Líneas futuras de trabajo

Se proponen dos líneas de trabajo, una en la que el modelo seguiría siendo de primer orden y se estudiarían aspectos no tratados en este trabajo sin modificaciones importantes en los modelos; y otra dirigida a mejorar el *modelo 2* convirtiéndolo en un modelo de segundo o tercer orden.

En cuanto a las líneas de trabajo manteniendo modelos de primer orden puede estudiarse la influencia del grado de excentricidad del mecanismo biela manivela y su influencia en el comportamiento del motor Stirling tipo alfa. En este trabajo no se consideró que el eje del cigüeñal y el desplazamiento de la corredera estuvieran alineados.

También podría estudiarse el grado de excentricidad óptimo de diversos mecanismos como el mecanismo rómbico.

Otra posible mejora sería cambiar el mecanismo biela manivela del pistón de compresión por otro con mejor eficiencia mecánica. En la *gráfica 6.10a* se distingue la diferencia entre trabajo en el eje de compresión y el trabajo indicado de compresión. Esta diferencia entre el trabajo en el eje por grado y el trabajo indicado por grado es menor en la *gráfica 6.10c* que en la *gráfica 6.10b*. Lo que indica que el rendimiento mecánico de compresión es peor que el rendimiento mecánico de expansión. Posiblemente se pueda realizar una mejora en el mecanismo de compresión para aumentar el trabajo en el eje por ciclo.



Gráfica 6. 10. Trabajo frente a θ en el modelo 2 optimizado. Fuente: autor.

Las líneas de trabajo consistentes en convertir el *modelo 2* en un modelo de segundo o tercer orden pueden ser varias. Una propuesta interesante puede ser un modelo que integre las ecuaciones de conservación de la masa y el momento lineal mediante el método de resolución LHA (Linear Harmonic Analysis) de manera análoga al trabajo realizado por Antonio Sanz Moreno en el proyecto fin de carrera *Simulación del motor Stirling por el método LHA*. Según el autor el método LHA consiste en lo siguiente:

“la resolución de las ecuaciones de conservación en la aproximación de que los pistones que conforman el motor tienen movimiento armónico. Y por lo tanto, se asume que todas las variables termodinámicas (masa, temperatura, presión, etc.) pueden ser representadas por una función armónica de la siguiente forma: $f(t) = a + b \cdot \sin(\omega t) + c \cdot \cos(\omega t)$...De este modo las ecuaciones de conservación pueden ser linealizadas por Series de Fourier, obteniéndose finalmente un sistema lineal de ecuaciones que es resuelto por métodos matriciales convencionales”

APÉNDICE 1

A1. Análisis adimensional

El análisis dimensional es un método que permite reducir el número y la complejidad de las variables experimentales que afectan a un determinado fenómeno físico. Las variables experimentales son aquellas características observables del fenómeno que se pueden medir mediante dimensiones físicas. Las dimensiones físicas básicas en fluido-mecánica son la masa M , la longitud L , el tiempo T y la temperatura Θ . En algunos casos la fuerza puede sustituir a la masa.

El *teorema de pi Vaschy-Buckingham* establece el mínimo de términos adimensionales por los cuales puede expresarse una determinada ecuación. El enunciado del *teorema de pi* dice que toda ecuación $f(x_1, x_2 \dots x_n) = 0$ que sea una ley representativa de un fenómeno físico, puede expresarse como $F(\pi_1, \pi_2 \dots \pi_m) = 0$, donde los $i \pi$ son los términos independientes de dimensión nula o monomios π , que pueden formarse con las magnitudes consideradas en la ley física. El número de estos términos independientes es $m=n-h$, donde h es el rango de la matriz. Esta matriz está formada con los exponentes dimensionales de las magnitudes en relación a una base dada.

Si se aplica el *teorema de pi Vaschy-Buckingham* a la ecuación (5.3) con p_m, V_E, T_C, r, r_{he} y n_s como variables de referencia, resulta una función de 23 parámetros adimensionales. La ecuación (5.3) se expresa en función de 28 variables, luego se ha conseguido reducir los términos de los que depende la función. La ecuación (5.3) se puede transformar en la siguiente:

$$\zeta = F \left(\begin{array}{l} \tau, \kappa, \alpha_e, \mu_{dcr}, \alpha_{xe}, \lambda_{hr}, \gamma, \Pi_V, N_{SG}, N_{MA}, N_F, N_{TCR} \\ \beta, \mu_{de}, \alpha_{xr}, \lambda_{hc} \\ \lambda, \mu_{dr}, \alpha_{xc}, \\ \varepsilon, \mu_{dc} \\ \mu_{dcc} \end{array} \right) \quad (A1.1)$$

En la ecuación anterior están presentes los parámetros adimensionales característicos de la geometría del motor, del mecanismo, de la temperatura mediante el parámetro τ , del coeficiente adiabático y de las propiedades termodinámicas.

La ecuación (A1.1) puede escribirse de una manera menos rigurosa en función de los parámetros geométricos y del mecanismo de la siguiente manera:

$$\zeta = F(\tau, p. \textit{geométricos}, p. \textit{mecanismo}, \gamma, N_{SG}, N_{MA}, N_F, N_{TCR}) \quad (\text{A1.2})$$

Los parámetros N_{SG} y N_{MA} expresan las propiedades dinámicas del fluido de trabajo. Mientras que N_F y N_{TCR} representan la difusividad térmica y la capacidad térmica volumétrica respectivamente.

A2. Semejanza dinámica

Para que exista semejanza dinámica, primero tiene que existir una semejanza geométrica. Un modelo y un prototipo presentan semejanza geométrica, cuando tienen un factor de escala constante en todas sus dimensiones en las tres coordenadas espaciales. Mientras que un modelo y un prototipo presentan semejanza dinámica cuando tienen el mismo factor de escala, tiempo y fuerza.

Entonces, para cumplir con la semejanza dinámica entre modelo y prototipo, además de la semejanza geométrica debe cumplir las siguientes seis condiciones:

$$\begin{aligned} \tau^p &= \tau^d; & \gamma^p &= \gamma^d; & N_{SG}^p &= N_{SG}^d \\ N_{MA}^p &= N_{MA}^d; & N_F^p &= N_F^d; & N_{TCR}^p &= N_{TCR}^d \end{aligned} \quad (\text{A1.3})$$

Normalmente el objetivo es conseguir un prototipo de mayor potencia que el modelo, es decir, con un factor de escala de potencia mayor de la unidad $S_p > 1$.

Utilizando el factor de escala y el de temperatura como parámetros representativos del resto de los factores, *J.I. Prieto et al.*(1996) proponen tres casos de análisis dinámico:

Caso 1. El fluido de trabajo y el material del regenerador son el mismo en el modelo y en el prototipo. En este caso, para conseguir que $S_p > 1$, el prototipo debe ser menor que el modelo, y trabajar a mayor presión media y a mayor diferencia de temperatura que este.

Caso 2. El fluido de trabajo y la diferencia de temperatura son iguales en el modelo y en el prototipo. Entonces, se consigue que $S_p > 1$ con un prototipo mayor que modelo, y con menores valores de velocidad y presión media que este. Para ello, el material del regenerador del prototipo debe tener menor capacidad térmica volumétrica y mayor difusividad térmica que el modelo.

Caso 3. El coeficiente adiabático y la diferencia de temperatura son idénticos en el modelo y el prototipo. En este caso no es siempre posible conseguir una semejanza dinámica entre el modelo y el prototipo. A menudo la condición de igualdad del el *Número de Fourier* N_F y la relación de la capacidad térmica N_{TCR} , no pueden darse a la vez.

La tabla (A1.1) muestra los factores de escala obtenidos en los tres casos:

Table 2 Scaling factors corresponding to strict dynamic similarity

Quantity	General case	Case 1: gas and regenerator unchanged	Case 2: gas and temperatures unchanged	Case 3: H ₂ /air
Length l, e, r, r_{hx}	s_L	s_L	s_L	s_L
Surface A_{xx}	s_L^2	s_L^2	s_L^2	s_L^2
Volume V_E, V_C, V_{dx}	s_L^3	s_L^3	s_L^3	s_L^3
Engine speed n_k	$s_L^{-2} s_T^{-1} s_L^{-1}$	s_L^{-2}	s_L^{-1}	$0.265 s_T^{-1} s_L^{-1}$
Pressure p_m	$s_L s_R^{-1} s_T^{-1} s_L^{-1}$	s_L^{-2}	s_L^{-1}	$0.567 s_T^{-1} s_L^{-1}$
Viscosity μ	s_μ	1	1	2.143
Specific gas constant R	s_R	1	1	0.070
Adiabatic coefficient γ	1	1	1	1
Temperature T_E, T_C	s_T	s_T^{-2}	1	s_T
Stirling number N_{SG}	1	1	1	1
Mach number N_{MA}	1	1	1	1
Diffusivity α_r	$s_R^{-1} s_T^{-1} s_L$	1	s_L	$0.265 s_T^{-1} s_L$
Volumetric heat capacity $\rho_r c_r$	$s_\mu s_R^{-1} s_T^{-1} s_L^{-1}$	1	s_L^{-1}	$0.567 s_T^{-1} s_L^{-1}$
Fourier number N_F	1	1	1	1
Regenerator thermal capacity number N_{TCR}	1	1	1	1
Indicated power P_{ind}	$s_\mu s_R s_T s_L$	s_L^{-1}	s_L	$0.149 s_T s_L$

Tabla A1.1 Factores de Escala utilizados en le semejanza dinámica Fuente: *J.I. Prieto et al.* (1996)

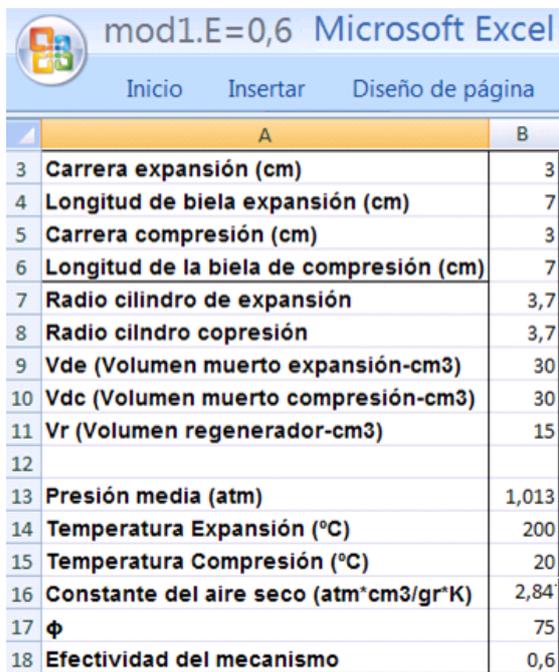
APÉNDICE 2

Se adjuntan los resultados mediante cuatro ficheros Excel. Llamados *mod1.E=0,6*, *mod2. Sin optimizar*, *mod2.obtimizado* y *mod3.optimizado*. Todos los archivos presentan una tabla de entrada de datos y una tabla de resultados, cómo puede verse en las imágenes A2.1 y A2.3.

Para conseguir las gráficas del *modelo 1* presentadas en el texto, basta con cambiar el valor de la efectividad del mecanismo *E* por el correspondiente

Estos archivos también están disponibles previa petición al autor en el correo siguiente:

juanignaciopascualtoledano@gmail.com



	A	B
3	Carrera expansión (cm)	3
4	Longitud de biela expansión (cm)	7
5	Carrera compresión (cm)	3
6	Longitud de la biela de compresión (cm)	7
7	Radio cilindro de expansión	3,7
8	Radio cilindro copresión	3,7
9	Vde (Volumen muerto expansión-cm3)	30
10	Vdc (Volumen muerto compresión-cm3)	30
11	Vr (Volumen regenerador-cm3)	15
12		
13	Presión media (atm)	1,013
14	Temperatura Expansión (°C)	200
15	Temperatura Compresión (°C)	20
16	Constante del aire seco (atm*cm3/gr*K)	2,84
17	ϕ	75
18	Efectividad del mecanismo	0,6

Imágen A2.1.Tabla de entrada de datos modelo1. *Fuente: autor*



	DT	DY	DZ	EA	EB	EC	ED	EE	EF	EG	EH	EI	EJ	EK
354	ϕ	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
355	Trabajo ciclo smith (J)	0,98	1,14	1,24	1,28	1,26	1,19	1,09	0,97	0,83	0,68	0,52	0,35	0,18
356	Trabajo ciclo adim	0,10	0,11	0,12	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,11	0,09	0,06
357	Trabajo en el eje E=cte (J)	0,30	0,54	0,72	0,82	0,86	0,86	0,82	0,76	0,67	0,56	0,42	0,27	0,11
358	Rendimiento mecánico E=cte	0,30	0,48	0,58	0,64	0,69	0,72	0,75	0,78	0,80	0,82	0,82	0,77	0,59
359	Relación de compresión	2,48	2,37	2,24	2,12	1,98	1,86	1,73	1,61	1,49	1,39	1,31	1,26	1,21
360	Parámetro w-/w	2,83	2,00	1,51	1,22	1,01	0,85	0,73	0,59	0,47	0,36	0,38	0,62	1,49
361	Trabajo en el eje adimensional	0,03	0,05	0,07	0,08	0,09	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,07	0,03
362														
367	Número de mach	7,E-04	7,E-04	8,E-04	8,E-04	9,E-04	9,E-04	9,E-04	9,E-04	9,E-04	8,E-04	8,E-04	6,E-04	4,E-04
368	Rev x seg	3,87	4,38	4,82	5,17	5,47	5,71	5,92	6,13	6,35	6,54	6,32	5,41	3,64
369	Pot indí ciclo max	1,93	2,53	3,03	3,35	3,48	3,45	3,28	3,02	2,68	2,25	1,65	0,96	0,34
370	Trabajo eje Eg	-0,52	-0,32	-0,11	0,06	0,18	0,25	0,26	0,24	0,17	0,10	0,01	-0,09	-0,22
371	rendimiento mecánico	-0,53	-0,28	-0,09	0,05	0,14	0,21	0,24	0,24	0,21	0,14	0,02	-0,24	-1,21
373	Pot al freno	-1,03	-0,70	-0,27	0,16	0,50	0,71	0,77	0,73	0,56	0,33	0,04	-0,23	-0,41

Imágen A2.2.Tabla de resultados del modelo 2 optimizado. *Fuente: autor*

BIBLIOGRAFÍA

Finkelstein, Theodor; Organ, Allan J. *Air Engines. The History, Science, and Reality of the Perfect Engine*, Professional Engineering Pub. U.K, 2001.

Iwamoto, I.; Toda, F.; Hirata, K.; Yamamoto, T. Comparison of low and high temperature differential Stirling engines. *Proceedings of the 8th International Stirling Engine Conference*, pp.29-38, 1997.

Martínez López, Francisco et al. Técnicas experimentales básicas [en línea] Departamento Física Aplicada Universidad de Granada [ref. de 13 Abril 2013] <<http://www.ugr.es/~andyk/Docencia/TEB/TEB.pdf>>

Martini, William R. *Stirling engine desing manual*. Washington D.C,1978.(pag.82)

Miranda Morales, José Arnulfo “Análisis termodinámico de un motor Stirling”: Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias con la especialidad Ingeniería Mecánica de la ESIME, Ciudad de México, México. ESIME 2008

Murray Clucas, Donald “Development of a Stirling engine battery charger based on a low cost wobble mechanism”: Tesis doctoral presentada para el grado de Doctor de Filosofía en Ingeniería mecánica de la Universidad de Canterbury, Christchurch, New Zealand. Thesis (Ph. D.)--University of Canterbury, 1993.

Prieto, J.I.; Gonzalez, M. A.; Gonzalez, C; Fano, J; Diaz, R. Preliminary design of the kinematic Stirling engine using dynamic similarity and quasi-static simulation. *Proc. Instn Mech Engrs, v 217 Part C*, 1996.

Prieto, J.I.; Gonzalez, M. A.; Gonzalez, C; Fano, J.; A new equation representing the performance of kinematic Stirling Engines.,*Proc. InstnMechEngrs, v 217 Part C*, 1999.

Prieto, J.I.; Stefanovskiy. Dimensional analysis of leakage and mechanical power losses of kinematic Stirling engines, *Proc. Instn Mech Engrs, v 217 Part C*, 2003.

Reader, Graham T.; Hooper Charles. *Stirling Engines* E. & F.N. Spon, UK 1883

Ross, Andy *Making Stirling Engines* Columbus. Ohio, 1993

Senft, James R. *Ringbom Stirling* University Press. Oxford, 1993

Senft, James R. *Mechanical Efficiency of Heat Engines*. Cambridge University Press, UK, 2007

Sier, Robert. *Hot Air. Caloric and Stirling Engines.V.1 A History*. L.A. Mair. UK, 1999.

Simón, Antonio et al. *Fundamentos de teoría de máquinas*. Bellisco. Madrid, 2009 (pag.228)

Thombare, D.G; Verma, S.K. Technological Development In The Stirling Cycle Engines *Renewable and Sustainable Energy Reviews, v12 n1 (200801)2006*

Walker, G *Stirling Engines*. Clarendon Press. Oxford, 1980. (pags.50, 73,)

LISTA DE IMÁGENES, FIGURAS, TABLAS Y GRÁFICAS

Imágen 1.1	Motor Stirling tipo beta. Kew Bridge Steam Museum. <i>Fuente:</i> <i>Autor</i>	4
Imágen 2.1	Proyecto Maqueta Motor Stirling tipo alfa. Autor 2012 <i>Fuente: Autor</i>	7
Imágen 3.1	Rider-Ericson Engine Co. 1888 Kew Bridge Steam Museum. <i>Fuente: Autor</i>	8
Imagen 3.2	Mecanismo Rómbico. Kew Bridge Steam Museum. <i>Fuente:</i> <i>Autor</i>	26
Imagen A2.1	Tabla de entrada de datos modelo1. <i>Fuente:</i> <i>autor</i>	66
Imagen A2.2	Tabla de resultados del modelo 2 optimizado. <i>Fuente:</i> <i>autor</i>	66
Figura 3.1	Diagramas PV y TS. <i>Fuente: Thombare, D.G Verma, S.K (2006)</i>	10
Figura 3.2	Ciclo termodinámico teórico. <i>Fuente: Figura modificada</i> <i>deThombare, D.G Verma, S.K (2006)</i>	11
Figura 3.3	Movimiento sinusoidal. <i>Fuente: Figura modificada William R</i> <i>Martini (1978)</i>	13
Figura 3.4	Ciclo Isotérmico. <i>Fuente: Figura modificada de Thombare, D.G</i> <i>Verma, S.K (2006)</i>	14
Figura 3.5	Ciclo adiabático. <i>Fuente: Figura modificada de Thombare, D.G</i> <i>Verma, S.K (2006)</i>	16
Figura 3.6	Intercambiadores de calor. <i>Fuente: Figura modificada de</i> <i>Thombare, D.G Verma, S.K (2006)</i>	17
Figura 3.7	Diagrama PV. <i>Fuente: Thombare, D.G Verma, S.K (2006)</i>	20
Figura 3.8	Doble y simple efecto. <i>Fuente: I. Urielli</i>	23

Figura 3.9	Configuraciones Alfa, Beta y Gamma. Fuente: <i>Figura modificada de Thombare, D.G Verma, S.K (2006)</i>	24
Figura 3.10	Mecanismos. Fuente: <i>Donald Murray Clucas (1993)</i>	25
Figura 3.11	Swash plate. Fuente: <i>T. Finkelstein y A. J. Organ (2001)</i> ..	26
Figura 3.12	Mecanismo de Ross. Fuente: <i>Andy Ross (1993)</i>	27
Figura 3.13	Pistón libre. Fuente: <i>Wikipedia</i>	27
Figura 4.1	Ciclo Cinético conceptual. Fuente: <i>Figura modificada de James R. Senft. (2007)</i>	29
Figura 4.2	Nivel de presión del buffer. Fuente: <i>James R. Senft. (2007)</i> .	34
Figura 5.1	Distancia Fuente: <i>Autor</i>	40
Figura 5.2	Volumen Instantáneo. Fuente: <i>Autor</i>	41
Figura 5.3	Balance de Energía. Fuente: <i>Figura modificada de K Hirata et. Al. (1997)</i>	43
Figura 5.4	Fuerzas en el mecanismo de biela-manivela. Fuente: <i>Autor</i>	45
Tabla 6.1.	Características comunes. Fuente: <i>Autor.</i>	48
Tabla 6.2.	Resumen de valores del modelo 1. Fuente: <i>Autor</i>	51
Tabla 6.3.	Comparación entre modelo 2 sin optimizar y modelo 2 optimizado. Fuente: <i>Autor</i>	55
Tabla 6.4.	Resumen de valores del modelo 1. Fuente: <i>autor</i>	57
Tabla 6.5	Presupuesto Fuente: <i>Autor</i>	57
Tabla A1.1	Factores de Escala utilizados en le semejanza dinámica Fuente: <i>J.I. Prieto et al. (1996)</i>	65

Gráfica 5.1 Cálculo de ΔE_c . <i>Fuente: Autor</i>	46
Grafica 6.1 Trabajo en el eje del modelo 1. <i>Fuente: Autor</i>	49
Grafica 6.2 Nivel de presión. <i>Fuente: Autor</i>	49
Grafica 6.3 Trabajo en el eje $E = 0,5$. <i>Fuente: Autor</i>	50
Grafica 6.4 Trabajo en el eje adimensional. <i>Fuente: Autor</i>	51
Grafica 6.6 Trabajo en el eje modelo 2 optimizado. <i>Fuente: Autor</i>	52
Grafica 6.5 Trabajo en el eje sin optimizar modelo 2. <i>Fuente: Autor</i>	52
Grafica 6.7 Modelo 2 optimizado. <i>Fuente: Autor</i>	53
Grafica 6.8 Optimización del modelo 2. <i>Fuente: Autor</i>	54
Grafica 6.9 Modelo 3. <i>Fuente: Autor</i>	56
Grafica 6.10 Trabajo frente a σ en el modelo 2 optimizado. <i>Fuente: Autor</i>	61

GLOSARIO DE TÉRMINOS

A_{xx}	Área de la sección del espacio x
b	Anchura de la malla del regenerador
c	Capacidad calorífica
d_w	Diámetro de la malla del regenerador
e	Excentricidad del mecanismo o espesor del volante de inercia
E	Eficiencia mecánica
E_c	Energía cinética
F	Fuerza ejercida sobre el pistón
g	Generatriz del cono
I_i	Momento de inercia del elemento del mecanismo i
I_R	Momento de inercia reducido
k	Conductividad térmica
l	Longitud de la biela
L	Longitud de la biela
m_i	Masa del elemento del mecanismo i
m_v	Masa del volante de inercia
M	Masa del fluido de trabajo
M_m	Par motor
M_r	Par resistente
N_B	Número de Beale
N_{FR}	Número de Fourier
N_{MA}	Número de mach
N_{RE}	Número de Reynolds
N_{SG}	Número de Stirling
N_{TCR}	Número característico de la capacidad térmica del regenerador
N_W	Número de West
n_s	Revoluciones por segundo
p	Presión
p_m	Presión media
P_{ind}	Potencia indicada
P_B	Potencia al freno
Q	Calor
Q_{in}	Calor transferido al motor
R	Longitud de la manivela o constante específica del gas
r	Radio del cono
r_v	Radio del volante de inercia
r_{hx}	Radio hidráulico del espacio x
S_x	Factor de escala de la magnitud x
S	Entropía
T	Temperatura o fuerza perpendicular a la manivela
U	Energía interna
v	Velocidad lineal
V_x	Volumen del espacio x
V_{dx}	Volumen muerto del espacio x
V_{SW}	Volumen de barrido

w	Velocidad angular
W	Trabajo por ciclo
W_S	Trabajo en el eje por ciclo
W_{V+}	Trabajo que realiza el mecanismo sobre el volante de inercia
W_{V-}	Trabajo que realiza el volante de inercia sobre el mecanismo
W_o	Trabajo cuasiestático
W_+	Trabajo que realiza el pistón sobre el mecanismo por ciclo
W_-	Trabajo que realiza el mecanismo sobre el pistón por ciclo
$y(\theta)$	Distancia entre el punto muerto superior y la posición del pistón en función del ángulo del cigüeñal
ζ_B	Trabajo adimensional al freno
ζ_{ind}	Trabajo adimensional indicado
ζ_0	Trabajo adimensional cuasiestático
ε	Eficiencia mecánica o relación entre la excentricidad del mecanismo y la longitud de la manivela
ε_c	Eficiencia mecánica de compresión
ε_e	Eficiencia mecánica de expansión
η_m	Rendimiento mecánico
η_b	Rendimiento del quemador
η_i	Rendimiento indicado
β	Ángulo entre la biela y la corredera
θ	Ángulo del cigüeñal
α	Ángulo de desfase
α_{xx}	Difusividad térmica del material del regenerador
α_r	Parámetro adimensional de la sección del área x
ϕ	Factor adimensional de las pérdidas lineales de la potencia indicada
ψ	Factor adimensional de las pérdidas cuadráticas de la potencia indicada
ρ_x	Densidad local instantánea en el espacio x
μ	Viscosidad
μ_{dx}	Parámetro adimensional del volumen muerto del espacio x
δ	Coefficiente de fluctuación o grado de irregularidad
τ	Relación entre la temperatura del calentador y del enfriador
π_i	Término adimensional independiente i
Π_v	Porosidad volumétrica del regenerador
γ	Coefficiente adiabático

Subíndices

c	Enfriador
cc	Cilindro de compresión
ce	Cilindro de expansión
e	Calentador
max	Relativo al máximo valor de la potencia indicada y al freno
r	Regenerador
v	Volante de inercia
x	Espacio genérico
0	Simulación cuasiestática

Superíndice

d Modelo
p Prototipo

